

***Оценка летных характеристик беспилотного самолета
вертикального взлета и алгоритм вычисления требуемого угла крена
для полета по заданной траектории.***

*Т.Ю. Гайнутдинова, канд.техн.наук (ПФУ), А.В. Гайнутдинова, ассистент,
М.В. Трусфус, аспирант, В.Г. Гайнутдинов, докт. техн. наук,
(КНИТУ - КАИ, Казань)*

Предлагается алгоритм оценки располагаемой и требуемой мощности беспилотного самолета вертикального взлета на основе данных по скорости, полученных при разгоне самолета в горизонтальном полете с работающим на максимальном режиме двигателем. Рассматриваются схемы уточнения навигационных расчетов для управления дроссельной заслонкой подачи топлива, руля высоты и поперечного управления беспилотным самолетом при полете по заданному маршруту. Приводятся результаты численного моделирования.

Ключевые слова: беспилотный аппарат вертикального взлета, летные характеристики, численное моделирование, алгоритмы управления.

Описание задачи и обзор работ по теме исследований.

Для расчета летных характеристик самолета с поршневым двигателем используется уравнение баланса мощности располагаемой P_a и требуемой P_r [1]. Наличие положительной избыточной мощности $P_{exc} = P_a - P_r$ дает возможность увеличить скорость V или набрать высоту h полета. Уравнение баланса мощностей имеет следующий вид

$$(P_{ava} - P_{req}) / m = V(T - D) / m = V\dot{V} + g\dot{h}. \quad (1)$$

Здесь T – сила тяги, D – сила лобового сопротивления, m – масса самолета, g – ускорение свободного падения. Левая часть соотношения (1) определяет избыточную мощность, изменение которой регулируется положением дроссельной заслонки подачи топлива. Правая часть уравнения (1) определяет мощность, требуемую для достижения желаемого темпа увеличения скорости \dot{V} или желаемого темпа набора высоты полета \dot{h} .

В расчетах автоматического управления беспилотным самолетом важно знать фактические зависимости располагаемой $P_a(V)$ и требуемой $P_r(V)$ мощностей по скорости полета, при действующих на время полета условиях. Рассчитать такие зависимости можно на основе данных по скорости, полученных при разгоне самолета в горизонтальном полете с работающим на максимальном режиме двигателем.

Вторая проблема касается точности следования заданной траектории полета. При автоматическом полете по заданной (программной) траектории применяют два подхода. Один разделяет проблемы управления самолетом на внешний и внутренний контур управления. Для внешнего контура обычно применяются линейные PD контроллеры. В качестве ошибки используется величина бокового отклонения от желаемой траектории полета. Если желаемый путь близок к прямой линии, то эта простая стратегия обеспечивает достаточно хорошие характеристики внешнего контура. В соответствии с первым подходом величина d (отклонение от заданной траектории) является входящим параметром внешнего PD (или PID) регулятора для вычисления требуемого навигационного угла крена γ_{sp}

$$\gamma_{sp} = kP_{roll} \cdot d - kD_{roll} \cdot \dot{d}, \quad \text{где } \dot{d} = (d_{curr} - d_{prev}) / \Delta t, \quad (2)$$

который затем передается PID регулятору низкого уровня в качестве требуемой угловой скорости вращения аппарата относительно продольной оси $\omega_{sp(roll)} = K_{roll_rate} \cdot \gamma_{sp}$.

Второй подход основан на алгоритмах, используемых при наведении ракет малой дальности на цель. Этот подход принят в качестве предпочтительного метода наведения и обеспечивает наилучшие характеристики при меньших усилиях управления [2 - 7]. Схема применяется в навигационных алгоритмах поперечного управления беспилотных самолетов. В открытом коде бортового контроллера массового производства Px4 реализован подобный алгоритм, описание которого приведено в докладе [8]. На программной траектории выбирается контрольная точка на определенном расстоянии L_l впереди от текущего положения аппарата и вычисляется требуемое боковое ускорение a_{sp} , которое зависит от текущей скорости V .

Радиус разворота R зависит от величины отклонения аппарата от заданной траектории, направления и расстояния до контрольной точки L_1 .

