© Казанцев А.В. «ФиСМ» 21.03.2020

Примеры простейших зачетных и экзаменационных билетов разных лет.

Казанцев А.В., кафедра математической статистики

I. NPV-IRR Билет 1.

1. Оценить проект А по показателям NPV, IRR, PI, DPP при начальной величине инвестиций в **20** млн. руб. и цене капитала в **17**%, если денежный поток проекта а составляет **10** млн. руб. за 1 год, **17** млн. руб. за 2 год и **10** млн. руб. за 3 год.

2. Сравнить проект А и проект Б по NPV, если величина инвестиций и цена капитала одинаковы для обоих проектов, а денежный поток проекта Б составляет в 1 год **15** млн. руб., а во 2 год **20** млн. руб.

3. Вычислить примерное значение показателя MIRR для проекта В при следующем денежном потоке (млн. руб.): 0 1-й год 2-й год 3-й год 4-й год. Ставка дисконтирования **20**%.
– 30 15 25 – 15 35

4. Пусть денежный поток проекта имеет вид **– 3, + 8, – 4** в моменты времени, соответственно, 0, 1, 2.

1) Составить NPV данного потока и найти все значения IRR.

2) Самостоятельно выбрав значение $i \in (IRR_1, IRR_2)$ – положительное, если позволят возможности задачи – провести экспертизу проекта согласно критерию MIRR.

II. Актуарная математика Билет 1

1. Предлагается договор страхования на случай смерти на срок один год с выплатами размера 1 и 2 единиц. Приводимая ниже таблица показывает число лиц n_k в каждом из четырех классов, образованных в соответствии с выплатой b_k и вероятностью наступления страхового случая q_k. Страховая компания хочет собрать с этой группы из 1800 лиц сумму, достаточную для выплат с вероятностью 0,95. Найти относительную рисковую надбавку θ.

k	q_k	b_k	n_k
1	0,01	1	500
2	0,01	2	500
3	0,02	1	300
4	0,02	2	500

2. Найдите вероятность того, что человек в возрасте 70,5 лет проживет еще два года, если $\mu(70,5) = 0,001$, $\mu(71,5) = 0,002$, $\mu(72,5) = 0,003$, а для дробных возрастов используется линейная интерполяция функции дожития.

3. Предположим, что $q_{70} = 0,05$, а $q_{71} = 0,06$. Подсчитайте вероятность того, что человек, которому сейчас 70 лет, умрет в возрасте от 70½ до 71½ лет. Для аппроксимации функции дожития для дробных возрастов используйте предположение Бальдуччи. Как изменится результат, если использовать предположение о равномерном распределении смертей?

4. Смертность описывается следующей таблицей:

x	l_x	x	l_x	x	l_x
0	100000	40	94086	80	35377
5	98067	45	92164	85	19355
10	97855	50	89272	90	10142
15	97679	55	85454	95	6869
20	97290	60	80404	100	3361
25	96794	65	74071	105	1052
30	96192	70	64544	110	381
35	95354	75	51363	115	0

Найдите вероятность того, что человек в возрасте 20 лет а) доживет до 60 лет, б) умрет в возрасте от 50 до 80 лет, в) умрет до 35 лет.

5. Каждое из 100 независимых лиц имеет возраст x, подвержено постоянной интенсивности смертности $\mu = 0{,}04$ и заключило договор страхования с выплатой $N = 10$ единиц в момент смерти. Страховые выплаты производятся из средств инвестиционного фонда, причем $\delta = 0{,}05$.

Рассчитать минимальную величину фонда h в момент времени $t = 0$, чтобы средств для страховых выплат на случай смерти каждого из страхователей оказалось достаточно с вероятностью примерно 0,95.

III. Финансовая и страховая математика   Билет 1

1. Исходя из выражения рыночной цены облигации V, выясните, какие знаки будут у производных V_n' и V_n'', и постройте эскиз графика V как функции от n. Рассмотрите два случая: $c > \rho$ и $c < \rho$.

2. Пусть $D' = R/d^2$ и $R' > 0$ на $[0,+\infty)$. Если $0 < k < m$ таковы, что $D'(k) = D'(m) = 0$, то k и m – локальные минимумы функции D и между ними находится локальный максимум функции D.

3. Покажите, что функция $NPV = f(i)$ имеет производные всех порядков в каждой точке своей области определения.

IV. Введение в актуарную математику   Билет 1

1. Пусть функция s удовлетворяет условию $s(x+t)=(1-t)s(x)+ts(x+1)$, $0\le t\le 1$. Обозначим ${}_tq_x=1-\dfrac{s(x+t)}{s(x)}$ и $q_x={}_1q_x$. Покажите, что ${}_tq_x=tq_x$.

2. Пусть T – случайная величина непрерывного типа на вероятностном пространстве Ω. Тогда $P(\omega\in\Omega:T(\omega)=0)=0$.

3. Пусть $\mu(x)=\dfrac{Ac^x}{1+Bc^x}$ для $x>0$, $c>1$. Вычислить $s(x)=e^{-\int_0^x\mu(t)dt}$.

V. Страхование жизни, коммутационные числа Билет 1

1. Время жизни описывается моделью де Муавра с предельным возрастом $\omega=120$ лет, а норма процента $i=15\%$. Подсчитайте АНС для лица (x = 40), если заключается договор:

(а) пожизненного страхования ($\bar{A}_x$); (б) $n=5$-летнего страхования ($\bar{A}^1_{x:\overline{n}|}$); (в) $n=5$-летнего смешанного страхования жизни ($\bar{A}_{x:\overline{n}|}$); (г) пожизненного страхования, отсроченного на $m=2$ года (${}_{m|}\bar{A}_x$); (д) пожизненного страхования с непрерывно увеличивающейся страховой суммой ($(\bar{I}\bar{A})_x$).

2. Пусть $A_x=0,24$, $A_{x+21}=0,39$ и $A_{x:\overline{21}|}=0,56$. Вычислите (а) $\bar{A}_{x:\overline{21}|}^{\ \ 1}$ и (б) $\bar{A}^1_{x:\overline{21}|}$.

3. Показать, что $M_x=D_x-dN_x$, где $M_x=\sum_{t=0}^{\infty}C_{x+t}$, $C_x=v^{x+1}d_x$, $D_x=v^xl_x$ и $N_x=\sum_{t=0}^{\infty}D_{x+t}$.

VI. Страховая аналитика Экзаменационный билет 1

1. Проверить сходимость несобственного интеграла $\int\limits_0^{\infty}\dfrac{[tm+1]}{m}v^t\,{}_tp_x\mu(x+t)dt$.

2. Доказать, что если интеграл $-\int_0^{\infty}xs'(x)dx$ сходится, то $\lim\limits_{x\to+\infty}xs(x)=0$.

3. Проверьте: $\dfrac{{}_nL_x}{l_x}=\int\limits_0^{\infty}{}_{t|n}q_x dt$.

4. Предположим, что q_{80} = 0,14, q_{81} = 0,15. Подсчитайте вероятность того, что человек, которому сейчас 80 лет, умрет в возрасте от 80½ до 81½ лет. Для аппроксимации функции дожития для дробных возрастов используйте предположение Бальдуччи. Как изменится результат, если использовать предположение о равномерном распределении смертей?