Ф.М. Сабирова

СБОРНИК ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ПО ФИЗИКЕ

Часть 1

МЕХАНИКА.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ (СТАТИСТИЧЕСКАЯ) ФИЗИКА

Казань – 2013

УДК 531(075.8)
ББК 22.3я73
С12

Печатается по решению редакционно-издательского совета Филиала Казанского (Приволжского) федерального университета в г.Елабуга.

Рецензенты:

М.И. Конюхов, зав. кафедрой информационных технологий ЕФ КНИТУ (КАИ) канд. тех. наук, доцент**;**

В.Ю. Шурыгин, доцент кафедры физики и информационных технологий филиала КФУ в г.Елабуга, канд. физ.-мат. наук, доцент**.**

Сабирова Ф.М.

Сборник тестовых заданий по физике. Часть 1. Механика. Молекулярная (статистическая) физика: Учебно-методическое пособие. **–** Казань: ГБУ «Республиканский центр мониторинга качества образования» (редакционно-издательский отдел), 2013. – 140 с.: ил.

ISBN 978-5-906158-23-9

Учебно-методическое пособие предназначено для подготовки к Интернет-тестированию по физике, которое проводится в рамках ежегодного мониторинга качества учебного процесса учреждений высшего профессионального образования. В части 1 рассмотрены такие разделы учебного курса как «Механика» и «Молекулярная (статистическая) физика». Пособие может быть использовано как в учебном процессе, так и в процессе самостоятельной подготовки к Интернет-экзамену по физике студентами нефизических специальностей.

ISBN 978-5-906158-23-9

ПРЕДИСЛОВИЕ

С 2005 г. во всех вузах страны проводится Федеральный экзамен в сфере профессионального образования (ФЭПО), который представляет собой централизованное Интернет-тестирование базовых знаний студентов. Эту работу организует и координирует единый центр тестирования, который сосредоточен в Росаккредагентстве (Российском национальном аккредитационном агентстве в сфере образования – НААСО), расположенном в г. Йошкар-Ола (Республика Марий-Эл).

Студенты выполняют задания на компьютерах, а результаты тестирования направляются в Росаккредагентство и там обрабатываются. Образовательное учреждение получает только информационно-аналитическую карту, где отражены не только итоги экзамена в данном вузе, но и данные по стране в целом.

Для успешного тестирования базовых знаний требуется определенная подготовка. Это должно быть не основательное изучение материала дисциплины по учебникам, учебным пособиям или конспектам лекций, а краткое восстановление в памяти ключевых вопросов курса и ознакомление с вариантами тестовых заданий. В связи с этим возникает необходимость разработки методических материалов, предназначенных для подготовки студентов к тестированию.

Содержание учебной дисциплины «Физика» разделяется на несколько разделов, которые называются дидактическими единицами (ДЕ). Обычно таких разделов 6-7, однако встречаются тесты с меньшим числом ДЕ. Каждая ДЕ, в свою очередь, состоит из 4-6 тем, число которых и определяет количество вопросов тестовых заданий (от 20 до 38) при проведении экзамена. Названия этих тем также различаются для разных специальностей, однако в целом различия невелики. Информацию о структуре АПИМ для разных специальнолстей, а их существует несколько сотен, можно найти на сайте www.fepo-nica.ru [1]. Для ряда специальностей (направлений), по которым ведется подготовка в нашем вузе, например, для специальности 050501.65-19 – Профессиональное обучение (электроэнергетика, электротехника и электротехнологии), тематическая структура АПИМ содержит 6 дидактических единиц: 1) «Механика»; 2) «Молекулярная (статистическая) физика и термодинамика»; 3) «Электричество и магнетизм»; 4) «Механические и электромагнитные колебания и волны»; 5) «Волновая и квантовая оптика»; 6) «Квантовая физика, физика атома». Для ряда специальностей, таких как 020200.62 – Биология, 050201.65 – Математика, 050202.65 – Информатика данный список расширяется до еще одной ДЕ 7: «Элементы ядерной физики и физики элементарных частиц». Для некоторых же специальностей, таких как 050501.65-06 – Профессиональное обучение (информатика, вычислительная техника и компьютерные технологии), 050501.65-15 – Профессиональное обучение (автомобили и автомобильное хозяйство), предусмотрено всего первые 4 из перечисленных единиц.

Важнейшим критерием оценки является процент усвоения ДЕ. Она считается усвоенной, если студент правильно ответил на 50% и более вопросов по темам, относящимся к этой ДЕ.

Данное пособие представляет собой сборник заданий по физике, относящихся к ДЕ1 Механика и ДЕ2 Молекулярная (статистическая) физика и термодинамика. ДЕ1 Механика в соответствии с требованиями ГОС к обязательному минимуму содержания основной образовательбной программы дисциплина Физика включает в себя следующие темы:

1. Кинематика поступательного и вращательного движения;
2. Динамика поступательного движения;
3. Динамика вращательного движения;
4. Работа и энергия;
5. Законы сохранения момента импульса и энергии;
6. Элементы специальной теории относительности.

ДЕ2 Молекулярная (статистическая) физика и термодинамика, включает в себя темы :

1. Распределение Максвела и Больцмана;
2. Средняя энергия молекул;
3. Второе начало термодинамики. Энтропии. Циклы;

4. Первое начало термодинамики. Работа при изопроцессах.

В первой части каждой темы в пособии приведены краткие теоретические сведения [2; 3; 4], во второй – задания с решениями и ответами, в третьей – набор заданий для самостоятельного решения. Ответы к ним приведены в конце пособия.

Задания делятся на четыре типа, отличающиеся значками, которые стоят перед вариантами ответов:

1) с выбором одного правильного ответа;

2) с выбором двух и более ответов;

3) на установление соответствия или правильной последовательности;

4) с вводом правильного ответа.

В сборнике большинство тестовых заданий первого типа. Подбор заданий сделан на основе учебного пособия [4], а также заданий, которые встречались среди АПИМ 2008-2012 гг. [5], в демонстрационных материалах на сайте ФЭПО [1] и методических пособиях [6,7].

Пособие может быть использовано как в учебном процессе, так и в процессе самостоятельной подготовки к Интернет-экзамену по физике студентами нефизических специальностей.

1. МЕХАНИКА

1. КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Краткие теоретические сведения

Положение материальной точки в пространстве в момент времени t определяется радиус-вектором $\vec{r}$ (Рис.1.1.) .

Мгновенная скорость: $\vec{\upsilon} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$; средняя скорость: $\vec{\upsilon} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$; мгновенное ускорение: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$.

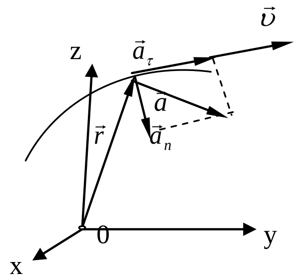


Рис.1.1.

При криволинейном движении полное ускорение: $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$, где $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ – нормальное ускорение, $\vec{a}_\tau = \dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt}$ – тангенциальное ускорение; $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$, R – радиус кривизны траектории.

При прямолинейном движении с постоянным ускорением $\vec{a} = const$: $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t + \dfrac{\vec{a}t^2}{2}$, где $\vec{r}_0$ и $\vec{\upsilon}_0$ – начальное положение и начальная скорость материальной точки. Проекция r на ось x: $x(t) = x_0 + \upsilon_{0x} t + \dfrac{a_x t^2}{2}$.

Скорость точки при равнопеременном вижении: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_o + \bar{a}t$,

Вращательное движение – это движение, при котором все точки тела движутся по круговым траекториям, центры кривизны которых находятся на одной линии (оси). Для его описания используются угловые характеристики: угол поворота Δφ, угловая скорость $\vec{\omega}$, угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$.

Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен перпендикулярно плоскости вращения таким образом, что вращение происходит по часовой стрелке, если смотреть вдоль вектора $\vec{\omega}$ (правило буравчика). Угловая скорость: $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$. Угловое ускорение: $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$.

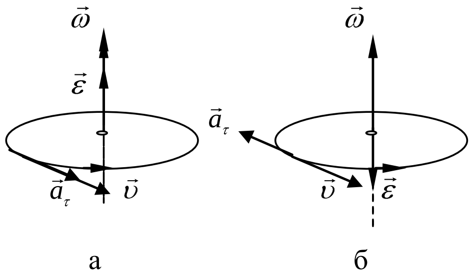


Рис.1.2.

На рис.1.2 показанынаправления векторов $\vec{\omega}, \vec{\varepsilon}$, $\vec{\upsilon}$ и $\vec{a}_\tau$ в случае ускоренного (а) и замедленного (б) вращательных движений.

Связь угловых величин с линейными:

путь, пройденный точкой по дуге окружности радиусом R: $l = R\varphi$;

линейная скорость этой точки: $\upsilon = R\omega$;

тангенциальное ускорение точки: $a_\tau = \varepsilon R$;

нормальное ускорение: $a_n = \omega^2 R$; полное ускорение: $a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$.

Период и частота вращения ν связана с угловой скоростью соотношениями $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$; $T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}$.

Примеры тестовых заданий

Задание 1-1. Материальная точка М движется по окружности со скоростью $\vec{V}$. На рис. 1 показан график зависимости V_τ от времени ($\vec{\tau}$ – единичный вектор положительного направления, V_τ – проекция $\vec{V}$ на это направление). На рис.2 укажите направление полного ускорения в момент времени t_3.

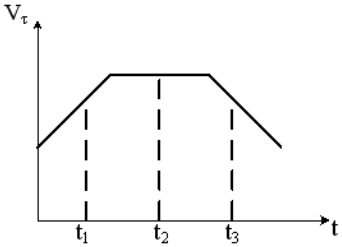


Рис. 1

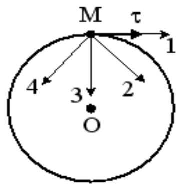


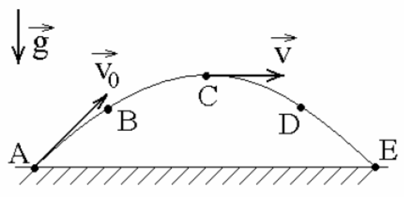
Рис. 2

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

Решение. В момент времени t_3 происходит уменьшение модуля скорости, значит, $\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} < 0$ Поэтому тангенциальный компонент ускорения $\vec{a}_\tau$ направлен в сторону, противоположную единичному вектору касательной $\vec{\tau}$. Нормальный компонент ускорения $\vec{a}_n$ всегда направлен к центру круговой траектории. Поэтому вектор полного ускорения $\vec{a}$ отклонен от вертикали влево.

Правильным является ответ: 4.

Задание 1-2. Камень бросили под углом к горизонту со скоростью V_0. Его траектория в однородном поле тяжести изображена на рисунке. Сопротивления воздуха нет. Модуль тангенциального ускорения на участке A-B-C …



1) уменьшается; 2) увеличивается; 3) не изменяется.

Решение. Полное ускорение камня в любой момент времени одно и то же и равно $\vec{g}$. Модуль тангенциального ускорения $\vec{a}_\tau$ – это проекция вектора $\vec{g}$ на направление касательной: $a_\tau = g\sin\alpha$, где α – угол между касательной и горизонтом. Этот угол на участке А-В-С уменьшается от некоторого начального значения до нуля, поэтому так же ведет себя и модуль тангенциального ускорения.

Правильный ответ: 1) уменьшается.

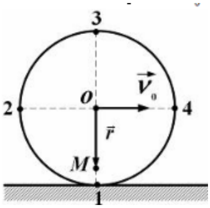
Задание 1-3. Частица из состояния покоя начала двигаться по дуге окружности радиуса R=1 *м* с постоянным угловым ускорением ε=2 $с^{-2}$. Отношение нормального ускорения к тангенциальному через одну секунду равно...

