

КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ
КАФЕДРА РАДИОФИЗИКИ

КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР

Учебное пособие

Казань 2024

УДК 621.396.69

Издается по решению

Учебно-методической комиссии института физики

протокол № 02 от 7 октября 2024 г.

Авторы

Кандидат физ.-мат. наук, доцент В.А. Тюрин, инженер-электроник Ф.М. Назмиев

Рецензент

кандидат физ.-мат. наук, доцент И.А. Насыров

Колебательный контур: учебное пособие / В.А. Тюрин, Ф.М. Назмиев – Казань: Казанский федеральный университет, 2024. – 39 с.

Учебное пособие «Колебательный контур» предназначено для студентов второго курса Института физики, приобретающих навыки экспериментальных исследований в лабораториях по «Электротехнике и электронике» и «Радиофизике и электронике» кафедры радиофизики КФУ. В пособии изложены теоретические положения, касающиеся частотных свойств одиночных колебательных систем последовательного и параллельного типов, а также явлений резонанса напряжений и резонанса токов, наблюдаемых в этих системах. Пособие содержит также методическую часть, посвященную заданию на эксперимент и рекомендациям по его проведению.

Объем пособия достаточен для получения базовых знаний в области фильтрующих резонансных цепей, как важнейших элементов приемопередающих электронных устройств.

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	5
1	Последовательный колебательный контур	6
1.1	Входное сопротивление и условие резонанса	6
1.2	Добротность	7
1.3	Относительная и обобщенная расстройки	8
1.4	Частотные характеристики входного сопротивления	9
1.5	Резонанс напряжений	10
1.6	Экспериментальное исследование последовательного колебательного контура	12
2	Параллельный колебательный контур	14
2.1	Входное сопротивление	15
2.2	Частотные характеристики	15
2.3	Резонанс токов	16
3	Связь амплитудно-частотной характеристики колебательного контура с добротностью	21
4	Влияние параметров внешних цепей на добротность колебательного контура	23
4.1	Влияние на добротность последовательного колебательного контура	24
4.2	Влияние на добротность параллельного колебательного контура	26
	Литература	27
5	Экспериментальная часть	28
5.1	Описание лабораторной установки	28
5.2	Задание на проведение эксперимента	30
5.2.1	Вычисление параметров, общих для последовательного и параллельного контуров	30
5.2.2	Вычисление эквивалентной добротности последовательного	31

	колебательного контура	
5.2.3	Вычисление эквивалентной добротности параллельного колебательного контура	32
5.2.4	Исследование АЧХ последовательного колебательного контура	32
5.2.4.1	Измерение АЧХ при минимальном внутреннем сопротивлении генератора напряжения без нагрузки на контур	32
5.2.4.2	Измерение АЧХ при максимальном внутреннем сопротивлении генератора напряжения без нагрузки на контур	34
5.2.4.3	Измерение АЧХ при максимальном внутреннем сопротивлении генератора напряжения при наличии нагрузки на контур	34
5.2.5	Исследование АЧХ параллельного колебательного контура	35
5.2.5.1	Измерение АЧХ при максимальном внутреннем сопротивлении генератора тока без нагрузки на контур	35
5.2.5.2	Измерение АЧХ при минимальном внутреннем сопротивлении генератора тока без нагрузки на контур	35
5.2.5.3	Измерение АЧХ при минимальном внутреннем сопротивлении генератора тока при наличии нагрузки на контур	35
5.2.5.4	Наблюдение сдвига фаз между напряжением и током в колебательном контуре	36
5.2.6	Заключительный этап работы	37
6	Отчет	37
	Приложение	38

Целью данного пособия является помощь в изучении теории одиночных колебательных контуров и экспериментальном исследовании их свойств. Для того, чтобы эта помощь была максимально эффективной, рекомендуется придерживаться следующего порядка действий:

- 1) ознакомление с теорией колебательных систем;
- 2) знакомство с приборами, входящими в комплект лабораторной установки;
- 3) проведение измерений;
- 4) обработка результатов измерений и построение графиков;
- 5) анализ полученных результатов и написание отчета.

ВВЕДЕНИЕ

Важнейшей операцией, выполняемой в радиотехнических устройствах, является фильтрация – разделение частотно разнесенных спектров полезного и мешающего сигналов. Эта функция выполняется полосовыми электрическими фильтрующими системами. Основным элементом этих систем является колебательный контур – соединение катушки индуктивности L , сопротивления ее проводов R и конденсатора C . При изучении свойств колебательного контура главное внимание уделяется его резонансным свойствам, лежащим в основе частотной избирательности.

Если колебательный контур изолирован, то в нем возможны свободные колебания, возникающие под действием начального запаса энергии. Но если на контур воздействует источник переменного напряжения или тока, то в нем возникают вынужденные колебания. В данной работе рассматриваются только вынужденные колебания.

Существуют два способа подключения элементов R , L и C контура к источнику напряжения или тока – последовательный и параллельный. Поэтому и сами колебательные контуры называются последовательный и параллельный. Рассмотрим их свойства.

1. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР

Пусть в последовательный колебательный контур (рис. 1.1) включен идеальный генератор напряжения с ЭДС $\bar{E}(t) = \bar{E}_m e^{j\omega t}$, где \bar{E}_m - комплексная амплитуда ЭДС. Тогда 2-ой закон Кирхгофа позволяет записать равенство [1 - 3]

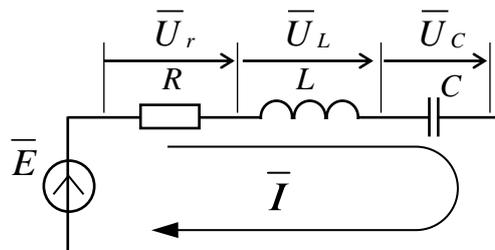


Рис. 1.1. Последовательный колебательный контур

$$\bar{E}_m = \bar{U}_R + \bar{U}_L + \bar{U}_C = \bar{I}_m R + \bar{I}_m j\omega L + \frac{\bar{I}_m}{j\omega C} = \bar{I}_m \left[R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right]. \quad (1.1)$$

1.1. Входное сопротивление и условия резонанса

Отношение комплексных амплитуд ЭДС и тока называется *входным* или *эквивалентным* сопротивлением контура $Z_{\text{ex}} = \bar{E}_m / \bar{I}_m$. Как следует из (1.1), Z_{ex} является суммой вещественной и мнимой частей:

$$Z_{\text{ex}} = R_{\text{ex}} + jX_{\text{ex}} = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right). \quad (1.2)$$

На рис.1.2 показаны частотные зависимости компонентов входного сопротивления последовательного контура. Кривые построены для $R = 1$ Ом и $\omega_0 L = 1/\omega_0 C = 10$ Ом. Из рисунка видно, что вещественная часть входного сопротивления $R_{\text{вх}}$ не зависит от частоты и равна сопротивлению потерь R . На собственной частоте контура $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, которая находится из равенства мнимой части входного сопротивления нулю $X_{\text{ex}} = (\omega L - 1/\omega C) = 0$, входное сопротивление становится чисто активным. Поэтому сдвиг фаз между ЭДС генератора и током в контуре равен нулю. Данное явление называют «фазовым» резонансом.

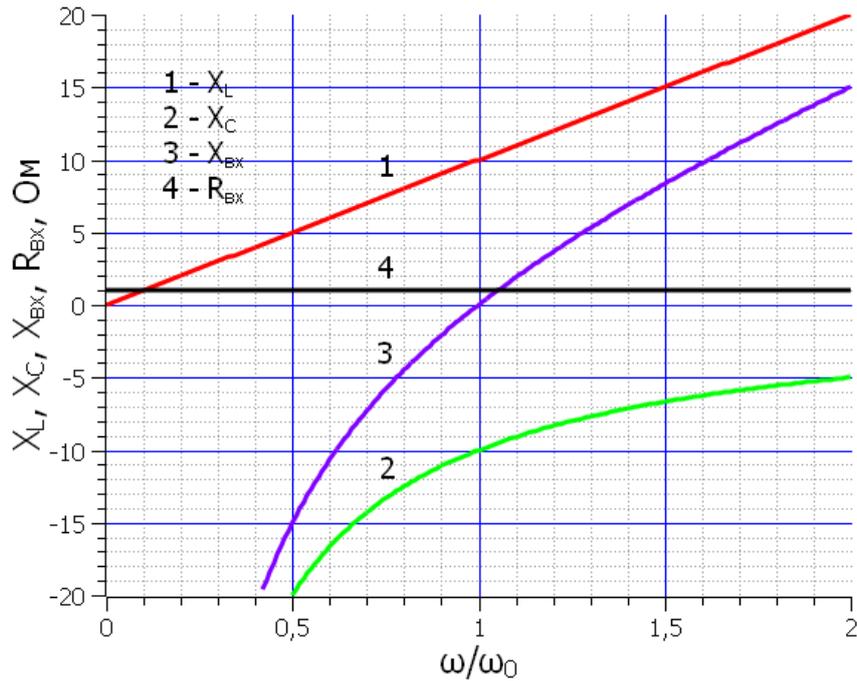


Рис. 1.2. Частотные зависимости компонентов входного сопротивления последовательного контура – X_L (1), X_C (2), X_{BX} (3) и R_{BX} (4)

1.2. Добротность

При резонансе энергия, запасенная в контуре, периодически переходит из энергии магнитного поля индуктивности в энергию электрического поля емкости, то есть «колеблется» между L и C , причем суммарная энергия остается неизменной:

$$w_L(t) + w_C(t) = \frac{LI_m^2}{2} [\cos^2 \omega_0 t + \sin^2 \omega_0 t] = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU_m^2}{2} = W_{\max}. \quad (1.3)$$

Однако за один период на сопротивлении контура R теряется энергия равная

$$W_R = P_R T, \quad (1.4)$$

где $P_R = \frac{1}{2} RI_m^2$ – средняя (активная) мощность, потребляемая от генератора синусоидального колебания при резонансе, T – период.

