

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**ИНСТИТУТ ФИЗИКИ
ВЫСШАЯ ШКОЛА
КИБЕРФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ
И ПРИКЛАДНОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ**

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
В АНИЗОТРОПНЫХ ГИРОМАГНИТНЫХ
СРЕДАХ**

Учебно–методическое пособие
(Электронный образовательный ресурс)



КАЗАНЬ
2021

УДК 530.19; 530.182

*Рекомендовано к изданию
Учебно–методической комиссией
Института физики
Казанского (Приволжского) федерального университета
(протокол № 05 от 17 марта 2021 г.)*

Рецензент:

доцент кафедры радиофизики, к.ф.-м.н. **Р. Р. Латыпов**

Составители:

Насыров И. А., к.ф.-м.н., доцент кафедры радиоэлектроники;
Когогин Д. А., к.ф.-м.н., ассистент кафедры радиоэлектроники;
Лунёв И. В., к.ф.-м.н., доцент кафедры радиоэлектроники.

**Распространение электромагнитных волн в анизотропных
Р24 гиромагнитных средах:** учебно–методическое пособие:
электронный образовательный ресурс — Казань:
Институт физики КФУ, 2021. — 58 с.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению 03.03.03 — Радиофизика и подготовлено в поддержку курса «Физика волновых процессов», который читается студентам бакалавриата третьего года обучения. Кроме того, пособие будет полезно магистрантам и аспирантам радиофизического профиля Университета для самостоятельного рассмотрения вопросов, связанных с изучением волновых процессов в анизотропных гиротропных средах.

© И. А. Насыров, Д. А. Когогин, И. В. Лунёв, 2021.

© Институт физики КФУ, 2021.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1 ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ	5
1.1 Гироэлектрические среды	5
1.2 Гиромагнитные среды	9
2 МЕХАНИЗМЫ АНИЗОТРОПИИ ФЕРРИТОВ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ	11
2.1 Парамагнетизм и ферромагнетизм	12
2.2 Ферримагнетизм и антиферромагнетизм	19
2.3 Ферромагнитный резонанс	23
2.4 Тензор магнитной проницаемости феррита во внешнем магнитном поле	27
3 ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНЫХ ГИРОМАГНИТНЫХ СРЕДАХ (ФЕРРИТАХ)	33
3.1 Распространение электромагнитных волн в направлении внешнего поля	42
3.2 Эффект Фарадея	43
3.3 Ферромагнитный эффект Фарадея на СВЧ	47
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ НА СВЧ	52
4.1 Описание экспериментальной установки	52
4.2 Ход выполнения лабораторной работы	52
ЛИТЕРАТУРА	57

ВВЕДЕНИЕ

Анизотропная среда — это среда, физические свойства которой зависят от направления. Анизотропная среда называется однородной, если зависимость её свойств от направления в различных точках одинакова. Среда может быть изотропной в отношении каких-либо одних физических свойств и анизотропной в отношении других.

Например, при изучении распространения света в кристаллах (т. е. в задачах кристаллооптики) можно в большинстве случаев считать среду магнитно-изотропной, но электрически анизотропной. При этом вектор напряжённости электрического поля \mathbf{E} и вектор электрической индукции \mathbf{D} , вообще говоря, не будут параллельны. Связь между ними осуществляется посредством тензорной величины — диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}$. Если поместить точечный источник в оптически однородную изотропную среду, то фронт волны, создаваемой таким источником, будет иметь сферическую форму. Форма же волнового фронта в анизотропной среде отлична от сферической и бывает весьма сложной.

Влияние анизотропных свойств среды на распространение электромагнитной волны определяется материальными уравнениями:

$$\mathbf{D} = \hat{\epsilon}\mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \hat{\mu}\mathbf{H}. \quad (1)$$

Для гармонических во времени полей уравнения (1) приобретают вид:

$$D_i(\omega, \mathbf{r}) = \epsilon_{ij}(\omega)E_j(\omega, \mathbf{r}), \quad B_i(\omega, \mathbf{r}) = \mu_{ij}(\omega)H_j(\omega, \mathbf{r}). \quad (2)$$

Обычно свойства среды таковы, что тензором можно считать либо $\hat{\epsilon}(\omega)$, либо $\hat{\mu}(\omega)$; одну из величин при этом можно считать скалярной. Если тензором является диэлектрическая проницаемость $\hat{\epsilon}$, а μ — скаляр, то такая среда называется **ГИРОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ**. Примером может служить плазма в постоянном магнитном поле. Если тензором является магнитная проницаемость $\hat{\mu}$, а ϵ — скаляр, то такая среда называется **ГИРОМАГНИТНОЙ**. Примером может служить феррит, помещённый в постоянное магнитное поле.

ГЛАВА 1

ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

Рассмотрим общие закономерности распространения электромагнитных волн в анизотропных средах.

1.1 Гироэлектрические среды

Пусть анизотропная среда характеризуется следующими материальными уравнениями:

$$\mathbf{D} = \hat{\epsilon}\mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H}, \quad (1.1)$$

т. е. является гироэлектрической. Ограничимся рассмотрением распространения плоских монохроматических волн в прозрачной анизотропной среде, т. е. будем считать, что в среде нет токов проводимости ($\sigma = 0$). Тогда уравнения для векторов напряжённости электрического и магнитного полей можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} \quad \text{и} \quad \mathbf{H} = H_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} \quad (1.2)$$

Уравнения Максвелла запишем в виде:

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, & \text{div } \mathbf{D} &= 0, \\ \text{rot } \mathbf{E} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, & \text{div } \mathbf{H} &= 0. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Преобразуем эти уравнения, используя (1.2). Проиллюстрируем это на примере нижней пары уравнений (1.3).

$$\text{rot } \mathbf{E} = \mathbf{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \mathbf{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \mathbf{h} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right), \quad (1.4)$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{h}$ — орты осей X, Y и Z координатной системы, в которой решается задача. Распишем проекции вектора напряжённости электрического поля в

данной системе координат:

$$E_x = E_{0x}e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})}, \quad E_y = E_{0y}e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})}, \quad E_z = E_{0z}e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})}.$$

Запишем скалярное произведение векторов \mathbf{k} и \mathbf{r} в выбранной системе координат:

$$(\mathbf{k}\mathbf{r}) = k_x X + k_y Y + k_z Z.$$

Вычислим частные производные по координатам. Для примера:

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = E_{0z} (ik_x) e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} = (ik_x) E_z.$$

Аналогично получаем производные от остальных проекций вектора \mathbf{E} на остальные оси координат. Таким образом, можем переписать уравнение (1.4) в следующем виде:

$$\text{rot } \mathbf{E} = i [\mathbf{i} (k_x E_z - k_z E_y) + \mathbf{j} (k_z E_x - k_x E_z) + \mathbf{h} (k_x E_y - k_y E_x)] = i [\mathbf{k}\mathbf{E}]. \quad (1.5)$$

Теперь возьмём производную по времени от правой части уравнения:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = H_0 (i\omega) e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} = \mathbf{H} (i\omega). \quad (1.6)$$

Используя полученные соотношения (1.5) и (1.6), перепишем первое уравнение из нижней части (1.3) в виде:

$$[\mathbf{k}\mathbf{E}] = \frac{\omega}{c} \mathbf{H}.$$

Второе уравнение из нижней пары (1.3) эквивалентно следующему:

$$\text{div } \mathbf{H} = \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = i (k_x H_x + k_y H_y + k_z H_z) = i (\mathbf{k}\mathbf{H}).$$

Таким образом, можем записать это уравнение в виде:

$$(\mathbf{k}\mathbf{H}) = 0.$$

Проделав аналогичные операции для верхней пары уравнений (1.3), окончательно запишем уравнения Максвелла для гармонической монохроматической волны, распространяющейся в анизотропной среде без потерь.

$$\begin{aligned} [\mathbf{k}\mathbf{H}] &= -\frac{\omega}{c}\mathbf{D}, & (a) \quad (\mathbf{k}\mathbf{D}) &= 0, & (в) \\ [\mathbf{k}\mathbf{E}] &= \frac{\omega}{c}\mathbf{H}, & (б) \quad (\mathbf{k}\mathbf{H}) &= 0. & (г) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Получим из системы (1.7) волновое уравнение для электрической составляющей (\mathbf{E}) электромагнитной волны. Для этого исключим из уравнения (1.7б) вектор \mathbf{H} , умножая его векторно на \mathbf{k} и используя уравнение (1.7а):

$$[\mathbf{k} [\mathbf{k}\mathbf{E}]] = \frac{\omega}{c} [\mathbf{k}\mathbf{H}] = -\frac{\omega^2}{c^2}\mathbf{D} = -\frac{\omega^2}{c^2}\hat{\varepsilon}\mathbf{E}.$$

Таким образом, волновое уравнение принимает вид:

$$[\mathbf{k} [\mathbf{k}\mathbf{E}]] + \frac{\omega^2}{c^2}\hat{\varepsilon}\mathbf{E} = 0. \quad (1.8)$$

Введём в рассмотрение вектор

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}c}{\omega},$$

где $|\mathbf{n}| = n$ — показатель преломления. С учётом вектора \mathbf{n} волновое уравнение (1.8) можно переписать в виде:

$$[\mathbf{n} [\mathbf{n}\mathbf{E}]] + \frac{\omega^2}{c^2}\hat{\varepsilon}\mathbf{E} = 0. \quad (1.9)$$

Из уравнений (1.7в) и (1.7г) следует, что векторы \mathbf{k} , \mathbf{D} и \mathbf{H} взаимно перпендикулярны, а из (1.7б) — что вектор \mathbf{H} перпендикулярен вектору \mathbf{E} . Следовательно, векторы \mathbf{k} , \mathbf{D} и \mathbf{E} лежат в одной плоскости, но вектор \mathbf{E} не коллинеарен вектору \mathbf{D} , поскольку $D_i = \varepsilon_{ij}E_j$. В плоскости фронта волны, определяемой уравнением

$$(\mathbf{k}\mathbf{r}) = \text{const},$$

лежат вектора \mathbf{D} и \mathbf{H} , а вектор \mathbf{E} не лежит в этой плоскости.

Поскольку плотность потока энергии характеризуется вектором Умова–Пойнтинга

$$\mathbf{\Pi} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}],$$

то в анизотропной среде направление плотности потока энергии не совпадает с направлением волнового вектора. Следовательно, не совпадают направления фазовой и групповой скорости. Векторы \mathbf{D} , \mathbf{E} , \mathbf{k} и $\mathbf{\Pi}$ лежат в одной плоскости, ортогональной вектору \mathbf{H} . Взаимное расположение векторов показано на рисунке 1.1.

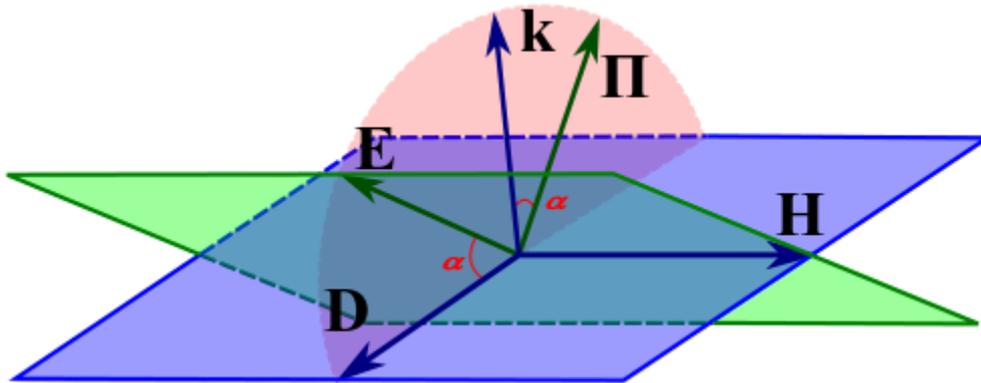


Рисунок 1.1 — Взаимное расположение векторов \mathbf{D} , \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{k} и $\mathbf{\Pi}$ в анизотропной гироэлектрической среде.

В анизотропных средах удобно ввести кроме волнового вектора \mathbf{k} лучевой вектор \mathbf{S} , совпадающий по направлению с вектором Умова–Пойнтинга $\mathbf{\Pi}$. Величина вектора \mathbf{S} определяется соотношением

$$(\mathbf{S}\mathbf{n}) = 1. \quad (1.10)$$

Для дальнейшего анализа удобно представить векторное уравнение (1.9) в виде системы уравнений для проекций вектора \mathbf{E} в декартовой

системе координат:

$$\begin{aligned}
& (n^2\delta_{ij} - n_in_j - \varepsilon_{ij}) E_j = 0; \\
& (n^2\delta_{xx} - n_xn_x - \varepsilon_{xx}) E_x + (n^2\delta_{xy} - n_xn_y - \varepsilon_{xy}) E_y + \\
& \quad + (n^2\delta_{xz} - n_xn_z - \varepsilon_{xz}) E_z = 0, \\
& (n^2\delta_{yx} - n_y n_x - \varepsilon_{yx}) E_x + (n^2\delta_{yy} - n_y n_y - \varepsilon_{yy}) E_y + \\
& \quad + (n^2\delta_{yz} - n_y n_z - \varepsilon_{yz}) E_z = 0, \\
& (n^2\delta_{zx} - n_z n_x - \varepsilon_{zx}) E_x + (n^2\delta_{zy} - n_z n_y - \varepsilon_{zy}) E_y + \\
& \quad + (n^2\delta_{zz} - n_z n_z - \varepsilon_{zz}) E_z = 0.
\end{aligned} \tag{1.11}$$

Здесь δ_{ij} — символ Кронекера ранга 2:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } i \neq j; \\ 1, & \text{если } i = j. \end{cases} \tag{1.12}$$

Приравнивая нулю определитель системы (1.11)

$$\det [n^2\delta_{ij} - n_in_j - \varepsilon_{ij}] = 0, \tag{1.13}$$

получим дисперсионное уравнение, устанавливающее частотную зависимость показателя преломления $n(\omega)$. Для того, чтобы получить данные, необходимые для анализа поведения электромагнитных волн в анизотропных гироэлектрических средах, необходимо конкретизировать физические свойства среды распространения радиоволны, т. е. необходимо знать свойства тензора $\varepsilon_{ij}(\omega)$.

1.2 Гиромагнитные среды

Для гиромагнитной среды диэлектрическая проницаемость ε — скаляр, а магнитная проницаемость μ — тензор. Таким образом, материальные уравнения будут иметь следующий вид:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \hat{\mu} \mathbf{H}. \tag{1.14}$$

В этом случае уравнения Максвелла (1.3) для плоских монохроматических волн (1.2) в анизотропной гиромагнитной среде без потерь принимают

вид:

$$\begin{aligned} [\mathbf{kH}] &= -\frac{\omega}{c}\varepsilon\mathbf{E}, & (\mathbf{kE}) &= 0, \\ [\mathbf{kE}] &= \frac{\omega}{c}\mathbf{B}, & (\mathbf{kB}) &= 0. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Из уравнений (1.15) следует, что $\mathbf{k}\perp\mathbf{E}$, $\mathbf{k}\perp\mathbf{B}$ и $\mathbf{E}\perp\mathbf{B}$, т.е. векторы \mathbf{E} и \mathbf{B} лежат в плоскости фронта волны, а вектор \mathbf{H} не лежит в этой плоскости. Векторы \mathbf{k} , $\mathbf{\Pi}$, \mathbf{B} и \mathbf{H} компланарны и ортогональны вектору \mathbf{E} , как это показано на рисунке 1.2.