1) 1; 2) 2; 3) 4; 4) 3; 5) 8.

Решение. Модуль тангенциального ускорения $a_\tau = \varepsilon R = 2\frac{м}{с}$. Модуль скорости частицы изменяется со временем линейно $\upsilon = a_\tau t = \varepsilon R t$, значит, через одну секунду скорость равна $2\frac{м}{с}$ Модуль нормального ускорения, соответствующий этой скорости и данному радиусу окружности, равен $a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = 4\frac{м}{с^2}$. Тогда $\frac{a_n}{a_\tau} = \frac{4}{2} = 2$.

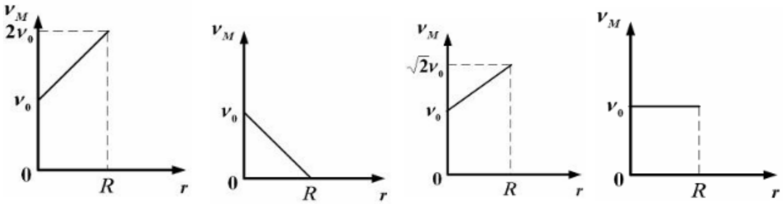
Правильный ответ: 2.

Задание 1-4. Цилиндр радиуса R катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью $\vec{\upsilon}_0$.



Точка М расположена на нижней половине вертикального диаметра цилиндра на расстоянии r от центра цилиндра.

Зависимость мгновенной скорости точки M от расстояния до центра цилиндра имеет вид…



1) 2) 3) 4)

Решение. Движение точек цилиндра можно представить как результат сложения двух движений: поступательного со скоростью $\vec{\upsilon}_0$ и вращательного относительно оси цилиндра с угловой скоростью $\omega = \dfrac{\upsilon_0}{R}$. Линейная скорость вращения относительно оси цилиндра равна $\upsilon = \omega r$. Для точек на нижней половине вертикального диаметра цилиндра эти скорости направлены противоположно. Поэтому скорость точки M равна $\upsilon_M = \upsilon_0 - \dfrac{\upsilon_0}{r}$, и график зависимости мгновенной скорости точки М от расстояния r до оси цилиндра имеет вид 2). Качение цилиндра можно также представить как вращение относительно мгновенной оси вращения, касающейся в данный момент горизонтально плоскости.

Правильный ответ: 2).

Задание 1–5. Модули линейной скорости точек А и В, расположенных на поверхности горизонтального диска, равномерно вращающегося вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его центр (т.О), $\upsilon_1 = 9{,}42\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$ и $\upsilon_2 = 6{,}0\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$ соответственно. Если частота вращения диска $\nu = 1{,}5\ \text{с}^{-1}$, то расстояние между точками АВ равно:

1) 0,89 м; 2) 0,79 м; 3) 0,36 м; 4) 0,18 м; 5) 0,090 м.

Решение. При равномерном вращении диска скорости точек: $\upsilon_1 = 2\pi R_1 \nu$ и $\upsilon_2 = 2\pi R_2 \nu$. Вычтем из первого уравнения второе:

$$\upsilon_1 - \upsilon_2 = 2\pi\nu(R_1 - R_2) = 2\pi\nu\Delta R$$

Выражаем и вычисляем расстояние между точками АВ: $\Delta R = \dfrac{\upsilon_1 - \upsilon_2}{2\pi\nu} = \dfrac{9{,}42 - 6}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5} = 0{,}36$ м

Правильный ответ: 3) 0,36 м.

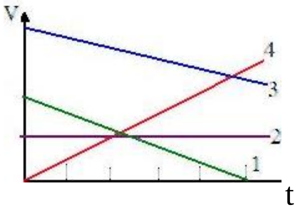
Задание 1-6. Зависимость от времени линейной скорости лопатки турбины, расположенной на расстоянии 1 м от оси вращения, задается уравнением $\upsilon = 2t + 0{,}2t^2$ (в единицах СИ). Через 15 *с* после пуска величина углового ускорения лопатки турбины будет равна (…).

Решение. По данной линейной скорости находим зависимость угловой скорости от времени: $\omega = \dfrac{\upsilon}{r} = 2t + 0{,}2t^2$ (в единицах СИ). Находим угловое ускорение в зависимости от времени: $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt} = 2 + 0{,}4t$ (в единицах СИ). Подставим время t=5 с, получим ε = 8 $с^{-1}$.

Правильный ответ: 8 $с^{-1}$.

Задания для самостоятельной работы

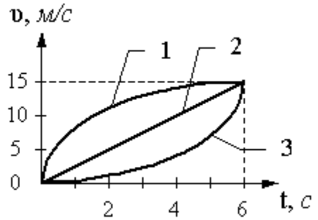
1.1. На рисунке представлены графики зависимости скорости четырех тел, движущихся прямолинейно, от времени/



Наибольшее перемещение за 5с совершено телом…

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

1.2. На рисунке представлены графики зависимости модуля скорости от времени для трех тел.

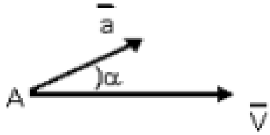


Какое из этих тел прошло за 6 с движения наименьший путь?

1) 1-е тело; 2) 2-е тело; 3) 3-е тело;

4) длина пройденного пути у всех трех тел одинаковая.

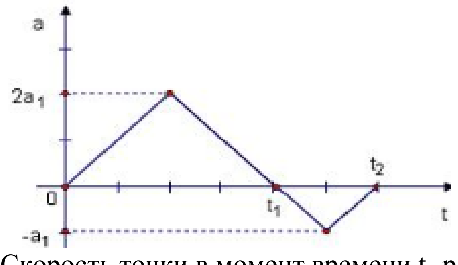
1.3. В точке А траектории угол между векторами скорости и ускорения $\alpha=60^0$, ускорение a=2 м/с^2, скорость направлена горизонтально.



За время Δt=1 с (считать его малым приращением) приращение скорости по модулю составит …

1) 1 м/с; 2) –1 м/с; 3) $\sqrt{3}$ м/с; 4) 2 м/с.

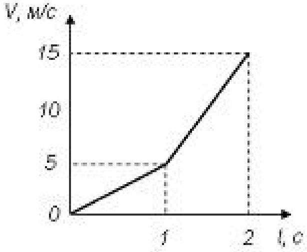
1.4. На графике показано изменение с течением времени ускорения точки на прямолинейном отрезке пути. Начальная скорость равна нулю.



Скорость точки в момент времени t_2 равна…

1) $\frac{3}{4}a_1t_1$; 2) $\frac{3}{2}a_1t_1$; 3) $\frac{5}{4}a_1t_1$; 4) a_1t_1 .

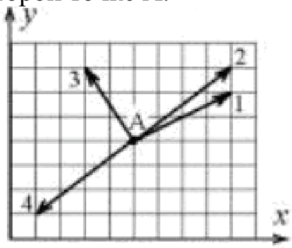
1.5. На рисунке представлен график V(t) зависимости скорости от времени прямолинейно движущегося тела.



Путь пройденный телом за 2 с, равен

1) 10 м; 2) 12,5 м; 3) 15 м; 4) 15 м.

1.6. Радиус-вектор частицы изменяется во времени по закону $\vec{r} = 2t^2\vec{i} + t^3\vec{j}$. В момент времени $t = 1c$ частица оказалась в некоторой точке А.



Выберите правильное направление скорости частицы в этот момент времени.

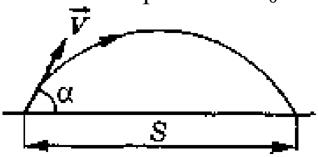
1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

1.7. Радиус-вектор частицы изменяется во времени по закону $\vec{r} = -5t^2\vec{i} + 3\vec{j}$. В момент времени $t = 1$ c частица оказалась в некоторой точке А. Выберите правильное направление скорости частицы в этот момент времени

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

1.8. Прямолинейное движение точки описывается уравнением $x = 1 + 3t^2 - 2t^3$ (в единицах СИ). Средняя скорость точки за время движения до остановки в м/с равна (…).

1.9. Два тела брошены под одним и тем же углом к горизонту с начальными скоростями V_0 и 2 V_0.

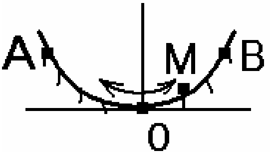


Если сопротивлением воздуха пренебречь, то соотношение дальностей полета S_2/S_1 равно…

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

1.10. Тело брошено с поверхности Земли со скоростью 10 м/с под углом 45° к горизонту. Если сопротивлением воздуха пренебречь и принять g=10 м/с^2, то радиус кривизны в верхней точке в *м* равен (…).

1.11. Материальная точка М свободно без трения скользит в поле силы тяжести по гладким стенкам симметричной ямы (А и В – наивысшие точки подъема).



При этом величина тангенциальной (касательной к траектории) проекции ускорения точки М

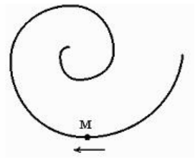
1) отлична от нуля в точке В;

2) максимальна в нижней точке траектории О;

3) равна нулю в точке А;

4) одинакова во всех точках траектории.

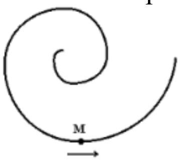
1.12. Точка М движется по спирали с постоянной по величине скоростью в направлении, указанном стрелкой.



При этом величина **нормального** ускорения…

1) увеличивается; 2) уменьшается; 3) не изменяется.

1.13. Точка М движется по спирали с постоянной по величине скоростью в направлении, указанном стрелкой.



При этом величина **полного** ускорения…

1) увеличивается; 2) уменьшается; 3) не изменяется.

1.14. Материальная точка М движется по окружности со скоростью $\vec{V}$. На рис. 1 показан график зависимости V_τ от времени ($\vec{\tau}$ – единичный вектор положительного направления, V_τ – проекция $\vec{V}$ на это направление).

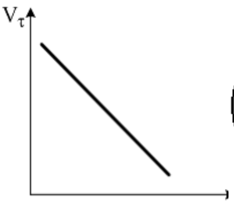


Рис. 1

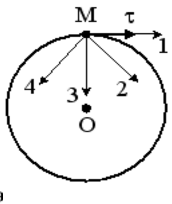


Рис. 2

При этом вектор полного ускорения на рис.2 имеет направление…

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

1.15. Материальная точка M движется по окружности со скоростью $\vec{V}$. На рис. 1 показан график зависимости проекции скорости V_τ от времени ($\vec{\tau}$ – единичный вектор положительного направления, V_τ – проекция $\vec{V}$ на это направление).

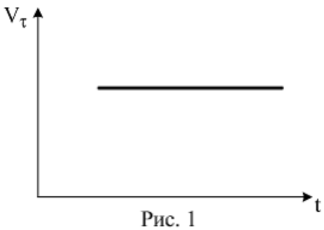


Рис. 1

При этом для нормального a_n и тангенциального a_τ ускорения выполняются условия…

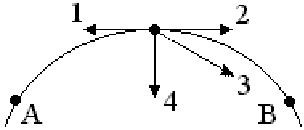
1) a_n – увеличивается, a_τ – уменьшается;

2) a_n – увеличивается, a_τ – равно нулю;

3) a_n – постоянно, a_τ – равно нулю;

4) a_n – постоянно, a_τ – уменьшается.

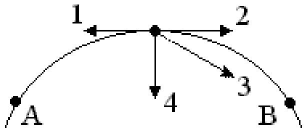
1.16. Материальная точка движется по траектории из точки А в точку В (см. рис.) с постоянной по модулю скоростью.



Вектор полного ускорения направлен по стрелке…

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

1.17. Материальная точка движется по траектории из точки А в точку В (см. рис).