Наличие в колебательном контуре реактивных и активных элементов предполагает, что выделяемая в контуре мощность является комплексной [1, стр. 44 – 46] и [2, стр. 127, 128]:

$$\bar{P} = P_R + jP_X, \quad (1.5)$$

где P_X – реактивная мощность. При этом оптимальным энергетическим параметром колебательного контура является не коэффициент мощности $\cos\varphi = P_R/P$, а отношение реактивной мощности к активной, называемое добротностью:

$$Q = \frac{P_X}{P_R}. \quad (1.6)$$

Как известно, максимальные реактивные мощности в индуктивности и емкости имеют вид

$$P_L = \frac{1}{2} X_L I_m^2 = \frac{1}{2} \omega_0 L I_m^2 = \frac{1}{2} \rho I_m^2 = \omega_0 W_{\max} \quad (1.7)$$

и

$$P_C = \frac{1}{2} X_C I_m^2 = \frac{1}{2} \omega_0 C U_m^2 = \frac{1}{2} \frac{U_m^2}{\rho} = \omega_0 W_{\max}. \quad (1.8)$$

Поэтому учитывая (1.4), (1.6), (1.7) и (1.8), получим

$$Q = 2\pi \frac{W_{\max}}{W_R} = \frac{\rho}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (1.9)$$

где $\rho = \sqrt{L/C} = \omega_0 L = 1/\omega_0 C$ – характеристическое сопротивление. Отсюда следует определение добротности:

Добротность колебательного контура есть отношение максимальной энергии, запасенной в реактивных элементах за один период, к энергии, расходуемой на сопротивлении R за тот же период на собственной частоте ω_0 .

1.3. Относительная и обобщенная расстройки

В условиях расстройки, то есть когда частота внешнего воздействия отличается от собственной частоты контура, мнимую часть входного сопротивления $X_{вх}$ можно представить в виде

$$X_{\text{ex}} = \rho \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \rho \nu, \quad (1.10)$$

где $\rho = \sqrt{L/C} = \omega_0 L = 1/\omega_0 C$ – уже знакомое характеристическое сопротивление, а $\nu = \omega/\omega_0 - \omega_0/\omega$ – *относительная расстройка частоты*. Во всех практически важных случаях относительная расстройка частоты удовлетворяет неравенству $\nu \ll 1$, а при $\omega = \omega_0$ вообще обращается в ноль. В этом случае для относительной расстройки ν используется приближительное соотношение, получаемое следующим образом. Выразим ν через абсолютную расстройку частоты $\Delta\omega = \omega - \omega_0$. Тогда, полагая $\omega + \omega_0 \cong 2\omega_0$, получим выражение, которое можно использовать для расчетов:

$$\nu = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0} = \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega\omega_0} \cong \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}. \quad (1.11)$$

С учетом введенных обозначений входное сопротивление контура принимает вид

$$Z_{\text{ex}} = R_{\text{ex}} + jX_{\text{ex}} = R + j\rho\nu = R(1 + jQ\nu) = R(1 + j\xi) \cong R \left(1 + j2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right), \quad (1.12)$$

где Q – добротность контура; $\xi = Q\nu$ – обобщение понятия относительной расстройки с учетом добротности контура, называемое в дальнейшем *обобщенной расстройкой контура*.

1.4. Частотные характеристики входного сопротивления

Модуль и аргумент входного сопротивления имеют вид

$$|Z(\omega)| = R\sqrt{1 + \xi^2} \quad \text{и} \quad \Phi(\omega) = \arctg \xi. \quad (1.13)$$

В области малых расстроек получим соответственно

$$|Z(\omega)| \cong R\sqrt{1 + \left(2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2} \quad \text{и} \quad \Phi(\omega) \cong \arctg 2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cong 2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0}. \quad (1.14)$$

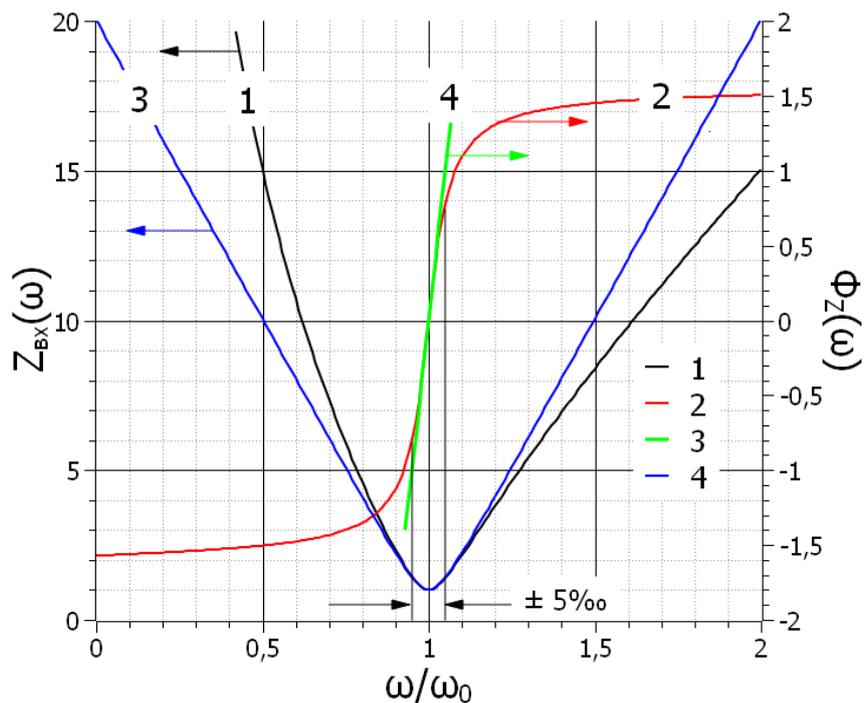


Рис. 1.3. Точные (1,2) и приближенные (3,4) зависимости $|Z_{вх}(\omega)|$, $\Phi_Z(\omega)$ последовательного колебательного контура с $Q = 10$

На рис. 1.3 показаны частотные зависимости модуля входного сопротивления (1) и частотные зависимости сдвига фаз между ЭДС и током в последовательном колебательном контуре (2), построенные по точным соотношениям (1.13) для $R = 1$ Ом и $Q = 10$. Графики (3) и (4) соответствуют приближенным соотношениям (1.14), полученным для области малых расстройек. Видно, что в области изменения частоты генератора приблизительно $\pm 5\%$, графики приближенных зависимостей хорошо совпадают с точными кривыми. При этом на собственной частоте модуль входного сопротивления минимален и равен $R = 1$ Ом, а сдвиг фаз равен нулю.

1.5. Резонанс напряжений

При гармоническом воздействии на контур комплексные амплитуды тока, напряжения на сопротивлении, индуктивности и емкости описываются соотношениями:

$$\begin{aligned}\bar{I}_m &= \frac{\bar{E}_m}{Z_{ex}} = \frac{\bar{E}_m}{R(1+j\xi)}; \quad \bar{U}_{Rm} = R\bar{I}_m = \frac{\bar{E}_m}{1+j\xi}; \\ \bar{U}_{Lm} &= Z_L \bar{I}_m = j\omega L \frac{\bar{E}_m}{R(1+j\xi)} \frac{\omega_0}{\omega} = j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{\rho}{R} \frac{\bar{E}_m}{(1+j\xi)} = j \frac{\omega}{\omega_0} Q \frac{\bar{E}_m}{1+j\xi}; \\ \bar{U}_{Cm} &= Z_C \bar{I}_m = -j \frac{1}{\omega C} \frac{\bar{E}_m}{R(1+j\xi)} \frac{\omega_0}{\omega} = -j \frac{\omega_0}{\omega} \frac{\rho}{R} \frac{\bar{E}_m}{(1+j\xi)} = -j \frac{\omega_0}{\omega} Q \frac{\bar{E}_m}{1+j\xi}.\end{aligned}\quad (1.15)$$

Частотные зависимости модулей этих величин имеют вид

$$I_m = \frac{|\bar{E}_m|}{R\sqrt{1+\xi^2}}, \quad U_{Rm} = \frac{|\bar{E}_m|}{\sqrt{1+\xi^2}}, \quad U_{Lm} = \frac{\omega}{\omega_0} Q \frac{|\bar{E}_m|}{\sqrt{1+\xi^2}}, \quad U_{Cm} = \frac{\omega_0}{\omega} Q \frac{|\bar{E}_m|}{\sqrt{1+\xi^2}}. \quad (1.16)$$

Анализ напряжений на индуктивности и емкости (1.16) на экстремум показывает [3, стр. 196], что максимум напряжения на емкости наблюдается на частоте меньшей ω_0 , а максимум напряжения на индуктивности – на частоте большей ω_0 . Но ток в контуре (а, значит, и напряжение на сопротивлении R) достигают наибольших значений на собственной частоте ω_0 . Тем не менее, с увеличением добротности контура разница между частотами максимумов и собственной частотой уменьшается. Поэтому в практически важных случаях ($Q \sim 50 - 300$) этим эффектом можно пренебречь.

При малых расстройках соотношения для U_{Cm} и U_{Lm} в (1.16) примут вид

$$\bar{U}_{Lm} = jQ \frac{\bar{E}_m}{1+j\xi}, \quad \bar{U}_{Cm} = -jQ \frac{\bar{E}_m}{1+j\xi}. \quad (1.17)$$

При резонансе $\xi = 0$. Далее, учитывая что $j = e^{j\pi/2}$; $-j = e^{-j\pi/2}$, получим

$$\bar{U}_{Lm} = QE_m e^{j\pi/2} \quad \text{и} \quad \bar{U}_{Cm} = QE_m e^{-j\pi/2}. \quad (1.18)$$

Из соотношений (1.18) следует, что при резонансе напряжения на реактивных элементах контура в Q раз больше напряжения генератора и противоположны по фазе. Это явление, получило название «РЕЗОНАНС НАПРЯЖЕНИЙ». Полное определение этого явления можно сформулировать следующим образом.

~~~~~  
Резонансом напряжений называется явление, возникающее в последователь-  
 ~~~~~

ном колебательном контуре в режиме вынужденных колебаний при совпадении частоты внешнего генератора с собственной частотой контура. При этом напряжения на реактивных элементах контура возрастают в Q раз по сравнению с напряжением генератора и становятся противоположными по фазе.

При приближении к резонансу в высокодобротном последовательном колебательном контуре сдвиг фаз напряжения на индуктивности стремится к $+90^\circ$, а сдвиг фаз напряжения на емкости стремится к -90° . Эти напряжения становятся почти противофазными. На рис. 1.4 представлена векторная диаграмма напряжений и тока в таком контуре при резонансе. Видно, что сдвиг фаз между напряжениями на реактивных элементах стремится к 180 градусам, а сдвиг фаз между током и ЭДС генератора равен нулю. Это означает, что входное сопротивление контура чисто активно и на нем падает вся ЭДС генератора.

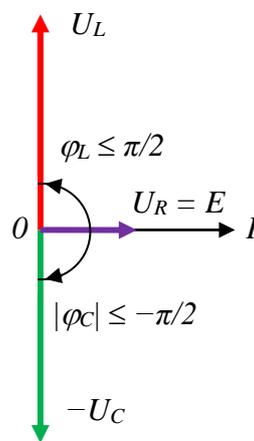


Рис. 1.4. Векторная диаграмма тока и напряжений на элементах высокодобротного последовательного колебательного контура при резонансе.