В данной статье предлагается схема реализации второго подхода на основе формирования модели программной траектории, определяемой заданными точками маршрута, и алгоритма вычисления требуемого угла крена γ_{sp} для следования по программной траектории.

При правильном развороте центростремительное ускорение в горизонтальной плоскости вычисляется по формуле $a_{sp} = V^2 / R$. Угол крена γ_{sp} и ускорение свободного падения g связаны соотношением

$$\gamma_{sp} = \text{tg}^{-1} \left(\frac{a_{sp}}{g} \right). \quad (3)$$

Радиус-вектор точек $r(t)$ и вектор скорости $V(t) = \dot{r}(t)$ на отрезке траектории от текущей точки 0 до точки траектории ref можно определить кубической и квадратичной функцией параметра времени t

$$r(t) = r_0 + V_0 t + a_0 \frac{t^2}{2} + (a_{ref} - a_0) \frac{t^3}{6\Delta T}, \quad V(t) = V_0 + a_0 t + (a_{ref} - a_0) \frac{t^2}{2\Delta T}, \quad (4)$$

где r_0 и V_0 - значение радиус-вектора $r(t)$ и скорости $V(t)$ точки 0, рисунок 1.

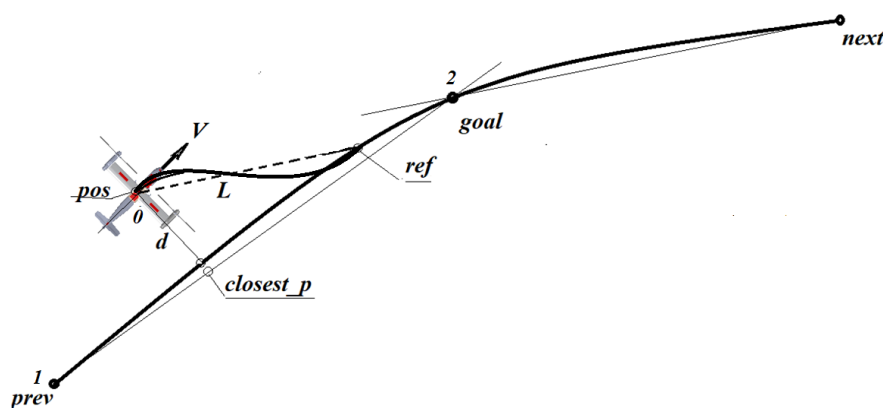


Рисунок 1. Контрольные точки отрезка программной траектории

Векторные величины a_0 , a_{ref} определяется следующими соотношениями

$$a_0 = -\frac{2}{\Delta T} (V_{ref} + 2V_0) + \frac{6}{\Delta T^2} (r_{ref} - r_0), \quad a_{ref} = \frac{2}{\Delta T} (2V_{ref} + V_0) - \frac{6}{\Delta T^2} (r_{ref} - r_0). \quad (5)$$

По компонентам вектора a_0 в горизонтальной плоскости можно вычислить величину навигационного угла крена γ_{sp} :

$$\gamma_{sp} = [-a_0(1) \sin \psi + a_0(2) \sin \psi] / g, \quad (6)$$

где ψ - текущее значение курсового угла.

Входящая в формулы (4, 5) величина ΔT вычисляется по формуле

$$\Delta T = L^2 \left(\frac{1}{[V_0 + 0.5k(V_0 + V_{ref})] \cdot L} + \frac{1}{[V_{ref} + 0.5k(V_0 + V_{ref})] \cdot L} \right), \quad (7)$$

где $k = (V_0 + V_{ref}) / \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1 \cdot V_2}$, L - расстояние между текущей и контрольной точками (нижний индекс определяет номер точки в соответствии с рисунком 1, полужирный шрифт - векторную величину).

В навигационных расчетах следования программной траектории на отрезке между двумя контрольными точками *prev-goal* часто используются значения координат трех точек в горизонтальной плоскости *prev-goal-next* или (1 – 2 – 3) как показано на рисунке 1.