Если при этом модуль скорости точки увеличивается, то вектор тангенциального ускорения $\vec{a}_\tau$ и вектор нормального ускорения $\vec{a}_n$ точки направлены…

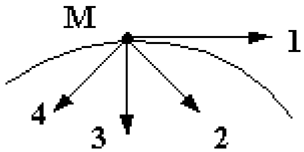
1) $\vec{a}_\tau$ по стрелке 2; $\vec{a}_n$ по стрелке 1;

2) $\vec{a}_\tau$ по стрелке 2; $\vec{a}_n$ по стрелке 4;

3) $\vec{a}_\tau$ по стрелке 3; $\vec{a}_n$ по стрелке 4;

4) $\vec{a}_\tau$ по стрелке 4; $\vec{a}_n$ по стрелке 2.

1.18. Материальная точка М движется по криволинейной траектории вправо (см. рис.) с уменьшающейся по модулю скоростью.



Вектор полного ускорения направлен по стрелке

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

1.19. Материальная точка М движется по окружности со скоростью $\vec{V}$. На рис.1 показан график зависимости проекции скорости V_τ от времени ($\vec{\tau}$ – единичный вектор положительного направления, V_τ – проекция $\vec{V}$ на это направление).

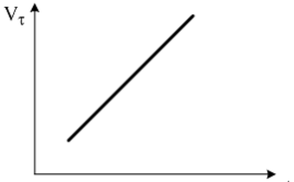


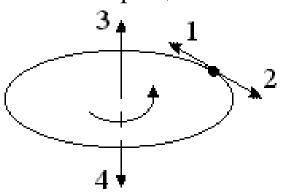
Рис. 1

При этом для нормального a_n и тангенциального a_τ ускорения выполняются условия…

1) $a_n = 0$, $a_\tau = 0$; 2) $a_n > 0$, $a_\tau = 0$;

3) $a_n = 0$, $a_\tau > 0$; 4) $a_n > 0$, $a_\tau > 0$.

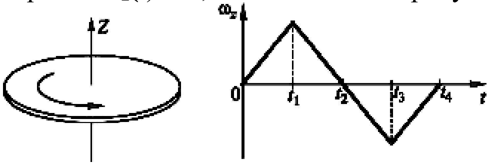
1.20. Диск вращается замедленно вокруг неподвижной оси. Направление вращения показано на рисунке.



Какими стрелками на рисунке изображены, в порядке перечисления: вектор угловой скорости и вектор углового ускорения?

1) 1 и 2; 2) 1 и 4; 3) 3 и 2; 4) 3 и 4.

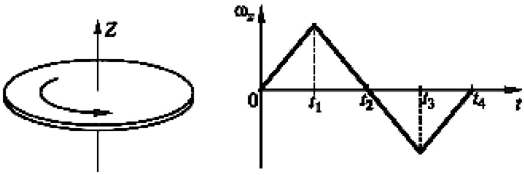
1.21. Диск вращается вокруг своей оси, изменяя проекцию своей угловой скорости $\omega_z(t)$ так, как показано на рисунке.



Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен по оси z в интервалы времени…

1) от t_2 до t_3 и от t_3 до t_4; 2) от 0 до t_1 и от t_1 до t_2;
3) от t_1 до t_2 и от 3_1 до t_4; 4) от t_1 до t_2 и от t_2 до t_3.

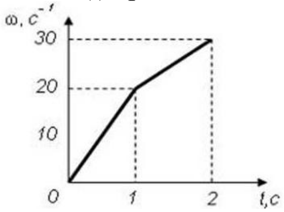
1.22. Диск вращается вокруг своей оси, изменяя проекцию своей угловой скорости $\omega_z(t)$ так, как показано на рисунке.



Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ и вектор углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ направлены в одну сторону в интервалы времени…

1) от 0 до t_1 и от t_1 до t_2;
2) от 0 до t_1 и от t_2 до t_3;
3) от t_1 до t_2 и от t_2 до t_3;
4) всегда направлены в одну сторону.

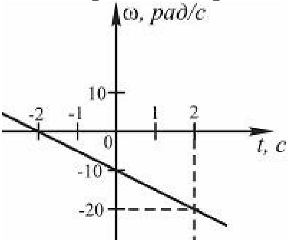
1.23. На рисунке представлен график зависимости угловой скорости $\omega(t)$ вращающегося тела от времени.



Значение углового ускорения (в c^{-2}) в промежутке времени 0-1с равно…

1) 20; 2) 15; 3) 10; 4) 5 .

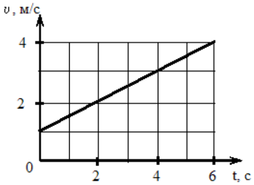
1.24. Тело вращается вокруг неподвижной оси. Зависимость угловой скорости от времени приведена на рисунке.



Тангенциальное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 метр от оси вращения, равно…

1) 0,5 м/с^2; 2) –0,5 м/с^2; 3) 5 м/с^2; 4) – 5 м/с^2.

1.25. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси. Скорость точки, находящейся на расстоянии 10 *см* от оси, изменяется со временем в соответствии с графиком, представленным на рисунке.

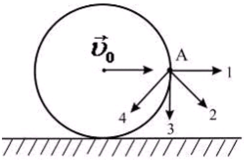


Зависимость угловой скорости тела от времени (в единицах СИ) задается уравнением …

1) $\omega = 10 + 7{,}5t$; 2) $\omega = 10 + 5t$;

3) $\omega = 0{,}1(1 + 7{,}5t)$; 4) $\omega = 0{,}1(1 + 0{,}5t)$.

1.26. Диск катится равномерно по горизонтальной поверхности со скоростью $\vec{\upsilon}_0$ без проскальзывания.



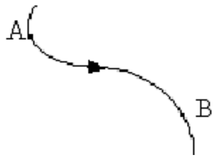
Вектор скорости точки A, лежащей на ободе диска, ориентирован в направлении…

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

1.27. Точка движется по окружности радиусом 50 см и совершает полный оборот за 2 с. Линейная скорость точки равна…

1) π/4 м/с; 2) 4π м/с; 3) π м/с; 4) π/2 м/с; 5) 2π м/с.

1.28. Тело движется с постоянным нормальным ускорением по траектории, изображенной на рисунке.



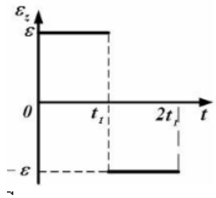
Для величины скорости тела в точке А V_A и величины скорости тела в точке В V_B справедливо соотношение…

1) $V_A < V_B$; 2) $V_A = V_B \neq 0$; 3) $V_A > V_B$; 4) $V_A = V_B = 0$.

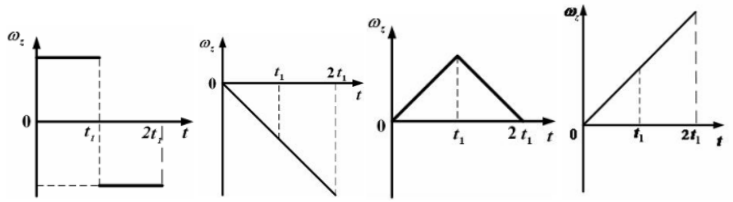
1.29. Частица движется вдоль окружности радиусом 1 м в соответствии с уравнением $\varphi(t) = 2\pi(t^2 - 6t + 12)$, где ($\varphi$ – в *рад*, *t* – в *с*). Частица остановится в момент времени (в *с*), равный…

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

1.30. Твердое тело начинает вращаться вокруг оси z . Зависимость углового ускорения ε_z представлена на графике.



Соответствующая зависимость угловой скорости ω_z от времени представлена графиком…

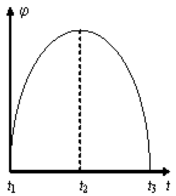


1) 2) 3) 4)

1.31. Кинематический чакон вращательного движения тела задан уравнением $\varphi = t^2$. Угловая скорость тела в конце третьей секунды равна...

1) 2 рад/с; 2) 3 рад/с; 3) 4 рад/с; 4) 6 рад/с.

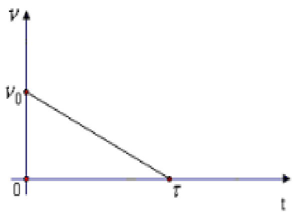
1.32. Материальная точка вращается по окружности. Зависимость величины углового перемещения φ от времени t изображена на рисунке.



Угловая скорость ω точки равна нулю в момент времени…

1) t_1; 2) t_2; 3) t_3.

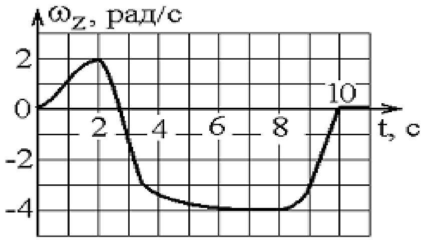
1.33. Ротор электродвигателя вращается со скоростью 960 об/мин, после выключения остановился через 10 с. Угловое ускорение торможения ротора после выключения электродвигателя оставалось постоянным. Зависимость частоты от времени торможения показано на графике.



Число оборотов, которые сделал ротор до остановки, равно…

1) 13; 2) 80; 3) 160; 4) 4800.

1.34. Диск радиуса R начинает вращаться из состояния покоя в горизонтальной плоскости вокруг оси Z, проходящей перпендикулярно его плоскости через его центр. Зависимость проекции угловой скорости от времени показана на графике.

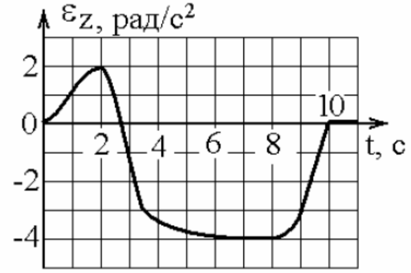


Тангенциальные ускорения точки на краю в моменты времени t_1=2 *с* и t_2=7 *с*…

1) равны друг другу; 2) отличаются в 2 раза;

3) отличаются в 4 раза; 4) равны нулю.

1.35. Диск радиуса R начинает вращаться из состояния покоя в горизонтальной плоскости вокруг оси Z, проходящей перпендикулярно его плоскости через его центр.



Зависимость проекции углового ускорения от времени показана на графике. Во сколько раз отличаются величины тангенциальных ускорений точки на краю диска в моменты времени t_1=2 с и t_2=7 с?

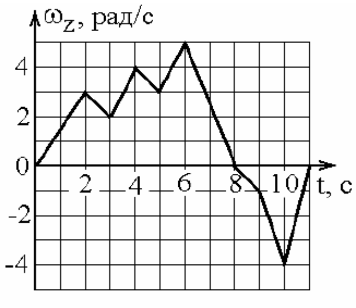
1) в 2 раза;

2) в 4 раза;

3) оба равны нулю;

4) трудно определить точно.

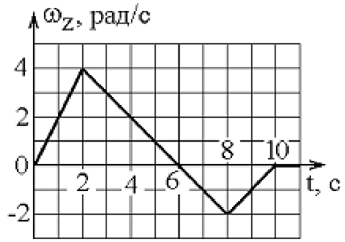
1.36. Твердое тело начинает вращаться вокруг оси Z с угловой скоростью, проекция которой изменяется во времени, как показано на графике.



Через 10 с тело окажется повернутым относительно начального положения на угол…

1) 8 рад; 2) 12 рад; 3) 16 рад; 4) 32 рад.

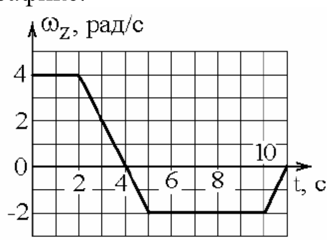
1.37. Твердое тело начинает вращаться вокруг оси Z с угловой скоростью, проекция которой изменяется во времени, как показано на графике.



В какой момент времени угол поворота относительно начального положения будет максимальным?