1.6. Экспериментальное исследование последовательного колебательного контура

На практике частотные свойства последовательного колебательного контура исследуют при включении его четырехполюсником. Входным напряжением

ем в этом случае является ЭДС генератора, а выходное напряжение снимают либо с конденсатора, рис. 1.5а, либо с катушки



Рис. 1.5. Последовательный колебательный контур как четырехполюсник с емкостным выходом U_C (а) и индуктивным выходом U_L (б)

индуктивности, рис. 1.5б. Комплексные коэффициенты передачи четырехполюсников получим из выражений (1.16). Для первого четырехполюсника это будет:

$$\bar{K}_C(\omega) = \frac{\bar{U}_{Cm}}{E_m} = -j \frac{Q}{\sqrt{1+\xi^2} \cdot e^{j\varphi(\omega)}} = \frac{Q}{\sqrt{1+\xi^2}} e^{-j[\pi/2+\varphi(\omega)]} = |\bar{K}_C(\omega)| e^{j\Phi_C(\omega)}. \quad (1.19)$$

Здесь АЧХ: $|\bar{K}_C(\omega)| = \frac{Q}{\sqrt{1+\xi^2}}$ и ФЧХ: $\Phi_C(\omega) = -\pi/2 - \varphi(\omega)$, а $\varphi(\omega) =$

$\arctg \xi$ - сдвиг фаз между напряжением на элементе и током в контуре. Для второго четырехполюсника:

$$\bar{K}_L(\omega) = \frac{\bar{U}_{Lm}}{E_m} = j \frac{Q}{\sqrt{1+\xi^2} \cdot e^{j\varphi(\omega)}} = \frac{Q}{\sqrt{1+\xi^2}} e^{j[\pi/2-\varphi(\omega)]} = |\bar{K}_L(\omega)| e^{j\Phi_L(\omega)}. \quad (1.20)$$

Здесь АЧХ: $|\bar{K}_L(\omega)| = \frac{Q}{\sqrt{1+\xi^2}}$ и ФЧХ: $\Phi_L(\omega) = \pi/2 - \varphi(\omega) = \pi/2 - \arctg \xi$.

Из соотношений (1.18) и (1.19) видно, что АЧХ обоих четырехполюсников совпадают, а ФЧХ относительно друг друга сдвинуты на 180° . На рис. 1.6 показаны графики функций ФЧХ четырехполюсников (1.19), (1.20) и АЧХ четырехполюсников в нормализованном виде при $Q = 10$

$$\frac{\bar{K}_C(\omega)}{Q} = \frac{\bar{K}_L(\omega)}{Q} = n_K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}. \quad (1.21)$$

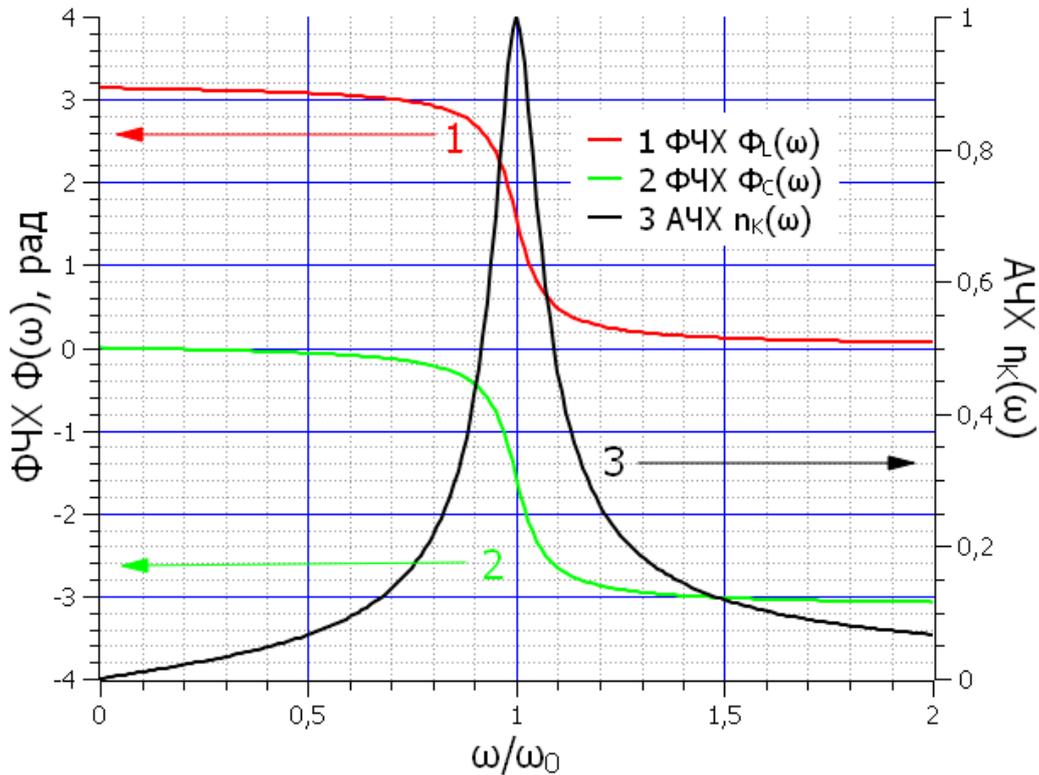


Рис. 1.6. ФЧХ (1, 2) и нормализованная АЧХ (3) последовательного колебательного контура как четырехполюсника при $Q = 10$

2. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР

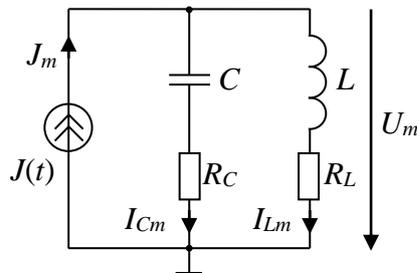


Рис. 2.1. Параллельный колебательный контур

Параллельный колебательный контур представляет собой параллельное соединение реактивных элементов C и L с сопротивлениями потерь R_C и R_L , к которым подключен идеальный источник тока $\bar{J}(t) = \bar{J}_m e^{j\omega t}$, где $J_m = \text{const}$ – амплитуда тока, рис. 2.1. Этот ток создает на контуре напряжение с комплексной амплитудой \bar{U}_m . Тогда комплексные амплитуды токов в ветвях определяются как

$$\bar{I}_{Lm} = \frac{\bar{U}_m}{j\omega L + R_L}, \quad \bar{I}_{Cm} = \frac{\bar{U}_m}{1/j\omega C + R_C}, \quad \bar{J}_m = \bar{I}_{Lm} + \bar{I}_{Cm}. \quad (2.1)$$

2.1. Входное сопротивление

Входное или эквивалентное сопротивление параллельного контура удовлетворяет соотношению

$$\bar{Z}_{ex} = \frac{\bar{U}_m}{\bar{I}_{Lm} + \bar{I}_{Cm}} = \frac{(j\omega L + R_L)(1/j\omega C + R_C)}{R_L + R_C + j(\omega L - 1/\omega C)}.$$

На практике потери реактивных элементов малы, то есть для $\omega \cong \omega_0$ справедливы неравенства $\omega L \gg R_L$ и $1/\omega C \gg R_C$, тогда

$$\bar{Z}_{ex} = \frac{L/C}{R + j(\omega L - 1/\omega C)},$$

где $R = R_L + R_C$. Отсюда

$$\bar{Z}_{ex} = \frac{\rho^2}{R + j\rho\nu} = \frac{\rho^2/R}{1 + jQ\nu} = \frac{\rho^2/R}{1 + j\xi}, \quad (2.2)$$

где Q добротность контура; ν , ξ - относительная и обобщенная расстройки.

При резонансе $\omega = \omega_0$ $\xi = 0$, поэтому входное сопротивление контура

$$\bar{Z}_{ex}(\omega_0) = R_{ex} = \rho^2/R = Q\rho = Q^2 R \quad (2.3)$$

имеет резистивный характер и его называют резонансным сопротивлением параллельного LCR-контура.

Резонансное сопротивление параллельного контура R_{ex} в Q^2 раз превышает активное сопротивление R последовательного колебательного контура.

2.2. Частотные характеристики

Поскольку параллельный колебательный контур как двухполюсник подключен к идеальному генератору тока, то, по определению, его комплексным коэффициентом передачи является входное сопротивление (2.2). На практике измеряемой величиной является напряжение на контуре, которое вследствие закона Ома пропорционально входному сопротивлению:

$$\bar{U}(\omega) = \bar{Z}_{ex}(\omega) \bar{J}(\omega) = \frac{\rho^2/R}{1+j\xi} \cdot \bar{J}(\omega). \quad (2.4)$$

Амплитудно-частотную характеристику, то есть модуль (2.4), запишем в виде

$$|\bar{U}(\omega)| = \frac{(\rho^2/R) |\bar{J}(\omega)|}{\sqrt{1+\xi^2}}, \quad (2.5)$$

а фазочастотную характеристику как

$$\Phi(\omega) = -\arctg \xi. \quad (2.6)$$

АЧХ параллельного колебательного контура (2.5) можно представить в нормированном виде:

$$n_U(\omega) = \frac{|\bar{U}(\omega)|}{U_{рез}(\omega_0)} = \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}, \quad (2.7)$$

где $U_{рез}(\omega_0) = (\rho^2/R)J(\omega_0)$. Видно, что нормированная АЧХ параллельного колебательного контура (2.7) совпадает с нормированной АЧХ последовательного колебательного контура (1.20).

На рис. 2.2 показана ФЧХ (2.6) и нормализованная АЧХ (2.7) параллельного колебательного контура с $Q = 10$.