Соотношения (4 – 7) позволяют определить криволинейную траекторию, заданную значениями координат и скоростей на концах отрезка. Покажем это на примере расчета координат движения точки с постоянной скоростью $V = 50 \text{ м/с}$ по окружности радиусом $R = 500 \text{ м}$ по соотношениям (4 – 7). Выберем координаты радиус-вектора трех точек $\mathbf{R}(x, y)$ на заданной окружности $(0, R)$, $(0.866R, 0.5R)$, $(-0.866R, 0.5R)$ и вычислим соответствующие компоненты вектора скорости $\mathbf{V}(V_x, V_y)$ в трех точках 1 – 2 – 3 как показано на рисунке 2а.

Сравним полученные значения текущих координат и скоростей (первых производных) с эталонными значениями в промежуточных точках.

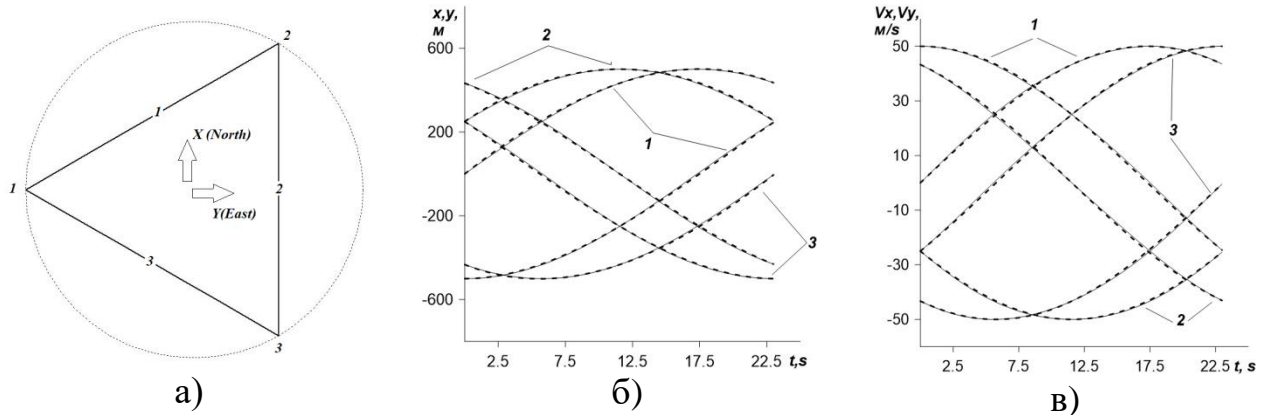


Рисунок 2. Построение программной траектории (окружности) по трем точкам

На рисунке 2б показаны эталонные координаты (x, y) движущейся во времени точки по окружности (пунктирная линия) и рассчитанные по соотношениям (4 - 7) значения координат точек программной траектории на отрезках 1 – 2 – 3 (тонкая сплошная линия). На рисунке 2в – показаны соответствующие значения проекции вектора скорости (V_x, V_y) . Сравнение рассчитанных координат точек траектории и компонент скорости с эталонными значениями позволяет утверждать, что соотношения (4 - 7) пригодны для построения криволинейной траектории движения на отрезке с заданными значениями координат и вектора скорости на его концах.

Рассмотрим схему расчетов навигационного угла γ_{sp} при полете по отрезку программной траектории 1 – 2, рисунок 3.

