

Функции комплексного переменного

IV. Для функции $f(z) = \cos z$ найти:

- а) действительную часть,
- б) мнимую часть,
- в) модуль,
- г) $\{z : f(z) \text{ действительное}\}$,
- д) $\{z : f(z) \text{ чисто мнимое}\}$,
- е) $\{z : f(z) = 0\}$

Ответы и решения:

а) $\operatorname{Re} \cos z = \cos x \cdot \operatorname{ch} y$,

б) $\operatorname{Im} \cos z = -\sin x \cdot \operatorname{sh} y$,

в) $|\cos z| = \sqrt{\operatorname{ch}^2 y - \sin^2 x}$,

г) $\cos z$ действительное $\iff \operatorname{Im} \cos z = 0 \iff (\sin x = 0) \vee (\operatorname{sh} y = 0)$, следовательно,

$$\{z : f(z) \text{ действительное}\} = \{z = x + iy : x = \pi n \ (n \in \mathbb{Z}), y \in \mathbb{R}\} \cup \{z : x \in \mathbb{R}, y = 0\},$$

д) $\{z : f(z) \text{ чисто мнимое}\} = \{z = x + iy : x = \pi/2 + \pi n \ (n \in \mathbb{Z}), y \in \mathbb{R}\}$,

е) $\{z : f(z) = 0\} = \{z : f(z) \text{ действительное}\} \cap \{z : f(z) \text{ чисто мнимое}\} =$
 $= \{z = x + iy : x = \pi/2 + \pi n \ (n \in \mathbb{Z}), y = 0\}.$