2.3. Резонанс токов

Параллельный колебательный контур на резонансной частоте обладает только резистивным сопротивлением (2.3), а амплитуда напряжения на контуре максимальна (рис. 2.2). Но изменение вблизи резонанса испытывают также и амплитуды токов в ветвях реактивных элементов. Найдем отношения токов в ветвях к току во внешней цепи. Для этого подставим напряжение на контуре в выражения для комплексных амплитуд токов (2.1) и получим

$$\frac{\bar{I}_{Lm}}{\bar{J}_m} = \frac{\bar{U}_m}{j\omega L \cdot \bar{J}_m} = \frac{\bar{Z}_{ex} \bar{J}_m}{j\omega L \cdot \bar{J}_m} = -j \frac{\omega_0}{\omega} \frac{1}{\omega_0 L} \frac{\rho^2/R}{1+j\xi} = -j \frac{\omega_0}{\omega} \frac{Q}{1+j\xi}, \quad (2.8)$$

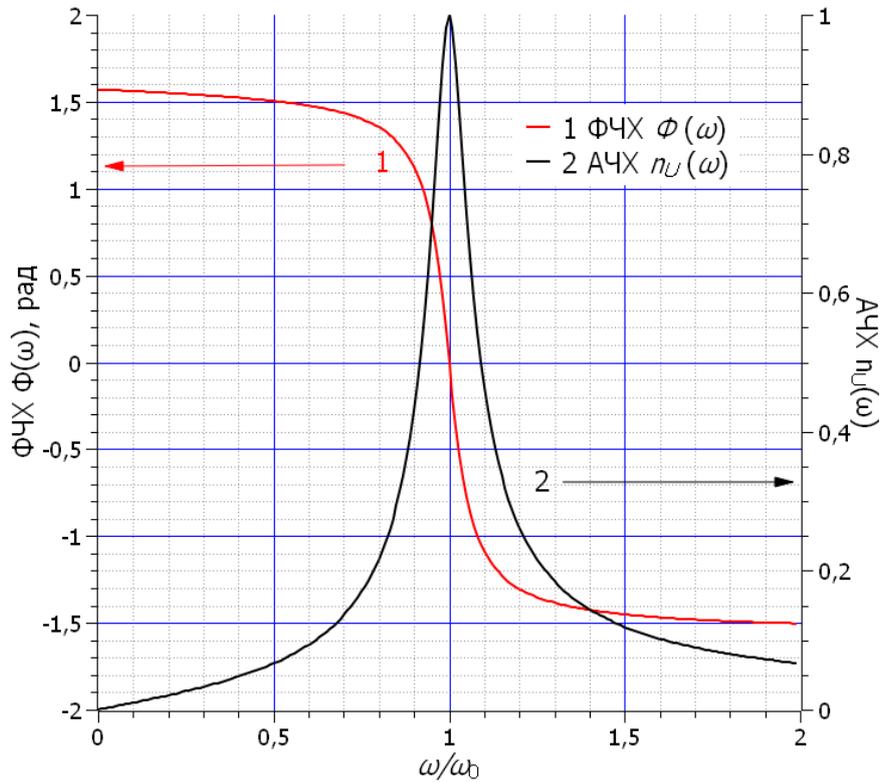


Рис. 2.2. ФЧХ (1) и нормализованная АЧХ (2) параллельного колебательного контура с $Q = 10$

а также

$$\frac{\bar{I}_{Cm}}{\bar{J}_m} = j\omega C \frac{\bar{U}_m}{\bar{J}_m} = j\omega C \frac{\bar{Z}_{ex} \bar{J}_m}{\bar{J}_m} = j \frac{\omega}{\omega_0} \omega_0 C \frac{\rho^2 / R}{1 + j\xi} = j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{Q}{1 + j\xi}. \quad (2.9)$$

Выражения (2.8) и (2.9) полностью совпадают с нормализованными напряжениями на реактивных элементах в последовательном колебательном контуре (1.16). Поэтому, сделав анализ на экстремум, мы получим выражения такие же, как (1.17) и (1.18), но только для токов в ветвях параллельного колебательного контура. Однако теперь ток через индуктивность достигает максимума на частоте меньшей ω_0 , ток через емкость на частоте большей ω_0 , а напряжение на контуре – на частоте ω_0 . В высокодобротном приближении этим различием так же, как и в последовательном контуре, можно пренебречь.

Запишем выражения (2.8) и (2.9) при малых расстройках в показательной форме

$$\frac{\bar{I}_{Lm}}{J_m} = \frac{Q}{\sqrt{1+\xi^2}} e^{-j[\pi/2+\varphi(\omega)]} = \frac{Q}{\sqrt{1+\xi^2}} e^{j\Phi_{IL}(\omega)} = |\bar{K}_I(\omega)| e^{j\Phi_{IL}(\omega)} \quad (2.10)$$

и

$$\frac{\bar{I}_{Cm}}{J_m} = \frac{Q}{\sqrt{1+\xi^2}} e^{j[\pi/2-\varphi(\omega)]} = \frac{Q}{\sqrt{1+\xi^2}} e^{j\Phi_{IC}(\omega)} = |\bar{K}_I(\omega)| e^{j\Phi_{IC}(\omega)}. \quad (2.11)$$

Из выражений (2.10) и (2.11) видно, что частотные зависимости амплитуд токов в ветвях одинаковы

$$\frac{|\bar{I}_{Lm}|}{|J_m|} = \frac{|\bar{I}_{Cm}|}{|J_m|} = |\bar{K}_I(\omega)| = \frac{Q}{\sqrt{1+\xi^2}}, \quad (2.12)$$

но сдвиг фаз токов равен 180° .

$$\Phi_{IL}(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctg \xi(\omega) \text{ и } \Phi_{IC}(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctg \xi(\omega). \quad (2.13)$$

При резонансе $\xi = 0$, поэтому

$$\frac{\bar{I}_{Lm}}{J_m} = Q e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad (2.14)$$

и

$$\frac{\bar{I}_{Cm}}{J_m} = Q e^{j\frac{\pi}{2}}. \quad (2.15)$$

Это означает, что при резонансе токи в ветвях контура в Q раз больше тока во внешней цепи, причем ток в индуктивной ветви опаздывает от тока во внешней ветви почти на 90° , а ток в емкостной ветви опережает его примерно на тот же угол, то есть токи в ветвях находятся в противофазе. Указанное явление называют РЕЗОНАНСОМ ТОКОВ. Более полное определение можно сформулировать следующим образом.

Резонансом токов называется явление, возникающее в параллельном колебательном контуре в режиме вынужденных колебаний при совпадении ча-

стоты внешнего генератора с собственной частотой контура. При этом токи в ветвях контура возрастают в Q раз по сравнению с током во внешней цепи и становятся противоположными по фазе.

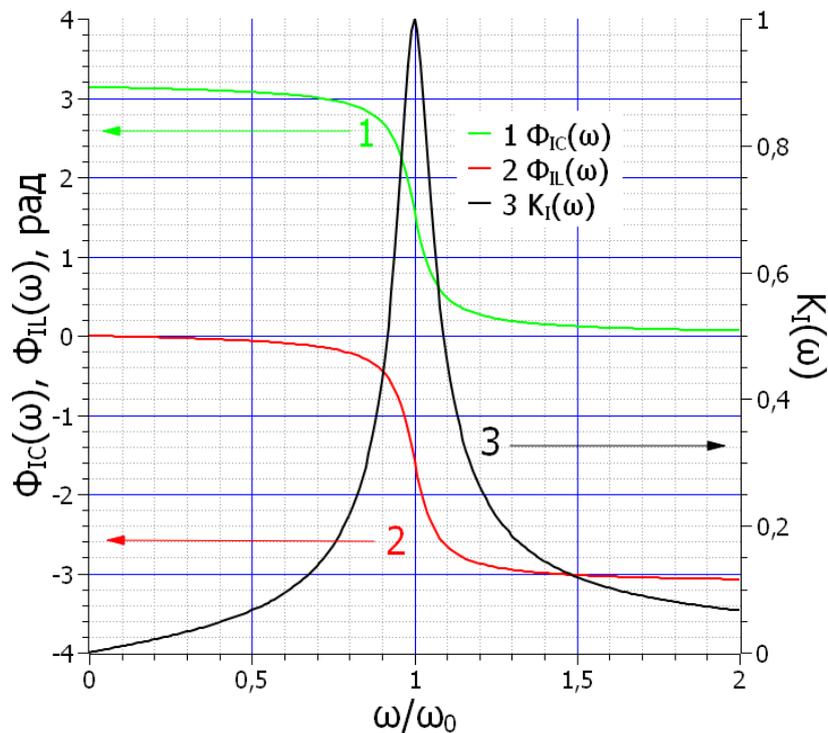


Рис. 2.3. Зависимость сдвига фаз токов в ветвях параллельного колебательно-го контура и тока во внешней цепи (1), (2) и амплитуды токов в ветвях (3) от частоты

На рис. 2.3 показаны графики зависимостей (2.12) и (2.13). Видно, что сдвиг фаз между токами в ветвях сохраняется равным 180° , а максимум амплитуд токов наблюдается на собственной частоте.

На рис. 2.4 показана векторная диаграмма токов в ветвях параллельного колебательного контура и напряжения на контуре (а) и круговой ток в контуре (б) в идеальном (гипотетическом) случае при отсутствии затухания $R_C = R_L = 0$. В этих условиях ток внутри контура становится круговым, то есть сдвиг фаз между токами в ветвях контура будет равен точно 180° (рис. 2.4а), а ток во внешней цепи обращается в ноль ($Z_{вх} = \infty$) [2, стр. 183].

При наличии потерь в контуре входное сопротивление будет чисто активным не на собственной частоте ω_0 , а на частоте точного резонанса ω_0^* , что следует из анализа соотношения 2.1

$$\omega_0^* = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{r_L^2}{\rho^2}}{1 - \frac{r_C^2}{\rho^2}}}. \quad (2.16)$$

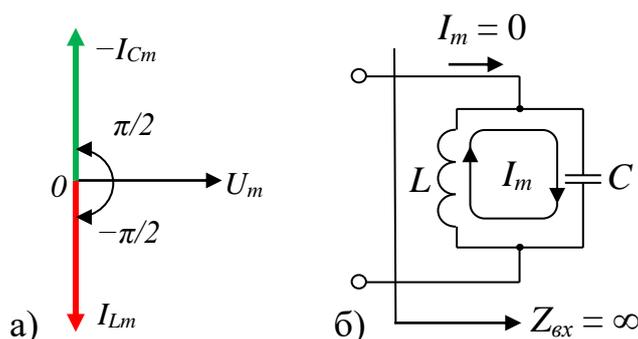


Рис. 2.4. Векторная диаграмма токов в ветвях параллельного колебательного контура и напряжения на контуре (а) и круговой ток в контуре (б) при резонансе в идеальном случае

На практике потери энергии в индуктивной ветви параллельного контура (рис. 2.1), обусловленные сопротивлением проводов катушки индуктивности, намного больше, чем в емкостной: $R_C \ll R_L$. Поэтому резистор, символизирующий потери энергии в контуре, оставляют только в индуктивной ветви и считают, что все потери энергии обусловлены сопротивлением проводов катушки, как это показано на рис. 2.5а. В этом случае, на собственной частоте $\omega = \omega_0$ ток в емкостной ветви I_{Cm} будет больше тока в индуктивной ветви I_{Lm} и будет опережать напряжение на контуре U_m ровно на 90° . Ток I_{Lm} будет отставать от U_m меньше, чем на 90° . Поэтому ток во внешней цепи I_m будет немного опережать U_m , то есть входное сопротивление контура будет реактивным и иметь емкостной характер, рис. 2.5б. Однако если частоту генератора уменьшить до частоты точного резонанса