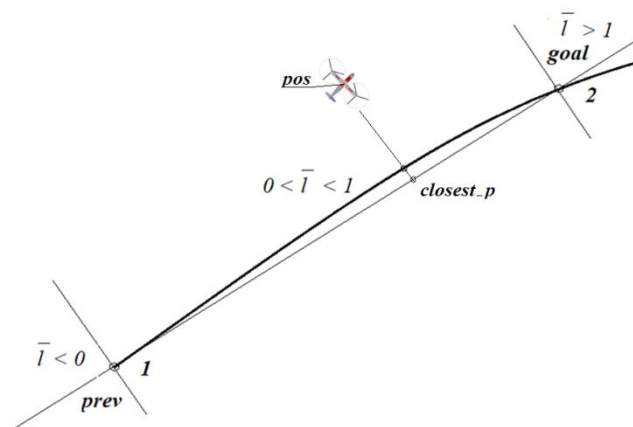


Рисунок 3. Определение текущей позиции на отрезке между контрольными точками

Определим соответствие между текущей позицией аппарата pos и соответствующей ей точкой $closest_p$ на отрезке 1-2. Параметру $t/\Delta T = \bar{t}$ поставим в соответствие параметр \bar{l} на отрезке прямой 1 – 2, определяющий отношение расстояния от точки 1 до точки $closest_p$ к длине отрезка L_{12} . Оба параметра \bar{t} и \bar{l} изменяются в пределах $0 \div 1$. Значение параметра \bar{l} для точки $closest_p$ на отрезке 1-2 вычисляется так

$$\bar{l} = \frac{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1)}{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)^2}. \quad (8)$$

По значению параметра \bar{l} можно судить где находится аппарат по отношению к точкам 1 и 2, рисунок 3.

Определим координаты текущей точки на отрезке программной траектории

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_1 + \mathbf{V}_1 t + \mathbf{a}_1 \frac{t^2}{2} + (\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1) \frac{t^3}{6T_{1-2}}, \quad t = \bar{l} \cdot T_{1-2}, \quad (9)$$

а также координаты и скорость некоторой точки программной траектории опережающей текущую по времени на величину ΔT

$$\mathbf{r}_{ref-p} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{V}_1(t + \Delta T) + \mathbf{a}_1 \frac{(t + \Delta T)^2}{2} + (\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1) \frac{(t + \Delta T)^3}{6T_{1-2}}, \quad (10)$$

$$\mathbf{V}_{ref-p} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{a}_1(t + \Delta T) + (\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1) \frac{(t + \Delta T)^2}{2T_{1-2}}. \quad (11)$$

После этого величина навигационного угла крена γ_{sp} может быть вычислена по соотношениям (4 – 7).

Моделирование полета самолета по программной траектории показывает, что характер переходных процессов зависит от задаваемого времени опережения ΔT . На рисунке 4а. пунктирной линией показана программная траектория движения, тонкими линиями траектория с начальным отклонением от программной и рассчитанная с использованием соотношений (4 - 7) для нескольких задаваемых значений времени опережения $\Delta T = 3, 5, 7$ секунд. На рисунке 4б показаны изменения компонент скорости V_x, V_y во время переходного процесса. Ступенчатый характер изменения компонент скорости на графике объясняется выбранным шагом по времени ΔT_{nav} для проведения навигационных расчетов. На рисунке 4в показаны изменения компонент скорости движения V_x, V_y при следовании по программной траектории с заданным начальным отклонением по скорости.

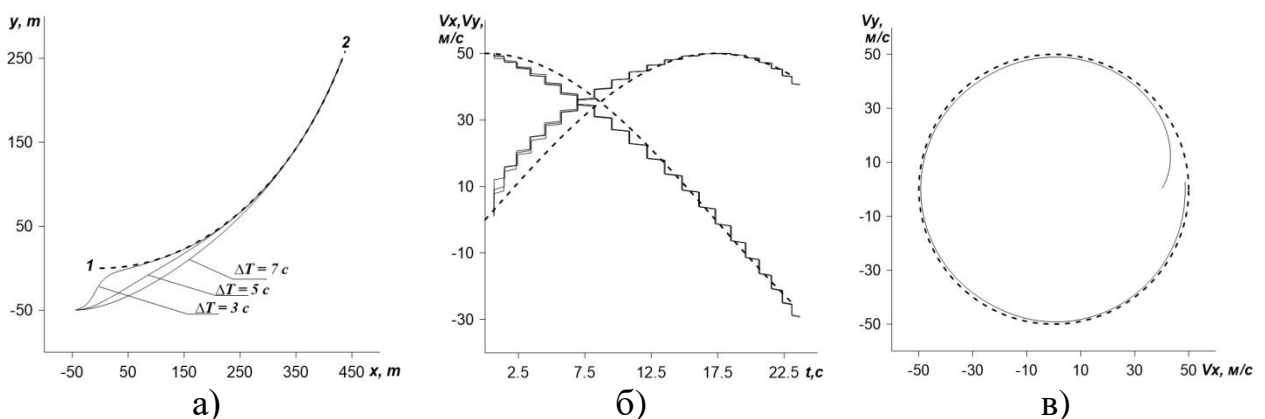


Рисунок 4. Характер переходных процессов при коррекции траектории полета.

