12. Дагестан: Актуальные проблемы особо охраняемых природных территорий : материалы межрегиональной научно-практической конференции «Актуальные проблемы особо охраняемых природных территорий» и Республиканского конкурса краеведческих исследовательских работ «Актуальные проблемы особо охраняемых природных территорий». – Махачкала, 2018. – 316 с.

13. Ветитнев А. М. Курортное дело: учебное пособие / А. М. Ветитнев, Л. Б. Журавлева. – 2-е изд., стер. – Москва : КНОРУС, 2007. - С.403.

14. Умаханова А. Ш. Программа стратегического развития лечебно-оздоровительного туризма и её реализация в Республике Дагестан / А. Ш. Умаханова, М. М. Амирова // Фундаментальные исследования. – 2017. – № 1. – С. 219–222.

15. Туризм в России // Федеральная служба государственной статистики. – Режим доступа: https://rosstat.gov.ru/statistics/turizm/publications (дата обращения 25.01.2022), свободный. – Заглавие с экрана. – Яз. рус.

16. Нгуен Хай Иен. Современное состояние и перспективы развития глэмпинга в россии / Нгуен Хай Иен, Нгуен Тхи Фыонг Тхао // Вестник ассоциации вузов туризма и сервиса. – 2020. – № 2–2. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/sovremennoe-sostoyanie-i-perspektivy-razvitiya-glempinga-v-rossii (дата обращения: 25.01.2023), свободный. – Заглавие с экрана. – Яз. рус.

17. Мусаева М. И. Обзор развития основных направлений туризма в Дагестане / М. И. Мусаева // Проблемы развития индустрии туризма и гостеприимства: опыт и инновации : I Международная студенческая научно-практическая интернет-конференция : сборник статей, Чита, 20–24 апреля 2015 года / под ред. В. В. Лихановой, М. П. Титовой. – Чита : Забайкальский государственный университет, 2015. – С. 82–85. – EDN UXHMLL.

18. Абасова Х. У. Развитие туризма и рекреации на горных территориях Республики Дагестан / Х. У. Абасова // Вопросы структуризации экономики. – 2014. – № 1. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/razvitie-turizma-i-rekreatsii-na-gornyh-territoriyah-respubliki-dagestan (дата обращения: 25.01.2023), свободный. – Заглавие с экрана. – Яз. рус.

Ссылкадляцитирования:
Байбус Д. А., Ганиева А. Р. Потенциал развития туристической инфраструктуры города Избербаш // Инженерно-строительный вестник Прикаспия: научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань : ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2023. № 1 (43). С. 51–56.

УДК 624.042.8
DOI 10.52684/2312-3702-2023-43-1-56-61

КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ: ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ И КОМПЛЕКСНЫХ КОРНЕЙ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

А. Е. Евсеев, И. А. Евсеев, И. Н. Гарькин

Евсеев Александр Евгеньевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика», Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза, Российская Федерация; e-mail: ae-73@yandex.ru;

Евсеев Илья Александрович, магистрант, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, Российская Федерация; e-mail: ilija.evseev@gmail.com;

Гарькин Игорь Николаевич, кандидат исторических наук, доцент кафедры «Управление качеством и технология строительного производства», Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза, Российская Федерация; e-mail: igor_garkin@mail.ru

Колебания систем с одной степенью свободы описываются линейными дифференциальными уравнениями второй степени. Вид решения этих уравнений существенно зависит от корней так называемого «характеристического уравнения», графическое представление которых позволяет оценить положение корней линейного уравнения, лучше понять взаимосвязь его коэффициентов и расположение корней, дает глубокое понимание связи между дифференциальными уравнениями и функциями, представляющими их решение. В работе рассматривается графическое представление всех возможных вариантов корней квадратного уравнения: вещественные (для апериодического движения), комплексно-сопряженные (затухающие гармонические колебания) и чисто мнимые корни (собственные или свободные гармонические колебания).