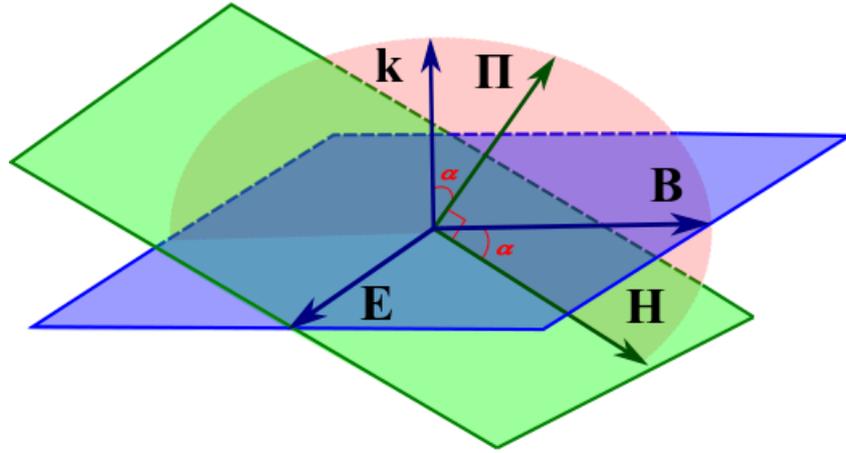


Рисунок 1.2 — Взаимное расположение векторов \mathbf{B} , \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{k} и $\mathbf{\Pi}$ в анизотропной гиромагнитной среде.

По отношению к лучевому вектору \mathbf{S} векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} являются поперечными, следовательно,

$$(\mathbf{SE}) = 0, \quad (\mathbf{SH}) = 0. \quad (1.16)$$

Здесь так же как и для giroэлектрических сред, для анализа поведения электромагнитных волн в анизотропных гиромагнитных средах необходимо конкретизировать физические свойства среды распространения радиоволны, т.е. необходимо знать свойства тензора $\mu_{ij}(\omega)$.

Анизотропия может быть связана со структурой среды (как, например, в кристаллах) или может создаваться наложением внешних полей — магнитного, электрического, поля упругих деформаций и т.д., такие среды называются **ГИРОТРОПНЫМИ**. В дальнейшем ограничимся рассмотрением **МАГНИТОАКТИВНЫХ** гиротропных сред, которые приобретают анизотропные свойства под действием внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 .

ГЛАВА 2

МЕХАНИЗМЫ АНИЗОТРОПИИ ФЕРРИТОВ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В классической физике все вещества по их магнитным свойствам подразделяют на три группы: **ДИАМАГНЕТИКИ**, **ПАРАМАГНЕТИКИ** и **ФЕРРОМАГНЕТИКИ**. Однако существует два новых типа магнитных веществ: **ФЕРРИМАГНЕТИКИ** и **АНТИФЕРРИМАГНЕТИКИ**.

Любой магнит обладает определённым **МАГНИТНЫМ (ДИПОЛЬНЫМ) МОМЕНТОМ**, равным произведению «магнитного заряда» на расстояние между полюсами (диполь — система равных по величине, но противоположных по знаку зарядов, расположенных на некотором расстоянии один от другого). Вполне определённым магнитным моментом обладает также соленоид и электрический контур с током.

Известно, что движение электрона в атоме любого вещества аналогично перемещению заряда по замкнутой траектории, что напоминает электрический контур с током. Величина магнитного момента, обусловленного движением электрона по орбите, кратна некоторой величине, носящей название **МАГНЕТОНА БОРА**. Магнетон Бора — наименьшее значение магнитного момента, которой может иметь электрон. Таким образом, орбитальный магнитный момент электрона равен целому числу магнетонов Бора.

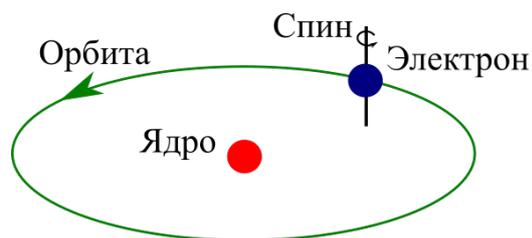


Рисунок 2.1 — Схематическое представление орбитального движения и спина электрона.

Двигаясь по орбите вокруг ядра, электрон обладает также орбитальным механическим моментом (под механическим моментом тела понимают величину, равную произведению его массы на скорость и на радиус его вращения). Электрон атома помимо механического

момента, связанного с орбитальным движением, обладает «собственным» моментом, связанным с вращением вокруг собственной оси. Такое вращение приводит также к появлению магнитного момента. Этот момент, вызванный вращением электрона вокруг собственной оси, носит название

СПИНОВОГО МАГНИТНОГО МОМЕНТА (рисунок 2.1), причём направления спина может быть противоположным показанному на рисунке 2.1 — стрелка вниз. Величина спинового магнитного момента равна в точности магнетону Бора.

В атоме с достаточно большим порядковым номером в таблице Менделеева вокруг ядра вращается значительное количество электронов, поэтому атом в целом представляет собой сложную магнитную систему. В твёрдом теле, состоящем из огромного количества атомов, магнитные моменты определяются не только частицами, принадлежащими данному атому, но и их взаимодействиями с частицами соседних атомов.

ДИАМАГНЕТИЗМ представляет собой наиболее естественную форму магнетизма, которая в принципе присуща всем веществам. В диамагнетиках отсутствуют постоянные магнитные моменты (диполи). Однако при воздействии внешнего магнитного поля в веществе индуцируются магнитные моменты, направленные против этого поля (намагниченность отрицательна). Диамагнетиками являются все инертные газы, медь, серебро, золото, вода и т. д.

2.1 Парамагнетизм и ферромагнетизм

Из изложенного выше следует, что не существует атомов, на которые не действовало бы магнитное поле, а также, что магнитный момент возникает как от орбитального, так и спинового движения электрона. Магнитные свойства твёрдых тел определяются в основном спином, спиновым магнитным моментом.

Таким образом, происхождение парамагнетизма и ферромагнетизма связано с постоянным магнитным моментом спина и спецификой атомного строения ферромагнитного вещества. Чтобы оценить **НАМАГНИЧЕННОСТЬ** вещества, представляющую собой меру **ПЛОТНОСТИ ДИПОЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ**, необходимо рассмотреть строение атомов и ионов этого вещества.

Энергетическое состояние электрона в атоме определяется четырьмя параметрами, которые называются квантовыми числами.

1. **ГЛАВНОЕ КВАНТОВОЕ ЧИСЛО n** определяет энергетический уровень или электронную оболочку, на которой находится электрон в атоме, и может принимать положительные значения, начиная с единицы.
2. **ОРБИТАЛЬНОЕ КВАНТОВОЕ ЧИСЛО l** указывает на тот или иной подуровень энергетического уровня и принимает все целые значения от 0 до $n - 1$. Подуровням электронов присвоены также буквенные обозначения: s, p, d, f .
3. **МАГНИТНОЕ КВАНТОВОЕ ЧИСЛО m** может иметь все значения (в целых числах), включая и нуль, в пределах от $-l$ до $+l$. Величина и число значений m зависит только от того, на каком подуровне находится электрон. Число значений магнитного квантового числа — это число энергетических состояний, в которых могут находиться электроны данного подуровня. В каждом подуровне будет $(2l + 1)$ по-разному ориентированных орбит.
4. **СПИНОВОЕ КВАНТОВОЕ ЧИСЛО m_s** может иметь только два значения, равные по абсолютной величине, но противоположные по знаку. Спиновое квантовое число определяет ориентацию вектора спина электрона.

Два электрона с противоположно направленными спинами могут находиться в одном энергетическом квантовом состоянии. В атоме не может быть двух электронов с одинаковым значением всех четырёх квантовых чисел.

Так как в каждом подуровне число энергетических состояний равно $(2l + 1)$, а в каждом энергетическом состоянии могут находиться только два электрона, то число электронов в каждом подуровне не может превышать $2 \cdot (2l + 1)$, и на каждом энергетическом уровне максимальное число электронов равно $2 \cdot n^2$. На первом уровне могут быть всего два электрона, на втором — $2 \cdot 2^2 = 8$, на третьем — $2 \cdot 3^2 = 18$ и т. д.

Задаваясь поочерёдно различными значениями главного квантового числа n и подбирая для данного числа n все комбинации остальных квантовых чисел, можно посчитать количество электронов в оболочке (уровне) и определить распределение по подуровням. Так, например, при $n = 1$ возможно только одно значение $l = 0$ ($1s$ – подуровень) и только одно значение $m = 0$. Первая оболочка представляет собой единственную орбиту,

которая может быть занята только двумя электронами с противоположными спинами.

Вторая оболочка ($n = 2$) состоит из двух подуровней. Один подуровень соответствует $l = 0$ ($2s$ – подуровень) и второй — $l = 1$ ($2p$ – подуровень). На первом подуровне также будет только одна орбита ($l = 0, m = 0$), занятая двумя электронами с противоположными спинами. На втором подуровне будут расположены три по-разному ориентированные в пространстве орбиты, соответствующие возможным значениям $m = -1, 0, +1$. Каждая из которых будет заполнена двумя электронами, имеющими противоположные спины. Таким образом, вторая оболочка может состоять не более чем из восьми электронов — два на первом подуровне и шесть на втором.

Третья оболочка ($n = 3$) состоит из $3s$ подуровня ($l = 0$), $3p$ подуровня ($l = 1$) и $3d$ подуровня ($l = 2$), на которых может находиться не более 18 электронов: два на $3s$ подуровне, шесть на $3p$ подуровне и десять на $3d$ подуровне.

Аналогичным образом можно рассчитать структуру всех последующих электронных оболочек.

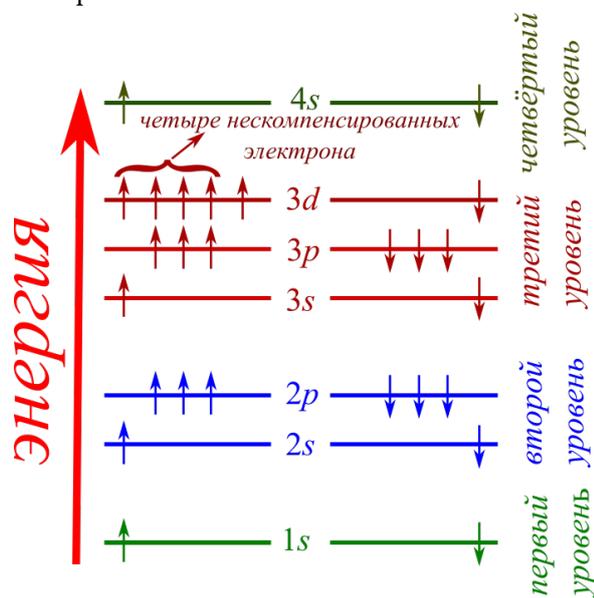


Рисунок 2.2 — Относительное расположение энергетических уровней двадцати шести электронов атома железа

уровней и подуровней как орбитальные, так и спиновые магнитные моменты оказываются взаимно скомпенсированными.

В качестве примера рассмотрим относительное распределение энергетических уровней нейтрального атома железа и распределение по ним двадцати шести его электронов (рисунок 2.2).

Первая и вторая оболочки (уровни) полностью заполнены электронами. Стрелками указаны два состояния электронного спина: параллельное и антипараллельное какому-либо заданному направлению, т.е. противоположно направленные. У заполненных

В большинстве атомов наблюдается именно такая картина, соответствующая минимуму энергии. Однако в атомах, подобных атому железа, $3d$ -подуровень остаётся не заполненным, даже когда 4-й подуровень уже содержит некоторое количество электронов.

Спины электронов незаполненного подуровня ориентированы таким образом, что атом имеет максимальное число нескомпенсированных спинов, т. е. в данном случае первые пять электронов $3d$ -подуровня имеют одинаковую ориентацию спина.

Спины следующих пяти электронов, для которых есть место в $3d$ -подуровне, должны иметь противоположную ориентацию.

Хорошо известные ферромагнитные вещества — железо, кобальт, никель относятся к группе элементов, называемой переходной (железо по латыни *ferrum*, отсюда и название *ферромагнитные*). Они имеют незаполненный $3d$ -подуровень и соответственно четыре (железо, *Fe*), три (кобальт, *Co*) и два (никель, *Ni*) нескомпенсированных спина. У калия (*K*) и меди (*Cu*) по одному нескомпенсированному электрону. Однако у меди нескомпенсированный электрон находится на внешней, а не на внутренней оболочке, поэтому медь ферромагнитными свойствами не обладает. Также ферромагнитными свойствами не обладает и цинк (*Zn*), так как у него все оболочки (уровни) заполнены.

Наличие в атомах вещества постоянных магнитных моментов электронов с нескомпенсированными спинами может приводить к проявлению сильных парамагнитных и ферромагнитных свойств.

В парамагнитных веществах вследствие теплового движения магнитные моменты отдельных атомов и молекул ориентируются в пространстве случайным образом. Если такое вещество поместить во внешнее магнитное поле, то магнитные диполи будут стремиться расположиться вдоль поля и вещество приобретёт определённую результирующую намагниченность (для парамагнитных веществ $\chi_m > 0$ и $\mu > 1$). Свойство вещества намагничиваться во внешнем поле называется **ПАРАМАГНЕТИЗМОМ**.

Парамагнетизм зависит от температуры (при низких температурах парамагнетизм выражается сильнее из-за ослабления теплового движения).

Атомы и ионы, содержащие нечётное число орбитальных электронов (например медь), также обладают значительным магнитным моментом, од-

нако их парамагнитные свойства проявляются гораздо слабее, чем у веществ, атомы которых имеют незаполненные внутренние оболочки. Наличие внутренних незаполненных оболочек в атоме является необходимым, но недостаточным условием возникновения ферромагнетизма. Например, внутренние незаполненные оболочки имеют атомы марганца (Mn), хрома (Cr), ванадия (V), а между тем они не ферромагнитны. Кроме того, сами атомы ферромагнитных веществ, будучи изолированы один от другого, не проявляют никаких ферромагнитных свойств. Ферромагнитные свойства наблюдаются только в веществах кристаллической структуры при температуре ниже некоторого определённого уровня.

В парамагнитных веществах нескомпенсированные спины данного атома оказывают очень небольшое влияние или вообще не действуют на магнитные диполи соседних атомов. Наоборот, в ферромагнитных веществах атомы или ионы, обладающие постоянным магнитным моментом, расположены достаточно близко друг к другу, так что между ними существует сильное воздействие, в результате которого ось каждого магнитного диполя располагается не произвольно, а в соответствии с ориентацией соседних диполей.

Ферромагнетизм возникает вследствие особого взаимодействия электронов незаполненных слоёв между соседними атомами. Такое взаимодействие называется **ОБМЕННЫМ**, так как взаимодействующие электроны перестают быть связанными с определёнными атомами, — «коллективизируются». Атомы как бы обмениваются электронами. Каждый из рассматриваемых электронов лишь часть времени находится вблизи «своего» ядра. Вместе с тем два электрона с одинаковыми спинами не могут находиться на одном энергетическом уровне, поэтому атомы должны обмениваться электронами.

Обменное взаимодействие характеризуется так называемым обменным интегралом A . Величина его зависит в большей степени от расстояний между атомами в кристаллической решётке, то есть от отношения меж-атомного расстояния a к диаметру незаполненной электронной оболочки d . При значительном расстоянии между атомами, когда $a/d \sim 3 \div 4$, обменный интеграл A имеет пренебрежимо малую величину и вещество представляет собой парамагнетик (рисунок 2.3).

(от английского *domain* — доменная область). Величина этого самопроизвольного магнитного момента равна намагниченности при данной температуре.