На основании приведенных результатов численного моделирования можно утверждать, что предложенный алгоритм не уступает методу [8] и обладает возможностью выдерживания заданной скорости полета по криволинейной траектории.

Формирование зависимости располагаемой и потребной мощности от скорости полета

При полете по заданной траектории необходимо выдерживать заданную скорость, управляя положением дроссельной заслонки подачи топлива. Необходимые для этого навигационные расчеты основаны на уравнениях энергетического баланса располагаемой и требуемой мощности.

Полная энергия самолета E_T состоит из потенциальной и кинетической энергии:

$$E_T = \frac{1}{2}mV^2 + mgh, \quad (12)$$

где V – скорость полета, h – высота полета.

Удельные значения энергии и мощности определяются делением соответствующих соотношений на массу m

$$E = \frac{1}{2}V^2 + gh, \quad \dot{E} = V\dot{V} + g\dot{h}. \quad (13)$$

Программа бортового процессора непрерывно производит расчет текущего значения потенциальной и кинетической энергии самолета, темпа их изменения (мощности). Заданная программная траектория в форме соотношений (4 – 7) позволяет рассчитать требуемые значения $\dot{E}_{sp} = (V\dot{V} + g\dot{h})_{sp}$. Разница (невязка) требуемого и текущего значения мощности является входящим параметром стандартной схемы PD (или PID) регулятора, управляющего положением дроссельной заслонки подачи топлива.

Алгоритмы управления положением дроссельной заслонки и рулем высоты, связаны друг с другом. Реализованные в программе бортового контроллера РХ4 расчеты перегружены большим количеством задаваемых параметров, включая мак-

симальные и минимальные величины избыточной мощности, избылиуют условиями и ограничениями по скорости, и т.п. Эти расчеты могут быть уточнены и упрощены на основании фактических данных по располагаемой и потребной мощности, которые можно получить во время разгона VTOL до максимальной скорости в горизонтальном полете на заданной высоте.

Рассмотрим алгоритм расчета потребной и располагаемой мощности. Представим соотношение (1) с использованием параболической модели для силы сопротивления, справедливой для нескоростных самолетов, в следующей форме

$$\left(P_{max} \cdot \eta(V_{(eqv)i}) - C_{D0} \cdot \frac{\rho V_{(eqv)i}^2}{2} S - K \cdot \frac{2}{\rho V_{(eqv)i}^2} \frac{W^2}{S} \right) V_i / m = \dot{E}_i \approx V_i \cdot (V_i - V_{i-1}) / (t_i - t_{i-1}), \quad (14)$$

$i = 1, m$

где $V_{(eqv)i}$ - эквивалентная воздушная скорость, $\eta(V_{(eqv)i})$ - коэффициент эффективности двигателя с воздушным винтом, V_i, t_i - значение земной скорости полета и времени фиксации данных в процессе разгона самолета, C_{D0} - коэффициент вредного сопротивления, P_{max} - максимальная мощность на валу двигателя, K - коэффициент отвала поляры. Эквивалентная воздушная скорость определяется по относительной плотности воздуха к плотности на уровне моря $\sigma = \rho / \rho_{SL} : V_{eq} = V_{(h)} \sqrt{\sigma}$. (*далее в изложении для краткости используется термин скорость, полагается отсутствие ветра.)

За время разгона до скорости сваливания V_{stall} удержание высоты осуществляется одновременно органами управления самолета (руль высоты) и подъемными двигателями. Мощность подъемных двигателей с нарастанием скорости снижается до нуля. Момент времени, когда значение управляющего сигнала на подъемные двигатели примет нулевое значение, свидетельствует о достижении самолетом эволютивной скорости, свойственной полету обычного самолета. Затем VTOL разгоняется с уже неработающими подъемными винтами до максимальной скорости V_{max} при полностью открытой дроссельной заслонке подачи топлива. При достиже-

нии скорости V_{max} самолет прекращает ускоряться. Диапазон скоростей, при которых VTOL может летать как обычный самолет без поддержки подъемных винтов, лежит между зафиксированными при разгоне значениями $V_{manoevr}$ и V_{max} .

