



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН

Абрау-2020 • Труды конференции



М.В. Фалилеева, А.В. Кириллович,  
О.А. Невзорова, Л.Р. Шакирова,  
Е.К. Липачёв, А.Э. Дюпина

**Разработка образовательных  
проекции математической онтологии  
OntoMathEdu**

***Рекомендуемая форма библиографической ссылки***

Фалилеева М.В., Кириллович А.В., Невзорова О.А., Шакирова Л.Р., Липачёв Е.К., Дюпина А.Э. Разработка образовательных проекции математической онтологии OntoMathEdu // Научный сервис в сети Интернет: труды XXII Всероссийской научной конференции (21-25 сентября 2020 г., онлайн). — М.: ИПМ им. М.В.Келдыша, 2020. — С. 604-611.

<https://doi.org/10.20948/abrau-2020-26>

<https://keldysh.ru/abrau/2020/theses/26.pdf>

***Видеозапись выступления***

# Разработка образовательных проекций математической онтологии OntoMathEdu

М.В. Фалилеева<sup>[0000-0003-2228-7551]</sup>, А.В. Кириллович<sup>[0000-0001-9680-449X]</sup>,  
О.А. Невзорова<sup>[0000-0001-8116-9446]</sup>, Л.Р. Шакирова<sup>[0000-00 01-5758-4076]</sup>,  
Е.К. Липачёв<sup>[0000-0001-7789-2332]</sup>, А.Э. Дюпина<sup>[0000-0002-0917-3763]</sup>

*Казанский федеральный университет*

**Аннотация.** Доклад посвящен разработке образовательных проекций образовательной математической онтологии OntoMath<sup>Edu</sup>. Образовательной проекцией онтологии является набор концептов и отношений между ними, которые изучаются в рамках образовательного курса, относящегося к определенной системе образования. Образовательные проекции определены на основе распределения концептов онтологии по образовательным уровням. В настоящее время в онтологии OntoMath<sup>Edu</sup> определены две проекции, представляющие соответственно образовательные системы России и Великобритании.

**Ключевые слова:** Онтология, Математическое образование, Планиметрия, OntoMathEdu, Образовательный уровень

## Educational projections of the OntoMath<sup>Edu</sup> Mathematical Ontology

M.V. Falileeva<sup>[0000-0003-2228-7551]</sup>, A.V. Kirillovich<sup>[0000-0001-9680-449X]</sup>,  
O.A. Nevzorova<sup>[0000-0001-8116-9446]</sup>, L.R. Shakirova<sup>[0000-0001-5758-4076]</sup>,  
E.K. Lipachev<sup>[0000-0001-7789-2332]</sup>, A.E. Dyupina<sup>[0000-0002-0917-3763]</sup>

*Kazan Federal University*

**Abstract.** The work is dedicated to development of educational projections of OntoMath<sup>Edu</sup>, a new educational mathematical ontology. An educational projection of this ontology is a set of the concepts and relations, that belong to a math curriculum of some national educational system. The educational projections of OntoMath<sup>Edu</sup> are defined by arrangement of the concepts by educational levels. Currently, the ontology contains two educational projections, representing educational systems of Russia and UK respectively.

**Keywords:** Ontology, Mathematical Education, Planimetry, OntoMath<sup>Edu</sup>, Educational level

## 1. Введение

Статья посвящена разработке образовательных проекций математической онтологии  $\text{OntoMath}^{\text{Edu}}$ , применяемой для обучения математике учащихся средней школы.

$\text{OntoMath}^{\text{Edu}}$  (<https://github.com/CLLKazan/OntoMathEdu>) [1-3] — это образовательная математическая онтология, проектируемая таким образом, чтобы служить:

- Ядром Открытых связанных данных (LOD) для математического образования. Таким образом, онтология лежит на пересечении двух направлений использования Открытых связанных данных: для образования [4-7] и для управления математическим знанием [8].
- Лингвистическим ресурсом для обработки математических текстов на естественном языке. В этом отношении онтология дополняет математические лингвистические ресурсы, такие как SMGloM [9, 10], и служит интерфейсом между текстами на естественном языке и приложениями по управлению математическим знанием.
- Справочной базой данных для конечных пользователей, и играть в школьной математике такую же роль, которую ресурсы PlanetMath or MathWorld играют в профессиональной математике.