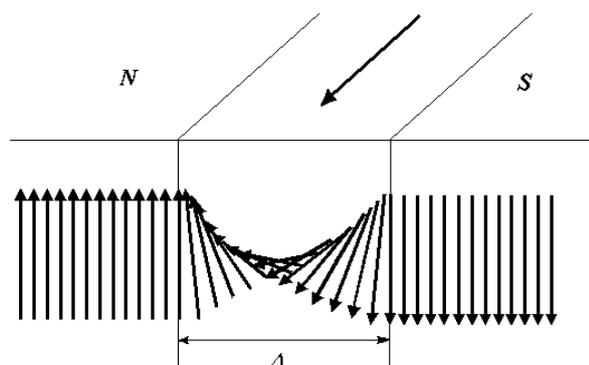


Рисунок 2.4 — Распределение намагниченности в 180° -градусной доменной стенке Блоха, Δ - ширина доменной стенки.

Ферромагнитный образец состоит из большого числа малых (порядка 10^{-3} мм) областей (доменов), каждая из которых намагничена до насыщения, но векторы намагниченности областей ориентированы в разных направлениях. Поэтому полная намагниченность образца, как правило, равна нулю. Такие домены имеются как в монокристаллах, так и в поликристаллических материалах. В поликристаллах доменная структура более сложная, так как свойства кристаллов оказывают значительное влияние на доменную структуру.

Энергетически более выгодным (состоянием с минимумом энергии) является такое состояние, при котором спонтанная намагниченность направлена вдоль оси лёгкого намагничивания, а магнитные потоки замкнуты. Поэтому на концах образца появляются небольшие замыкающие области, которые ещё более понижают значение магнитной энергии.

Выше некоторой критической температуры, называемой **ТЕМПЕРАТУРОЙ КЮРИ**, взаимодействие между магнитными ионами становится недостаточным для поддержания упорядоченного расположения спинов и ферромагнетик преарращается в парамагнетик. Если образец монокристалла поместить в слабое магнитное поле, то в нём появиться результирующая намагниченность, направленная вдоль поля. Намагничивание будет происходить

В двух соседних областях (доменах) спины устанавливаются антипараллельно друг другу. Однако при переходе от одной области к другой они не испытывают поворот сразу на 180° . Между ними имеется промежуточный или переходной слой (так называемая доменная стенка Блоха), в котором спины, постепенно меняя угол, переходят в антипараллельное положение, как это показано на рисунке 2.4.

за счёт двух процессов: смещения границ доменов и поворота векторов намагниченности доменов в направлении внешнего поля.

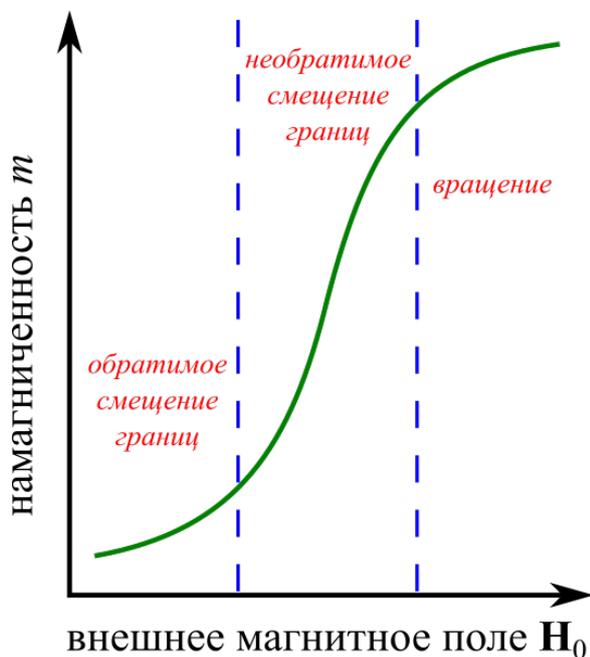


Рисунок 2.5 — Типичная кривая намагниченности ферромагнетика.

Рост намагниченности за счёт смещения границ доменов происходит при относительно малых значениях напряжённости магнитного поля, причём в слабых полях процесс обратим. Однако в сильных полях, когда граница домена при смещении вынуждена преодолевать границы зёрен включения и другие «физические барьеры», процесс становится необратимым. Рост намагниченности за счёт поворота векторов намагниченности доменов имеет место в относительно сильных полях (рисунок 2.5).

Магнитная энергия доменной структуры ферромагнитных материалов состоит из четырёх частей: обменной энергии, энергии магнитной анизотропии, магнитоупругой энергии и магнитостатической энергии.

Магнитная анизотропия проявляется в существовании в кристаллах **ОСЕЙ ЛЁГКОГО НАМАГНИЧИВАНИЯ**. Например, осями лёгкого намагничивания железа, кристаллы которого имеют кубическую симметрию, являются каждые из трёх направлений рёбер куба.

Вследствие магнитной анизотропии, свойственной почти всем ферромагнитным кристаллам, векторы намагниченности доменов стремятся расположиться вдоль кристаллографических осей лёгкого намагничивания.

2.2 Ферромагнетизм и антиферромагнетизм

Упорядоченная параллельная ориентация спинов ферромагнитного вещества, обусловленная обменным взаимодействием, приводит при температуре ниже некоторого уровня к самопроизвольной намагниченности.

В веществах, в которых намагниченность вызывает не параллельную, а антипараллельную ориентацию спинов, спины также имеют упорядочен-

ную ориентацию, однако самопроизвольная намагниченность не возникает, так как магнитные моменты спинов взаимно компенсируются. Эти вещества называются **АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАМИ**, а само явление — **АНТИФЕРРОМАГНЕТИЗМОМ**.

Для объяснения явления антиферромагнетизма была предложена «двухподрешёточная» модель структуры кристалла, в которой атомы с параллельными спинами образуют одну подрешетку, а атомы с противоположными спинами — другую.

Примером антиферромагнетика кубической структуры может служить оксид марганца (II) MnO (рисунок 2.6). Металлические ионы Mn^{2+} , имеющие постоянный магнитный момент, занимают узлы решётки попеременно с немагнитными ионами кислорода O^{2-} .

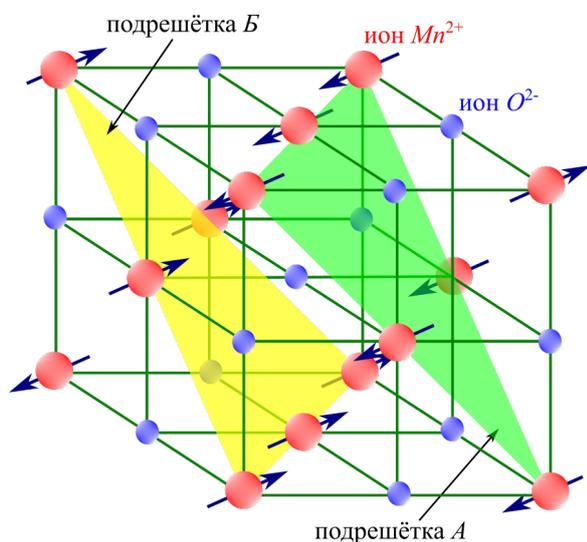


Рисунок 2.6 — Две подрешетки с противоположно ориентированными (антипараллельными) спинами (разноцветные поверхности) оксида марганца (II) MnO .

чуть не уступает непосредственному обменному взаимодействию, наблюдаемому, например, в ферромагнитном кристалле железа.

Косвенное взаимодействие характеризуется следующими двумя особенностями:

- косвенное взаимодействие, как правило, всегда приводит к антипараллельной ориентации спиновых моментов;

В представленном на рисунке 2.6 кристалле прямое взаимодействие между ионами не возможно, поскольку так называемые орбитальные волновые функции $3d$ -электронов ближайших ионов Mn^{2+} не перекрываются (как это имеет место в чистых металлах). В этом случае взаимодействие между смежными ионами Mn^{2+} осуществляется через волновые функции кислорода O^{2-} . Это так называемое **КОСВЕННОЕ КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ**. По своей силе оно ничуть не уступает непосредственному обменному взаимодействию, наблюдаемому, например, в ферромагнитном кристалле железа.

- косвенное взаимодействие тем сильнее, чем ближе к 180° угол между направлениями связей магнитных ионов.

В антиферромагнитных веществах векторы намагниченности двух подрешёток антипараллельны и при полном упорядочении равны по величине. Однако атомы или ионы в такой двухподрешёточной структуре не обязательно должны быть одинаковыми, а значит, и магнитные моменты ионов в первой подрешетке могут отличаться по величине от магнитных моментов второй. Результирующая намагниченность системы будет равна разности намагниченности подрешеток. Такие вещества с антипараллельными и разными по величине магнитными моментами подрешеток, когда одна из них не полностью компенсирует другую и возникает спонтанная намагниченность, называются **ФЕРРИМАГНЕТИКАМИ**.

Имеются две причины такой декомпенсации: первая — когда магнитные ионы одной подрешетки обладают магнитными моментами, отличными от другой; вторая — когда в кристаллической решётке есть два типа узлов, которые могут быть заняты магнитными ионами (при этом совокупность узлов одного типа образует одну подрешётку, а совокупность узлов второго типа — другую; тогда величины косвенного обменного взаимодействия внутри двух подрешёток должны быть различны, так как углы между направлениями связей металлических ионов различны в первой и второй подрешётках). В реальных ферримагнетиках, таких, как ферриты и ферриты-гранаты, имеют место обе эти причины декомпенсации.

Из ферримагнитных материалов огромное практическое значение для радиотехники сверхвысоких частот приобрели некоторые окиси железа, в частности **ФЕРРИТЫ**, сочетающие в себе свойства ферромагнитного материала (доменная структура, гистерезис, магнитное насыщение и др.) и диэлектрика (высокое электросопротивление, пропускание электромагнитных волн СВЧ без значительных потерь и отражений). Обычно химическая формула ферритов (т. е. ферромагнитных полупроводников и диэлектриков) имеет вид $MeFe_2O_3$ (где Me — двухвалентный металл).

Чистые ферриты имеют ту же кристаллическую структуру, что и встречающийся в природе минерал шпинель ($MgAl_2O_4$). При замене трёхвалентного алюминия трёхвалентным ионом железа структура шпинеля сохраняется. При этом образуется соединение $MgFe_2O_3$, называемое маг-

ниевым ферритом. Для получения чистых ферритов можно воспользоваться почти любым двухвалентным металлом (*Ni, Co, Mn, Zn, Cu, Ba, Cd*), заменяющим в структуре шпинеля ион магния, и получить широкий набор смешанных ферритов. Магнитные ферриты отличаются той особенностью, что в них трёхвалентные ионы железа располагаются в кристалле вокруг ионов кислорода так, что образуют структуру так называемой **ОБРАЩЁННОЙ ШПИНЕЛИ**.

В технике СВЧ необходимы ферриты с малыми значениями насыщения намагниченности. Их можно получить, замещая некоторое количество ионов *Fe* трёхвалентными ионами немагнитных металлов, таких, как алюминий, галлий, индий и др.

В практике широкое применение получил ещё один класс ферритов — ферритов–гранатов. Это ферромагнитные окислы, имеющие структуру граната ($Ca_3Fe_2(SiO_4)_3$), по ряду параметров превосходят ферриты структуры шпинели. Особенно это относится к иттриевому гранату ($Y_3Fe_2(FeO_4)_3$), имеющему большое значение для высокочастотной электроники.

Для ориентировки укажем некоторые значения важнейших характеристик ферритов. Удельное электрическое сопротивление большинства ферритов $\sim 10^2 \div 10^6$ ом см. Удельное сопротивление ферритов никеля и магния удаётся увеличить до 10^{11} ом см путём введения в них добавок окислов марганца и кобальта. Диэлектрическая проницаемость ферритов на сантиметровых волнах может иметь величину от 5 до 20. Намагниченность насыщения зависит от типа феррита и колеблется в широких пределах 400–5000 Гс. Наиболее низкая намагниченность насыщения у ферритов алюминатов и хроматов. Иттриевые ферриты имеют намагниченность насыщения ~ 1700 Гс. Температура Кюри для никелевых ферритов наиболее высокая (700°C), а алюминатов порядка десятков градусов. Тангенс угла диэлектрических потерь $\text{tg } \delta$ у лучших ферритов имеет величину порядка 10^{-4} .

Ферриты изготавливают путём прессовки и последующего спекания порошкообразного вещества при температуре $1000\text{--}1300^\circ\text{C}$. Окончательная обработка ферритовых элементов осуществляется на шлифовальных станках.

Анизотропия феррита создаётся постоянным или медленно изменяющимся (по сравнению с полями распространяющихся в ферритах волн) магнитным полем.

При нулевом поле магнитная проницаемость феррита — скалярная величина. Однако такое представление является приближенным. Феррит имеет, как уже указывалось выше, кристаллическую структуру, и реальным ферритам свойственна кристаллическая анизотропия, т. е. зависимость магнитных свойств от направления намагничивания относительно осей кристаллической решётки. Учёт кристаллографической анизотропии не меняет вида тензора магнитной проницаемости, а изменяет лишь его компоненты. Поэтому мы будем считать, что в отсутствие внешнего магнитного поля феррит является средой изотропной.

2.3 Ферромагнитный резонанс

Если электрон рассматривать как вращающуюся электрически заряженную массу, то во многих отношениях он напоминает механический гироскоп (волчок), обладающий собственным механическим моментом количества движения (спином) S и магнитным спиновым моментом m , направленными в противоположные стороны.

Между спиновым магнитным моментом (возникающим благодаря вращению электрона) и механическим моментом имеется следующая зависимость:

$$\mathbf{m} = -\frac{|e|\hbar}{m_e c} \mathbf{J} = -\gamma \mathbf{J}, \quad (2.1)$$

где γ — гиромагнитное отношение для спина:

$$\gamma = \frac{|e|\hbar}{m_e c} = 2.8 \cdot 2\pi \cdot 10^6 \frac{1}{\text{эрг} \cdot \text{с}} \quad (\text{в гауссовой системе});$$

e — заряд электрона;

m_e — масса электрона;

c — скорость света.

Если поместить электрон в постоянное магнитное поле напряжённостью \mathbf{H}_0 , то на него начнёт действовать пара сил, т. е. момент вращения. Сила, действующая на магнитный диполь в постоянном магнитном поле, аналогична силе тяжести, действующей на механический волчок.

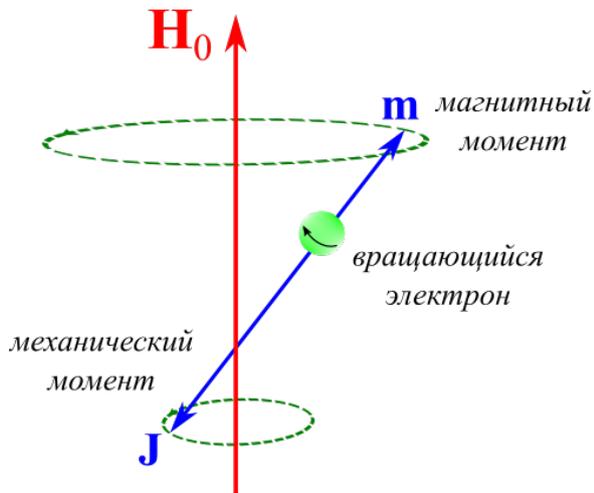


Рисунок 2.7 — Прецессия магнитного спинового момента вокруг направления постоянного поля.

электрона продолжалась бы бесконечно долго. Однако из-за потерь в веществе конец вектора магнитного момента движется по спирали и через некоторое время направление этого вектора совпадает с направлением приложенного магнитного поля \mathbf{H}_0 , как показано на рисунке 2.8.

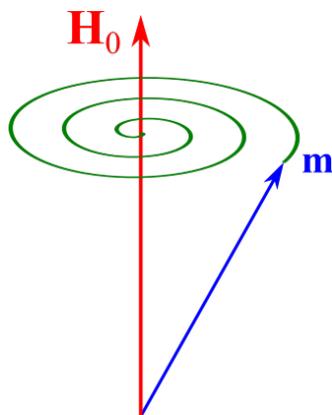


Рисунок 2.8 — В результате потерь направление вектора магнитного спинового момента со временем совпадает с направлением внешнего постоянного магнитного поля.