Ключевые слова: *колебания, корни уравнения, графическое представление, механика.*

OSCILLATIONS OF SYSTEMS WITH ONE DEGREE OF FREEDOM: GRAPHIC REPRESENTATION OF REAL AND COMPLEX ROOTS OF CHARACTERISTIC EQUATIONS

A. Ye. Yevseyev, I. A. Yevseyev, I. N. Garkin

Yevseyev Aleksandr Yevgenyevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department "Mechanics", Penza State University of Architecture and Construction, Penza, Russian Federation; e-mail: ae-73@yandex.ru;

Yevseyev Ilya Aleksandrovich, undergraduate. National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russian Federation; e-mail: ilija.evseev@gmail.com;

Garkin Igor Nikolayevich, Candidate of Historical Sciences Associate Professor of the Department "Quality Management and Construction Technology", Penza State University of Architecture and Construction, Penza, Russian Federation; e-mail: igor_garkin@mail.ru

Oscillations of systems with one degree of freedom are described by linear differential equations of the second degree. The form of solution of these equations essentially depends on the roots of the so-called "characteristic equation". The graphical representation of the roots of this equation gives a complete picture of the position of the roots of the equation, allows you to better understand the relationship between the coefficients of the equation and the location of the roots, gives a deep understanding of the relationship between differential equations and the functions representing their solution. The paper considers a graphical representation of all possible variants of the roots of a quadratic equation: real (for aperiodic motion), complex conjugate (damped harmonic oscillations) and purely imaginary roots (natural or free harmonic oscillations).

Keywords: *vibrations, equation roots, graphical representation, mechanics.*

Значительное количество физических явлений, происходящих в окружающей человека среде, описывается с помощью уравнений. Эти уравнения могут принадлежать к различным классам. Различают алгебраические уравнения, уравнения с параметрами, трансцендентные, функциональные, дифференциальные и другие виды. Для того, чтобы иметь возможность достоверно описать изучаемый процесс необходимо решить полученные уравнения. В математике, решение уравнения – задача по нахождению таких значений аргументов (чисел, функций и т. д.), при которых выполняется равенство выражений слева и справа от знака равенства. Решить уравнение означает найти множество всех его решений.

В настоящее время для проведения расчетов простейших систем в механике используются в основном аналитические методы. Решение более сложных задач не мыслимо без применения численных методов, которые с развитием вычислительной техники выходят на первое место [4]. Применение графических методов, бывших сравнительно недавно очень распространенными, сейчас в расчетной практике и вовсе сходит на нет. Это связано с их очевидными недостатками, главный из которых – недостаточная точность. С другой стороны, графические методы обладают рядом преимуществ, которые делают эти методы привлекательными для решения прикладных задач [1-3]. К таким преимуществам относится, во-первых, наглядность, которая дает глубокое понимание и наилучшее представление о структуре задачи и ее решении, позволяет разобраться в сущности вопроса. Во-вторых, графические методы можно использовать для поиска области решений с целью последующей «качественной» проверки результатов расчетов более точными методами. Конечно, указанные преимущества в меньшей степени относятся к пространственным задачам, отображение которых не может быть полноценно представлено не плоскости. Однако, на наш взгляд, графические методы решения задач механики представляют собой определенную ценность, иллюстрируя и дополняя собой другие, более точные методы.

Широкое применение в классической механике находят однородные и неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами линейные относительно производных. Примерами задач, приводящих к таким уравнениям, являются вопросы, связанные с различного рода колебаниями, а также проблемы устойчивости гибких стержней.

Рассмотрим задачу о колебаниях материальной точки [5, 7]. Такая задача приводит к обыкновенным линейным дифференциальным уравнениям (неоднородным и однородным) с постоянными коэффициентами. Поскольку в данном случае решение неоднородного дифференциального уравнения имеет те же свойства, что и соответствующее решение однородного уравнения и отличается от него только «возмущением» накладывающимся на общее решение последнего, в настоящей работе ограничимся рассмотрением однородных уравнений.