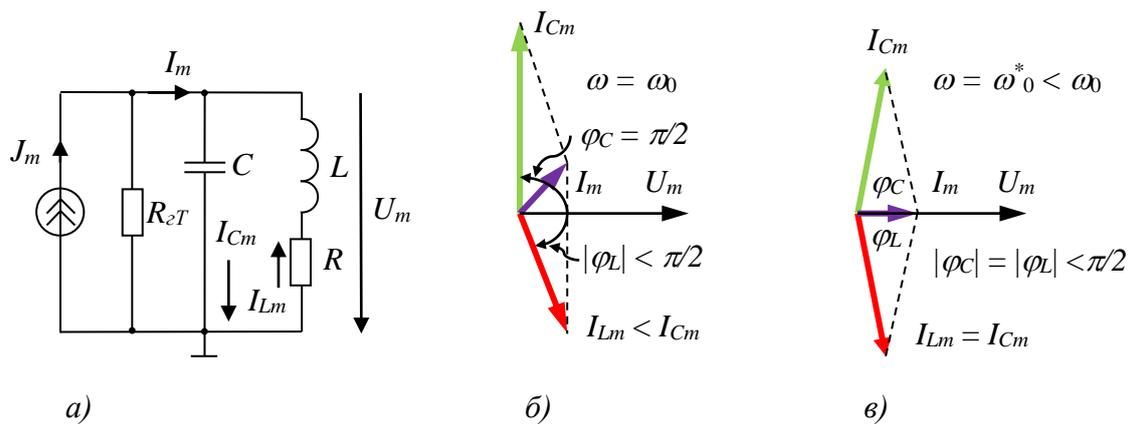


Рис. 2.5. Параллельный колебательный контур с потерями в индуктивной ветви (а), сдвиги фаз в ветвях контура на собственной частоте ω_0 (б) и сдвиги фаз на частоте точного резонанса $\omega^*_0 < \omega_0$ (в)

$$\omega_0^* = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{r_L^2}{\rho^2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}}, \quad (2.17)$$

то токи в ветвях станут равны, а сдвиг фаз между током во внешней цепи и напряжением на контуре станет равным нулю. Это означает, что входное сопротивление контура стало чисто активным и наступил фазовый резонанс, рис. 2.5в.

3. Связь амплитудно-частотной характеристики колебательного контура с добротностью

Как уже говорилось, нормализованная АЧХ как последовательного, так и параллельного контуров в высокодобротном приближении описывается соотношением

$$n_{I,U}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}}. \quad (3.1)$$

На рис. 3.1 показаны графики АЧХ (3.1) для значений добротности $Q = 10$ (1), 30 (2) и 90 (3). Видно, что с увеличением добротности кривые становятся уже. «Ширину» резонансных кривых традиционно измеряют на уровне половинной

мощности. Для напряжения и тока этот уровень составляет $1/\sqrt{2} \approx 0,707$ от максимума. Частотный интервал $\omega_b - \omega_n = \Delta\omega_k$ (здесь ω_b и ω_n – верхняя и нижняя граничные частоты), выделяемый графиком АЧХ на этом уровне, называется полосой пропускания. Из рисунка видно, что ширина полосы пропускания АЧХ обратно пропорциональна добротности.

Для того, чтобы отыскать граничные частоты, найдем значение нормализованной АЧХ на уровне $1/\sqrt{2}$

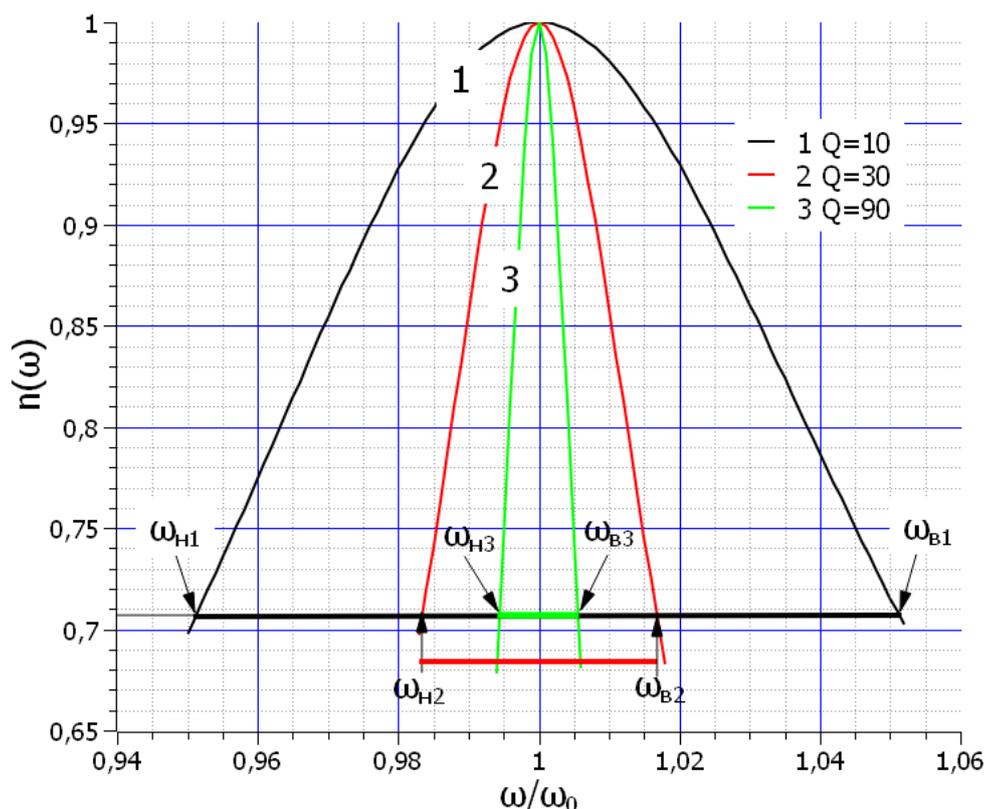


Рис. 3.1. Нормализованные АЧХ последовательного и параллельного контуров с $Q = 10$ (1), $Q = 30$ (2) и $Q = 90$ (3)

$$\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (3.2)$$

Отсюда получим значения обобщенной расстройки, соответствующие верхней граничной (+1) и нижней граничной (-1) частотам [2, стр. 174]:

$$\xi_{1,2} = Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \pm 1. \quad (3.3)$$

Это дает два квадратных уравнения

$$\begin{aligned}\left(\frac{\omega_g}{\omega_0}\right)^2 - \frac{1}{Q}\left(\frac{\omega_g}{\omega_0}\right) - 1 &= 0, \\ \left(\frac{\omega_n}{\omega_0}\right)^2 + \frac{1}{Q}\left(\frac{\omega_n}{\omega_0}\right) - 1 &= 0,\end{aligned}\tag{3.4}$$

решая которые, получим

$$\begin{aligned}\frac{\omega_g}{\omega_0} &= \frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1}, \\ \frac{\omega_n}{\omega_0} &= \frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1}.\end{aligned}\tag{3.5}$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\omega_g - \omega_n}{\omega_0} = \frac{\Delta\omega_k}{\omega_0} = \frac{1}{Q} = d,\tag{3.6}$$

то есть относительная полоса пропускания равна затуханию контура.

Учитывая определение абсолютной расстройки (1.4), после преобразований можно получить очень важный для практики результат – полоса пропускания равна удвоенной абсолютной расстройке [3, стр. 200]

$$\Delta\omega_k \cong 2\Delta\omega.\tag{3.7}$$

4. Влияние параметров внешних цепей на добротность колебательного контура

Частотные свойства последовательного и параллельного контуров в предыдущих разделах были рассмотрены при их подключении к идеальному генератору напряжения с нулевым внутренним сопротивлением и идеальному генератору тока с бесконечным сопротивлением, соответственно. На практике источник сигнала, к которому подключается тот или иной колебательный контур, всегда имеет конечное сопротивление и поэтому вносит в контур дополнительное затухание. Кроме того, любое устройство, которое подключается к колебательному контуру для измерения либо усиления выходного сигнала, также

имеет конечное сопротивление и вносит дополнительное затухание, уменьшая добротность. Сделаем оценку этого влияния отдельно для каждого вида контуров.

4.1. Влияние на добротность последовательного колебательного контура

Как уже говорилось, на практике последовательный колебательный контур включается как четырехполюсник, источником сигнала для которого является эквивалентный генератор напряжения с внутренним сопротивлением r_2 . Выходной сигнал обычно снимается с конденсатора, что позволяет избежать нежелательных резонансов. Это означает, что сопротивление нагрузки подключается параллельно конденсатору, рис. 4.1а. Для учета влияния сопротивления нагрузки необходимо пересчитать его в сопротивление r_H , включенное последовательно с собственным сопротивлением контура R , рис. 4.1б. Внутреннее сопротивление генератора r_2 уже включено последовательно с R , поэтому и r_H и r_2 будут просто суммироваться с R в знаменателе выражения для эквивалентной добротности:

$$Q_{\text{экв}} = \frac{\rho}{R + R_2 + r_H} = \frac{Q_{\text{собств}}}{1 + \frac{R_2}{R} + \frac{\rho^2}{R_H R}}. \quad (4.1)$$

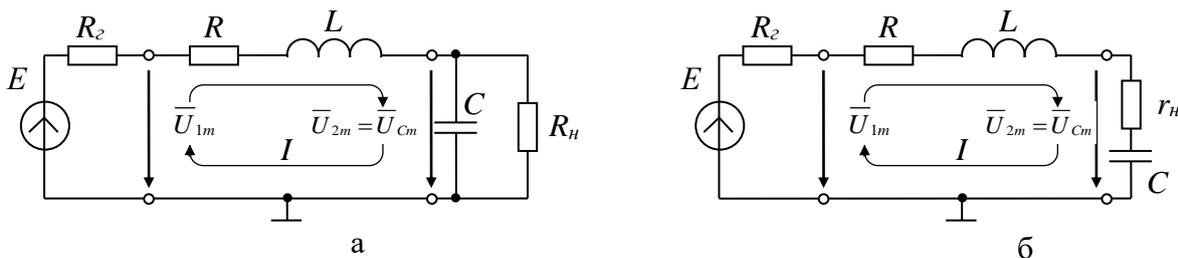


Рис. 4.1. Учет влияния сопротивления генератора и сопротивления нагрузки на добротность последовательного колебательного контура

Из выражения (4.1) следует, что для увеличения эквивалентной добротности контура внутреннее сопротивление источника сигнала должно стремиться к нулю, а сопротивление нагрузки – к бесконечности. Другими словами,

в качестве источника сигнала необходимо использовать эквивалентный генератор напряжения и высокоомную нагрузку.