Если частота его ω равна резонансной частоте ω_0 , то наблюдается возрастание амплитуды прецессии (рисунок 2.9). Поскольку при этом происходит ряд важнейших для дальнейшего понимания процесса физических явлений, разберёмся в нём более подробно.

Ниже, в Главе 3, покажем, что линейно поляризованную электромагнитную волну можно представить в виде двух вращающихся в противоположные стороны волн с круговой поляризацией.

Под действием момента вращения ось «гироскопа» будет вращаться, или прецессировать, вокруг направления постоянного поля (рисунок 2.7) с угловой частотой прецессии

$$\omega_0 = \gamma \mathbf{H}_0. \quad (2.2)$$

Частота ω_0 называется **ЧАСТОТОЙ ФЕРРОМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА** и зависит от \mathbf{H}_0 .

Если бы не было затухания, прецессия магнитного момента

Рассмотрим влияние переменного магнитного поля на феррит, размещённый в переменном магнитном поле.

Свойства феррита существенно зависят от того, насколько близка частота приложенного переменного поля к резонансной частоте прецессии ω_0 . Если переменное поле \mathbf{h} приложено перпендикулярно к постоянному магнитному полю \mathbf{H}_0 и частота его ω равна резонансной частоте ω_0 , то наблюдается возрастание амплитуды прецессии (рисунок 2.9).

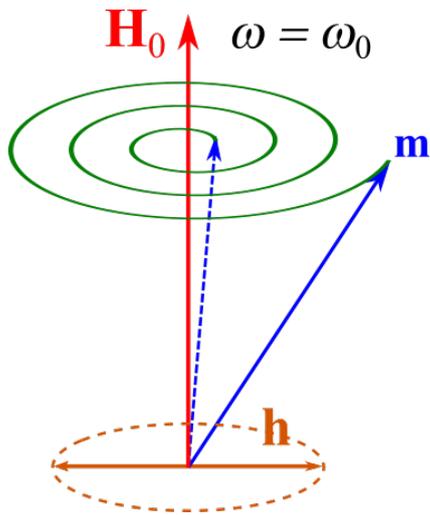


Рисунок 2.9 — Амплитуда прецессии возрастает под воздействием переменного поля при $\omega = \omega_0$.

Круговую поляризацию, которая вращается в направлении прецессии электрона вокруг постоянного поля, называют положительной или правой круговой составляющей (\mathbf{h}_+), а составляющую, вращающуюся в противоположном направлении, — отрицательной или левой круговой составляющей (\mathbf{h}_-).

Известно, что момент вращения (τ_+), вызываемый действием на электрон положительной круговой составляющей, равен векторному произведению

$$\tau_+ = [\mathbf{m} \times \mathbf{h}]. \quad (2.3)$$

В соответствии с определением векторного произведения результирующий вектор τ_+ по амплитуде равен площади, построенной на этих векторах, а направление его определяется правилом правого винта.

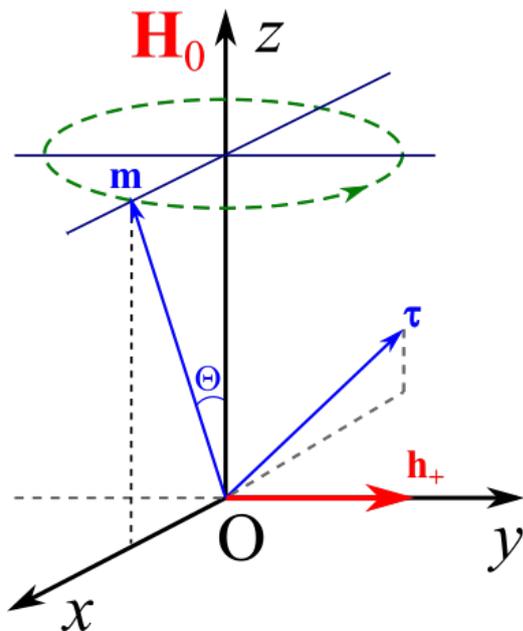


Рисунок 2.10 — Воздействие противоположно вращающихся составляющих волны круговой поляризации на прецессирующий электрон.

На рисунке 2.10 векторы показаны в момент времени, когда вектор магнитного момента \mathbf{m} лежит в плоскости xOz , а вектор вращающегося магнитного поля \mathbf{h}_+ направлен вдоль положительного направления оси y .

Вектор момента вращения τ будет расположен в плоскости xOz и перпендикулярен к векторам \mathbf{m} и \mathbf{h}_+ (т. е. к плоскости, образованной этими векторами).

Так как направление вращения правой круговой поляризации всё время совпадает с направлением прецессии, то происходит непрерыв-

ная передача энергии электрону, т. е. поглощение высокочастотной энергии. Это и вызывает увеличение угла Θ между вектором магнитного момента электрона и направлением постоянного магнитного поля (осью z). Энергия, которую отдаёт электрону вращающееся магнитное поле, точно компенсирует потери в системе. При $\omega = \omega_0$ (т. е. при резонансе) поглощение переменного поля волны будет максимальным. Явление резонансного поглощения энергии СВЧ поля получило название **ФЕРРОМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА**.

Если такой же анализ провести для отрицательной круговой составляющей переменного поля (т. е. составляющей, которая вращается в противоположном прецессии направлении), окажется, что нет передачи энергии электрону от вращающегося магнитного поля, так как момент вращения дважды за период меняет направление. Всю энергию, полученную в первую половину периода прецессии (когда совпадают направления вращения), электрон возвращает во вторую половину периода.

Следовательно, отрицательная круговая составляющая переменного магнитного поля не может вызвать увеличение угла прецессии магнитного момента электрона. Другими словами, если к ферромагнитному материалу приложены постоянное магнитное поле, действующее в направлении z , и противоположно вращающиеся магнитные поля круговой поляризации (т. е. две противоположно поляризованные волны), действующие в плоскости xOy , то материал будет по разному взаимодействовать с указанными полями (волнами) из-за различных магнитных проницаемостей среды μ_+ и μ_- для противоположно вращающихся волн круговой поляризации (где знак «+» и «-» относится к направлению вращения, как определено выше).

Когда феррит не намагничен ($\mathbf{H}_0 = 0$), можно считать оба значения μ_+ и μ_- приблизительно равными единице. С увеличением \mathbf{H}_0 растёт частота ω , а при некотором значении $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_{\text{рез}}$ наступает резонанс. Это вызывает значительное изменение магнитной проницаемости μ_+ , которая при $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_{\text{рез}}$ меняет свой знак на обратный, тогда как на значение μ_- увеличение \mathbf{H}_0 почти не влияет. Если бы в потерь в феррите не было, то под влиянием энергии, отдаваемой правополяризованной волной, прецессия непрерывно увеличивалась бы и при резонансе коэффициент μ_+ достиг бы бесконечно большого значения. Фактически при резонансе для волны пра-

вой поляризации затухание резко возрастает, волна же левой поляризации практически не поглощается ферритом.

Различие магнитных проницаемостей для волн правой и левой круговой поляризации порождает ряд важнейших для практического использования явлений при распространении электромагнитных волн в ферритах.

2.4 Тензор магнитной проницаемости феррита во внешнем магнитном поле

Для получения явного вида компонент тензора $\hat{\mu}$ рассмотрим вспомогательную задачу о намагничивании парамагнетика, находящегося в переменном внешнем магнитном поле. Пусть парамагнитная среда находится во внешнем магнитном поле. Так как в парамагнетике отличные от нуля локальные магнитные моменты \mathbf{m}_i (см. соотношение (2.1)) не взаимодействуют между собой, то в магнитном поле на них действует момент силы $\mathbf{K}_i = [\mathbf{m}_i \times \mathbf{B}]$, стремящийся повернуть эти магнитные моменты в направлении, перпендикулярном векторам \mathbf{m}_i и \mathbf{B} .

Уравнение движения механического момента в этом случае будет иметь вид:

$$\frac{d\mathbf{J}_i}{dt} = \mathbf{K}_i = [\mathbf{m}_i \times \mathbf{B}], \quad (2.4)$$

где \mathbf{J}_i — механический момент i -ой частицы (рисунок 2.7). Согласно (2.1) магнитные моменты частиц совпадают с магнитными моментами атомов. Умножая обе части уравнения (2.4) на $-\gamma$, получим уравнение движения для отдельного магнитного момента в магнитном поле:

$$\frac{d\mathbf{m}_i}{dt} = -\gamma [\mathbf{m}_i \times \mathbf{B}]. \quad (2.5)$$

В простейшей модели намагниченность парамагнетика \mathbf{M} является просто векторной суммой магнитных моментов, находящихся в единице объёма среды:

$$\mathbf{M} = \frac{1}{V} \sum_i \mathbf{m}_i.$$

Таким образом, из уравнения (2.5) легко получить уравнение намагниченности среды:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma [\mathbf{M} \times \mathbf{H}], \quad (2.6)$$

где учтено, что индукция магнитного поля $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$. Это уравнение называется *уравнением Ландау – Лифшица*.

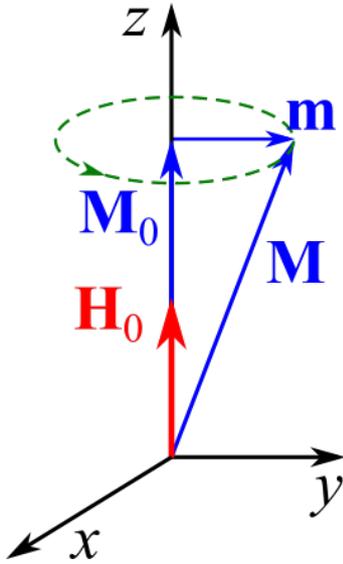


Рисунок 2.11 — Прецессия вектора \mathbf{M} вокруг \mathbf{H}_0 .

Можно показать, что с течением времени вектор намагниченности \mathbf{M} сохраняет свою величину, и его проекция на ось z также остаётся неизменной. Действительно, умножив скалярно левую и правую части уравнения (2.6) на \mathbf{M} и учитывая, что в правой части (2.6) стоит вектор, перпендикулярный \mathbf{M} , получаем:

$$\mathbf{M} \frac{d\mathbf{M}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\mathbf{M} \times \mathbf{M}) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \mathbf{M}^2 = 0, \quad (2.7)$$

что и означает $\mathbf{M}^2 = \text{const}$, то есть $\mathbf{M}^2 = \mathbf{M}_0^2$. Вектор \mathbf{M} совершает незатухающую прецессию вокруг направления магнитного поля, как показано на рисунке 2.11.

Рассмотрим сначала поведение намагниченности парамагнетика, помещённого в постоянное внешнее магнитное поле \mathbf{H}_0 . Пусть в среде, намагниченность которой была равна нулю, под действием поля индуцируется намагниченность \mathbf{M}_0 . Если вектор намагниченности вывести из положения равновесия ($\mathbf{M}_0 \uparrow \uparrow \mathbf{H}_0$), то он будет меняться со временем по закону (2.7). Будем искать решение уравнения (2.7) в виде:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m} \exp(-i\omega_0 t), \quad (2.8)$$

где \mathbf{m} — комплексная амплитуда переменной намагниченности. Выберем систему координат с осью z , направленной вдоль поля \mathbf{H}_0 (рисунок 2.11). Подставляя в уравнение (2.7) решение в виде (2.8), для проекций m_x, m_y, m_z переменной намагниченности получим систему уравнений:

$$\begin{cases} -i\omega_0 m_x + \gamma \mathbf{H}_0 m_y = 0, \\ \gamma \mathbf{H}_0 m_x + i\omega_0 m_y = 0, \\ m_z = 0. \end{cases} \quad (2.9)$$

Система (2.9) будет совместна, если ее определитель будет равен нулю, то есть при выполнении условия

$$\omega_0 = \gamma \mathbf{H}_0. \quad (2.10)$$

Подстановка выражения для частоты (2.10) в первое или второе уравнения системы (2.9) даёт решение

$$m_x = i m_y. \quad (2.11)$$

Это означает, что собственные колебания магнитного момента представляют собой правую прецессию вектора намагниченности \mathbf{M} вокруг направления постоянного магнитного поля \mathbf{H}_0 с **ЛАРМОРОВСКОЙ ЧАСТОТОЙ** ω_0 , определяемой выражением (2.10). Из третьего уравнения системы (2.9) следует, что проекция намагниченности \mathbf{M} на ось z будет постоянной. Следовательно, вектор \mathbf{M} совершает незатухающую прецессию вокруг направления магнитного поля.

Перейдём теперь к решению задачи об отклике намагниченного до насыщения в постоянном магнитном поле \mathbf{H}_0 ферромагнетика на наложение переменного поля, меняющегося по закону $\mathbf{h} \exp(-i\omega t)$. Пусть $\mathbf{h} \ll \mathbf{H}_0$ и длина волны λ электромагнитного поля, распространяющегося в магнетике, превышает размеры образца L ($\lambda \gg L$). Поскольку электромагнитная волна, создающая переменное магнитное поле, распространяется вдоль оси z , координаты вектора \mathbf{H} в уравнении (2.6) имеют вид: $(h_x \exp(-i\omega t); h_y \exp(-i\omega t); \mathbf{H}_0)$. Аналогично, координаты вектора \mathbf{M} (m_x, m_y, M_z) , с учётом того, что $m_x \sim m_y$ и $m_x, m_y \ll M_z$, очевидно, что $M_z \sim M_0$. Следовательно, уравнение (2.6) можно записать в виде:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ h_x & h_y & \mathbf{H}_0 \\ m_x & m_y & \mathbf{M}_0 \end{vmatrix}. \quad (2.12)$$

При этом для каждой компоненты вектора \mathbf{M} имеем:

$$\begin{cases} \frac{dm_x}{dt} = \gamma (\mathbf{M}_0 h_y - m_y \mathbf{H}_0), \\ \frac{dm_y}{dt} = \gamma (m_x \mathbf{H}_0 - \mathbf{M}_0 h_x), \\ \frac{d\mathbf{M}_0}{dt} = \gamma (m_y h_x - m_x h_y) = 0. \end{cases} \quad (2.13)$$

Ищем решение в виде $m_{x,y} = (m_0)_{x,y} \exp(i\omega t)$. Тогда система будет иметь вид:

$$\begin{cases} i\omega m_x = \gamma \mathbf{M}_0 h_y - \gamma m_y \mathbf{H}_0, \\ i\omega m_y = \gamma m_x \mathbf{H}_0 - \gamma \mathbf{M}_0 h_x. \end{cases} \quad (2.14)$$

После преобразования с учётом того, что $\omega_0 = \gamma \mathbf{H}_0$:

$$\begin{cases} m_x i\omega + m_y \omega_0 = \gamma \mathbf{M}_0 h_y, \\ m_x \omega_0 - m_y i\omega = \gamma \mathbf{M}_0 h_x. \end{cases} \quad (2.15)$$

Поскольку

$$\chi_{xx} = \frac{m_x}{h_x}, \quad \chi_{xy} = \frac{m_x}{h_y}, \quad \chi_{yx} = \frac{m_y}{h_x}, \quad \chi_{yy} = \frac{m_y}{h_y},$$

получим, что

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \frac{\chi_0 \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}; \quad \chi_{xy} = -\chi_{yx} = \frac{i\gamma \mathbf{M}_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Учитывая, что $\hat{\mu} = \delta_{ij} + 4\pi \hat{\chi}$ (где δ_{ij} – символ Кронекера ранга 2 (1.12)), имеем:

$$\hat{\mu} = \begin{vmatrix} 1 + 4\pi \frac{\gamma \omega_0 \mathbf{M}_0}{\omega_0^2 - \omega^2} & 4\pi \frac{i\gamma \omega_0 \mathbf{M}_0}{\omega_0^2 - \omega^2} & 0 \\ -4\pi \frac{i\gamma \omega_0 \mathbf{M}_0}{\omega_0^2 - \omega^2} & 1 + 4\pi \frac{\gamma \omega_0 \mathbf{M}_0}{\omega_0^2 - \omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.16)$$

Таким образом показано, что тензор $\hat{\mu}$ эрмитовый. При условии $\omega \gg \omega_0$ тензор $\hat{\mu}$ будет иметь вид:

$$\hat{\mu} \cong \begin{vmatrix} 1 & -4\pi \frac{i\gamma \mathbf{M}_0}{\omega} & 0 \\ 4\pi \frac{i\gamma \mathbf{M}_0}{\omega} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.17)$$

Рассматривая уравнение (2.6), мы не учитывали потери энергии во время прецессии магнитного момента. Для учёта этих потерь необходимо ввести в это уравнение дополнительный член, описывающий уменьшение энергии прецессионного движения магнитных моментов. В этом случае движение магнитных моментов будет происходить так, как показано на рисунке 2.8.