Указанное дифференциальное уравнение имеет вид (здесь и далее точками над координатой будут обозначаться производные координат по времени)

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + cx = 0\,, \qquad (1)$$

где x, $\dot{x}$, $\ddot{x}$ – координата точки, ее скорость $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ и ускорение $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$ соответственно; m – инертная масса точки (очевидно по определению); α – коэффициент пропорциональности, учитывающий увеличение силы сопротивления среды с увеличением скорости (в случае свободных колебаний коэффициент равен нулю); c – коэффициент пропорциональности, учитывающий увеличение восстанавливающей силы с удалением точки от положения равновесия.

Все коэффициенты данного уравнения являются положительными, масса m – по определению, α – потому что сила сопротивления направлена противоположно скорости, c – так как проекция восстанавливающей силы на ось всегда имеет знак противоположный знаку координаты.

Вводя обозначения $\frac{\alpha}{m} = 2n$ и $\frac{c}{m} = k^2$ приведем уравнение (1) к каноническому виду:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2 x = 0, \qquad (2)$$

где $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$ – частота свободных колебаний точки; n – коэффициент, характеризующий сопротивление среды.

Полученное уравнение заменой $x = e^{zt}$, как не трудно убедиться подстановкой в исходное уравнение, сводится к характеристическому квадратному уравнению:

$$z^2 + 2nz + k^2 = 0. \qquad (3)$$

Преобразуем уравнение (3):

$$(z^2 + 2nz + n^2) + (k^2 - n^2) = 0,$$

$$(z+n)^2 = (n^2 - k^2).$$

Обозначив дискриминант $D=n^2-k^2$, окончательно получим:

$$(z+n)^2 = D. \qquad (4)$$

Функция слева от равенства графически изображается параболой z^2 которая имеет вершину не в начале координат, а в точке с абсциссой равной n. Таким образом графически корни уравнения представляют собой абсциссы точек пересечения параболы $(z + n)^2$ и постоянной D. Однако такое пересечение возможно лишь для положительных значений дискриминанта D которые соответствуют высокому сопротивлению среды ($n \geq k$ или $\alpha \geq 2\sqrt{mc}$). В этом случае движение теряет периодический характер, но остается затухающим и называется апериодическим. Решение характеристического уравнения для такого случая (при $n = 2$ и $D = 5$) показано на рисунке 1.

Значительно больший с точки зрения механики, прикладной интерес, представляет собой задача колебаний с малым сопротивлением. В этом случае дискриминант меньше нуля и графики параболы $(z + n)^2$ и постоянной D не пересекаются (рис. 2).

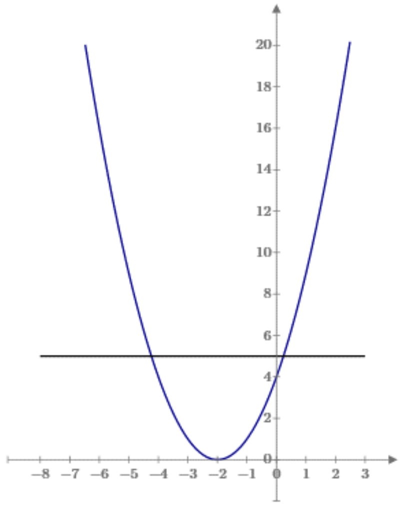

Рис. 1. Графическое представление характеристического уравнения на плоскости действительных чисел (апериодическое движение, корни действительные, находятся в точках пересечения параболы и постоянной)

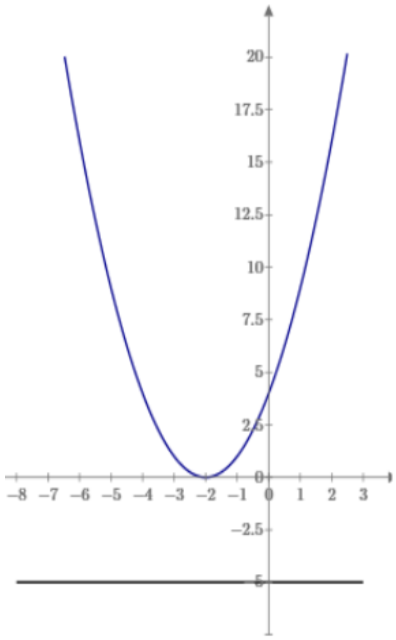

Рис. 2. Графическое представление характеристического уравнения на плоскости действительных чисел (периодическое движение, корни мнимые, пересечения параболы и постоянной отсутствуют).