На рисунке 5 показаны полученные значения \dot{E} , вычисленные по схеме (14), для временного интервала $t_i - t_{i-1}$ равного 1 и 2 секунды. Пунктирной линией показано эталонное значение.

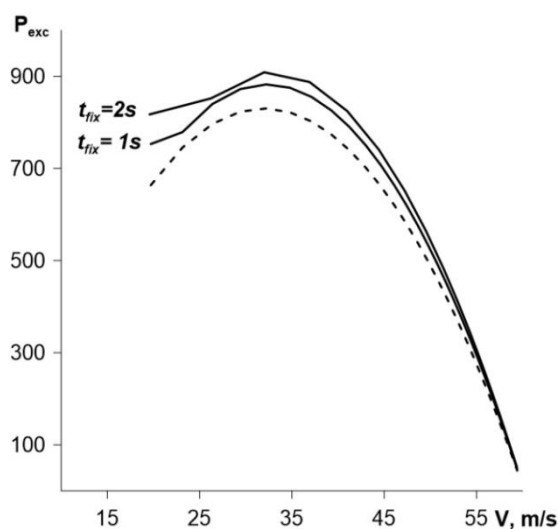


Рисунок 5. Избыточная мощность

Величины P_{max} , C_{D0} , K рассчитываются методом наименьших квадратов (МНК) по полученным данным по скорости V_i при разгоне самолета в горизонтальном полете.

	P_{max} (кВт)	C_{D0}	K
Эталонное значение	12.0	0.033	0.049
Расчетное $\eta = \eta(V)$	12.01	0.0338	0.009
Расчетное $\eta = 0.75$	12.85	0.031	0.2
Расчетное $\eta = 0.80$	12,0	0.031	0.2

Из приведенной таблицы видно, что в диапазоне скоростей $V_{manoevr} \div V_{max}$ не удастся оценить только параметр K , но достаточно точно определяются параметры P_{max} и C_{D0} . Коэффициент отвала поляр K оценивается простым соотношением $K = 1/(\pi \cdot e \cdot \lambda)$, где λ - удлинение крыла, e - коэффициент Освальда и может быть использован при вычислении потребной мощности. Кроме того в диапазоне скоростей $V_{manoevr} \div V_{max}$ индуктивное сопротивление мало по сравнению с вредным сопротивлением и не оказывает существенного влияния на величину общей потребной мощности.

Оценку коэффициента эффективности поршневого двигателя с воздушным винтом $\eta(V_i)$ можно произвести расчетным путем с использованием уравнений импульсной теории и теории элемента лопасти. На рисунке 6 приведена расчетная зависимости $\eta(V_i)$ для поршневого двигателя с воздушным винтом постоянного

шага, (пунктирная линия – соответствует постоянному среднему значению $\eta = 0.74$).

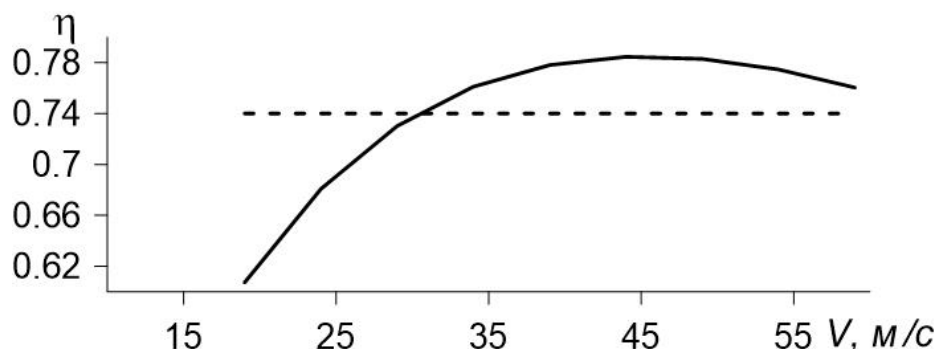


Рисунок 6. КПД воздушного винта по скорости

Определенные расчетно-экспериментальным путем величины P_{max} , C_{D0} и K позволяют представить максимальную располагаемую, потребную и избыточную мощности как функции скорости V . Это позволяет провести расчет скоростей по-