1) 6 с; 2) 8 с; 3) 10 с; 4) 11 с.

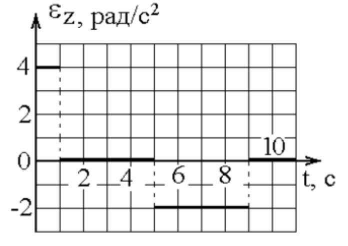
1.38. Твердое тело начинает вращаться вокруг оси Z с угловой скоростью, проекция которой изменяется во времени, как показано на графике.



На какой угол относительно начального положения окажется повернуто тело через 11 секунд?

1) 0 рад; 2) 8 рад; 3) 12 рад; 4) 24 рад.

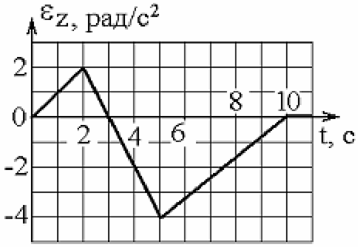
1.39. В начальный момент времени t=0 твердому телу придали угловую скорость ω_Z=2 рад/с вокруг оси z и в дальнейшем тело испытывает ускорение, проекция которого изменяется во времени, как показано на графике.



В какой момент времени тело изменит направление своего вращения?

1) 1 с; 2) 2 с; 3) 8 с; 4) 9 с.

1.40. Твердое тело из состояния покоя начинает вращаться вокруг оси *Z* с угловым ускорением, проекция которого изменяется во времени, как показано на графике.



В какой момент времени угловая скорость вращения тела достигнет максимальной величины? (…)

2. ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Краткие теоретические сведения

1. Первый закон Ньютона: существуют такие системы отсчета, в которых свободная материальная точка движется равномерно и прямолинейно или покоится. Эти системы отсчета называются инерциальными системами отсчета (ИСО).

2. Второй закон Ньютона: изменение импульса $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ материальной точки равно равнодействующей всех сил, действующих на нее,

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{2.1.}$$

Если масса постоянна, то второй закон Ньютона может быть выражен формулой

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Интегрируя (2.1) от t_1 до t_2 получаем

$$\vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1) = \int_{t_1}^{t_1} \vec{F}(t)dt \tag{2.2.}$$

где $\vec{F}(t) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$, а интеграл в правой части (2.2) называется импульсом силы.

Если $\vec{F}(t) = 0$, то $\vec{p}(t_2) = \vec{p}(t_1)$. Значит, если равнодействующая всех сил равна нулю, то импульс материальной точки сохраняется.

3. Сила, действующая на материальную точку, движущуюся по кривой, может быть разложена на две составляющие – тангенциальную и нормальную.

Тангенциальная (или касательная) сила $\vec{F}_\tau = m\vec{a}_\tau = m\dfrac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau}$,

где $\vec{\tau}$ – единичный вектор, направленный по касательной к траектории.

Нормальная (центростремительная) сила $\vec{F}_n = m\vec{a}_n = m\dfrac{\upsilon^2}{R}\vec{n}$, где $\vec{n}$ – единичный вектор, направленный по нормали к траектории, а R – радиус кривизны траектории.

4. Сила трения скольжения:

$$\vec{F}_{\text{тр}} = -\mu N \vec{e}_{\upsilon},$$

где μ – коэффициент трения скольжения, N – абсолютная величина силы нормального давления, $\vec{e}_{\upsilon}$ – единичный вектор в направлении скорости тела.

5. Сила упругости:

$$F_{\text{упр}} = -k\Delta l = -k(x - x_0),$$

где k – коэффициент жесткости, x – координата незакрепленного конца пружины, а x_0 – она же для нерастянутой пружины. Знак минус показывает, что сила направлена в обратную деформации сторону.

6. Сила гравитационного взаимодействия:

$$\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{R^2}\frac{\vec{R}}{R},$$

где G=6,67.10^{-11} $\dfrac{\text{Н.м}}{\text{кг}^2}$ – гравитационная постоянная, $\dfrac{\vec{R}}{R}$ – единичный вектор. Знак минус указывает на притяжение тел.

7. Полный импульс $\vec{P}$ системы материальных точек равен сумме импульсов всех этих материальных точек:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i$$

Полный импульс изолированной системы материальных точек остается постоянным, как бы ни двигались эти материальные точки, взаимодействуя друг с другом (закон сохранения импульса):

$$\vec{P} = \text{const}$$

8. Для двух взаимодействующих между собой материальных точек $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{const}$, следовательно,

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

откуда следует третий закон Ньютона

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{12}.$$

9. Если имеется механическая система, состоящая из n материальных точек с массами m_i и скоростями $\vec{v}_i$, то центром масс этой системы называется точка пространства с радиус-вектором:

$$\vec{R}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}.$$

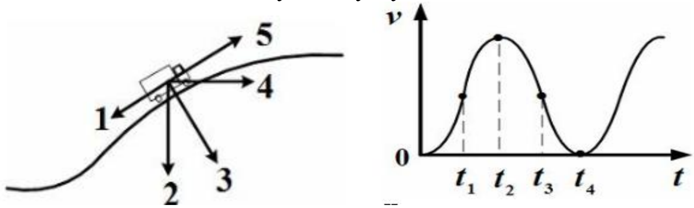
Центр масс R_c перемещается в пространстве со скоростью $\vec{V}_c$ (скорость центра масс), которая определяется формулой

$$\vec{V}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}. \qquad (2.3)$$

В инерциальной системе отсчета, связанной с центром масс изолированной системы материальных точек, полный импульс равен нулю, хотя все точки находятся в движении. В этом случае говорят, что в этой ИСО материальные точки покоятся как целое.

Примеры тестовых заданий

Задание 2-1. Скорость автомобиля изменялась со временем, как показано на графике зависимости V(t). В момент времени t_1 автомобиль поднимался по участку дуги.



Направление результирующей всех сил, действующих на автомобиль в этот момент, правильно отображает вектор:

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

Решение. Судя по графику зависимости модуля скорости автомобиля от времени, ускорение автомобиля равно нулю в моменты времени t = 0, t_2, t_4. В момент времени t_1 автомобиль двигался с максимальным тангенциальным ускорением (касательная к графику V(t) в этот момент имеет максимальный угол с осью абсцисс), направленным вдоль вектора 5. Кроме того, при движении по дуге имеет место нормальное ускорение вдоль вектора 3, чтобы автомобиле оставался «прижатым» к горке. Результирующее ускорение направлено вдоль вектора 4. Так же направлена и результирующая сила.

Правильным является ответ: 4.

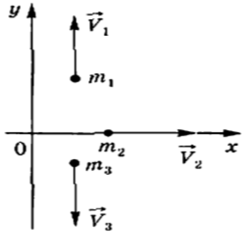
Задание 2-2.Механическая система состоит из трех частиц, массы которых m_1 = 0,1 *г*, m_2 = 0,2 *г*, m_3 = 0,3 г кг. Первая частица находится в точке с координатами (1, 2, 0), вторая – в точке (0, 2, 1), третья – в точке (1, 0, 1) (координаты даны в *см*). Тогда y_C – координата центра масс (в *см*) – равна (…)

Решение. Центром масс системы материальных точек называется точка С, радиус-вектор которой определяется соотношением $\vec{R}_c = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$. Тогда

$$y_C = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{0{,}1 \cdot 2 + 0{,}2 \cdot 2 + 0{,}3 \cdot 0}{0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}3} = 1(см)$$

Правильный ответ: 1.

Задание 2-3. Система состоит из трех шаров с массами m_1 = 1 кг, m_2 = 2 кг, m_3 = 1 кг, которые движутся так, как показано на рисунке.



Если скорости шаров равны V_1=3 м/с, V_2=2 м/с, V_3=1 м/с, то величина скорости центра масс этой системы в м/с равна...

1) 2/3; 2) 5/3; 3) 4; 4) 10.

Решение. По формуле (2.3) найдем проекции скорости центра масс на оси X и Y. В числителе формулы для проекции на ось Y скорости центра масс имеем $m_1V_1 - m_3V_3 = 1\cdot 3 - 3\cdot 1$. Значит, V_{cy}=0, скорость центра масс имеет только проекцию на ось OX, равную $V = V_{cx} = \dfrac{m_2V_2}{m_1 + m_2 + m_3} = \dfrac{2\cdot 2}{6} = \dfrac{2}{3}\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

Правильный ответ: 1) 2/3.

Задание 2-4. На покоящееся тело массы m_1=2 кг налетает с некоторой скоростью υ тело массы m_2=5 кг. Сила, возникающая при взаимодействии тел, линейно зависящая от времени, растет от 0 до значения F_0=4 *Н* за время t_o=3 с, а затем равномерно убывает до нуля за то же время t_o. Все движения происходят по одной прямой. Скорость первого тела массы m_1 в м/с после взаимодействия равна (…)

Решение. Поскольку на тело действует переменная сила, применим второй закон Ньютона в виде $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$. Импульс силы равен изменению механического импульса. Импульс силы взаимодействия равен $F\Delta t = \int F dt = F_0 t_0$ (интеграл можно найти, вычислив площадь под графиком функции *F(t)*), изменение механического импульса $\Delta p = m_1\upsilon_1$. Находим скорость первого тела массы m_1 после взаимодействия $\upsilon_1 = F_0 t_0 / m_1 = 6$ м/с.

Правильный ответ: 6.

Задание 2-5. Обруч, раскрученный в вертикальной плоскости и посланный по полу рукой гимнастки, через несколько секунд сам возвращается к ней. Начальная скорость центра обруча равна υ=10 м/с, коэффициент трения между обручем и полом равен μ=0,5. Расстояние, на которое откатывается обруч, в *м* равно (…)

Решение. В горизонтальном направлении на обруч действует только сила трения $F_{тр} = \mu mg$. Согласно теореме о движении центра масс, центр обруча движется как материальная точка с массой m, равной массе обруча, к которой приложена сила трения.

Ускорение торможения равно $a = \mu g$. Время торможения $t = \dfrac{\upsilon}{\mu g}$, пройденное до остановки расстояние $l = \dfrac{\upsilon^2}{2a} = \dfrac{\upsilon^2}{2\mu g} = \dfrac{100}{2 \cdot 0{,}5 \cdot 10} = 10$ *м*.

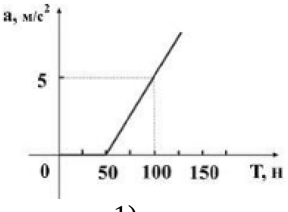
Правильный ответ: 10.

Задания для самостоятельной работы

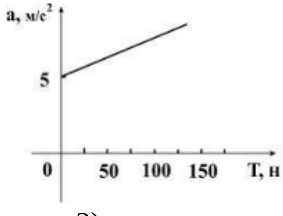
2.1. Известен характер движения тела в некоторой инерциальной системе отсчета. Инерциальной является любая другая система отсчета, в которой у тела…

1) такое же ускорение;
2) такая же координата;
3) такая же траектория;
4) такая же скорость.

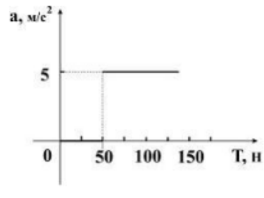
2.2. Тело, находящееся на горизонтальной плоскости, тянут за нить в горизонтальном направлении. Масса тела равна 10 кг. Первоначально тело покоилось. Коэффициент трения равен 0,5. График зависимости ускорения от силы натяжения нити имеет вид…



1)

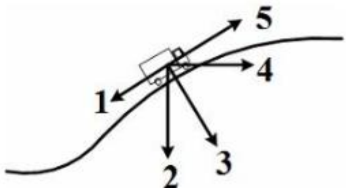


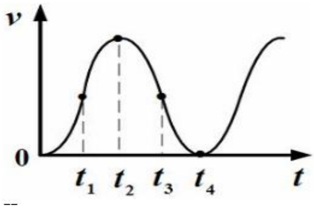
2)



3)

2.3. Скорость автомобиля изменялась со временем, как показано на графике зависимости V(t). В момент времени t_2 автомобиль поднимался по участку дуги.