Это связано с тем, что если для обычных, действительных чисел операции сложения, вычитания, деления и умножения дают результат в виде действительного же числа, то операция возведения в степень, например извлечение квадратного корня, может дать результат и не в виде действительного числа, что выводит его за пределы множества действительных чисел [8, 10].

Этот недостаток действительных чисел можно обойти, использовав комплексные числа, которые свободны от указанного недостатка: операция возведения комплексного числа в любую степень дает в результате также комплексное число. Для графического представления корней характеристического уравнения на плоскости мнимых чисел рассмотрим трехмерное пространство [11, 13]. Для этого расположим плоскость комплексных чисел горизонтально, а по вертикали отложим значения функции:

$$y(z)=\begin{cases}(z+n)^2-D, \text{ при } D\geq 0\\ -\left(i[z+n]\right)^2-D, \text{ при } D<0\end{cases}. \qquad (5)$$

Собственно, поскольку $i^2 = -1$, то и вверху и внизу (5) записано одно и то же выражение, но теперь можно будет показать в пространстве не только действительные, но и мнимые корни. Нижняя строка выражения (5) такая же парабола, что описана в верхней части этого выражения. Эта ветвь параболы получается путем преобразования верхней части. Это преобразование состоит из двух частей:

1) поворот на 90º – выражается умножением на мнимую единицу *i* (рис. 3);

2) зеркальное отражение относительно горизонтальной плоскости, проходящей через начало координат – выражается умножением на –1 (рис. 4).