Пересчет параллельного сопротивления нагрузки R_H в последовательное r_H на рис. 4.1 производится на основе свойств эквивалентных двухполюсников [1, с. 64], [2, с. 142]:

$$r_H = \frac{1}{(\omega_0 C)^2 R_H} = \frac{\rho^2}{R_H}. \quad (4.2)$$

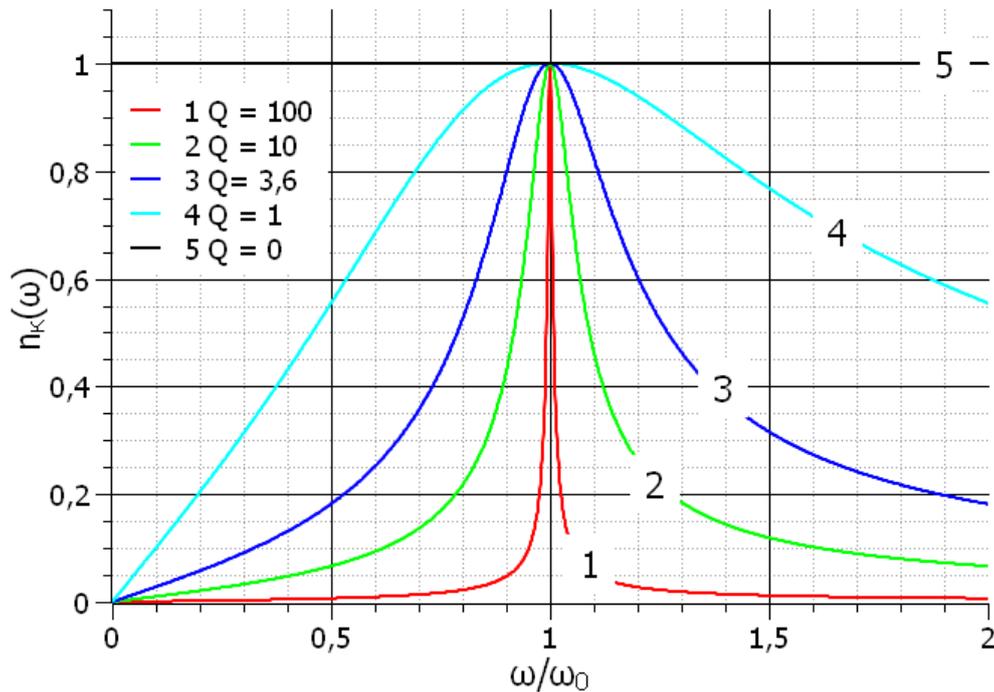


Рис. 4.2. Нормированные АЧХ последовательного колебательного контура – предельная при $R_G = 0$, $Q_{\text{собств}} = 100$ (1); при $R_G = 9 \text{ Ом}$, $Q_{\text{экв}} = 10$ (2); при $R_G = 27 \text{ Ом}$, $Q_{\text{экв}} = 3,6$ (3); при $R_G = 99 \text{ Ом}$, $Q_{\text{экв}} = 1$ (4); при $R_G = \infty$, $Q_{\text{экв}} = 0$ (5)

На рис. 4.2 показаны нормированные АЧХ последовательного колебательного контура (1.20) с условными параметрами – $R = 1 \text{ Ом}$, $\rho = 100 \text{ Ом}$ и $Q_{\text{собств}} = 100$ при разных внутренних сопротивлениях питающего генератора R_G и $R_H = \infty$. Кривая 1 показывает предельную [1, 2] АЧХ при подключении контура к идеальному источнику напряжения с $R_G = 0$. Кривая 2 – при внутреннем сопротивлении генератора $R_G = 9 \text{ Ом}$ и $Q_{\text{экв}} = 10$. Кривая 3 – при $R_G = 27 \text{ Ом}$ и $Q_{\text{экв}} = 3,6$. Кривая 4 – при $R_G = 99 \text{ Ом}$ и $Q_{\text{экв}} = 1$. Кривая 5 – при

питании контура идеальным генератором тока с $R_{\Gamma} = \infty$. В этом случае $Q_{\text{эКВ}} = 0$, то есть контур полностью теряет резонансные свойства.

Подобное же поведение АЧХ контура будет наблюдаться при уменьшении сопротивления нагрузки $R_{\text{н}}$, как это следует из соотношения (4.1). При питании контура идеальным генератором напряжения с $R_{\Gamma} = 0$ кривая 1 с $Q_{\text{собств}} = 100$ будет наблюдаться при $R_{\text{н}} = \infty$. Кривая 2 с $Q_{\text{эКВ}} = 10$ – при $R_{\text{н}} = 1,1$ кОм. Кривая 3 с $Q_{\text{эКВ}} = 3,6$ – при $R_{\text{н}} = 370$ Ом. Кривая 4 с $Q_{\text{эКВ}} = 1$ – при $R_{\text{н}} = 101$ Ом. Кривая 5 с $Q_{\text{эКВ}} = 0$ – при $R_{\text{н}} = 0$.

4.2. Влияние на добротность параллельного колебательного контура

Как уже говорилось в разделе 2, на практике резистор, символизирующий потери энергии в контуре, оставляют только в индуктивной ветви и считают, что все потери энергии обусловлены сопротивлением проводов катушки.

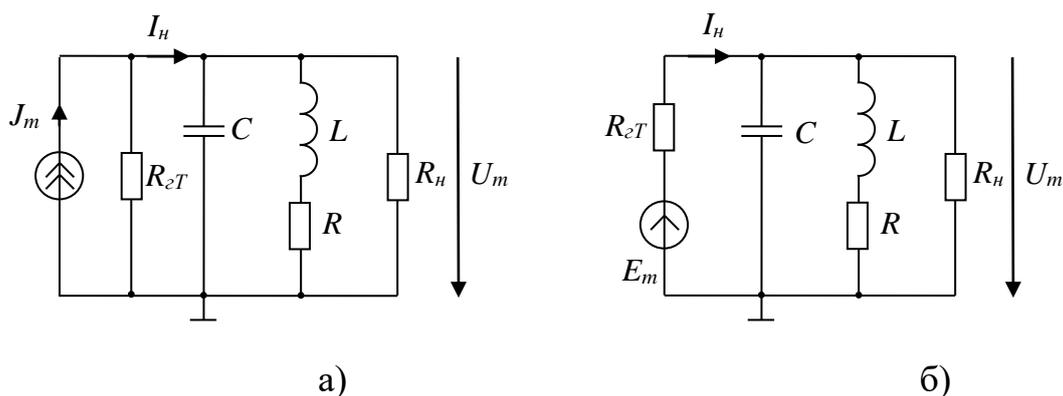


Рис. 4.2. Подключение эквивалентного генератора тока и нагрузки (а) и эквивалентного генератора напряжения и нагрузки (б) к параллельному колебательному контуру

Реальный источник сигнала, обладающий конечным сопротивлением R_{2T} и нагрузка $R_{\text{н}}$, подключаемые параллельно контуру (как показано на рис. 4.2а), вносят дополнительное затухание, уменьшающее добротность. Выражение для эквивалентной добротности можно получить аналогично (4.1), пересчитывая параллельные сопротивления в последовательные:

$$Q_{\text{эkv}} = \frac{\rho}{R + r_2 + r_n} = \frac{\rho}{R + \frac{\rho^2}{R_2} + \frac{\rho^2}{R_n}} = \frac{Q_{\text{собств}}}{1 + \frac{\rho^2}{R_2 R} + \frac{\rho^2}{R_n R}}. \quad (4.3)$$

Из (4.3) следует, что для увеличения эквивалентной добротности необходимо увеличивать внутреннее сопротивление генератора R_2 и сопротивление нагрузки R_n . Другими словами, в качестве источника сигнала необходимо использовать эквивалентный генератор тока, а нагрузка должна быть высокоомной.

Поскольку естественных источников тока не существует, то на практике эквивалентный генератор тока моделируется эквивалентным генератором напряжения с большим внутренним сопротивлением, равным сопротивлению эквивалентного генератора тока R_{2T} и ЭДС $E_m = J_m R_{2T}$ [2, стр. 191], как это показано на рис. 4.2б.

Как уже говорилось (разд. 2), нормированные АЧХ параллельного колебательного контура совпадают с нормированными АЧХ последовательного колебательного контура. Поэтому они будут иметь вид, показанный на рис. 4.2, но для других внутренних сопротивлений генератора. При отсутствии нагрузки $R_n = \infty$ и питания контура эквивалентным генератором тока кривая 1 с $Q_{\text{собств}} = 100$ будет наблюдаться при $R_T = \infty$. Кривая 2 с $Q_{\text{эkv}} = 10$ – при $R_T = 1, 1$ кОм. Кривая 3 с $Q_{\text{эkv}} = 3,6$ – при $R_T = 370$ Ом. Кривая 4 с $Q_{\text{эkv}} = 1$ – при $R_T = 101$ Ом. Кривая 5 с $Q_{\text{эkv}} = 0$ – при $R_T = 0$.

Влияние нагрузки на параллельный колебательный контур при питании его идеальным генератором тока с $R_T = \infty$ будет таким же, как влияние нагрузки на последовательный колебательный контур (4.3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Атабеков, Г. И. Основы теории цепей: учебник / Г. И. Атабеков. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 432 с. — ISBN 978-5-8114-0699-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.

— URL: <https://e.lanbook.com/book/95> (дата обращения: 06.04.2020). —

Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей: учебник / Н.В. Зернов. – М. – Л., Энергия, 1965, 892 с.
3. Хохлов А.В. Теоретические основы радиоэлектроники: учеб. пособие / А.В. Хохлов. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2005. 296 с.: ил. – ISBN 5 292 03435 5

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

5.1. Описание лабораторной установки

Блок-схема лабораторной установки показана на рис. 5.1. Она состоит из лабораторного макета (1), генератора сигналов (2) и осциллографа (3).