Онтология организована в виде трех уровней: (1) онтологии верхнего уровня; (2) уровня предметной онтологии; и (3) лингвистического уровня. Уровень предметной онтологии содержит математические концепты, относящиеся к курсу математики средней школы. Лингвистический уровень содержит информацию о том, как эти понятия выражаются в естественном языке. И онтология верхнего уровня снабжает концепты мета-онтологическими аннотациями.

Уровень предметной онтологии состоит из двух иерархий концептов: иерархии объектов и иерархии материализованных отношений.

Описание концепта включает его название на русском, английском и татарском языках, определение, связи с другими концептами, а также с внешними ресурсами из облака Открытых связанных данных (LOD).

В настоящее время онтология содержит 823 концепта, которые относятся к школьному курсу планиметрии за 5-9 классы.

В силу своей образовательной специфики, онтология содержит не только математические факты о представленных в ней концептах, но информацию об использовании этих концептов в образовательном процессе. Данная информация выражается в онтологии с помощью двух основных отношений:

1. Отношение “*быть пререквизитом*” (pre-requisite). Концепт  $A$  является пререквизитом концепта  $B$ , если для того, чтобы изучить  $B$ , необходимо сначала изучить  $A$ .

2. Отношение между концептом  $A$  и образовательным уровнем  $L$ , к которому относится концепт.

В свою очередь, на базе образовательных уровней могут быть построены образовательные проекции онтологии.

## 2. Построение проекций онтологии

*Проекцией онтологии OntoMath<sup>Edu</sup>* (далее *проекция онтологии*) назовем набор концептов онтологии OntoMath<sup>Edu</sup> и отношений между ними, которые изучаются в рамках школьной математики, относящихся к определенной системе образования.

На данном этапе в онтологии OntoMath<sup>Edu</sup> представлены две проекции онтологии: первая соответствует системе математической подготовки школьников Российской Федерации, вторая – системе математической подготовки школьников Великобритании.

Создание проекций в онтологии связано с особенностями дальнейшего использования онтологии OntoMath<sup>Edu</sup> в системе школьного образования. В отличие от существующих подходов в проектировании онтологий научных математических знаний данный подход учитывает отличия в системе базовых знаний школьных курсов математики различных стран мира.

Для каждой образовательной проекции выделены необходимые (обязательные к изучению в школе) и дополнительные математические понятия (встречающиеся в дополнительной подготовке школьников). Например, для проекции онтологии на русском языке проанализированы самые популярные учебники планиметрии общей общеобразовательной школы базового и профильного уровней подготовки по математике (Л.С. Атанасяна, И.Ф. Шарыгина и др.) и дополнительные учебные пособия по элементарной геометрии (Г.К. Гордина, А.Г. Мякишева и др.).

Проекции онтологии связаны друг с другом через концепты геометрических понятий, присутствующих одновременно в двух системах обучения школьной математики. Более того, каждая проекция увеличивает свой обучающий потенциал, благодаря объединению различных традиционных подходов в изложении содержания учебного материала.

Поскольку каждый концепт онтологии OntoMath<sup>Edu</sup> имеет название на русском и английском языках, но не всегда концепт принадлежит базовой системе школьных математических знаний каждой из стран, то его принадлежность проекции онтологии отмечается в онтологии *свойством «образовательный уровень»*.

Свойство «образовательный уровень» имеет две функции:

- 1) *системообразующую* – для построения проекций онтологии OntoMath<sup>Edu</sup>;
- 2) *дифференцирующую* – для выделения образовательных уровней онтологии в проекции онтологии, необходимых для организации персонализированно-

го обучения учащихся в соответствии с требуемым уровнем подготовки по математике.