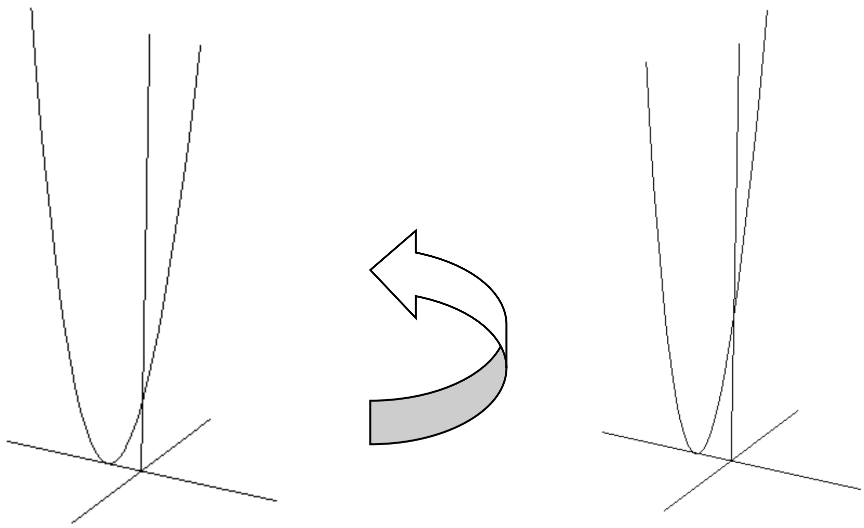

Рис. 3. Поворот на 90º

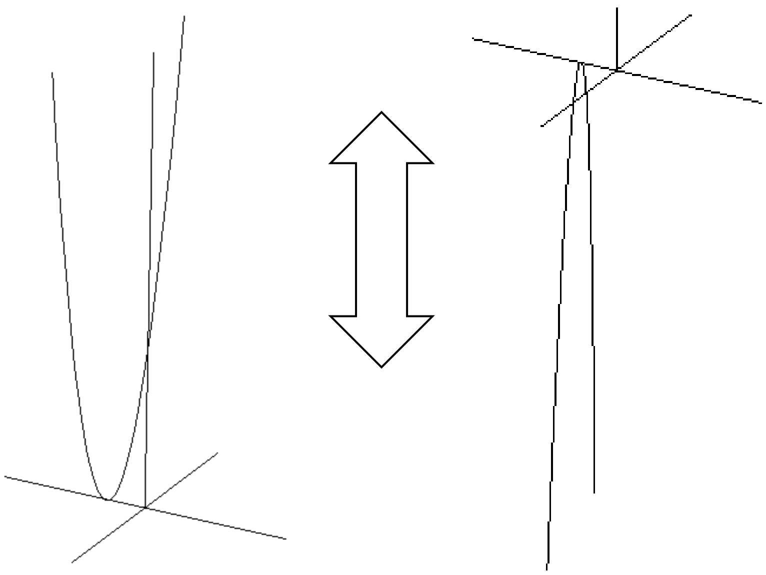

Рис. 4. Отражение относительно горизонтальной плоскости, проходящей через начало координат.

Таким образом, привычная парабола, рассматриваемая в плоскости «*x*»–«*y*», на самом деле, в трехмерном пространстве имеет вторую половину, плоскость которой перпендикулярна плоскости «*x*»–«*y*», направленную вниз. Эта вторая парабола тоже может пересекаться при определенных значениях свободного члена *D*, но уже не с линией действительных чисел, а с плоскостью комплексных аргументов. Полный график показан на рисунке 5.

Представление корней полиномов в трехмерном пространстве позволяет не только лучше понять взаимосвязь коэффициентов полинома и расположения его корней, но и почувствовать эстетику задач, связанных с определением корней.

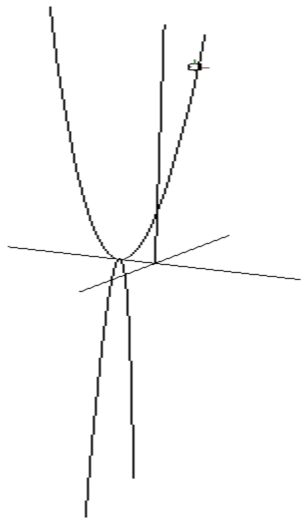

Рис. 5. График функции (5)

Покажем, как будут выглядеть рассмотренные ранее задачи в трехмерном пространстве. Так график с решением характеристического уравнения для апериодического движения показанный на рисунке 1 будет иметь вид, показанный на рисунке 6, а. Там же указаны корни данного уравнения $-2\pm\sqrt{5}$ расположенные в плоскости «*Re*» содержащей только действительные числа. Эти же значения были получены ранее.

Интересующий нас график с решением характеристического уравнения для периодического движения будет иметь вид, показанный на рисунке 6, б. Тут в отличие от рисунка 2 показаны комплексно-сопряженные корни этого уравнения $-2\pm i\sqrt{5}$ расположенные в плоскости «*Im*» содержащей в том числе и комплексные числа.