Направление результирующей всех сил, действующих на автомобиль в этот момент, правильно отображает вектор:

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

2.4. Материальная точка М движется по окружности со скоростью $\vec{V}$. На рис. 1 показан график зависимости V_τ от времени ($\vec{\tau}$ – единичный вектор положительного направления, V_τ – проекция $\vec{V}$ на это направление). На рис.2 укажите направление силы, действующей на точку М в момент времени t_1.

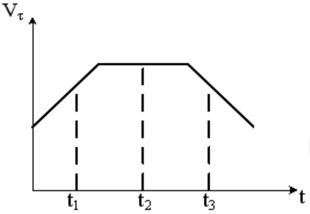


Рис. 1

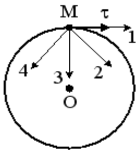


Рис. 2

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

2.5. Материальная точка М движется по окружности со скоростью $\vec{V}$. На рис.1 показан график зависимости проекции скорости V_τ на орт $\vec{\tau}$, направленный вдоль скорости $\vec{V}$.

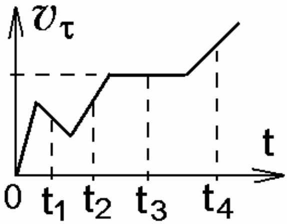
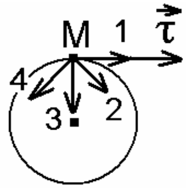
Рис.1


Рис.2


На рис.2 укажите направление силы, действующей на точку М в момент времени t_1.

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

2.6. Мальчик тянет санки массой m по горизонтальной поверхности с ускорением $\vec{a}$, при этом веревка натягивается силой $\vec{F}$ под углом α к горизонту. Если коэффициент трения полозьев о поверхность равен μ, то уравнение движения санок в проекции на направление движения санок имеет вид…

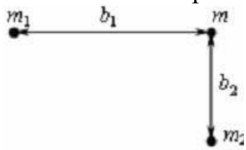
1) $ma = F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha$;

2) $ma = F\cos\alpha - \mu(mg - \mu F\sin\alpha)$;

3) $ma = F\cos\alpha - \mu mg$;

4) $ma = F - \mu mg$.

2.7. Если точечная масса m находится в вершине прямого угла прямоугольного треугольника с катетами b_1 и b_2, то чему равна сила, действующая на нее со стороны точечных масс m_1 и m_2 , расположенных в вершинах острых углов?



1) $F = G\dfrac{m(m_1 + m_2)}{b_1^2 + b_2^2}$;

2) $F = mG\sqrt{\left(\dfrac{m_1}{b_1^2}\right)^2 + \left(\dfrac{m_2}{b_2^2}\right)^2}$;

3) $F = mG\left(\dfrac{m_1}{b_1^2} + \dfrac{m_2}{b_2^2}\right)$;

4) $F = G\dfrac{m(m_1 + m_2)}{(b_1 + b_2)^2}$.

2.8. Вес тела массой m в лифте, поднимающегося вверх с ускорением $\vec{a} > 0$, равен

1) $P=mg$; 2) $P=m(g+a)$; 3) $P=m(g–a)$; 4) $P=ma$.

2.9. Кабина лифта движется вверх со скоростью, проекция которой на направление движения меняется по закону $\upsilon = 3 - 2t, м/с$. Отношение силы натяжения троса, на котором подвешена кабина, к силе тяжести равно…

1) $\frac{4}{5}$; 2) $\frac{5}{6}$; 3) $\frac{6}{5}$; 4) $\frac{5}{4}$.

2.10. На полу лифта лежит тело массой 5 кг. Если лифт начинает подниматься вверх с ускорением 4 м/с^2, то вес этого тела будет равен…

1) 5 Н; 2) 20 Н; 3) 50 Н; 4) 70 Н.

2.11. Тело массой 5 кг находится на полу лифта, который в конце подъема тормозит с ускорением 2 м/с^2. Вес тела при торможении лифта будет равен…

1) 10 Н; 2) 40 Н; 3) 50 Н; 4) 60 Н.

2.12. Кабина лифта массой m начинает опускаться с постоянным ускорением, модуль которого равен $0,3g$. При этом сила натяжения каната, на котором подвешена кабина лифта равняется…

1) 0,3 mg; 2) 0,7 mg; 3) mg; 4) 1,3 mg.

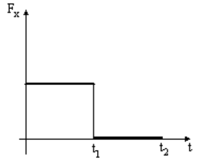
2.13. На горизонтальной поверхности лежит тело массой m=1кг. Коэффициент трения скольжения равен μ = 0,1. Если приложить к этому телу горизонтальную силу F=1,5 H, то брусок начнет двигаться с ускорением, равным…

1) 0 м/с^2; 2) 0,5 м/с^2 ; 3) 1 м/с^2 ; 4) 1,5 м/с^2.

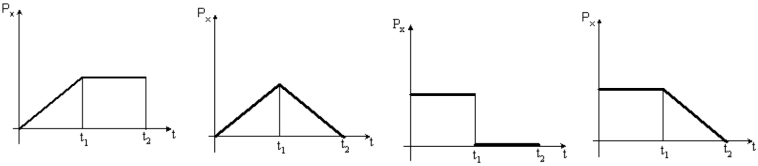
2.14. Тормозной путь тела, начавшего скольжение со скоростью 10 м/с по горизонтальной шероховатой поверхности составил 10 м. Коэффициент трения скольжения равен ...

1) 0,1; 2) 0,3; 3) 0,5; 4) 1,0.

2. 15. Материальная точка начинает двигаться под действием силы F_x, график временной зависимости которой представлен на рисунке.

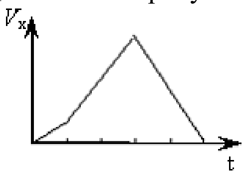


Правильно отражает зависимость величины проекции импульса материальной точки P_x от времени график…

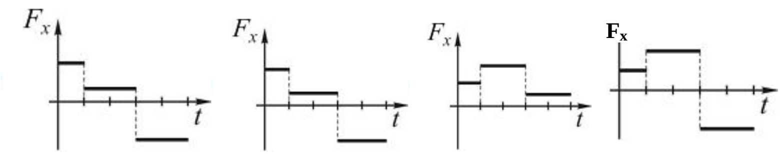


1) 2) 3) 4)

2.16. Изменение проекции скорости тела V_x от времени представлено на рисунке…



Зависимость от времени проекции силы F_x , действующей на тело, показана на графике



1) 2) 3) 4)

2.17. При увеличении в 3 раза силы, приложенной к концу закрепленной пружины, жесткость пружины…

1) уменьшится в 3 раза; 2) увеличится в 3 раза;

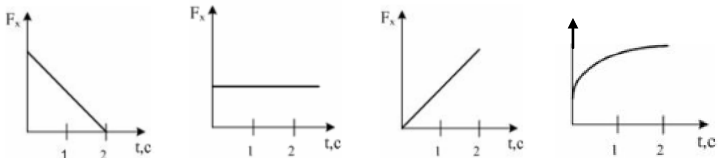
3) увеличится в 9 раз; 4) не изменится.

2.18. Импульс материальной точки изменяется по закону: $\vec{p} = 10t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$ (кг·м/с). Модуль силы (в *Н*), действующей на точку в момент времени *t* = 4 *с*, равен (…)

2.19. Импульс материальной точки изменяется по закону: $\vec{p} = 3\vec{i} + 2t^2\vec{j}$ (кг·м/с). Модуль силы (в *Н*), действующей на точку в момент времени *t* = 2 *с*, равен…

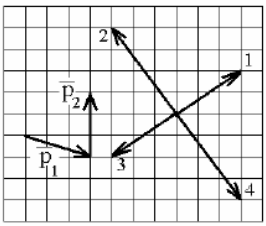
1) 4; 2) 8; 3) 10; 4) 16.

2.20. Зависимость импульса частицы от времени описывается законом $\vec{p} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$, где $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – единичные векторы координатных осей X, Y соответственно. Зависимость горизонтальной проекции силы F_x, действующей на частицу, от времени представлена на графике…



1) 2) 3) 4)

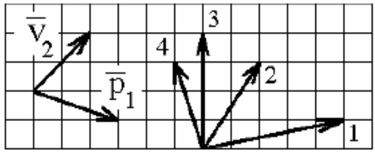
2.21. Импульс тела $\vec{p}_1$ изменился под действием короткого удара и стал равным $\vec{p}_2$, как показано на рисунке.



В каком направлении действовала сила?

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

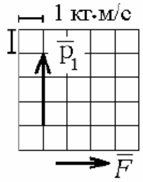
2.22. Импульс тела $\vec{p}_1$ изменился под действием короткого удара и скорость тела стала равной $\vec{v}_2$, как показано на рисунке.



В каком направлении могла действовать сила?

1) 2, 3, 4; 2) 1; 3) только 4; 4) 1, 2.

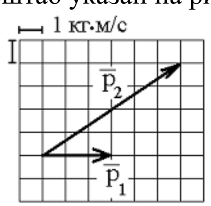
2.23. Теннисный мяч летел с импульсом $\vec{p}_1$ (масштаб и направление указаны на рисунке). В перпендикулярном направлении на короткое время Δt = 0,1 с на мяч подействовал порыв ветра с постоянной силой F = 40 Н.



Какова стала величина импульса p_2 после того, как ветер утих?

1) 5 кг·м/с; 2) 0,5 кг·м/с; 3) 43 кг·м/с;
4) 50 кг·м/с; 5) 7 кг·м/с.

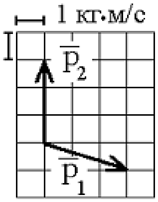
2.24. Теннисный мяч летел с импульсом $\vec{p}_1$ в горизонтальном направлении, когда теннисист произвел по мячу резкий удар длительностью Δt=0,1 с. Изменившийся импульс стал равным $\vec{p}_2$ (масштаб указан на рисунке).



Средняя сила удара равна…

1) 0,5 Н; 2) 5 Н; 3) 30 Н; 4) 50 Н.

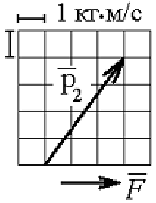
2.25. Теннисный мяч летел с импульсом $\vec{p}_1$ (масштаб и направление указаны на рисунке), когда теннисист произвел по мячу резкий удар длительностью $\Delta t=0,1$ *с*.



Изменившийся импульс $\vec{p}_2$ стал равным …

1) 0,5 Н; 2) 5 Н; 3) 30 Н; 4) 50 Н.

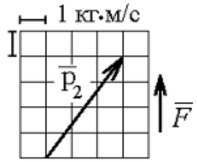
2.26. На теннисный мяч, который летел с импульсом $\vec{p}_1$, на короткое время $\Delta t=0,1$ *с* подействовал порыв ветра с постоянной силой F=30 Н и импульс мяча стал равным $\vec{p}_2$ (масштаб и направление указаны на рисунке).



Величина импульса $\vec{p}_1$ была равна …

1) 3 кг·м/с; 2) 4 кг·м/с;
3) 5 кг·м/с; 4) 7,2 кг·м/с;
5) 35 кг·м/с.

2.27. На теннисный мяч, который летел с импульсом $\vec{p}_1$, на короткое время $\Delta t=0,1$ с подействовал порыв ветра с постоянной силой F=40 Н и импульс мяча стал равным $\vec{p}_2$ (масштаб и направление указаны на рисунке).