*Образовательный уровень онтологии* – это совокупность концептов онтологии OntoMath<sup>Edu</sup>, обладающих определенными значениями свойства «образовательный уровень».

Так, к российской проекции онтологии относятся следующие значения свойства «образовательный уровень»: *7 класс, 8 класс, 9 класс, 8 профильный класс, 9 профильный класс, дополнительный*. К британской проекции онтологии – *Key Stage 1, Key Stage 2, Key Stage 3* и *Key Stage 4*. Для каждого концепта онтологии достаточно не более одного значения свойства «образовательный уровень» на одном из языков. В онтологии также существуют концепты, которым не присвоено свойство «образовательный уровень» или присвоено только один раз. Среди них выделены концепты:

- необходимые для более точной формализации представляемой образовательной предметной области (например, класс *ограниченная часть плоскости* необходим в онтологии для объединения геометрических фигур, площади которых вычисляемы в школьном курсе планиметрии, поэтому он не обладает свойством «образовательный уровень»),

- являющиеся переводом понятия с языка *A* на язык *B*, но не используемые в обучении математике на языке *B* (например, *opposite rays* переведено на русский язык как *противоположные лучи*, но данное понятие отсутствует в курсе математике РФ, поэтому концепт имеет только одно значение *Key Stage 1* свойства «образовательный уровень»).

Покажем, как свойство «образовательный уровень» в проектировании онтологии позволяет выделять образовательные уровни подготовки учащихся в проекциях онтологии. Например, объединение концептов со свойствами «образовательный уровень» *7 класс, 8 класс* и *8 профильный класс* позволяет выделить концепты, соответствующие уровню подготовки учащегося закончившему обучение в 8 профильном математическом классе.

Данный подход является новым шагом в проектировании индивидуального цифрового пространства в системе школьного математического образования с применением интеллектуальных рекомендательных систем.

### 3. Заключение

Описаны новые направления в разработке образовательной математической онтологии OntoMath<sup>Edu</sup>. В текущей версии ресурс содержит структурированные знания из школьного курса геометрии. Для представления различных языковых и образовательных уровней в онтологии была разработана модель проекций онтологии, которая была успешно использована в процессе проектирования новой версии онтологии OntoMath<sup>Edu</sup>.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 19-29-14084\19.

## Литература

1. Kirillovich A., Nevzorova O., Falileeva M., Lipachev E., Shakirova L.: OntoMath<sup>Edu</sup>: Towards an Educational Mathematical Ontology. In: Edwin Brady, et al. (eds). Workshop Papers at 12th Conference on Intelligent Computer Mathematics (CICM-WS 2019), Prague, Czech Republic, 8-12 July 2019. CEUR Workshop Proceedings, vol. 2634. CEUR-WS, 2020. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-2634/WiP1.pdf>.
2. Kirillovich A., Nevzorova O., Falileeva M., Lipachev E., and Shakirova L.: OntoMath<sup>Edu</sup>: a New Linguistically Grounded Educational Mathematical Ontology. In Benzmüller, C. and Miller, B. (eds.) Proceedings of the 13th International Conference on Intelligent Computer Mathematics (CICM 2020). Lecture Notes in Artificial Intelligence, vol. 12236, pp. 157-172. Springer, 2020.
3. Шакирова Л.Р., Фалилеева М.В., Кириллович А.В., Липачев Е.К. Проектирование образовательной математической онтологии: проблемы и методы решения на примере курса планиметрии // XV Международная конференция по компьютерной и когнитивной лингвистике TEL 2018. Сборник трудов: в 2-х томах. Т. 1. – Казань: Изд.-во АН РТ, 2018. – С. 393-405.
4. Pereira, C. K., Matsui Siqueira, S. W., Nunes, B. P., and Dietze, S.: Linked Data in Education: A Survey and a Synthesis of Actual Research and Future Challenges. In: IEEE Transactions on Learning Technologies, vol. 11, no. 3, pp. 400–412, 2018. doi:10.1109/TLT.2017.2787659.
5. D'Aquin, M.: On the Use of Linked Open Data in Education: Current and Future Practices. In: Mourontsev, D. and D'Aquin, M.(eds.) Open Data for Education: Linked, Shared, and Reusable Data for Teaching and Learning. Lecture Notes in Computer Science, vol. 9500, pp. 3–15. Springer, Cham (2016). doi:10.1007/978-3-319-30493-9\_1.
6. Taibi, D., Fulantelli, G., Dietze, S., and Fetahu, B.: Educational Linked Data on the Web – Exploring and Analysing the Scope and Coverage. In: Mourontsev, D. and D'Aquin, M. (eds.) Open Data for Education: Linked, Shared, and Reusable Data for Teaching and Learning. Lecture Notes in Computer Science, vol. 9500, pp. 16–37. Springer, Cham (2016). doi:10.1007/978-3-319-30493-9\_2.
7. Nahhas, S., Bamasag, O., Khemakhem, M., and Bajnaid, N.: Added Values of Linked Data in Education: A Survey and Roadmap. In: Computers, vol. 7, no. 3, 2018. doi:10.3390/computers7030045.
8. Lange, C.: Ontologies and languages for representing mathematical knowledge on the Semantic Web. In: Semantic Web, vol. 4, no. 2, pp. 119–158, 2013. doi:10.3233/SW-2012-0059.
9. Ginev, D., et al. The SMGloM Project and System: Towards a Terminology and Ontology for Mathematics. In: Greuel, GM., et al. (eds.) 5th International Conference on Mathematical Software (ICMS 2016). Lecture Notes in Computer Sci-