а) $n = 2$ и $D = +5$ б) $n = 2$ и $D = -5$

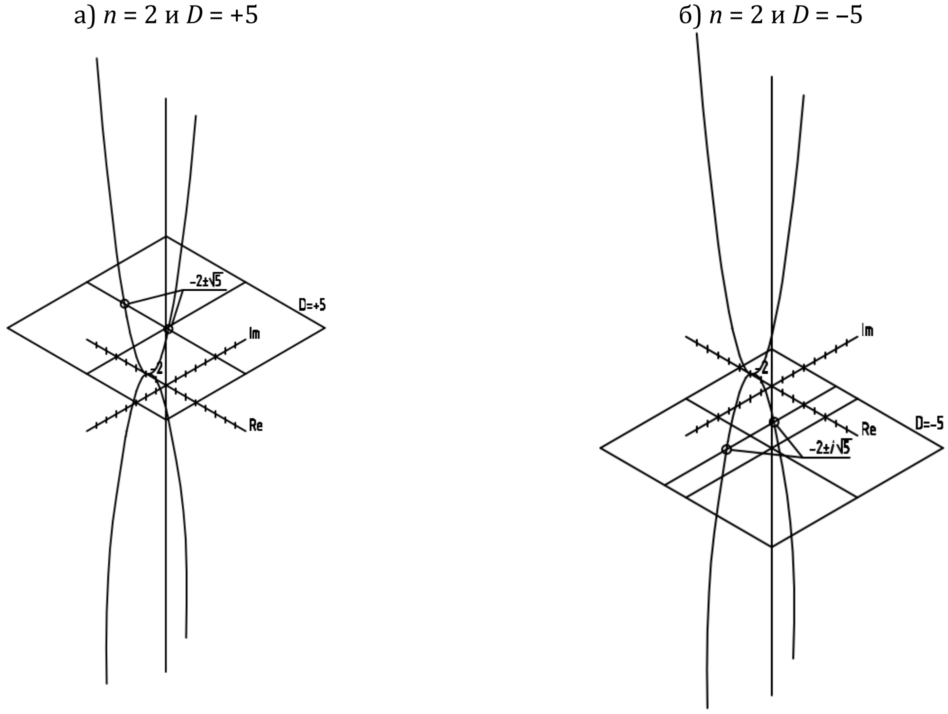

Рис. 6. Графическое представление корней характеристического уравнения в трехмерном пространстве комплексного переменного

В заключение надо добавить, что корни полиномов с действительными коэффициентами могут быть только действительными, мнимыми и комплексными, т.е. не более сложными [14, 15]. Поэтому не имеет смысла разыскивать их среди более сложных математических объектов. Это означает, что совокупность свойств динамических систем, описание которых базируется на полиномах с действительными коэффициентами, ограничивается только такими свойствами, которые можно описать с помощью комплексных чисел: инерционность, колебательность, неустойчивость и др.

Список литературы

1. Феодосов Б. Т. О представлении корней алгебраических полиномов в трехмерном пространстве (этюд о комплексных числах) / Б. Т. Феодосов. – Режим доступа: http://model.exponenta.ru/bt/bt_001141.html, свободный. – Заглавие с экрана. – Яз. рус.
2. Таланец А. В. Графическое представление действительных и комплексных корней тригонометрических и гиперболических уравнений / А. В. Таланец // Компьютерные системы и сети : материалы 54-й научной

конференции аспирантов, магистрантов и студентов, Минск, 23–27 апреля 2018 г. – Минск : Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2018. – С. 205–207. – Режим доступа: https://libeldoc.bsuir.by/handle/123456789/31988, свободный. – Заглавие с экрана. – Яз. рус.

3. Копаев А. В. Графическое и аналитическое исследование комплексных корней кубического уравнения с одним параметром / А. В. Копаев, С. К. Соболев // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2013. – Вып. 5. – Режим доступа: http://engjournal.ru/catalog/pedagogika/hidden/741.html, свободный. – Заглавие с экрана. – Яз. рус.

4. Саденко Д. С. Основы научно-технического сопровождения объектов капитального строительства / Д. С. Саденко, И. Н. Гарькин, М. В. Арискин // Региональная архитектура и строительство. – 2022. – № 2 (51). – С. 89–95.

5. Шеин А. И. Опыт обследования зданий и сооружений / А. И. Шеин, С. В. Бакушев, В. В. Зернов, М. Б. Зайцев // Моделирование и механика конструкций. – 2017. – № 5. – С. 16.

6. Гарькин И. Н. Деформативно-прочностные свойства монолитных железобетонных перекрытий / И. Н. Гарькин, Д. С. Саденко // Региональная архитектура и строительство. – 2020.– № 1 (42). – С. 126–129.

7. Гарькин И. Н. Теоретические исследования составных неразрезных подкрановых балок / И. Н. Гарькин // Региональная архитектура и строительство. – 2018. – № 2 (35). – С. 100–104.