Если воспользоваться формой записи, предложенной Ландау и Лифшицем, то уравнение (2.6) с учётом релаксационного члена примет вид

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma [\mathbf{M} \times \mathbf{H}] + \frac{\eta}{\mathbf{M}^2} [[\mathbf{M} \times \mathbf{H}] \times \mathbf{M}], \quad (2.18)$$

где $\eta = \alpha\gamma\mathbf{M}$, α — безразмерный параметр, характеризующий потери энергии. В дальнейшем будем считать, что потери малы и $\alpha \ll 1$.

Для решения задачи о компонентах тензора $\hat{\mu}$ будем использовать подход, аналогичный показанному выше для случая уравнения Ландау-Лифшица без релаксационного члена. Подставим координаты векторов

$$\mathbf{M} (m_x \exp(i\omega t); m_y \exp(i\omega t); \mathbf{M}_0) \quad \text{и} \quad \mathbf{H} (h_x \exp(i\omega t); h_y \exp(i\omega t); \mathbf{H}_0)$$

в уравнение (2.18) и будем решать его в линейном приближении по малым величинам h и m . Тензор магнитной проницаемости в этом случае также будет эрмитовым и будет иметь вид:

$$\hat{\mu} = \begin{vmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{vmatrix}, \quad (2.19)$$

где

$$\mu = \mu' + i\mu'', \quad \mu_a = \mu'_a + i\mu''_a, \quad \mu_z = \mu'_z + \mu''_z. \quad (2.20)$$

С учётом потерь, компоненты тензора (2.19) являются комплексными величинами. При этом их мнимые и вещественные части будут связаны между собой соотношениями Крамерса-Кронига.

$$\begin{aligned} \mu' &= 1 + 4\pi \frac{\mathbf{M}_0}{\mathbf{H}_0} \frac{\omega_0^2 (\omega_0^2 - \omega^2) + 2\omega^2 \omega_r^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \omega_r^2}, & \mu'' &= -4\pi \frac{\mathbf{M}_0}{\mathbf{H}_0} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) \omega \omega_r}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \omega_r^2}; \\ \mu'_a &= 4\pi \gamma \mathbf{M}_0 \omega^2 \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \omega_r^2}, & \mu''_a &= -4\pi \gamma \mathbf{M}_0 \frac{2\omega^2 \omega_r^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \omega_r^2}; \\ \mu'_z &= 1 + 4\pi \frac{\mathbf{M}_0}{\mathbf{H}_0} \frac{\omega_r^2}{\omega^2 + \omega_r^2}, & \mu''_z &= -4\pi \frac{\mathbf{M}_0}{\mathbf{H}_0} \frac{\omega \omega_r^2}{\omega^2 + \omega_r^2}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Здесь $\omega_r = \alpha\gamma\mathbf{H}_0$ — частота релаксации.

На рисунке 2.12 изображены характерные частотные зависимости одной из диагональных компонент тензора магнитной проницаемости. Отметим, что они имеют резонансный характер.

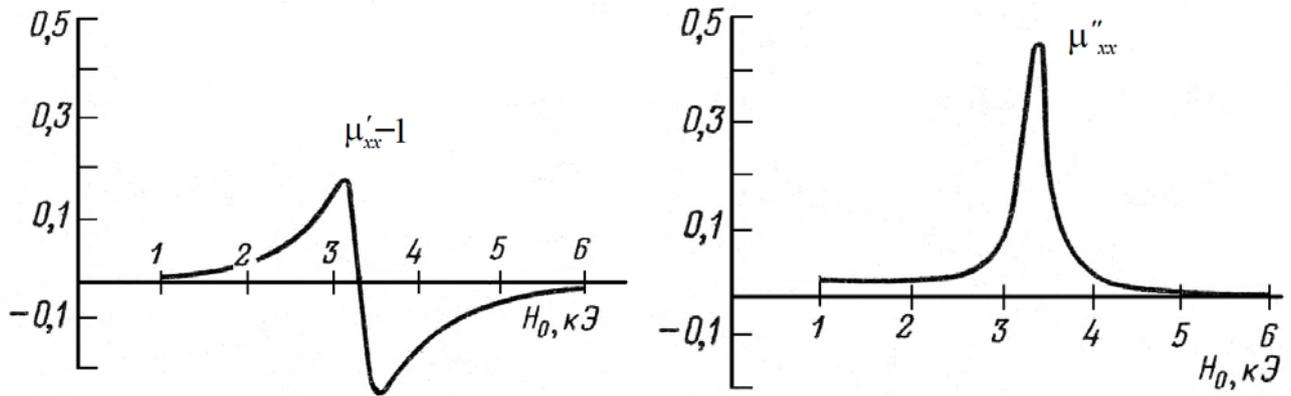


Рисунок 2.12 — Характерная частотная зависимости вещественных и мнимых частей диагональной компоненты μ_{xx} тензора магнитной проницаемости.

ГЛАВА 3

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНЫХ ГИРОМАГНИТНЫХ СРЕДАХ (ФЕРРИТАХ)

Распространение электромагнитных волн в анизотропной среде можно рассматривать, решая уравнения Максвелла. Ограничиваясь рассмотрением процесса, гармонического во времени, запишем эти уравнения в виде:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= i\omega\varepsilon\mathbf{E}, & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -i\omega\hat{\mu}\mathbf{H}, & \operatorname{div} \mathbf{E} &= 0, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где $\hat{\mu}$ — магнитная проницаемость анизотропной среды при включении магнитного поля. Магнитная индукция и напряжённость магнитного поля связаны следующими соотношениями:

$$B_x = \mu_{\perp}H_x + i\chi H_y, \quad B_y = \mu_{\perp}H_y - i\chi H_x, \quad k_z = k \cos \theta.$$

Для примера распишем уравнения (3.1)

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -i\omega\hat{\mu}\mathbf{H}.$$

$$\mathbf{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \mathbf{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \mathbf{h} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = -i\omega (\mathbf{i}B_x + \mathbf{j}B_y + \mathbf{h}B_z).$$

Здесь $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{h}$ — ортонормированный базис декартовой системы координат.

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega (\mu_{\perp}H_x + \chi H_y), \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -i\omega (\mu_{\perp}H_y - \chi H_x), \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\omega (\mu_{\parallel}H_x). \end{cases}$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = i\omega\varepsilon\mathbf{E} :$$

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega E_x, \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\omega E_y, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = i\omega E_z. \end{cases}$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 :$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\mu_{\perp}H_x + \chi H_y) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu_{\perp}H_y - \chi H_x) + \frac{\partial}{\partial z}\mu_{\parallel}H_z = 0,$$

$$\mu_{\perp} \left(\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} \right) + \mu_{\parallel} \frac{\partial H_z}{\partial z} + \chi \left(\frac{\partial H_x}{\partial x} - \frac{\partial H_y}{\partial y} \right) = 0.$$

$$\text{div } \mathbf{E} = 0 :$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0.$$

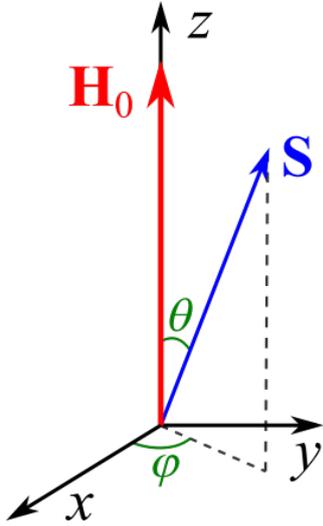


Рисунок 3.1 — Вектор \mathbf{S} указывает направление распространения плоской волны.

Так как среда однородна, то в ней возможно распространение плоских волн, распространяющихся в произвольном направлении. Пусть это направление есть вектор \mathbf{S} , образующий угол θ с осью z , направленной вдоль подмагничивающего поля \mathbf{H}_0 (рисунок 3.1). Зависимость составляющих плоской волны, бегущей вдоль \mathbf{H}_0 , от времени и координат может быть записана в виде:

$$\psi_{\mathbf{S}} = \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}),$$

где \mathbf{H} и \mathbf{E} определяются следующими выражениями:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 \exp[i\omega t - i(k_x x + k_y y + k_z z)]$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \psi_{\mathbf{S}}, \quad \mathbf{H}_0 = \text{const},$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \psi_{\mathbf{S}}, \quad \mathbf{E}_0 = \text{const},$$

где $\mathbf{k} = \mathbf{i}k_x + \mathbf{j}k_y + \mathbf{h}k_z$ — постоянная распространения, т. е.

$$|\mathbf{k}| = k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}.$$

В нашем случае (см. рисунок 3.1) имеем:

$$k_x = k \sin \theta \cos \varphi, \quad k_y = k \sin \theta \sin \varphi, \quad k_z = k \cos \theta.$$

При $\varphi = 90^\circ$ $\cos \theta = 0$, следовательно $k_x = 0$, $k_y = k \sin \theta$, $k_z = k \cos \theta$, вектор \mathbf{S} лежит в плоскости zy . Тогда

$$\frac{\partial \psi_{\mathbf{S}}}{\partial x} = \exp(i\omega t) [-ik_x] \exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z)] = -ik_x \psi_{\mathbf{S}},$$

$$\frac{\partial \psi_{\mathbf{S}}}{\partial y} = -ik_y \psi_{\mathbf{S}}, \quad \frac{\partial \psi_{\mathbf{S}}}{\partial z} = -ik_z \psi_{\mathbf{S}}.$$

Подставляя эти зависимости в уравнения Максвелла, получим:

$$\text{rot } \mathbf{E} = -i\omega \hat{\mu} \mathbf{H} :$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = E_{0z} \frac{\partial \psi_{\mathbf{S}}}{\partial y} = E_{0z} (-ik_y) \psi_{\mathbf{S}} = -ik_y E_z, \quad \frac{\partial E_y}{\partial z} = -ik_z E_y.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -ik(k_y E_z - k_z E_y), \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -ik(k_z E_x - k_x E_z), \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{E_x}{\partial y} = -ik(k_x E_y - k_y E_x). \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_y E_z - k_z E_y = \omega(\mu_{\perp} H_x + \chi H_y), \\ k_z E_x - k_x E_z = \omega(\mu_{\perp} H_y - \chi H_x), \\ k_x E_y - k_y E_x = \omega(\mu_{\parallel} H_z). \end{array} \right.$$

Если $k_x = 0$, то имеем

$$\begin{cases} k_y E_z - k_z E_y = \omega (\mu_{\perp} H_x + \chi H_y), \\ k_z E_x = \omega (\mu_{\perp} H_y - \chi H_x), \\ -k_y E_x = \omega (\mu_{\parallel} H_z). \end{cases}$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = i\omega\varepsilon\mathbf{E} :$$

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = -i(k_y H_z - k_z H_y) = i\omega\varepsilon E_x, \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = -i(k_z H_x - k_x H_z) = i\omega\varepsilon E_y, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -i(k_x H_y - k_y H_x) = i\omega\varepsilon E_z. \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_y H_z - k_z H_y = -\omega\varepsilon E_x, \\ k_z H_x - k_x H_z = -\omega\varepsilon E_y, \\ k_x H_y - k_y H_x = -\omega\varepsilon E_z. \end{cases}$$

Если $k_x = 0$, то

$$\begin{cases} k_y H_z - k_z H_y = -\omega\varepsilon E_x, \\ k_z H_x = -\omega\varepsilon E_y, \\ -k_y H_x = -\omega\varepsilon E_z. \end{cases}$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 :$$

$$(\mathbf{kB}) = 0 \rightarrow k_x B_x + k_y B_y + k_z B_z = 0.$$

$$k_x (\mu_{\perp} H_x + \chi H_y) + k_y (\mu_{\perp} H_x - \chi H_y) + k_z \mu_{\parallel} H_z = 0.$$

Если $k_x = 0$, то

$$k_y (\mu_{\perp} H_x - \chi H_y) + k_z \mu_{\parallel} H_z = 0.$$

$$\text{div } \mathbf{E} = 0 :$$

$$(\mathbf{kE}) = 0 \rightarrow k_x E_x + k_y E_y + k_z E_z = 0.$$

Если $k_x = 0$, то

$$k_y E_y + k_z E_z = 0.$$

Таким образом, полная система уравнений Максвелла при $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \cdot \psi_{\mathbf{S}}$, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cdot \psi_{\mathbf{S}}$ и при $k_x = 0$ выглядит так:

$$\begin{cases} k_y E_z - k_z E_y = \omega (\mu_{\perp} H_x + \chi H_y), \\ k_z E_x = \omega (\mu_{\perp} H_y - \chi H_x), \\ -k_y E_x = \omega (\mu_{\parallel} H_z). \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\begin{cases} k_y H_z - k_z H_y = -\omega \varepsilon E_x, \\ k_z H_x = -\omega \varepsilon E_y, \\ -k_y H_x = -\omega \varepsilon E_z. \end{cases} \quad (3.3)$$

$$k_y (\mu_{\perp} H_x - \chi H_y) + k_z \mu_{\parallel} H_z = 0. \quad (3.4)$$

$$k_y E_y + k_z E_z = 0. \quad (3.5)$$

Рассмотрим (3.5): из второго уравнения (3.3) получаем

$$E_y = -\frac{k_z}{\omega \varepsilon} H_x,$$

из третьего уравнения (3.3) имеем

$$E_z = -\frac{k_y}{\omega \varepsilon} H_x,$$

подставляем E_z и E_y в (3.5) и имеем

$$-k_y \frac{k_z}{\omega \varepsilon} H_x + k_y \frac{k_z}{\omega \varepsilon} H_x \equiv 0. \quad (3.6)$$

Таким образом, (3.5) выполнено тождественно вследствие второго и третьего уравнений системы (3.3), т. е. уравнение (3.5) можно исключить из дальнейшего рассмотрения.

Теперь рассмотрим (3.4): из второго уравнения системы (3.2) получаем:

$$k_y (\mu_{\perp} H_y - \chi H_x) = \frac{k_z}{\omega} E_z,$$

из третьего уравнения системы (3.2) имеем:

$$\mu_{\parallel} H_z = -\frac{k_z}{\omega} E_z,$$

подставляем всё это в уравнение (3.4):

$$k_y \frac{k_z}{\omega} E_x - k_y \frac{k_z}{\omega} E_x \equiv 0.$$

Таким образом, (3.4) также выполнено тождественно вследствие второго и третьего уравнений системы (3.2), т.е. уравнение (3.4) можно в дальнейшем не рассматривать. Следовательно, осталось рассмотреть системы уравнений (3.2) и (3.3), считая неизвестными компоненты электрического и магнитного полей $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$.