- ence, vol. 9725, pp. 451-457. Springer, Cham (2016). doi:10.1007/978-3-319-42432-3\_58.
10. Kohlhase, M.: A Data Model and Encoding for a Semantic, Multilingual Terminology of Mathematics. In: Watt S.M., et al. (eds.) Proceedings of the International Conference on Intelligent Computer Mathematics (CICM 2014). Lecture Notes in Computer Science, vol. 8543, pp. 169-183. Springer, Cham (2014). doi:10.1007/978-3-319-08434-3\_13.
  11. Шакирова Л.Р., Фалилеева М.В., Кириллович А.В., Липачев Е.К., Невзорова О.А., Невзоров В.Н. Образовательная математическая онтология OntoMathEdu: структура и отношения // Научный сервис в сети Интернет: труды XXI Всероссийской научной конференции (23-28 сентября 2019 г., г. Новосибирск). — М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2019. - С. 653-661.
  12. Shakirova L., Falileeva M., Kirillovich A., Lipachev E., Nevzorova O., Nevzorov V.: Modeling and Evaluation of the Mathematical Educational Ontology. In: M. Gorbunov-Posadov, et al. (eds.) Proceedings of the 21st Conference on Scientific Services & Internet (SSI-2019). CEUR Workshop Proceedings, vol. 2543. CEUR-WS.org, 2020. Pp. 305-319. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-2543/paper26.pdf>.

### Reference

1. Kirillovich A., Nevzorova O., Falileeva M., Lipachev E., Shakirova L.: OntoMath<sup>Edu</sup>: Towards an Educational Mathematical Ontology. In: Edwin Brady, et al. (eds). Workshop Papers at 12th Conference on Intelligent Computer Mathematics (CICM-WS 2019), Prague, Czech Republic, 8-12 July 2019. CEUR Workshop Proceedings, vol. 2634. CEUR-WS, 2020. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-2634/WiP1.pdf>.
2. Kirillovich A., Nevzorova O., Falileeva M., Lipachev E., and Shakirova L.: OntoMath<sup>Edu</sup>: a New Linguistically Grounded Educational Mathematical Ontology. In Benzmüller, C. and Miller, B. (eds.) Proceedings of the 13th International Conference on Intelligent Computer Mathematics (CICM 2020). Lecture Notes in Artificial Intelligence, vol. 12236, pp. 157-172. Springer, 2020.
3. Shakirova L.R., Falileeva M.V., Kirillovich A.V., Lipachev E.K. Proektirovanie obrazovatel'noj matematicheskoy ontologii: problemy i metody resheniya na primere kursa planimetrii // XV Mezhdunarodnaya konferenciya po komp'yuternoj i kognitivnoj lingvistike TEL 2018. Sbornik trudov: v 2-h tomah. T. 1. – Kazan': Izd.-vo AN RT, 2018. – S. 393-405.
4. Pereira, C. K., Matsui Siqueira, S. W., Nunes, B. P., and Dietze, S.: Linked Data in Education: A Survey and a Synthesis of Actual Research and Future Challenges. In: IEEE Transactions on Learning Technologies, vol. 11, no. 3, pp. 400–412, 2018. doi:10.1109/TLT.2017.2787659.