лета максимальной дальности $V_{bg} = \left[\frac{4K}{C_{D0}\rho^2} \left(\frac{W}{S} \right)^2 \right]^{1/4} = 25.9 \text{ м/с}$, максимальной про-

должительности $V_{md} = 0.758V_{bg} = 19.7 \text{ м/с}$ (скорости максимальной скороподъемности для самолета с поршневым двигателем), крейсерской $V_C = 1.32V_{bg} = 34 \text{ м/с}$ и максимальной $V_{max} = 60 \text{ м/с}$ и др. по известным соотношениям [9]. Приведенные характеристики относятся к экспериментальному UAV_VTOL – 65 (взлетной массой 65 кг), разрабатываемого в КНИТУ-КАИ.

Расчет летных характеристик для других высот полета производится на основе консолидированного уравнения потребной мощности, справедливого для произвольной высоты полета

$$P_{req} = \left[C_{D0} \frac{\rho V^2}{2} S + \frac{2K}{\rho V^2} \frac{W^2}{S} \right] V = \left[C_{D0} \frac{\rho_{SL} S V_{eq}^2}{2} S + \frac{2KW^2}{\rho_{SL} S V_{eq}^2} \right] V, \quad (15)$$

где ρ_{SL} - плотность воздуха на уровне моря.

Описанные выше алгоритмы являются основой проводимой нами модификации программ для бортового контроллера PX4 для тестирования эффективности их применения на специально созданных для этого экспериментальных самолетах UAV VTOL – 9 и UAV VTOL – 65 взлетной массой 9 и 65 кг., рисунок.7.



Рисунок 7. UAV VTOL - 9 в полете и UAV VTOL - 65

Заключение

Рассмотренная схема оценки избыточной мощности для самолета с вертикальным взлетом позволяет рассчитать летные характеристики самолета вертикального взлета, соответствующие фактическим мощностным, аэродинамическим параметрам и плотности воздуха на время полетов.

Схема расчета требуемого угла крена при следовании по криволинейной траектории не уступает методу [8] и обладает возможностью поддержания заданной скорости при полете по криволинейной траектории.

Список литературы

- [1]. Торенбик Э. Проектирование дозвуковых самолетов. - М.: Машиностроение, 1983. - 648 с.
- [2]. Динамическое проектирование систем управления автоматических маневренных летательных аппаратов Учеб. пособие. / Е. А. Федосов, В. Т. Бобронников, М. Н. Красильщиков, В. И. Кухтенко и др.; Под ред. Е. А. Федосова. — М.: Машиностроение, 1997. —336 с.
- [3]. Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полетов беспилотных летательных аппаратов.-М.: Машиностроение, 1973. – 617 с.
- [4]. Проектирование зенитных управляемых ракет : Учеб. для студентов вузов / [И. И. Архангельский, П. П. Афанасьев, Е. Г. Болотов и др.]; Под ред. И. С. Голубева и В. Г. Светлова. - 2. изд., перераб. и доп. - М. : Изд-во МАИ, 2001. - 730 с. ISBN 5-7035-2335-4
- [5]. D.J. Yost J.E. Kain, Command to line-of-sight guidance: A stochastic optimal control problem, *Journal of Spacecraft*, 14(7):438-444, 1977.

[6]. P. Zarchan. *Tactical and Strategic Missile Guidance*, volume 176 of *Progress in Astronautics and Aeronautics*. AIAA, third edition, 1997. 599 pp.

[7] J. H. Blakelock, *Automatic Control of Aircraft and Missiles*. Wiley-Interscience, 1991. 672 pp.

[8]. Park, Sanghyuk, John Deyst, and Jonathan P. How. "A new nonlinear guidance logic for trajectory tracking." In AIAA guidance, navigation, and control conference and exhibit, pp. 16 - 19. 2004.

[9] B. A. McCormick, "Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics," 2nd Edition, John Wiley and Sons Inc., NY, 1995. 652 pp.