

Контрольная работа. Группа 813

Вариант 1

1. Вычислить

$$\int_C \frac{8 dx}{x^2 y z} + \frac{8 dy}{x y^2 z} + \frac{8 dz}{x y z^2},$$

где C — произвольный путь, соединяющий точку $(1, 1, 1)$ с точкой $(2, 2, 2)$, не пересекающий координатные плоскости.

2. Найти циркуляцию векторного поля

$$\mathbf{a}(x, y, z) = 2y\mathbf{i} - z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$$

вдоль контура C : $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = 1 - \cos t - \sin t$, пробегаемого в направлении возрастания параметра t .

3. Вычислить $\iint_D (x^2 + y^2) dS$, где D — поверхность тела $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$.

4. Вычислить $\iint_D yz^2 dydz + 3y dzdx + 5z dxdy$, где D — внешняя сторона поверхности сферы $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 4$.

Вариант 2

1. Вычислить $\int_C (x^2 + y^2 + z^2) ds$, где C — контур треугольника с вершинами $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ и $(0, 0, 1)$.

2. Вычислить $\oint_C (x^2 + y^2) dx + (x^2 + y^2) dy$ где C — эллипс $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$, пробегаемый против хода часовой стрелки.

3. Найти поток векторного поля $\mathbf{a}(x, y, z) = e^x\mathbf{i} + x^2z^2\mathbf{j} + ze^{x^2+y^2}\mathbf{k}$, через верхнюю сторону круга $x^2 + y^2 \leq 4$, $z = 2$.

4. Вычислить $\iint_D (x^2 + z) dydz + 3y dzdx + (5z^2 + xy) dxdy$, где D — внешняя сторона поверхности куба $|x| \leq 1$, $|y| \leq 1$, $|z| \leq 1$.

Вариант 3

1. Вычислить $\int_C (\cos x + \cos y) ds$, где C — контур квадрата $|x| + |y| = \pi$.
 2. Вычислить $\oint_C y^2 dx - xz dy + xy dz$, где C — кривая, заданная уравнениями $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, пробегаемая против хода часовой стрелки, если смотреть со стороны положительного направления оси Oz .
 3. Вычислить $\iint_D x^2 dydz + x^2 dzdx + z dx dy$, где D — верхняя сторона части плоскости $2x + y + 2z = 1$, лежащей в октанте $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.
 4. Найти поток векторного поля $\mathbf{a}(x, y, z) = 6x\mathbf{i} + 8x^2z^2\mathbf{j} + 5z\mathbf{k}$, через внешнюю сторону эллипсоида $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$.
-
-

Вариант 4

1. Вычислить $\int_C yze^{xyz} dx + xze^{xyz} dy + xye^{xyz} dz$, где C — произвольный путь, соединяющий точку $(1, 1, 1)$ с точкой $(\frac{1}{6}, 2, 3)$, не пересекающий координатные плоскости.
2. Найти циркуляцию векторного поля

$$\mathbf{a}(x, y, z) = (y - z)\mathbf{i} + (z - x)\mathbf{j} + (x - y)\mathbf{k}$$

вдоль контура C : $x = 4 \cos t$, $y = 4 \sin t$, $z = 1 - \cos t$, пробегаемого в направлении возрастания параметра t .

3. Вычислить $\iint_D xyz dS$, где D — поверхность тела $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 3$.
4. Вычислить $\iint_D yz^2 dydz + 3y dzdx + 5z dx dy$, где D — внешняя сторона поверхности эллипсоида $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$.

Вариант 5

1. Вычислить $\int_C (e^{xyz} + e^x + e^y + e^z) ds$, где C — контур треугольника с вершинами $(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ и $(0, 0, 2)$.

2. Вычислить $\oint_C (xy^2) dx + (x^2y) dy$ где C — эллипс $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$, пробегаемый против хода часовой стрелки.

3. Найти поток векторного поля

$$\mathbf{a}(x, y, z) = \sin(x^2 + y^2 + z^2)\mathbf{i} + \cos z^2\mathbf{j} + ze^{x^2+y^2}\mathbf{k},$$

через верхнюю сторону круга $x^2 + y^2 \leq 9$, $z = 3$.

4. Вычислить $\iint_D (x + z) dydz + 3y^2 dzdx + (z^2 + xy) dxdy$, где D — внешняя сторона поверхности прямоугольного параллелепипеда $|x| \leq 2$, $|y| \leq 1$, $|z| \leq 3$.

Вариант 6

1. Вычислить $\int_C \sin x \sin y ds$, где C — контур квадрата $|x| + |y| = \pi$.

2. Вычислить $\oint_C y^2 dx - xz dy + xy dz$, где C — кривая, заданная уравнениями $x^2 + y^2 = 4$, $z = 4$, пробегаемая против хода часовой стрелки, если смотреть со стороны положительного направления оси Oz .

3. Вычислить $\iint_D x^2 dydz + y^2 dzdx + z dxdy$, где D — верхняя сторона части плоскости $2x + 2y + 2z = 1$, лежащей в октанте $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

4. Найти поток векторного поля $\mathbf{a}(x, y, z) = 10x\mathbf{i} + x^2z^2\mathbf{j} + 5z\mathbf{k}$, через внешнюю сторону сферы $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 4$.