5. D'Aquin, M.: On the Use of Linked Open Data in Education: Current and Future Practices. In: Mouromtsev, D. and D'Aquin, M.(eds.) Open Data for Education: Linked, Shared, and Reusable Data for Teaching and Learning. Lecture Notes in Computer Science, vol. 9500, pp. 3–15. Springer, Cham (2016). doi:10.1007/978-3-319-30493-9\_1.
6. Taibi, D., Fulantelli, G., Dietze, S., and Fetahu, B.: Educational Linked Data on the Web – Exploring and Analysing the Scope and Coverage. In: Mouromtsev, D. and D'Aquin, M. (eds.) Open Data for Education: Linked, Shared, and Reusable Data for Teaching and Learning. Lecture Notes in Computer Science, vol. 9500, pp. 16–37. Springer, Cham (2016). doi:10.1007/978-3-319-30493-9\_2.
7. Nahhas, S., Bamasag, O., Khemakhem, M., and Bajnaid, N.: Added Values of Linked Data in Education: A Survey and Roadmap. In: Computers, vol. 7, no. 3, 2018. doi:10.3390/computers7030045.
8. Lange, C.: Ontologies and languages for representing mathematical knowledge on the Semantic Web. In: Semantic Web, vol. 4, no. 2, pp. 119–158, 2013. doi:10.3233/SW-2012-0059.
9. Ginev, D., et al. The SMGloM Project and System: Towards a Terminology and Ontology for Mathematics. In: Greuel, G.M., et al. (eds.) 5th International Conference on Mathematical Software (ICMS 2016). Lecture Notes in Computer Science, vol. 9725, pp. 451-457. Springer, Cham (2016). doi:10.1007/978-3-319-42432-3\_58.
10. Kohlhase, M.: A Data Model and Encoding for a Semantic, Multilingual Terminology of Mathematics. In: Watt S.M., et al. (eds.) Proceedings of the International Conference on Intelligent Computer Mathematics (CICM 2014). Lecture Notes in Computer Science, vol. 8543, pp. 169-183. Springer, Cham (2014). doi:10.1007/978-3-319-08434-3\_13.
11. Shakirova L.R., Falileeva M.V., Kirillovich A.V., Lipachev E.K., Nevzorova O.A., Nevzorov V.N. Obrazovatel'naya matematicheskaya ontologiya OntoMathEdu: struktura i otnosheniya // Nauchnyj servis v seti Internet: trudy XXI Vserossijskoj nauchnoj konferencii (23-28 sentyabrya 2019 g., g. Novorossiysk). – M.: IPM im. M.V. Keldysha, 2019. - S. 653-661.
12. Shakirova L., Falileeva M., Kirillovich A., Lipachev E., Nevzorova O., Nevzorov V.: Modeling and Evaluation of the Mathematical Educational Ontology. In: M. Gorbunov-Posadov, et al. (eds.) Proceedings of the 21st Conference on Scientific Services & Internet (SSI-2019). CEUR Workshop Proceedings, vol. 2543. CEUR-WS.org, 2020. Pp. 305-319. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-2543/paper26.pdf>.