8. Кузин Н. Я. Оценка внешних факторов на несущую способность конструкций гражданских зданий / Н. Я. Кузин, С. Г. Багдоев // Региональная архитектура и строительство. – 2012. – № 2. – С. 79–82.

9. Гарькин И. Н. Подкрановые конструкции на предприятиях Пензенской области: состояние, перспективы / И. Н. Гарькин // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2017. – № 3 (21). – С. 20–24.

10. Шеин А. И. Практическая оптимизация фиброармированных балок / А. И. Шеин, Я. А. Азимова // Региональная архитектура и строительство. – 2022. – № 1 (50). – С. 51–57.

11. Тер-Мартиросян З. Г. Перемещение длинного стержня сквозь песчаный образец под действием динамической нагрузки / З. Г. Тер-Мартиросян // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2022. – № 3 (41). – С. 27–31. – DOI 10.52684/2312-3702-2022-41-3-27-31.

12. Стрелков Ю. М. Технологические особенности конструирования сборно-разборного фундамента под башенные сооружения / Ю. М. Стрелков, Л. С. Сабитов, С. В. Клюев, А. В. Клюев, О. В. Радайкин, Л. А. Токарева // Строительные материалы и изделия. – 2022. – Т. 5, № 3. – С. 17–26. – DOI 10.58224/2618-7183-2022-5-3-17-26.

13. Зинькова В. А. Оптимизация структуры трубчатых ферм / В. А. Зинькова, Л. С. Сабитов // Научные труды КубГТУ. – 2022. – № 5. – С. 22–29.

14. Арискин М. В. Напряженно-деформированное состояние соединений на вклеенных стеклопластиковых шайбах / М. В. Арискин, Д. О. Мартышкин, И. В. Ванин // Региональная архитектура и строительство. – 2021. – № 4 (49). – С. 103–111. – DOI 10.54734/20722958_2021_4_103.

15. Мартышкин Д. О. Расстановка вклеенных стеклопластиковых шайб в соединениях деревянных конструкций / Д. О. Мартышкин, М. В. Арискин // Региональная архитектура и строительство. – 2022. – № 4 (53). – С. 75–83. – DOI 10.54734/20722958_2022_4_75.

Ссылка для цитирования:
Евсеев А. Е., Евсеев И. А., Гарькин И. Н. Колебания систем с одной степенью свободы: графическое представление действительных и комплексных корней характеристических уравнений // Инженерно-строительный вестник Прикаспия : научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань : ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2023. № 1 (43). С. 56–61.

УДК 69.059.032
DOI 10.52684/2312-3702-2023-43-1-61-65

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО КАРКАСА КАК ПРЕОБЛАДАНИЕ ФОРМЫ НАД СОДЕРЖАНИЕМ В ОБЪЕМНО-ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОМПОЗИЦИИ

Р. Ф. Мирхасанов, Л. С. Сабитов, И. Н. Гарькин

Мирхасанов Рустем Фаритович, старший преподаватель кафедры конструктивно-дизайнерского проектирования, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Российская Федерация; e-mail: rystem69@mail.ru;

Сабитов Линар Салихзанович, доктор технических наук, профессор кафедры конструктивно-дизайнерского проектирования, Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Российская Федерация; e-mail: l.sabitov@bk.ru;

Гарькин Игорь Николаевич, кандидат исторических наук, старший научный сотрудник, Казанский (Приволжский) федеральный университет; доцент кафедры «Управление качеством и технология строительного производства», Пензенский государственный университет архитектуры и строительства; e-mail: igor_garkin@mail.ru

В статье раскрывается особенности объектов объемно-пространственной композиции архитектурной и инженерной мысли конца XIX – начала XX в. Авторы обращают внимание на баланс – соотношение композиционной формы и содержательной части в искусственно созданном продукте в русле изучения композиции в учебной или творческой практике. Анализ данного соотношения становится важной константой оценки продукта архитектурно-инженерной мысли, что нивелирует оценивания на уровне непрофессионального и ненаучного высказывания «мне нравится – мне субъективно не нравится». Приводится пример композиционного