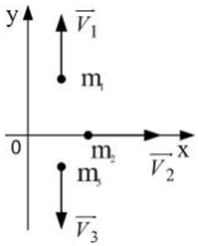
Величина импульса $\vec{p}_1$ была равна…

1) 0,5 кг·м/с; 2) 3 кг·м/с;
3) 5 кг·м/с; 4) 85кг·м/с;
5) 43 кг·м/с.

2.28. Если центр масс системы материальных точек движется прямолинейно и равномерно, то импульс этой системы …

1) равен нулю;
2) равномерно убывает;
3) не изменяется;
4) равномерно увеличивается.

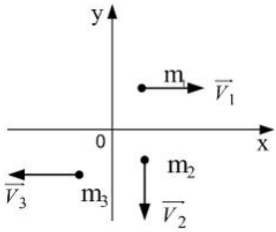
2.29. Система состоит из трех шаров с массами m_1=1 кг, m_2=2 кг, m_3=3 кг, которые движутся так, как показано на рисунке.



Если скорости шаров равны $v_1 = 3$ м/с, $v_2 = 2$ м/с, $v_3 = 1$ м/с, то вектор импульса центра масс этой системы направлен вдоль оси…

1) OX; 2) +OY; 3) –OY.

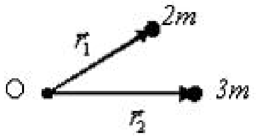
2.30. Система состоит из трех шаров с массами $m_1 = 1$ *кг*, $m_2 = 2$ *кг*, $m_3 = 3$ *кг*, которые движутся так, как показано на рисунке.



Если скорости шаров равны v_1=3 м/с, v_2=2 м/с, v_3=1 м/с, то вектор скорости центра масс этой системы направлен вдоль оси…

1) +OX; 2) –OX ; 3) OY; 4) – OY.

2.31. Положение центра масс системы двух частиц относительно точки О, изображенных на рисунке, определяется радиус-вектором



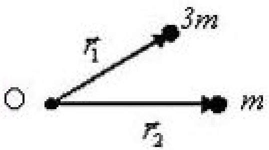
1) $r_c = 2r_1 + 3r_2$;

2) $r_c = (2r_1 - 3r_2)/5$;

3) $r_c = (2r_1 + 3r_2)/5$;

4) $r_c = (3r_1 + 2r_2)/5$.

2.32. Положение центра масс системы двух частиц относительно точки О, изображенных на рисунке, определяется радиус-вектором…



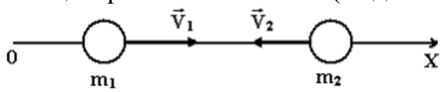
1) $r_c = r_1 - r_2$;

2) $r_c = (4r_1 + r_2)/3$;

3) $r_c = (r_1 + 3r_2)/4$;

4) $r_c = (3r_1 + r_2)/4$.

2.33. Вдоль оси OX навстречу друг другу движутся две частицы с массами m_1=2 *г*, m_2=6 *г* и скоростью υ_1=9*м/с* и υ_2=3*м/с*. Проекция скорости центра масс на ось OX (в единицах СИ) равна (…)



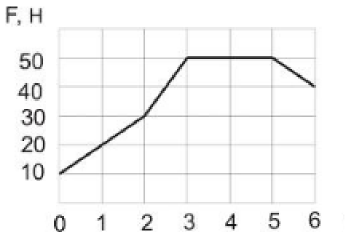
2.34. Шарик массой m упал с высоты H на стальную плиту и упруго отскочил от нее вверх. Изменение импульса шарика в результате удара равно…

1) $m\sqrt{\frac{1}{2}gh}$; 2) $m\sqrt{2gh}$; 3) $m\sqrt{8gh}$; 4) $2m\sqrt{gh}$.

2.35. Тело массой m падает вертикально со скоростью v на горизонтальную опору и упруго отскакивает от нее. Импульс, полученный опорой, равен…

1) $\frac{m\upsilon}{2}$; 2) $2m\upsilon$; 3) $\sqrt{2}m\upsilon$; 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}m\upsilon$.

2.36. На рисунке представлена зависимость силы, действующей на тело, от времени. За первые 3 секунды импульс тела изменяется на…



1) 50 Н·с; 2) 80 Н·с;
3) 150 Н·с; 4) 300 Н·с.

3. ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Краткие теоретические сведения

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

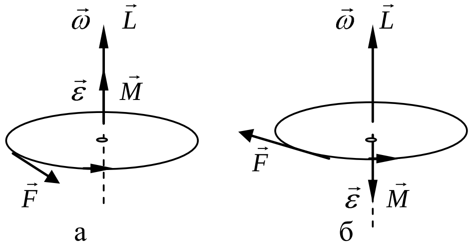
$$\vec{M} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} \text{ или } \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt},$$

где $\vec{M}$ – момент силы, действующей на тело в течение времени dt; I – момент инерции тела; ω – угловая скорость; $\vec{L} = [m\vec{\upsilon}] = J\vec{\omega}$ – момент импульса. Этот вектор совпадает с направлением угловой скорости $\vec{\omega}$.

В случае постоянного момента инерции:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon},$$

где $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение, приобретаемое телом под действием вращающегося момента $\vec{M}$. Направление вектора $\vec{M}$ совпадает с направлением $\vec{\varepsilon}$.



а б

Рис.3.1.

На рис.3 показаны направления векторов угловой скорости $\vec{\omega}$, углового ускорения $\vec{\varepsilon}$, момента сил $\vec{M}$, момента импульса $\vec{L}$ и касательной силы $\vec{F}$ в случае ускоренного (а) и замедленного вращательных движений.

2. Момент М силы F относительно какой-нибудь оси вращения определяется формулами $\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]$ или

$$M = F \cdot l,$$

где l – плечо силы (кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы).

3. Момент инерции материальной точки

$$I = mr^2 .$$

где m – масса точки, r – расстояние от оси вращения.

Момент инерции системы материальных точек или твердого тела:

$$I = \sum m_i r_i^2 \ .$$

Момент инерции зависит от формы тела, относительно какой оси вращается тело, от распределения массы по объему тела3.

4. Теорема Штейнера. Момент инерции тела относительно произвольной оси равен:

$$I = I_0 + ma^2 ,$$

где J_0 – момент инерции тела относительно произвольной оси, проходящей через центр тяжести тела параллельно заданной оси; a – расстояние между осями; m – масса тела.

Моменты инерции некоторых тел правильной геометрической формы:

Тело	*Ось, относительно которой определяется момент инерции*	*Формула момента инерции*
Однородный тонкий **стержень** массой m и длиной l	Проходит через центр тяжести стержня перпендикулярно стержню	$\frac{1}{12}ml^2$
	Проходит через конец стержня перпендикулярно стержню	$\frac{1}{3}ml^2$
Тонкие **кольцо**, **обруч**, **труба** радиусом R и массой m, распределенной по ободу	Проходит через центр перпендикулярно плоскости основания	mR^2
Круглый однородный **диск (цилиндр)** радиусом R и массой m	Проходит через центр диска перпендикулярно (проходит через центр плоскости основания)	$\frac{1}{2}mR^2$
Однородный шар массой m и радиусом R	Проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

5. Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси:

$$E_K = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Кинетическая энергия твердого тела, катящегося по плоскости:

$$E_K = \frac{m\upsilon_c^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

где υ_c – скорость центра масс тела; I – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, ω – угловая скорость вращения тела.

6. Элементарная работа, совершаемая силой:

$$dA = \vec{M} \cdot d\vec{\varphi},$$

где $d\vec{\varphi}$ – вектор элементарного угла поворота тела.

Работа постоянного момента силы M, действующего на вращающееся тело:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \vec{M} \cdot d\vec{\varphi} = M \cdot \Delta\varphi$$

Примеры тестовых заданий

Задание 3-1. Четыре маленьких шарика одинаковой массы, жестко закрепленные невесомыми стержнями, образуют квадрат. Отношение моментов инерции системы I_1/I_2, если ось вращения совпадает со стороной квадрата I_1, или с его диагональю I_2, равно...

1) 1/4; 2) 1/2; 3) 1; 4) 2; 5) 4.

Решение. Момент инерции определяется суммой произведений масс шариков на квадраты их расстояний от оси вращения. Для оси вращения, совпадающей со стороной квадрата, момент инерции равен: $I_1 = ma^2 + ma^2 = 2ma^2$. Если ось вращения совпадает с диагональю квадрата, то момент инерции: $I_1 = 2m\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = ma^2$.

Таким образом, $I_1/I_2=2$.

Правильный ответ: 4) 2.

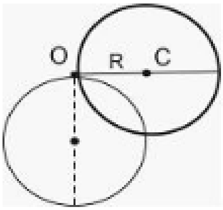
Задание 3-2. Однородный диск радиусом R=0,2 м и массой $m = 5$ кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Если зависимость угловой скорости от времени определяется выражением $\omega = A + Bt$, где А = 4 рад/с, В = 8 рад/с^2, то касательная сила, приложенная к ободу диска равна...

1) 1; 2) 2; 3) 4; 4) 5; 5) 8.

Решение. В соответствии с основным уравнением вращательного движения $J \cdot \dfrac{d\omega}{dt} = F \cdot R$, $J = \dfrac{mR^2}{2}$, поэтому $F = \dfrac{mR}{2}\dfrac{d\omega}{dt}$. Дифференцируем угловую скорость $\dfrac{d\omega}{dt} = B$ и подставляем в формулу для силы $F = \dfrac{mRB}{2} = \dfrac{5 \cdot 0{,}2 \cdot 8}{2} = 4H$.

Правильный ответ: 3) 4.

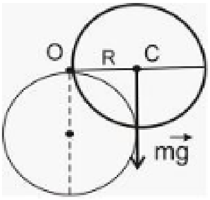
Задание 3-3. Тонкий обруч радиусом 1 м, способный свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящий через точку О перпендикулярно плоскости рисунка, отклонили от вертикали на угол $\dfrac{\pi}{2}$ и отпустили.



В начальный момент времени угловое ускорение обруча равно…

1) 5 с$^{-1}$; 2) 7 с$^{-1}$; 3) 10 с$^{-1}$; 4) 20 с$^{-1}$.

Решение. Момент силы тяжести относительно оси, проходящей через точку О, равен $M = mgR$, где R – радиус обруча и плечо силы.



Момент инерции обруча относительно оси, проходящей через точку С равен $I_c = mR^2$, а момент инерции обруча относительно оси, проходящей через точку О, найдем по теореме Штейнера: $I = I_c + mR^2 = 2mR^2$. Используя основной закон динамики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси, можем определить угловое ускорение:

$$\varepsilon = \frac{M}{I} = \frac{mgR}{2mR^2} = \frac{g}{2R} = 5\ c^{-1}.$$

Правильный ответ: 1) 5 c^{-1}.

Задание 3-4. При выстреле орудия снаряд вылетел из ствола с угловой скоростью ω=200 c^{-1} под углом α=60° к горизонту. Момент инерции снаряда относительно продольной оси *J*=15 кг·м^2, расстояние между колесами *l=1,5* м, время движения снаряда в стволе *t*=2·10^{-2} с. Силы давления (в килоньютонах) земли действующие на колеса во время выстрела, отличаются на (…).

Решение. Угловое ускорение вращения снаряда относительно продольной оси при выстреле $\varepsilon = \dfrac{\omega}{t}$. Со стороны ствола орудия на снаряд действует момент сил $M = I\varepsilon$. По третьему закону Ньютона такой же по модулю, но противоположно направленный момент сил действует на ствол орудия. Его проекция на горизонтальную плоскость $M_{1X} = I\varepsilon\cos\alpha$ уравновешивается моментом сил, возникающим за счет различия сил реакций опор (давления земли), действующих на колеса, $\Delta Fl = I\varepsilon\cos\alpha$, где $\Delta F = F_1 - F_2$–разность реакций опор. Отсюда находим $\Delta F = \dfrac{I\omega}{lt}\cos\alpha$. Вычисления дают значение: 5·10^{4}Н=50 кН.