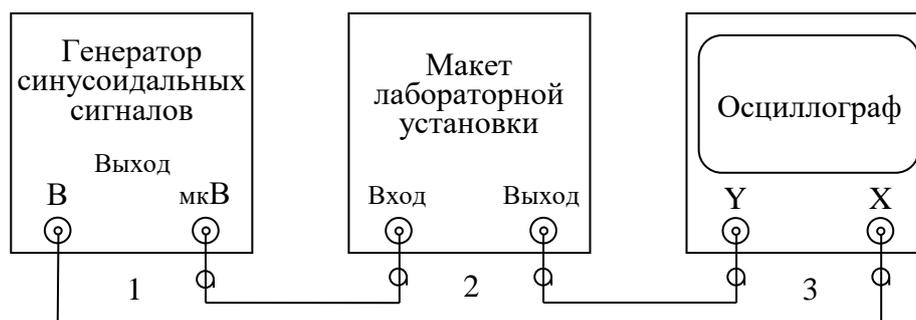


Рис. 5.1. Блок-схема лабораторной установки

Схема лабораторного макета показана на рис. 5.2. Объект исследования – колебательный контур образуется катушками индуктивности либо $L1$, либо $L2$ и конденсатором переменной емкости C . Катушки имеют разные параметры и выбираются при включении в контур переключателем $SA3$. Катушка $L1 = 148$ мкГн и $R = 5$ Ом. Катушка $L2 = 15,6$ мкГн и $R = 1$ Ом. Конденсатор переменной емкости C снабжен лимбом и градуирован по емкости. Градуировочный график размещен в приложении.

Тип контура определяется положением переключателя $SA1$. В верхнем положении переключателя (показано на схеме) образуется параллельный колебательный контур. При этом замкнуты контакты $SA1.1 - SA1.3$, через которые

сигнал с входных гнезд «XS1 – XS2» поступает на верхнюю обкладку конденсатора C , соединенную с правыми выводами катушек индуктивности. Нижняя обкладка конденсатора подключена к корпусу (общей шине). Поскольку через контакты SA2.2 – SA2.5 левые выводы катушек (либо $L1$, либо $L2$) в этом случае подключены к корпусу, то конденсатор и катушка оказываются включены параллельно, то есть образуется параллельный колебательный контур.

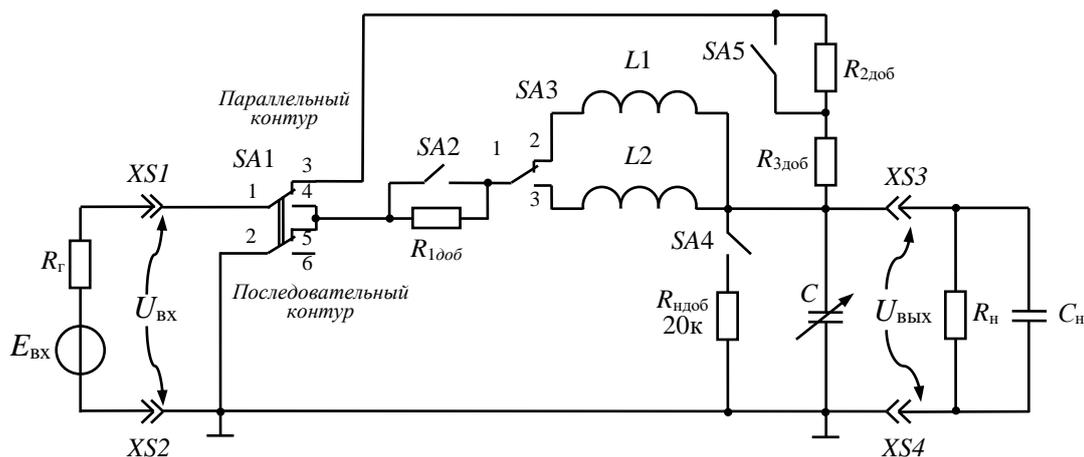


Рис. 5.2. Принципиальная схема лабораторного макета

При изучении влияния сопротивления нагрузки на добротность контура параллельно конденсатору C при помощи ключа SA4 подключается добавочный резистор нагрузки $R_{ндоб}$ 20к. Резисторы $R_{2доб}$ и $R_{3доб}$ моделируют большое внутреннее сопротивление эквивалентного источника тока. Ключ SA5 позволяет замкнуть резистор $R_{2доб}$, что уменьшает внутреннее сопротивление эквивалентного источника тока, питающего параллельный колебательный контур. Эта коммутация используется при изучении влияния внутреннего сопротивления генератора на добротность колебательного контура.

В нижнем положении переключателя SA1 замкнуты контакты SA2.1 – SA2.4 и SA2.2 – SA2.6. Через контакты SA2.1 – SA2.4 сигнал с входных гнезд «XS1 – XS2» через замкнутые контакты ключа SA2 и контакты переключателя SA3 поступает на левые выводы катушек $L1$ или $L2$. В этом случае эквивалентный источник напряжения с ЭДС E и внутренним сопротивлением R_r , катушки

индуктивности и конденсатор оказываются включены последовательно, то есть образуется последовательный колебательный контур.

При исследовании влияния внутреннего сопротивления генератора сигнала на добротность контура ключ $SA2$ необходимо разомкнуть, что увеличит внутреннее сопротивление генератора на значение номинала резистора $R_{1\text{доб}}$. Влияние сопротивления нагрузки на добротность контура можно исследовать при замыкании ключа $SA4$, который подключает дополнительный резистор нагрузки $R_n = 20$ к параллельно конденсатору C .

Резистор R_n и конденсатор C_n , которые на схеме рис. 5.2 подключены к выходным гнездам $XS3$ и $XS4$, образованы входными сопротивлениями и входными емкостями измерительных приборов. В данной работе при измерениях АЧХ используется милливольтметр переменного тока ВЗ-38, а при фазовых измерениях осциллограф С1-72. Эти приборы обладают большими входными сопротивлениями, которые можно устремить к бесконечности и не учитывать. Однако емкость нагрузки C_n , образованная емкостью входного кабеля милливольтметра и его входной емкостью, заметно уменьшает расчетную резонансную частоту контура. Поэтому в расчетах необходимо использовать значение $C_{\text{экв}} = C + C_n$, где C – емкость конденсатора переменной емкости, а C_n – емкость нагрузки.

Поскольку фазовые измерения носят качественный характер и не требуют вычислений, входные параметры осциллографа при их проведении не учитываются.

5.2. Задание на проведение эксперимента

5.2.1. Вычисление параметров, общих для последовательного и параллельного колебательных контуров

- 1) Вычислить значения резонансных частот контуров для индуктивностей $L1 - f_{01}$ и $L2 - f_{02}$ и емкости контура C_k , которая складывается из емкости C конденсатора переменной емкости и емкости нагрузки C_n : $C_k = C + C_n$. Значение C в делениях лимба задается преподавателем. Соответствие числа делений

лимба емкости конденсатора C определяется по калибровочной кривой в пункте 2 приложения. Емкость нагрузки $C_H = 117$ пФ.

$$\omega_0 = \sqrt{1/LC_k} = 2\pi f_0; \quad f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC_k}. \quad (5.1)$$

Значение C_k остается неизменным в течение всего эксперимента.

- 2) Вычислить собственные добротности контуров для индуктивностей $L1 = 148$ мкГн, $R_{L1} = 5$ Ом и $L2 = 15,6$ мкГн, $R_{L2} = 1$ Ом и C_k :

$$Q_{собств} = \frac{1}{R_L} \sqrt{\frac{L}{C_k}}. \quad (5.2)$$

5.2.2. Вычисление эквивалентной добротности последовательного колебательного контура

- 1) Вычислить эквивалентную добротность контура, подключенного к генератору с минимальным внутренним сопротивлением $R_{\min} = 35$ Ом для индуктивностей $L1$ и $L2$ без нагрузки:

$$Q_{эkv} = \frac{\rho}{R_L + R_2} = \frac{Q_{собств}}{1 + \frac{R_2}{R_L}}, \quad (5.3)$$

где $\rho^2 = L/C_k$.

- 2) Вычислить эквивалентную добротность контура, подключенного к генератору с максимальным внутренним сопротивлением $R_{\max} = 35$ Ом + $R_{1доб}$ для индуктивностей $L1$ и $L2$ без нагрузки, используя соотношение (5.3).
- 3) Вычислить эквивалентную добротность контура, подключенного к генератору с максимальным внутренним сопротивлением $R_{\max} = 35$ Ом + $R_{1доб}$ для индуктивностей $L1$ и $L2$ и с подключенным добавочным резистором нагрузки $R_{Hдоб} = 10$ кОм. Для этого воспользоваться формулой (4.1) с принятыми в данной работе обозначениями

$$Q_{эkv} = \frac{\rho}{R_L + R_2 + r_{Hдоб}} = \frac{Q_{собств}}{1 + \frac{R_2}{R_L} + \frac{\rho^2}{R_{Hдоб} R_L}}.$$

5.2.3. Вычисление эквивалентной добротности параллельного колебательного контура

- 1) Вычислить эквивалентную добротность контура, подключенного к генератору с максимальным внутренним сопротивлением $R_{\text{гmax}} = R_{2\text{доб}} + R_{3\text{доб}}$ для индуктивностей $L1$ и $L2$ без нагрузки:

$$Q_{\text{экв}} = \frac{\rho}{R_L + r_2} = \frac{Q_{\text{собств}}}{1 + \rho^2 / R_L R_2}. \quad (5.4)$$

- 2) Вычислить эквивалентную добротность контура, подключенного к генератору с минимальным внутренним сопротивлением $R_{\text{гmin}} = R_{3\text{доб}}$ для индуктивностей $L1$ и $L2$ без нагрузки.

- 3) Вычислить эквивалентную добротность контура, подключенного к генератору с минимальным внутренним сопротивлением $R_{\text{гmin}} = R_{3\text{доб}}$ для индуктивностей $L1$ и $L2$ и с подключенным добавочным резистором нагрузки $R_{\text{ндоб}} = 10$ кОм. Для этого воспользоваться формулой (4.3) с принятыми в данной работе обозначениями

$$Q_{\text{экв}} = \frac{\rho}{R_L + r_2 + r_{\text{ндоб}}} = \frac{Q_{\text{собств}}}{1 + \rho^2 / R_L R_{2\text{min}} + \rho^2 / R_L R_{\text{ндоб}}}.$$

5.2.4. Исследование АЧХ последовательного колебательного контура

5.2.4.1. Измерение АЧХ при минимальном внутреннем сопротивлении генератора напряжения без нагрузки на контур

- 1) Установить ключ SA1 – в положение «Последовательный колебательный контур»; ключ SA2 замкнуть; переключатель SA3 – в положении «L1» или «L2»; ключ SA4 – разомкнуть. В этом случае $R_{\text{г}} = 35$ Ом.
- 2) Измерить АЧХ контура с каждой из катушек индуктивности в диапазоне изменения относительной амплитуды $A/A_0 = 1 - 0,5$ (амплитуды, нормированной на максимальное значение).