Далее примем следующее обозначение: $\mu_{\parallel} = \mu_z$ и вспомним, что

$$k_y = k \sin \theta, \quad k_z = k \cos \theta.$$

Тогда:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_z \sin \theta - E_y \cos \theta = \frac{\omega}{k} (\mu_{\perp} H_x + \chi H_y), \\ E_x \cos \theta = \frac{\omega}{k} (\mu_{\perp} H_y - \chi H_x), \\ E_x \sin \theta = -\frac{\omega}{k} (\mu_z H_z). \end{array} \right. \quad (3.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_z \sin \theta - H_y \cos \theta = -\frac{\omega}{k} \varepsilon E_x, \\ H_x \cos \theta = -\frac{\omega}{k} E_y, \\ H_x \sin \theta = \frac{\omega}{k} E_z. \end{array} \right. \quad (3.8)$$

Из третьего уравнения системы (3.8):

$$E_z = \frac{k}{\omega \varepsilon} H_x \sin \theta;$$

из второго уравнения системы (3.8):

$$E_y = \frac{k}{\omega \varepsilon} H_x \cos \theta,$$

подставляем это в первое уравнение системы (3.7)

$$\frac{k}{\omega \varepsilon} H_x (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = \frac{\omega}{k} (\mu_{\perp} H_x + \chi H_y), \quad \rightarrow \quad H_x = \frac{\omega^2 \varepsilon}{k^2} (\mu_{\perp} H_x + \chi H_y),$$

и окончательно имеем:

$$\left(\mu_{\perp} - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2}\right) H_x + \chi H_y = 0. \quad (3.9)$$

Далее, из первого уравнения системы (3.8) имеем:

$$E_x = -\frac{k}{\varepsilon\omega} (H_z \sin \theta - H_y \cos \theta),$$

подставим во второе уравнение системы (3.7) и получим:

$$\begin{aligned} -\frac{k}{\varepsilon\omega} (H_z \sin \theta \cos \theta - H_y \cos^2 \theta) &= \frac{\omega}{k} (\mu_{\perp} H_y - \chi H_x), \quad \rightarrow \\ \rightarrow H_z \sin \theta \cos \theta - H_y \cos^2 \theta &= -\frac{\omega^2 \varepsilon}{k^2} (\mu_{\perp} H_y - \chi H_x), \end{aligned}$$

окончательно имеем:

$$\left(\mu_{\perp} - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \cos^2 \theta\right) H_y - \chi H_x = -\frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} H_z \cos \theta \sin \theta. \quad (3.10)$$

Подставим E_x в третье уравнение системы (3.7) и получим:

$$\begin{aligned} -\frac{k}{\varepsilon\omega} (H_z \sin^2 \theta - H_y \cos \theta \sin \theta) &= -\frac{\omega}{k} \mu_z H_z, \quad \rightarrow \\ \rightarrow \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} (H_z \sin^2 \theta - H_y \cos \theta \sin \theta) &= \mu_z H_z. \end{aligned}$$

В итоге имеем:

$$\left(\mu_z - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \sin^2 \theta\right) H_z = -\frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} H_y \cos \theta \sin \theta. \quad (3.11)$$

Таким образом, при помощи систем уравнений (3.7) и (3.8) получили три алгебраических уравнения для трёх неизвестных H_x, H_y, H_z .

$$\begin{aligned} \left(\mu_{\perp} - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2}\right) H_x + \chi H_y &= 0. \\ \left(\mu_{\perp} - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \cos^2 \theta\right) H_y - \chi H_x &= -\frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} H_z \cos \theta \sin \theta. \\ \left(\mu_z - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \sin^2 \theta\right) H_z &= -\frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} H_y \cos \theta \sin \theta. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Это однородная система уравнений, которая имеет нетривиальное решение тогда и только тогда, когда детерминант этой системы равен нулю. Система имеет структуру:

$$\begin{cases} aH_x + bH_y + 0 \cdot H_z = 0, \\ bH_x + cH_y - dH_z = 0, \\ 0 \cdot H_x + dH_y + cH_z = 0, \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} a &= \mu_{\perp} - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2}, \\ b &= \chi, \\ c &= -\mu_{\perp} + \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \cos^2 \theta, \\ d &= \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \sin \theta \cos \theta, \\ e &= \mu_z - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \sin^2 \theta. \end{aligned}$$

Условие совместимости данной системы:

$$\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ b & c & -d \\ 0 & d & e \end{vmatrix} = 0,$$

$$ace + ad^2 - eb^2 = 0.$$

$$\begin{aligned} \left(\mu_{\perp} - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \right) \left[(-1) \left(\mu_{\perp} - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \cos^2 \theta \right) \left(\mu_z - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \sin^2 \theta \right) + \frac{k^4}{\varepsilon^2\omega^4} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right] - \\ - \left(\mu_z - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \sin^2 \theta \right) \chi^2 = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_{\perp} \mu_z \left(\frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} - \mu_{\perp} \right) + \mu_{\perp} \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \sin^2 \theta \left(\mu_{\perp} - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \right) + \\ + \mu_z \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \cos^2 \theta \left(\mu_{\perp} - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \right) - \chi^2 \left(\mu_z - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \sin^2 \theta \right) = 0. \end{aligned}$$

$$\left(\mu_{\perp} - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \right) \left[\mu_{\perp} \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \sin^2 \theta + \mu_z \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \cos^2 \theta - \mu_{\perp} \mu_z \right] - \chi^2 \left(\mu_z - \frac{k^2}{\varepsilon\omega^2} \sin^2 \theta \right) = 0.$$

Окончательно получим

$$(\mu_{\perp}\omega^2\varepsilon - k^2) \frac{1}{\varepsilon^2\omega^4} [\mu_{\perp}k^2 \sin^2 \theta + \mu_z k^2 \cos^2 \theta - \omega^2\varepsilon\mu_{\perp}\mu_z] - \chi^2 (\mu_z\omega^2\varepsilon - k^2 \sin^2 \theta) \frac{1}{\varepsilon\omega^2} = 0.$$

Умножим этот результат на $\varepsilon^2\omega^4$:

$$-(\mu_{\perp}\omega^2\varepsilon - k^2) [\mu_{\perp}k^2 \sin^2 \theta + \mu_z k^2 \cos^2 \theta - \omega^2\varepsilon\mu_{\perp}\mu_z] + \chi^2\omega^2\varepsilon (\mu_z\omega^2\varepsilon - k^2 \sin^2 \theta) = 0.$$

Обозначим $K_z^2 = \mu_z\omega^2\varepsilon$; $K_z = \sqrt{\varepsilon\mu_z}\omega$.

$$(k^2 - \mu_{\perp}\omega^2\varepsilon) \left[k^2 \sin^2 \theta + \frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} k^2 \cos^2 \theta - \omega^2\varepsilon\mu_{\perp} \right] \mu_z - \frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} \chi^2\omega^2\varepsilon (k^2 \sin^2 \theta - K_z^2) = 0,$$

$$(k^2 - \mu_{\perp}\omega^2\varepsilon) \left[k^2 \sin^2 \theta + \frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} k^2 \cos^2 \theta - \omega^2\varepsilon\mu_{\perp} \right] - \frac{K_z^2}{\mu_z} \chi^2 (k^2 \sin^2 \theta - K_z^2) = 0. \quad (3.13)$$

Решив уравнение (3.13) относительно k^2 , получаем:

$$k_{1,2} = \frac{K_z^2 \left(\frac{\mu_{\perp}^2}{\mu_z^2} - \frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} - \frac{K_z^2}{\mu_z^2} \right) \sin^2 \theta + 2 \frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} \pm \sqrt{\frac{K_z^2}{\mu_z^2} + \frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} - \frac{\mu_{\perp}^2}{\mu_z^2} \sin^4 \theta + 4 \frac{K_z^2}{\mu_z^2} \cos^2 \theta}}{\left(\frac{\mu_{\perp}}{\mu_z} - 1 \right) \sin \theta + 1}. \quad (3.14)$$

Отсюда видно, что для постоянной распространения k имеется два решения. Это означает, что в направлении \mathbf{S} могут распространяться независимо друг от друга две волны, имеющие разные постоянные распространения k_1 и k_2 .

Фазовые скорости волн определяются выражениями:

$$v_{1,2} = \frac{\omega}{k_{1,2}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu_{\text{эфф}1,2}}}, \quad (3.15)$$

где $\mu_{\text{эфф}1,2} = \frac{k_{1,2}^2}{\omega^2\varepsilon}$ — эффективная магнитная проницаемость среды для волн, распространяющихся в направлении \mathbf{S} .

Значит, среда может иметь разные магнитные свойства для обоих известных ТМ и ТЕ типов волн, изменяющиеся в зависимости от направления распространения.

При распространении через магнитно-изотропную среду волна любой поляризации, возбуждённая каким-либо способом, распадается на нормальные волны.

3.1 Распространение электромагнитных волн в направлении внешнего поля

Рассмотрим явление, которое происходит в среде при распространении электромагнитных волн в направлении, совпадающем с направлением намагничивающего поля. В этом случае угол $\theta = 0$ и постоянные распространения двух нормальных волн, согласно (3.14), будут равны:

$$k_{1,2}^2 = \omega^2 \varepsilon \mu_{\text{эфф}1,2} = \omega^2 \varepsilon (\mu_{\perp} \pm K_z). \quad (3.16)$$

Эффективные магнитные проницаемости среды для этих волн имеют простой вид:

$$\mu_{\text{эфф}1,2} = \mu_{\pm} = \mu_{\perp} \pm K_z. \quad (3.17)$$

Составляющие нормальных полей определяются из (3.12) и имеют вид:

$$\begin{aligned} H_{y1,2} &= H_{y\pm} = -\frac{K_z}{k_{1,2}} A_{1,2} \Psi_{\mathbf{s}1,2}, \\ E_{y1,2} &= \pm i \frac{k_{1,2}}{\omega E} \frac{K_{1,2}^2}{k_{1,2}^2} A_{1,2} \Psi_{\mathbf{s}1,2}, \\ H_{x1,2} &= H_{x\pm} = \pm i \frac{K_z}{k_{1,2}^2} A_{1,2} \Psi_{\mathbf{s}1,2}, \\ E_{x1,2} &= -\frac{k_{1,2}}{\omega E} \frac{K_z}{k_{1,2}^2} A_{1,2} \Psi_{\mathbf{s}1,2}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

где $\Psi_{\mathbf{s}1,2} = \exp(i\omega t) \exp(-ik_{1,2}z)$, а A_1 и A_2 — соответственно амплитуды этих волн.

Отсюда видно, что обе волны являются плоскими, поперечными и поляризованы по кругу в противоположных направлениях. Первая волна (ин-

декс 1 или «+») — волна круговой поляризации правого вращения, вторая (индекс 2 или «-») — круговая волна левого вращения.

3.2 Эффект Фарадея

Если предположить, что исходная волна имела линейную поляризацию, то амплитуды нормальных волн, на которые она распадается, будут одинаковыми. Так как фазовые скорости двух нормальных волн отличны друг от друга, то суммарная волна, которую можно наблюдать в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, будет отличаться от исходной направлением вектора поляризации. Это говорит о том, что в процессе распространения плоскость поляризации линейно-поляризованной волны непрерывно поворачивается. Можно найти этот угол поворота.

Обозначим постоянные множители в (3.18) через C_1 :

$$C_1 = -i \frac{K_z^2}{\gamma_1^2}, \quad A_1 = -i \frac{K_z^2}{\gamma_2^2} A_2$$

и перепишем уравнения (3.18) в виде:

$$\begin{aligned} H_{y\pm} &= -iC_1 \exp [i (\omega t - k_{\pm}z)], \\ E_{x\pm} &= \rho_{\pm} H_{y\pm}, \\ H_{x\pm} &= \pm C_1 \exp [i (\omega t - k_{\pm}z)], \\ E_{y\pm} &= -\rho_{\pm} H_{y\pm}, \end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\rho_+ = \sqrt{\frac{\mu_+}{E}} = \sqrt{\frac{\mu_{\perp} - K_z}{E}},$$

$$\rho_- = \sqrt{\frac{\mu_-}{E}} = \sqrt{\frac{\mu_{\perp} + K_z}{E}},$$

где ρ_+ и ρ_- — волновое сопротивление среды для лево- и право-поляризованных волн.

Найдём мгновенные выражения для магнитных составляющих нормальных волн, взяв только действительные части (3.19). Для право-поляризованной по кругу волны

$$H_{y+} = C_1 \sin (\omega t - k_+z), \quad H_{x+} = C_1 \cos (\omega t - k_+z). \tag{3.20}$$

Для лево-поляризованной по кругу волны

$$H_{y-} = C_1 \sin(\omega t - k_- z), \quad H_{x-} = C_1 \cos(\omega t - k_- z). \quad (3.21)$$

Составляющие суммарной волны будут иметь вид:

$$\begin{aligned} H_y(z, t) &= H_{y+} + H_{y-} = 2C_1 \cos\left(\frac{k_- - k_+}{2}z\right) \sin\left(\omega t - \frac{k_+ + k_-}{2}z\right), \\ H_x(z, t) &= H_{x+} + H_{x-} = 2C_1 \sin\left(\frac{k_- - k_+}{2}z\right) \sin\left(\omega t - \frac{k_+ + k_-}{2}z\right). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Амплитуда суммарной волны, распространяющейся вдоль оси z остаётся постоянной величиной. Это видно из (3.22):

$$|\mathbf{H}(z, t)| = \sqrt{H_x^2 + H_y^2} = 2C_1 \sin\left(\omega t - \frac{k_+ - k_-}{2}z\right). \quad (3.23)$$

В процессе распространения меняется соотношение между составляющими H_x и H_y суммарной волны.

Из (3.22) видно, что в плоскости $z = 0$ имеется только составляющая H_y , $H_x = 0$. С увеличением z амплитуда H_y падает, а H_x растёт по абсолютной величине. Вследствие этого результирующий вектор по мере распространения непрерывно поворачивается. Угол поворота плоскости поляризации определяется из (3.22) и равен

$$\Psi = \operatorname{arctg} \frac{H_x}{H_y} = \frac{k_- - k_+}{2}z. \quad (3.24)$$

Из этого выражения видно, что направление плоскости поляризации связано лишь с направлением постоянного магнитного поля и не зависит от того, куда движется волна.

Мнимая часть системы (3.19) даёт мгновенные выражения электрических составляющих нормальных волн. Для право-поляризованной по кругу волны:

$$E_{y+} = C_1 \rho_+ \sin(\omega t - k_+ z), \quad E_{x+} = C_1 \rho_+ \cos(\omega t - k_+ z).$$

Для лево–поляризованной по кругу волны:

$$E_{y-} = C_1 \rho_- \sin(\omega t - k_- z), \quad E_{x-} = C_1 \rho_- \cos(\omega t - k_- z).$$

Найдя составляющую суммарной волны, получим амплитуду результирующего вектора в момент времени t :

$$|\mathbf{E}(z, t)| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = C_1 \sqrt{\rho_+^2 + \rho_-^2 + 2\rho_+ \rho_- \cos \left[2 \left(\omega t - \frac{k_+ + k_-}{2} z \right) \right]}. \quad (3.25)$$

Таким образом, электрическое поле суммарной волны не будет линейно поляризованным, а будет эллиптически поляризованным. Это происходит потому, что из-за различия волновых сопротивлений среды для правой и левой волн величины их электрических составляющих будут различными.

Максимум $\mathbf{E}(z, t)$ является большой осью эллипса поляризации и равен $\rho_- + \rho_+$, а малая ось эллипса равна $\rho_+ - \rho_-$.