Правильный ответ: 50 кН.

Задание 3-5. На барабан радиусом R=0,5 *м* намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m= 10 *кг*. Груз опускается с ускорением a=2 $м/с^2$. Момент инерции барабана…

1) 2,5 $кг{\cdot}м^2$; 2) 10 $кг{\cdot}м^2$; 3) 12,5 $кг{\cdot}м^2$; 4) 15 $кг{\cdot}м^2$.

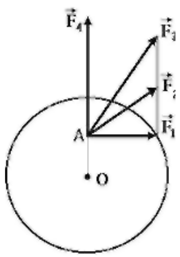
Решение. Уравнение вращения барабана $T \cdot R = I \cdot \varepsilon$, где T – сила натяжения шнура, I – момент инерции барабана. Ускорение поступательного движения груза совпадает с линейным ускорением точек на поверхности барабана, поэтому ускорение груза a и угловое ускорение барабана ε связаны соотношением: $a = \varepsilon \cdot R$. Из этих уравнений найдем $I = \dfrac{g-a}{a} mR^2$.

$$I = \frac{10-2}{2} 10 \cdot 0{,}5^2 = 10\,кг \cdot м^2 .$$

Правильный ответ: 2) 10 $кг{\cdot}м^2$

Задания для самостоятельной работы

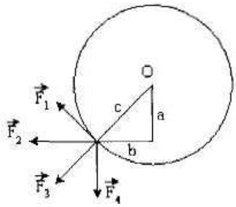
3.1. Диск может вращаться вокруг оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. В точке А прикладывают одну из сил ($\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ или $\vec{F}_4$), лежащих в плоскости диска.



Не создает вращающего момента относительно рассматриваемой оси сила…

1) $\vec{F}_1$; 2) $\vec{F}_2$; 3) $\vec{F}_3$; 4) $\vec{F}_4$.

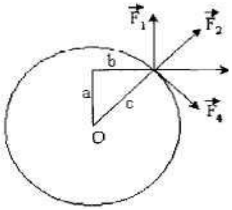
3.2. К точке, лежащей на внешней поверхности диска, приложены 4 силы.



Если ось вращения проходит через центр O диска перпендикулярно плоскости рисунка, то плечо силы F_1 равно…

1) a; 2) b; 3) c; 4) d .

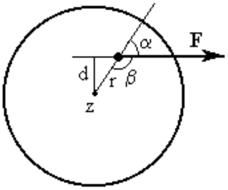
3.3. К точке, лежащей на внешней поверхности диска, приложены 4 силы.



Если ось вращения проходит через центр O диска перпендикулярно плоскости рисунка, то плечо силы F_1 равно…

1) a; 2) b; 3) c; 4) d.

3.4. Выберите правильную формулу для момента силы F относительно оси вращения z (см. рис.):



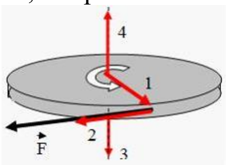
1) M = F·r; 2) M = F·d;

3) M = F·r·cosα; 4) M = F·r·cosβ.

3.5. Две материальные точки одинаковой массы движутся с одинаковой угловой скоростью по окружностям радиусами $R_1 = 2R_2$. При этом отношение моментов импульса точек L_1 / L_2 равно...

1) 1/4; 2) 1/2; 3) 2; 4) 4.

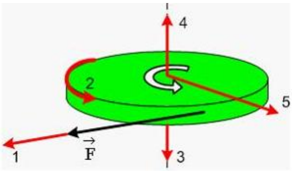
3.6. Диск вращается вокруг вертикальной оси в направлении, указанном на рисунке белой стрелкой. К ободу диска приложена сила $\vec{F}$, направленная по касательной.



Правильно изображает направление момента силы $\vec{F}$ вектор …

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

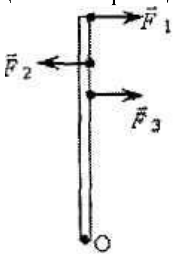
3.7. Колесо вращается так, как показано на рисунке белой стрелкой. К ободу колеса приложена сила, направленная по касательной.



Правильно изображает угловое ускорение вектор

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5)5.

3.8. К стержню приложены 3 одинаковые по модулю силы, как показано на рисунке. Ось вращения перпендикулярна плоскости вращения и проходит через точку О.



Вектор углового ускорения направлен …

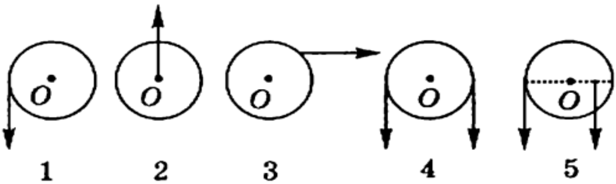
1) влево;

2) вправо;

3) вдоль оси вращения «от нас»;

4) вдоль оси вращения «к нам».

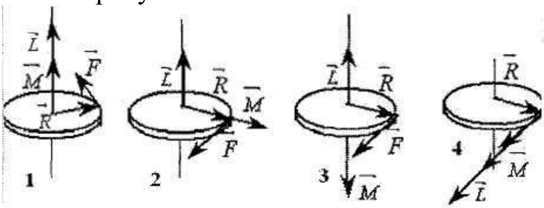
3.9. На рисунке к диску, который может свободно вращаться вокруг оси, проходящей через точку О, прикладывают одинаковые по величине силы.



Момент сил будет максимальным в положении...

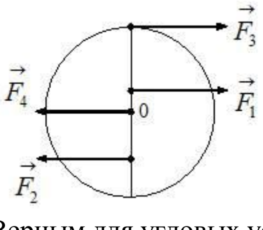
1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

3.10. Направления векторов момента импульса $\overline{L}$ и момента сил $\vec{M}$ для равноускоренного вращения твердого тела правильно показаны на рисунке…



1) 2) 3) 4) 4

3.11. Диск может вращаться вокруг оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. К нему прикладывают одну из сил ($\vec{F}_1, \vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ или $\vec{F}_4$), лежащих в плоскости диска и равных по модулю.

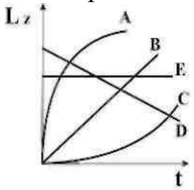


Верным для угловых ускорений диска является соотношение …

1) $\varepsilon_3 > \varepsilon_2 > \varepsilon_1$, $\varepsilon_4 = 0$; 2) $\varepsilon_3 < \varepsilon_2 < \varepsilon_1 < \varepsilon_4$;

3) $\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = \varepsilon_1 = \varepsilon_4$; 4) $\varepsilon_3 > \varepsilon_1$; $\varepsilon_2 > \varepsilon_4$.

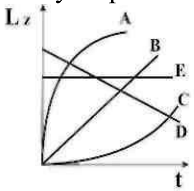
3.12. Диск вращается вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью.



Зависимость момента импульса диска от времени представлена на рисунке линией…

1) A; 2) B; 3) C; 4) D; 5) E.

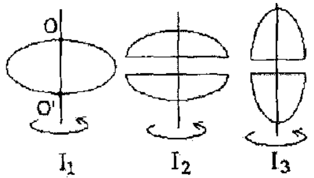
3. 13. Диск вращается вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением.



Зависимость момента импульса диска от времени представлена на рисунке линией…

1) A; 2) B; 3) C; 4) D; 5) E.

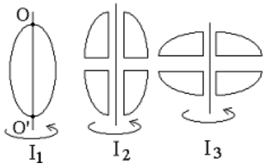
3.14. Из жести вырезали три одинаковые детали в виде эллипса. Две детали разрезали пополам вдоль разных осей симметрии. Затем все части отодвинули друг от друга на одинаковое расстояние и расставили симметрично относительно оси OO'.



Для моментов инерции относительно оси OO' справедливо соотношение ...

1) $I_1 = I_2 > I_3$; 2) $I_1 > I_2 > I_3$; 3) $I_1 < I_2 = I_3$; 4) $I_1 < I_2 < I_3$.

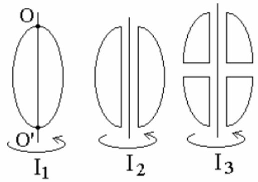
3.15. Из жести вырезали три одинаковые детали в виде эллипса. Две детали разрезали на четыре одинаковые части. Затем все части отодвинули друг от друга на одинаковое расстояние и расставили симметрично относительно оси OO'.



Для моментов инерции относительно оси OO' справедливо соотношение ...

1) $I_1 = I_2 = I_3$; 2) $I_1 < I_2 < I_3$; 3) $I_1 < I_2 = I_3$; 4) $I_1 > I_2 > I_3$.

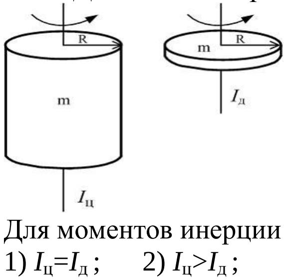
3.16. Из жести вырезали три одинаковые детали в виде эллипса. Две детали разрезали: одну - пополам вдоль оси симметрии, а вторую - на четыре одинаковые части. Затем все части отодвинули друг от друга на одинаковое расстояние и расставили симметрично относительно оси OO'.



Для моментов инерции относительно оси OO' справедливо соотношение ...

1) $I_1 = I_2 = I_3$; 2) $I_1 < I_2 < I_3$; 3) $I_1 < I_2 = I_3$; 4) $I_1 > I_2 > I_3$.

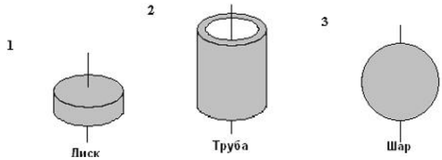
3. 17. Диск и цилиндр имеют одинаковые массы и радиусы.



Для моментов инерции этих тел справедливо соотношение…

1) $I_ц = I_д$; 2) $I_ц > I_д$; 3) $I_ц < I_д$.

3.18. Даны три тела: диск, тонкостенны цилиндр (труба) и шар; причем массы m и радиусы R оснований диска и трубы и радиус шара одинаковы.



Для моментов инерции рассматриваемых тел относительно указанных осей верным является утверждение, что…

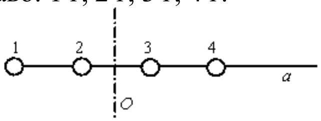
1) наибольшим моментом инерции относительно указанных осей обладает шар;

2) наибольшим моментом инерции относительно указанных осей обладает диск;

3) наибольшим моментом инерции относительно указанных осей обладает труба;

4) моменты инерции всех трех тел относительно указанных осей одинаковы.

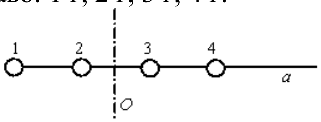
3.19. Четыре шарика расположены вдоль прямой *a*. Расстояния между соседними шариками одинаковы. Массы шариков слева направо: 1 г, 2 г, 3 г, 4 г.



Если поменять местами шарики 2 и 3, то момент инерции этой системы относительно оси О, перпендикулярной прямой *a* и проходящей через его середину системы…

1) увеличится; 2) уменьшится; 3) не изменится.

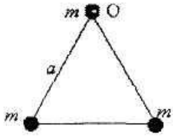
3.20. Четыре шарика расположены вдоль прямой *a*. Расстояния между соседними шариками одинаковы. Массы шариков слева направо: 1 г, 2 г, 3 г, 4 г.



Если поменять местами шарики 1 и 3, то момент инерции этой системы относительно оси О, перпендикулярной прямой а и проходящей через его середину системы…

1) увеличится; 2) уменьшится; 3) не изменится.

3. 21. На рисунке изображена система трех точечных масс, расположенных в вершинах равностороннего треугольника со стороной *a*.