При измерении рекомендуется использовать методику, применяемую для симметричных зависимостей:

- настроить контур в резонанс и записать значение частоты f_0 ;
- установить значение амплитуды выходного сигнала генератора таким, чтобы резонансные показания вольтметра были равны пределу шкалы $U_{\max} = 0,1; 0,3; 1$ или 10 В;
- уменьшить частоту генератора так, чтобы показания вольтметра уменьшились до $0,95U_{\max}$ и записать в таблицу значение частоты, предварительно нормировав ее на резонансное значение;
- увеличить частоту, пройдя через резонансное значение так, чтобы опять получить $0,95U_{\max}$;
- затем снова уменьшить частоту генератора, пройдя через резонансное значение до получения $0,9U_{\max}$;
- повторять эти действия, все время увеличивая расстройку так, чтобы амплитуда уменьшалась на $0,05$ В;
- последнее измерение произвести при амплитуде $0,5$ В;

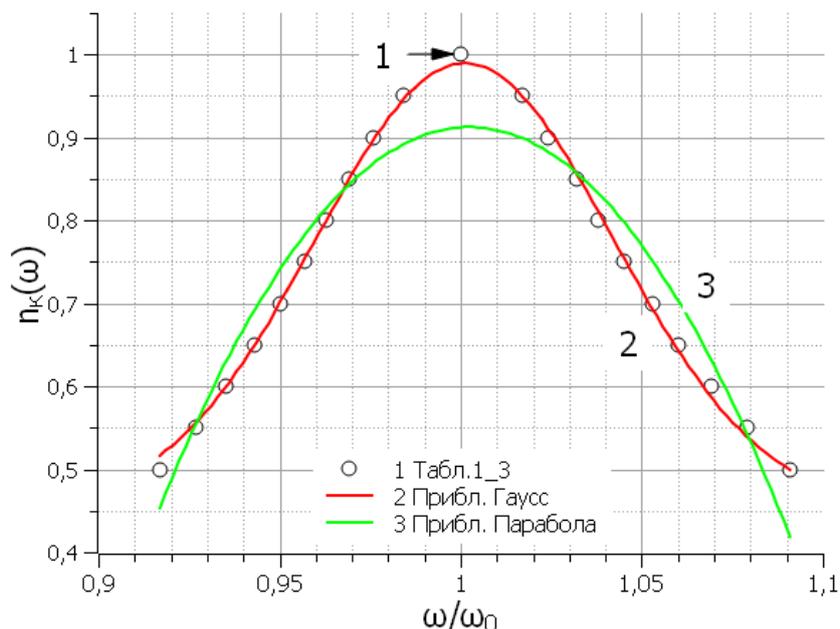


Рис. 5.3. График АЧХ последовательного колебательного контура; экспериментальные значения – значки (1), аппроксимирующая кривая Гаусса (2), аппроксимирующая параболой (3)

В результате измерения одной АЧХ получается массив из 21 значения, как это показано в таблице 1. В таблицу удобнее заносить нормированные зна-

чения частот f_H/f_0 и f_B/f_0 (частоты f_H и f_B не относятся к полосе пропускания, а обозначают частоты текущих измерений).

Таблица 1

A/A_0	1	0,95	0,9	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5
f_H/f_0		0,984	0,976	0,969	0,963	0,957	0,95	0,943	0,935	0,927	0,917
f_B/f_0		1,017	1,024	1,032	1,038	1,045	1,053	1,06	1,069	1,079	1,091

Пример построения графика АЧХ колебательного контура с $Q = 10$ в среде SciDAVis показан на рис. 5.3. Значками на графике показаны экспериментальные значения, кривая 2 – график аппроксимирующей функции Гаусса, кривая 3 – график аппроксимирующего полинома второго порядка (параболы).

5.2.4.2. Измерение АЧХ при максимальном внутреннем сопротивлении генератора напряжения без нагрузки на контур

1) Для измерения АЧХ в этом режиме ключ SA2 разомкнуть и ключ SA4 тоже разомкнуть.

5.2.4.3. Измерение АЧХ при максимальном внутреннем сопротивлении генератора напряжения при наличии нагрузки на контур

1) Для измерения АЧХ в этом режиме ключ SA2 разомкнуть, а ключ SA4 замкнуть. В этом случае $R_r = 35 \text{ Ом} + R_{\text{доб}}$.

Все АЧХ построить на одном графике в виде дискретных точек. Провести аппроксимацию дискретных экспериментальных массивов наиболее подходящими функциями, имеющими экстремум. По аппроксимирующим кривым определить ширину полос пропускания Δf_k и, следовательно, значения добротностей $Q_{\text{эксп}}$ для каждой АЧХ

$$Q_{\text{эксп}} = \frac{f_0}{\Delta f_k} = \frac{f_0}{f_g - f_H}. \quad (5.7)$$

Занести значения экспериментальных и расчетных добротностей в таблицу 2.

Таблица 2

	L1			L2		
	$R_{\Gamma min}$	$R_{\Gamma max}$	$R_{\Gamma max}$	$R_{\Gamma min}$	$R_{\Gamma max}$	$R_{\Gamma max}$
	без	без	с	без	без	с
	$R_{ндоб}$	$R_{ндоб}$	$R_{ндоб}$	$R_{ндоб}$	$R_{ндоб}$	$R_{ндоб}$
$Q_{расч}$						
$Q_{эсп}$						
$(Q_{расч} - Q_{эсп})/Q_{расч}$						

5.2.5. Исследование параллельного колебательного контура

5.2.5.1. Измерение АЧХ при максимальном внутреннем сопротивлении генератора тока без нагрузки

- 1) Установить ключ SA1 – в положение «Параллельный колебательный контур», а ключ SA2 – замкнуть. Ключи SA4 и SA5 – разомкнуты. Измерить АЧХ контура с катушками индуктивности $L1$ и $L2$ в диапазоне изменения относительной амплитуды (нормированной на максимальное значение) $A/A_0 = 1 - 0,5$.

5.2.5.2. Измерение АЧХ при минимальном внутреннем сопротивлении генератора тока без нагрузки на контур

- 1) В этом режиме ключ SA4 разомкнут, а ключ SA5 замкнут.

5.2.5.3. Измерение АЧХ при минимальном внутреннем сопротивлении генератора тока при наличии нагрузки на контур

- 1) В этом режиме ключи SA4 и SA5 – замкнуты.

Все АЧХ построить на одном графике в виде дискретных точек. Провести аппроксимацию дискретных экспериментальных массивов наиболее подходящими функциями, имеющими экстремум. По аппроксимирующим кривым определить ширину полос пропускания Δf_k и, следовательно, значения добротностей $Q_{эсп}$ для каждой АЧХ. Занести значения экспериментальных и расчетных добротностей в таблицу 2.

5.2.5.4. Наблюдение сдвига фаз между напряжением и током в колебательном контуре

Провести наблюдение изменений фазового сдвига между током и напряжением в контуре при изменении частоты генератора в области резонанса сначала в последовательном, а затем и в параллельном колебательных контурах. Для этого необходимо сделать следующее.

- 1) Выходные гнезда (XS3- XS4) лабораторного макета соединить кабелем с входом «Y» осциллографа.
- 2) Поставить переключатель коэффициента развертки осциллографа в положение «Вход X»;
- 3) Соединить выходное гнездо «0 – 1В» генератора с гнездом «Вход X» осциллографа

При таком включении на вертикально отклоняющие и горизонтально отклоняющие пластины электронно-лучевой трубки (ЭЛТ) осциллографа будут поступать два синусоидальных сигнала одинаковой частоты, но со сдвигом фаз. В этом случае светящаяся траектория электронного луча на экране ЭЛТ будет называться фигурой Лиссажу и иметь вид, показанный на рис. 5.4.

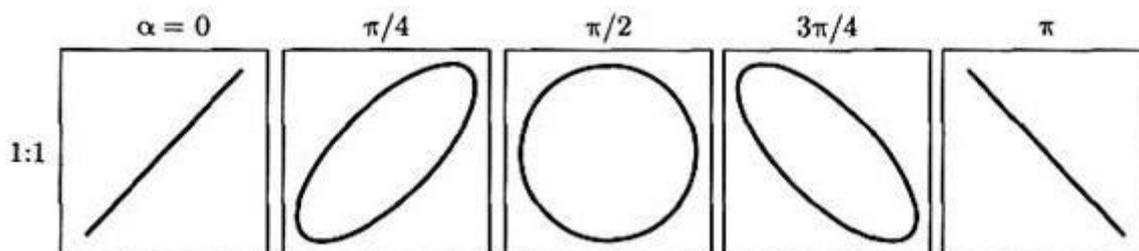


Рис. 5.4. Фигуры Лиссажу

При равенстве амплитуд сигналов на отклоняющих пластинах и сдвиге фаз, равном нулю, фигура Лиссажу представляет собой прямую, проходящую под углом 45° , или круг, если сдвиг фаз равен 90° .

При изменении частоты генератора обычно не удается поддерживать равенство амплитуд сигналов на пластинах с нужной точностью. Поэтому сдвиг фаз можно тогда лишь достоверно оценить, когда сдвиг фаз равен нулю и эллипс вырождается в прямую с положительным наклоном.

Пронаблюдать, как изменяется фигура Лиссажу на экране осциллографа при изменении частоты генератора в области резонанса. Фигуру Лиссажу при резонансе сфотографировать и поместить в отчет.

5.2.6. Заключительный этап работы

Проанализировать полученные результаты и сделать обобщающие выводы по всему эксперименту. Формулировки выводов должны содержать, например, такие фразы:

- 1) При исследовании последовательного колебательного контура установлено, что...
- 2) Исследование параллельного колебательного показало, что...
- 3) При измерении... было обнаружено, что...

Разместить сформированный материал в разделе отчета по лабораторной работе «Заключение».

6. ОТЧЕТ

Все результаты, полученные в ходе выполнения лабораторной работы, должны быть помещены в отчет по лабораторной работе.

Отчет состоит из титульного листа (образец приведен в приложении), содержательной части и заключения.

На **титульном листе** указана следующая информация:

- 1) Учебное заведение, кафедра;
- 2) Название лабораторной работы;
- 3) Преподаватель – должность, ФИО;
- 4) Исполнитель – группа, ФИО;
- 5) Дата защиты;
- 6) Город.

Содержательная часть включает всю расчетную информацию и экспериментальный материал, полученный в ходе выполнения работы. Все материа-

лы должны быть представлены в виде графиков и, если указано в задании, таблиц. Содержательная часть может состоять их нескольких разделов.

Заключение содержит обобщающие выводы и формулировки.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Титульный лист

Формат А4

КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ
КАФЕДРА РАДИОФИЗИКИ

Лабораторная работа
КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР

Обучающийся Пушкин А.С.
Группа 06-321
Преподаватель Державин Г.Р.
Дата 01.11.2024

Казань

2. Калибровочная кривая

Калибровочная кривая
емкости конденсатора макета №2