Отношение большой оси к малой характеризует структуру электрического поля. Эта величина обычно выражается в децибелах и называется **ЭЛЛИПТИЧНОСТЬЮ ПОЛЯ** (в данном случае электрического):

$$\mathcal{W}_{\mathbf{E}} = 20 \lg \left(\frac{\mathbf{E}_{\max}}{\mathbf{E}_{\min}} \right) = 20 \lg \left(\frac{\rho_+ + \rho_-}{\rho_+ - \rho_-} \right). \quad (3.26)$$

Под углом поворота плоскости поляризации в этом случае понимают угол между большой осью эллипса и направлением поля \mathbf{E} исходной линейно–поляризованной волны. Направление электрического вектора исходной волны в плоскости $z = 0$ совпадает с осью x , как показано на рисунке 3.2. Угол поворота плоскости поляризации Ψ будет:

$$\Psi = \operatorname{arctg} \frac{E_y}{E_x} = \frac{k_- - k_+}{2} z \quad (3.27)$$

и, как видно, совпадает с формулой (3.24). Если подставить в соотношение (3.27) значения постоянных распространения право– и лево–

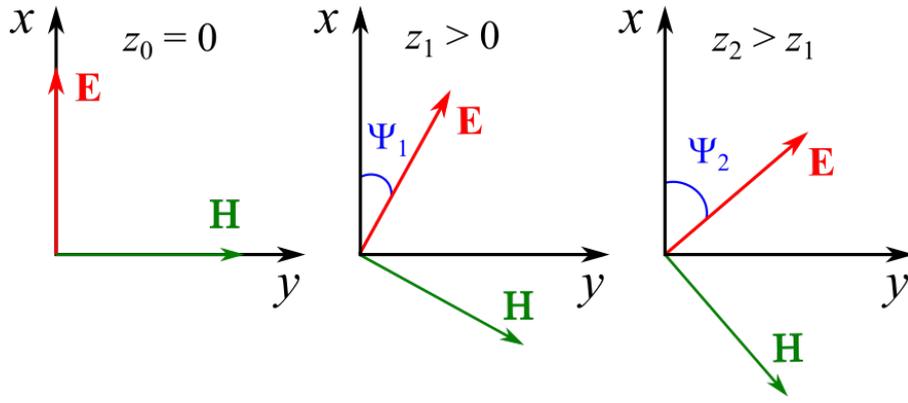


Рисунок 3.2 — Вращение вектора электромагнитной волны при распространении.

поляризованных волн, то выражение для угла Ψ примет вид:

$$\Psi = \frac{\omega\sqrt{\mathbf{E}}}{2} \left(\sqrt{\mu_{\perp} + K_z} - \sqrt{\mu_{\perp} - K_z} \right) z. \quad (3.28)$$

Явление Фарадея используется в области слабых магнитных полей, где потери, связанные с ферромагнитными резонансами, малы. Если ограничиться случаем не очень больших намагниченностей (1500 Гс), то формула для поворота плоскости поляризации упрощается. Выразив для этого случая угол поворота в градусах на единицу длины, получим следующие соотношения:

$$\frac{\Psi_0}{z} = \frac{180^\circ}{\lambda_0} \sqrt{\frac{\mathbf{E}}{\mathbf{E}_0}} A = \frac{180^\circ}{2\pi} \sqrt{\frac{\mathbf{E}}{\mathbf{E}_0}} \omega A, \quad (3.29)$$

где λ_0 — длина волны в свободном пространстве, A — безразмерный параметр.

Выше было рассмотрено явление Фарадея в идеальном случае. В действительности же в любой среде имеются магнитные и электрические потери. Поэтому постоянные распространения нормальных волн будут комплексными величинами, т. е.

$$k_+ = \alpha_+ - i\beta_+, \quad k_- = \alpha_- - i\beta_-, \quad (3.30)$$

где α — постоянная затухания.

Тогда вместо формул (3.20) и (3.21) получаются следующие выражения для составляющих полей:

для право-поляризованной по кругу волны

$$H_{y+} = C_1 e^{-\alpha z} \sin(\omega t - \beta_+ z), \quad H_{x+} = C_1 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta_+ z); \quad (3.31)$$

для лево-поляризованной по кругу волны

$$H_{y-} = C_1 e^{-\alpha z} \sin(\omega t - \beta_- z), \quad H_{x-} = C_1 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta_- z). \quad (3.32)$$

При $z = 0$ сумма этих волн даёт левополяризованную волну (рисунок 3.2).

После прохождения некоторого расстояния вдоль оси z рассматриваемые круговые волны не только сдвинутся по фазе относительно друг друга, как в случае без потерь, но и будут иметь разные амплитуды. Это приводит к тому, что суммарная волна будет эллиптически поляризованной.

Изложенная выше теория имеет смысл не только для ферромагнетиков, но очевидно и для всех веществ, магнитная или диэлектрическая проницаемость которых является тензором.

3.3 Ферромагнитный эффект Фарадея на СВЧ

Ещё в 1845 году при пропускании плоскополяризованной волны сквозь тонкий слой магнитного материала, намагниченного в направлении распространения волны, Фарадей наблюдал, что, во-первых, при прохождении световой волны происходит вращение её плоскости поляризации, причём угол поворота пропорционален толщине слоя, во-вторых, направление вращения плоскости поляризации зависит лишь от направления приложенного магнитного поля и, в-третьих, угол поворота зависит от величины напряжённости магнитного поля. Оказалось, что основные магнитооптические явления у ферритов на сверхвысоких частотах сходны со световыми явлениями, если СВЧ волна распространяется в феррите в направлении, совпадающем с направлением намагничивающего поля. Замечательным свойством эффекта Фарадея является его **НЕВЗАИМНОСТЬ**, заключающаяся в том, что плоскость поляризации волны, распространяющейся в направлении постоянного поля, поворачивается в ту же сторону, что и для волны, распространяющейся в противоположном направлении.

Здесь необходимо дать некоторые пояснения. Различают свободные и направляемые электромагнитные волны. Свободными называются электромагнитные волны, распространяющиеся в неограниченном пространстве. Направляемыми называются электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль линий передач.

Линией передачи называют устройство, ограничивающее область распространения электромагнитных волн и обеспечивающее движение потока энергии в заданном направлении. Волноводами называются линии передачи, в поперечном сечении которых имеется один или несколько замкнутых проводящих контуров, охватывающих область распространения направляемых электромагнитных волн.

Геометрической характеристикой поперечного сечения линии передачи, определяющей количество изолированных проводящих поверхностей, входящих в состав её конструкции, является «порядок связности» линии передачи. Различают односвязные, двухсвязные, многосвязные линии и линии передачи нулевой связности.

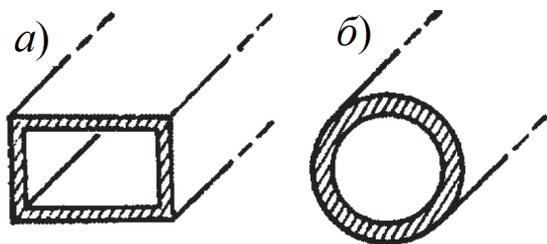


Рисунок 3.3 — Прямоугольный односвязный волновод (а); круглый односвязный волновод (б).

На рисунке 3.3 приведены эскизы поперечных сечений прямоугольного (а) и круглого (б) односвязных волноводов. В данных волноводах возможно распространение либо поперечно-электрических (TE), либо поперечно-магнитных (TM) волн. В линиях передачи ось z совпадает с направлением движения распространяющихся вдоль этих линий электромагнитных волн.

В TE -волнах вектор \mathbf{H} имеет поперечную и продольную составляющие, а вектор \mathbf{E} только поперечную ($E_z = 0, H_z \neq 0$); в TM -волнах, наоборот, вектор \mathbf{E} имеет поперечную и продольную составляющие, а вектор \mathbf{H} только поперечную ($E_z \neq 0, H_z = 0$). В волноводе возможно распространение бесконечного множества разных типов (мод) волн, каждая из которых характеризуется парой значений чисел m и n ($m, n = 0, 1, 2, \dots$) и обозначаются TE_{mn} , либо TM_{mn} . Числа m и n указывают на количество полупериодов поля, которое укладывается вдоль стенок волновода, расположенных соответственно вдоль осей x и y .

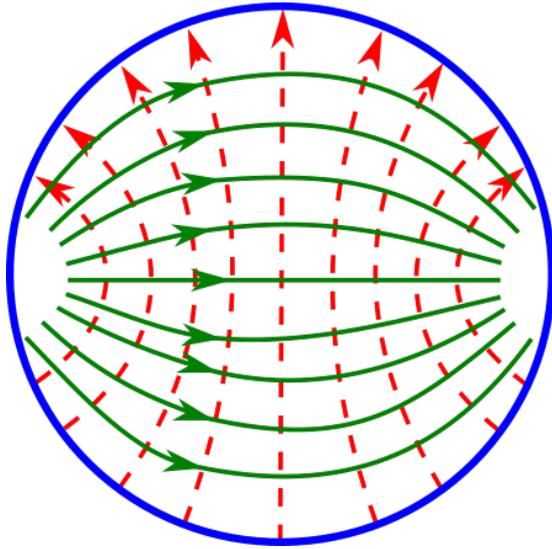


Рисунок 3.4 — Силовые линии векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} в поперечном сечении круглого волновода для моды TE_{11} .

силовых линий векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} волны TE_{11} в поперечном сечении круглого волновода. Красными пунктирными линиями показаны силовые линии вектора \mathbf{E} , а сплошными зелёными линиями — вектора \mathbf{H} .

Явления, происходящие при распространении электромагнитных волн в ограниченной ферритовой среде, более сложны и многообразны, чем явления, имеющие место при распространении волн в бесконечной ферритовой среде, поскольку к гиромагнитным свойствам ферритов присоединяются ещё и граничные условия волнопроводов, определяющие фазовую скорость, конфигурацию полей и другие параметры волн.

Впервые задача о распространении волн в волноводе с ферритом была решена для круглого волновода с расположенным вдоль оси намагниченным ферритовым стержнем. Поскольку это решение даже для наиболее простых случаев слабозаполненных волнопроводов довольно сложное, ограничимся качественным рассмотрением явлений и следствий, связанных с эффектом Фарадея в круглом волноводе.

Пусть в волноводе круглого сечения радиуса R расположен тонкий ферритовый стержень радиуса r , намагниченный в продольном направлении постоянным магнитным полем \mathbf{H}_0 (рисунок 3.5).

Допустим, размер волновода выбран таким, что в нём может распространяться только волна низшего типа для круглого волновода (TE_{11}). По-

Рассмотренные односвязные волноводы обладают волновой дисперсией, т. е. фазовая скорость распространяющихся в них электромагнитных волн зависит от частоты. Волновод, как правило, используют в одномодовом режиме, т. е. на тех частотах, на которых в волноводе может распространяться лишь одна мода волн. Для прямоугольного волновода такой модой является мода TE_{10} , а для круглого волновода мода TE_{11} . На рисунке 3.4 показано распределение

сколькx структура поля этой волны вблизи оси волновода близка к линейно поляризованной волне (см. рисунок 3.4), условия распространения оказывается весьма близкими к тем, которые были рассмотрены в разделе 3.2. Поэтому и здесь можно применить метод разложения линейно поляризованной волны TE_{11} на две противоположно поляризованные по кругу волны и качественно доказать наличие эффекта Фарадея. Отличие заключается в том, что постоянные распространения двух круговых волн в рассматриваемом случае определяется не только ферритом, но и размерами волновода.

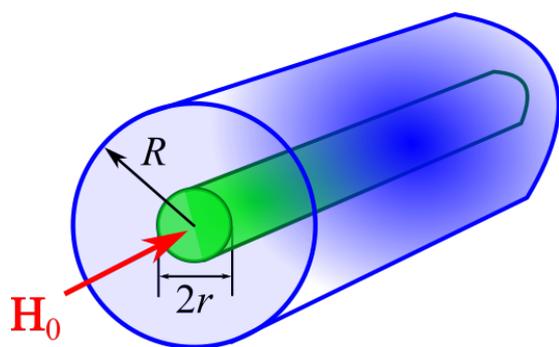


Рисунок 3.5 — Феррит в круглом волноводе.

Как видно из структуры поля волны TE_{11} в круглом волноводе, напряжённость \mathbf{H} поперечная только на оси волновода (рисунок 3.4), а вблизи стенок она может быть как поперечной, так и продольной. Магнитное поле на этих различных участках взаимодействует с ферритом по-разному.

Из решений уравнений и экспериментальных данных следует, что при малых диаметрах феррита (т. е. слабозаполненного волновода) угол поворота увеличивается с ростом радиуса феррита по квадратичному закону. Это можно объяснить тем, что поворот плоскости поляризации прямо пропорционален количеству прецессирующих спинов и, следовательно, массе образца феррита, или квадрату его диаметра. В дальнейшем угол поворота достигает максимального значения, после чего с увеличением радиуса меняется очень слабо. При увеличении диаметра феррита сверх оптимального происходит изменение структуры поля и появляется возможность распространения волн высших типов, вызывающих дополнительные потери в неоднородностях. Поэтому в устройствах, использующих явление Фарадея, диаметр феррита выбирают достаточно малым, чтобы не было возбуждения волн высших типов. С этой же целью феррит располагают вдоль оси волновода, потому что именно в этой области ферритовый стержень, как вращатель плоскости поляризации, наиболее эффективен. Феррит, расположенный у стенок, создаёт в основном только дополнительные потери.

Потери в феррите состоят из суммы магнитных и диэлектрических потерь. Выше отмечалось, что в неограниченной продольно намагниченной ферритовой среде при распространении плоских волн поворот плоскости поляризации не зависит от частоты (вдали от частоты резонанса).

В волноводе же поворот плоскости поляризации с ростом частоты будет увеличиваться по двум причинам. Во-первых, с увеличением частоты волновое сопротивление для волны не уменьшается и интенсивность поперечного переменного магнитного поля, по мере того как частота удаляется от критической, возрастает, что увеличивает поворот плоскости поляризации. Во-вторых, в волноводе, частично заполненном ферритом, повышение частоты вызывает увеличение концентрации электромагнитной энергии в ферритовом стержне, который действует как электрический волновод.

При больших диаметрах ферритового стержня, когда почти вся электромагнитная энергия сосредоточена в феррите (при достаточно высоких частотах), поворот плоскости поляризации не зависит от дальнейшего увеличения частоты.

В заключение отметим, что при практическом конструировании устройств, использующих эффект Фарадея, возникает проблема согласования волновых сопротивлений регулярной части волновода и волновода с ферритом, относительная диэлектрическая проницаемость которого $\epsilon = 10 \div 20$. Такое согласование удаётся осуществить при помощи плавных переходов на концах ферритового цилиндра. Для этого концам цилиндра придают коническую форму или подвешивают к ферриту на концах цилиндра какой-нибудь диэлектрик, чтобы диэлектрическая проницаемость плавно снижалась по мере приближения к торцу ферритового цилиндра.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ НА СВЧ

4.1 Описание экспериментальной установки

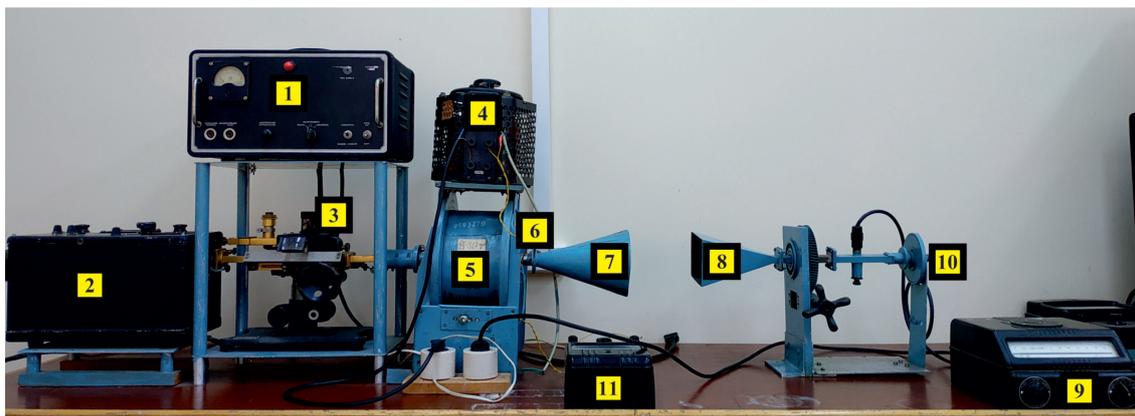
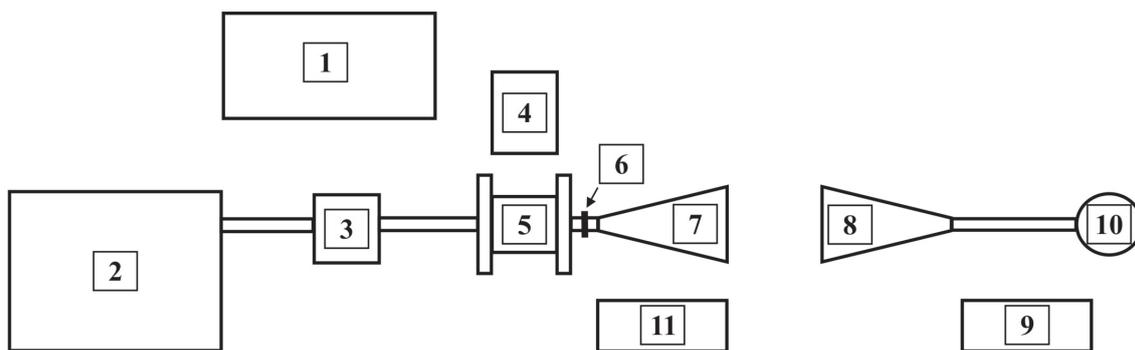


Рисунок 4.1 — Блок-схема (сверху) и фото экспериментальной установки (снизу). Цифрами обозначены: [1] – клистронный генератор; [2] – аттенюатор; [3] – измерительная линия; [4] – ЛАТР; [5] – соленоид; [6] – место размещения образца; [7] – излучающая антенна (рупор); [8] – приемная антенна линейной поляризации (рупор); [9] – гальванометр; [10] – лимб с отсчетами угла поворота приемной антенны; [11] – амперметр.

4.2 Ход выполнения лабораторной работы

1. Убедившись, что аттенюатор [2] на входе измерительного усилителя стоит на максимальном затухании, включить клистронный генератор [1] в следующей последовательности: Сеть → Клистрон → Непрерывно.

2. Аттenuатором [2] настроить такое подавление генерируемой клистронным генератором [1] мощности, чтобы показания гальванометра [9] при вращении лимба [10] с отсчетами угла поворота приемной антенны [8] не превышали максимальное значение. Необходимо выполнить эти действия для случаев без образца и с образцом при максимальной силе тока соленоида, намагничивающего образец, равной 3 А. Контроль силы тока осуществлять по показаниям амперметра [11]. Вносить и выносить образец необходимо только при максимальном затухании, установленном на аттenuаторе [2].
3. Измерить распределение поля в раскрыве приёмной антенны линейной поляризации [8] в отсутствие образца. Вращая лимб [10] с отсчетами угла поворота приёмной антенны [8] в диапазоне $0^\circ \div 360^\circ$ с шагом 10° , записывать показания напряжённости электрического поля по показаниям гальванометра [9], включённого на выходе приёмной антенны [8]. Оптимальное расстояние между антеннами [7] и [8] составляет 10–15 см. Полученные значения необходимо внести в таблицу.
4. Вставить образец в отверстие [6] соленоида [5] и, коммутируя постоянное магнитное поле, размагнитить его, переключив тумблер на соленоиде [5]. Способ и место установки образца [6] представлены на рис. 4.2.
5. Снять зависимость угла поворота плоскости поляризации от напряжённости приложенного магнитного поля. Для этого провести измерения распределения поля в раскрыве антенны в диапазоне $0^\circ \div 360^\circ$ с шагом 10° для каждого значения приложенной силы тока в диапазоне $0 \div 3$ А с шагом 0.5 А. Контроль силы тока осуществлять по показаниям амперметра [11]. Полученные значения внести в таблицу. Для расчета напряжённости магнитного поля можно воспользоваться соотношением:

$$\frac{dH}{dI} = 317 \left[\frac{\text{Эрстед}}{\text{Ампер}} \right] \quad (4.1)$$

6. По полученным результатам в полярной системе координат построить диаграммы направленности антенны в отсутствие образца и в

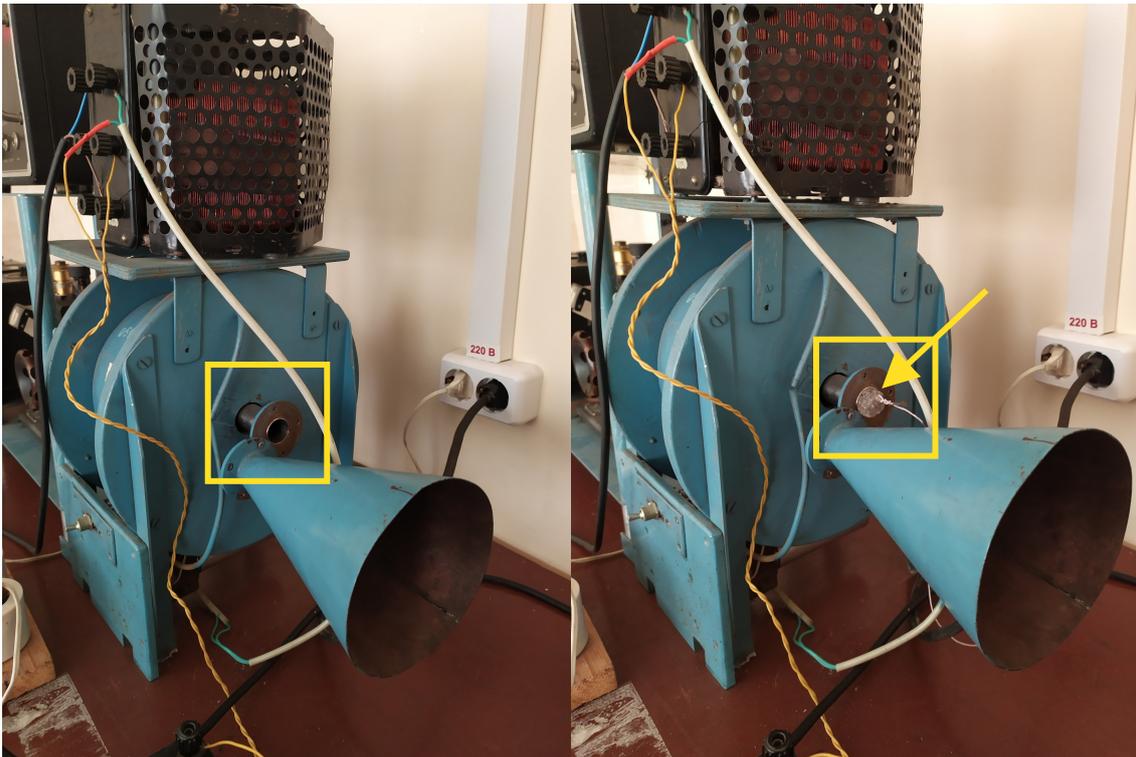


Рисунок 4.2 — Установка образца

присутствии образца при различных значениях приложенного магнитного поля.

7. Сформулировать заключительные выводы по результатам выполнения лабораторной работы.

Для визуализации результатов выполнения лабораторной работы можно воспользоваться скриптом на языке Python, листинг которого приведён ниже:

```

1  import pandas as pd
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  from math import pi
4
5  df = pd.read_excel (r'Полный путь к каталогу с таблицей измеренных значений')
6
7  an=df[['angle']].to_numpy()
8
9  # Рисунок 1. Диаграммы направленности с не нормированными значениями
10 fig = plt.figure(figsize=(16, 8), facecolor='w', edgecolor='k')
11 ax = fig.add_subplot(241, polar=True)
12 plt.rc('xtick', labels=11)
13 plt.rc('ytick', labels=8)
14 plt.polar(an*pi/180, df['without sample'], 'bo')
15 ax.set_title('без образца', pad=+30)

```

```

16 ax = fig.add_subplot(242, polar=True)
17 plt.polar(an*pi/180, df[0], 'go')
18 ax.set_title('с образцом', pad=+30)
19 ax = fig.add_subplot(243, polar=True)
20 plt.polar(an*pi/180, df[1], 'ro')
21 ax.set_title('0.5 A (158.5 Э)', pad=+30)
22 ax = fig.add_subplot(244, polar=True)
23 plt.polar(an*pi/180, df[2], 'co')
24 ax.set_title('1 A (317 Э)', pad=+30)
25 ax = fig.add_subplot(245, polar=True)
26 plt.polar(an*pi/180, df[3], 'mo')
27 ax.set_title('1.5 A (475.5 Э)', pad=+30)
28 ax = fig.add_subplot(246, polar=True)
29 plt.polar(an*pi/180, df[4], 'yo')
30 ax.set_title('2 A (634 Э)', pad=+30)
31 ax = fig.add_subplot(247, polar=True)
32 plt.polar(an*pi/180, df[5], 'ko')
33 ax.set_title('2.5 A (792.5 Э)', pad=+30)
34 ax = fig.add_subplot(248, polar=True)
35 plt.polar(an*pi/180, df[6], 'bo')
36 ax.set_title('3 A (951 Э)', pad=+30)
37 plt.subplots_adjust(wspace=0.1, hspace=0.7)
38 plt.show()
39 fig.savefig('figure1.png', dpi = 600)
40
41 # Рисунок 2. Диаграммы направленности с нормированными значениями
42 fig = plt.figure(figsize=(16, 8), facecolor='w', edgecolor='k')
43 ax = fig.add_subplot(241, polar=True)
44 plt.rc('xtick', labelsizes=11)
45 plt.rc('ytick', labelsizes=8)
46 plt.polar(an*pi/180, df['without sample'], 'bo')
47 ax.set_title('без образца', pad=+30)
48 ax = fig.add_subplot(242, polar=True)
49 plt.polar(an*pi/180, df[0] / max(df[0]), 'go')
50 ax.set_title('с образцом', pad=+30)
51 ax = fig.add_subplot(243, polar=True)
52 plt.polar(an*pi/180, df[1] / max(df[0]), 'ro')
53 ax.set_title('0.5 A (158.5 Э)', pad=+30)
54 ax = fig.add_subplot(244, polar=True)
55 plt.polar(an*pi/180, df[2] / max(df[0]), 'co')
56 ax.set_title('1 A (317 Э)', pad=+30)
57 ax = fig.add_subplot(245, polar=True)
58 plt.polar(an*pi/180, df[3] / max(df[0]), 'mo')
59 ax.set_title('1.5 A (475.5 Э)', pad=+30)
60 ax = fig.add_subplot(246, polar=True)
61 plt.polar(an*pi/180, df[4] / max(df[0]), 'yo')
62 ax.set_title('2 A (634 Э)', pad=+30)
63 ax = fig.add_subplot(247, polar=True)

```

```

64 plt.polar(an*pi/180, df[5] / max(df[0]), 'ko')
65 ax.set_title('2.5 A (792.5 Э)', pad=+30)
66 ax = fig.add_subplot(248, polar=True)
67 plt.polar(an*pi/180, df[6] / max(df[0]), 'bo')
68 ax.set_title('3 A (951 Э)', pad=+30)
69 plt.subplots_adjust(wspace=0.1, hspace=0.7)
70 plt.show()
71 fig.savefig('figure2.png', dpi = 600)
72
73 # Рисунок 3. Все диаграммы направленности на одном рисунке
74 plt.rc('grid', color='k', linewidth=1, linestyle='-')
75 plt.rc('xtick', labelsizes=15)
76 plt.rc('ytick', labelsizes=15)
77 fig = plt.figure(figsize=(12.5, 8))
78 ax = fig.add_axes([0.1, 0.1, 0.8, 0.8],
79 projection='polar', facecolor='w')
80 ax.plot( an*pi/180, df['without sample'] / max(df['without sample']), 'b', ls=
    '--', lw=3, label='без образца')
81 ax.plot( an*pi/180, df[0] / max(df[0]), 'g', ls='--', lw=3, label='с образцом
    0 A')
82 ax.plot( an*pi/180, df[1] / max(df[1]), 'r', ls='--', lw=3, label='с образцом
    0.5 A (158.5 Э)')
83 ax.plot( an*pi/180, df[2] / max(df[2]), 'c', ls='--', lw=3, label='с образцом
    1 A (317 Э)')
84 ax.plot( an*pi/180, df[3] / max(df[3]), 'm', ls='--', lw=3, label='с образцом
    1.5 A (475.5 Э)')
85 ax.plot( an*pi/180, df[4] / max(df[4]), 'y', ls='--', lw=3, label='с образцом
    2 A (634 Э)')
86 ax.plot( an*pi/180, df[5] / max(df[5]), 'k', ls='--', lw=3, label='с образцом
    2.5 A (792.5 Э)')
87 ax.plot( an*pi/180, df[6] / max(df[6]), 'b', ls='--', lw=3, label='с образцом
    3 A (951 Э)')
88 ax.legend(loc='center left', bbox_to_anchor=(1.05, 0.5))
89 plt.show()
90 fig.savefig('figure3.png', dpi = 600)
91

```

Листинг 4.1 — Листинг скрипта визуализации результатов выполнения лабораторной работы

ЛИТЕРАТУРА

1. *Никольский В. В., Никольская Т. И.* **Электродинамика и распространение радиоволн:** Учебное пособие для вузов. – М.: Наука, 1989. – 544 с.
2. *Фёдоров Н. Н.* **Основы электродинамики:** Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1980. – 399 с.
3. *Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П.* **Теория волн.** – М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1979. – 384 с.
4. *Калашников В. С., Прусов А. В.* **Техническая электродинамика. Направляющие системы и направляемые волны:** Учебное пособие. – СПб.: Изд-во СПбГУАП, 2001. – 48 с.
5. *Гусев Ю. А., Гусев А. А.* **Спецпрактикум по СВЧ:** Учебное пособие. – Казань: Изд-во КГУ им. В. И. Ульянова–Ленина, 1974. – 178 с.
6. *Гусев Ю. А., Насыров А. М.* **Волновые процессы, часть 4. Распространение радиоволн в анизотропных гироманнитных средах:** Учебное пособие. – Казань: Физический факультет КГУ им. В. И. Ульянова–Ленина, 1999. – 64 с.
7. *Котельникова О. А., Перов Н. С., Шапаева Т. Б., Шалыгина Е. Е.* **Эффект Фарадея в ферритах в диапазоне СВЧ:** Спецпрактикум кафедры магнетизма. – М.: Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, 2013. – 35 с.
8. *Факс А. Д., Миллер С. Е., Вейс М. Т.* **Свойства ферритов и их применение в диапазоне СВЧ.** – М.: «Советское радио», 1956.

Учебное издание

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В АНИЗОТРОПНЫХ
ГИРОМАГНИТНЫХ СРЕДАХ**

Учебно–методическое пособие

(Электронный образовательный ресурс)

Составители:

Насыров Игорь Альбертович;

Когогин Денис Александрович;

Лунёв Иван Владимирович.

Компьютерная верстка — И. А. Насыров, Д. А. Когогин

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования**

КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Казань

2021