Момент инерции системы относительно оси. проходящей через точку О перпендикулярно чертежу, равен …

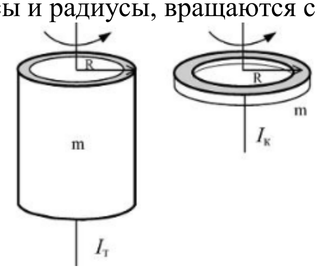
1) ma^2; 2) $2ma^2$; 3) $3ma^2$; 4) 3 ma.

3.22. Однородный диск массы m и радиуса R вращается под действием постоянного момента сил вокруг оси, проходящей через его центр масс и перпендикулярно плоскости диска. Если ось вращения перенести параллельно на край диска, то (при неизменном моменте сил) для момента инерции J и углового ускорения ε диска справедливы соотношения …

1) $J_2>J_1$, $\varepsilon_2<\varepsilon_1$; 2) $J_2<J_1$, $\varepsilon_2>\varepsilon_1$;

3) $J_2>J_1$, $\varepsilon_2>\varepsilon_1$; 4) $J_2<J_1$, $\varepsilon_2<\varepsilon_1$.

3.23. Тонкостенная трубка и кольцо, имеющие одинаковые массы и радиусы, вращаются с одинаковой угловой скоростью.



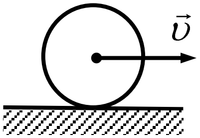
Отношение величины момента импульса трубки к величине момента импульса кольца равно…

1) 1; 2) 2; 3) 4; 4) 10.

3.24. Если момент инерции тела увеличить в 2 раза и скорость его вращения увеличить в 2 раза, то момент импульса тела…

1) увеличится в $2\sqrt{2}$ раза; 2) увеличится в 4 раза;
3) увеличится в 8 раз; 4) не изменится.

3.25. По ровной горизонтальной плоскости катится однородный диск массой m со скоростью υ (см. рис.)

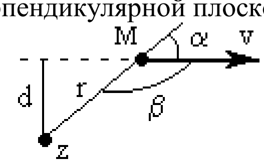


Его кинетическая энергия равна…
1) 0,5 $m\upsilon^2$; 2) 0,75 $m\upsilon^2$; 3) $m\upsilon^2$; 4) 1,25 $m\upsilon^2$.

3.26. Сплошной цилиндр, тонкостенный цилиндр и шар, имеющие одинаковые массы и радиусы, катятся с одинаковой скоростью по горизонтальной плоскости. Какое из этих тел обладает наибольшей кинетической энергией?

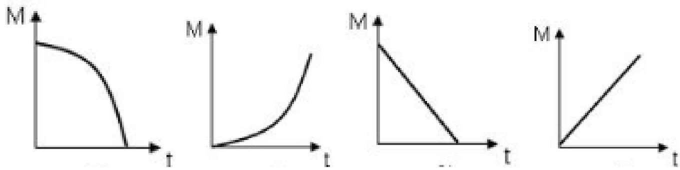
1) шар;
2) сплошной цилиндр;
3) тонкостенный цилиндр;
4) их кинетические энергии одинаковы.

3.27. Момент импульса точки М массой m относительно оси z, перпендикулярной плоскости чертежа (см. рис.),



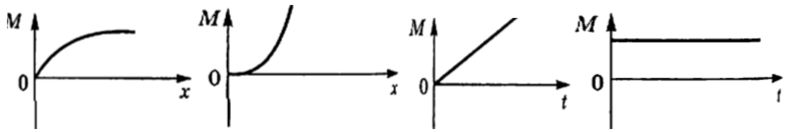
равен…
1) $L = m \cdot v \cdot r$; 2) $L = m \cdot v \cdot d \cdot \sin\alpha$;
3) $L = m \cdot v \cdot r \cdot \cos\beta$; 4) $L = m \cdot v \cdot r \cdot \sin\alpha$.

3.28. Величина момента импульса тела относительно неподвижной оси изменяется по закону $L(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t$, при этом зависимость величины момента сил, действующих на тело, описывается графиком…



1) 2) 3) 4)

3.29. Момент импульса тела относительно неподвижной оси изменяется по закону $L = at^2$. Укажите график, правильно отражающий зависимость от времени величины момента сил, действующих на тело.



1) 2) 3) 4)

3.30. При выстреле орудия снаряд вылетел из ствола, расположенного под углом α=60° к горизонту, вращаясь вокруг своей продольной оси с угловой скоростью ω=200 c^{-1}. Момент инерции снаряда относительно этой оси J=15 кг·м^2, время движения снаряда в стволе t=2·10^{-2} с. На ствол орудия во время выстрела действует момент силы…

1) 0 Н·м; 2) 60 Н·м; 3) 75·10^3 Н·м; 4) 15·10^4 Н·м.

4. РАБОТА. ЭНЕРГИЯ

Краткие теоретические сведения

1. Работа, совершаемая постоянной силой,

$$\Delta A = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha,$$

где α – угол между направлением векторов силы $\vec{F}$ и перемещения $\Delta\vec{r}$. Работа переменной силы **F** на пути **s**

$$A = \int_s F \cdot \cos\alpha \, ds .$$

2. Мощность:

а) средняя мощность за интервал времени Δt:

$$< N > = \frac{\Delta A}{\Delta t} = F \cdot < \upsilon > \cdot \cos\alpha ;$$

б) мгновенная мощность

$$N = \frac{dA}{dt} = F \cdot \upsilon \cdot \cos\alpha .$$

3. Работа консервативной силы $\vec{F}$ на участке траектории от $\vec{r}_1$ до $\vec{r}_2$ не зависит от формы траектории и определяется разностью потенциальной энергии U(r) в начальной и конечной точках:

$$A = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) d\vec{r} = W_p(\vec{r}_1) - W_p(\vec{r}_2) .$$

4. Если потенциальная энергия $W_p(\vec{r})$ известна, то сила $\vec{F}$ определяется формулой:

$$\vec{F} = -\mathrm{grad}\, W_p(\vec{r}) = -\left(\frac{\partial W_p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_p}{\partial z}\vec{k} \right),$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы (орты) вдоль координатных осей X, У, Z соответственно. Если потенциальная энергия зависит только от одной переменной, например от x, то:

$$\vec{F} = -\frac{dW_p}{dx}\vec{i} .$$

5. Энергия:

а) кинетическая энергия тела, движущегося поступательно

$$W_K = \frac{m\upsilon^2}{2};$$

б) потенциальная энергия тела, поднятого на высоту h,

$$W_p = mgh;$$

в) потенциальная энергия тела в гравитационном поле Земли

$$W_p = -G\frac{mM}{r};$$

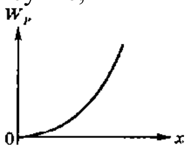
г) потенциальная энергия упругой деформации тела

$$W_p = \frac{k\Delta l^2}{2},$$

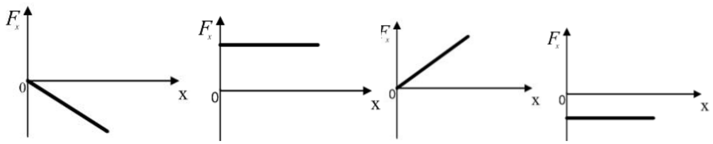
где *k*– жесткость тела, Δl – абсолютная деформация.

Примеры тестовых заданий

Задание 4-1. В потенциальном поле сила $\vec{F}$ пропорциональна градиенту потенциальной энергии W_p. Если график зависимости потенциальной энергии W_p от координаты *x* имеет вид, показанный на рисунке,



то зависимость проекции F_x на ось x будет…

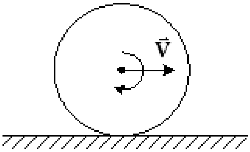


1) 2) 3) 4)

Решение. Потенциальная энергия, как видно из графика, пропорциональна квадрату координаты *x*: $W_p = kx^2$, где k – коэффициент пропорциональности. Проекция вектора силы на ось X связана с потенциальной энергией соотношением $F_x = -\dfrac{\partial W_p}{\partial x}$ и равна $F_x = -2kx$. График этой зависимости имеет вид: 1).

Правильный ответ: 1.

Задание 4-2. Обруч массой m=0,3 кг и радиусом R=0,5 м привели во вращение, сообщив ему энергию вращательного движения 1200 Дж, и опустили на пол так, что его ось вращения оказалась параллельной плоскости пола.



Если обруч начал двигаться без проскальзывания, имея кинетическую энергию поступательного движения 200 Дж, то сила трения совершила работу, равную...

1) 600 Дж; 2) 800 Дж; 3) 1000 Дж; 4) 1400 Дж.

Решение. Изменение кинетической энергии системы равно работе всех сил, действующих на рассматриваемую систему:

$$\Delta A = W_{K2} - W_{K1},$$

где W_{K2}, W_{K1} – конечная и начальная кинетические энергии системы. В начальном состоянии: $W_{K1} = W_{вр} = \dfrac{I\omega^2}{2} = 1200$ Дж. В конечном состоянии: $W_{K2} = W_{поступ} + W_{вр} = \dfrac{m\upsilon^2}{2} + \dfrac{I\omega^2}{2}$, где υ – скорость вращательного движения обруча (т. к. обруч движется без скольжения, то точка соприкосновения обруча с полом является мгновенным центром вращения и ω связана с υ соотношением: $\omega = \dfrac{\upsilon}{R}$). Тогда

$$W_{K2} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{mR^2\left(\dfrac{\upsilon}{R}\right)^2}{2} = 2\frac{m\upsilon^2}{2} = 2W_{поступ}.$$

Т.е. в конечном состоянии кинетическая энергия обруча равна удвоенной энергии поступательного движения:

$W_{K2} = 2W_{поступ} = 400$ Дж . Следовательно, работа силы трения составляет $\Delta A = W_{K2} - W_{K1} = 800$ Дж .

Правильный ответ: 2) 800 Дж.

Задание 4-3. Сила трения колес поезда меняется по закону $F(S)$=1/5 ·S. Работа сил трения на пути 1 км равна...

1) 200 Дж; 2) 10 кДж; 3) 100 кДж;
4) 200 кДж; 5) 1МДж.

Решение. Работа сил трения определяется по формуле:

$$A = \int_s F \cdot \cos\alpha\, ds .$$

Учтем: cos α=0. Тогда $A = \int_0^1 \frac{1}{5} s ds = \left.\frac{s^2}{10}\right|_0^{1км} = 10^5$ Дж .

Правильный ответ: 3) 100 кДж.

Задание 4-4. Сила, необходимая для сжатия пружины на величину х, записывается в виде $F(x) = 5x + 10x^3$, где x выражается в метрах, а F – в ньютонах. Если пружина была сжата на 2 м, то она сообщит (после того, как ее отпустить) помещенному перед ней шарику массой m = 4 кг скорость...

1) 1 м/с; 2) 2 м/с; 3) 3 м/с; 4) 4 м/с; 5) 5 м/с.

Решение. Работа, необходимая для сжатия пружины на величину х, равна

$$A = \int_0^2 F(x)dx = \left.\left(\frac{5x^2}{2} + \frac{10x^4}{2}\right)\right|_0^2 = 50 \text{ Дж.}$$

Приравняв эту работу кинетической энергии шарика: $A = \frac{m\upsilon^2}{2}$,

определим скорость $\upsilon = \sqrt{\frac{2A}{m}} = 5\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Правильный ответ: 5) 5 м/с.

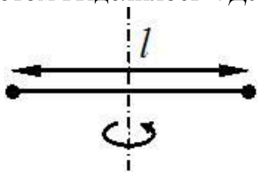
Задание 4-5. Частица совершает перемещение по некоторой траектории из точки 1 с радиус-вектором $\vec{r}_1 = \vec{i} - 3\vec{j}$ в точку 2 с радиус-вектором $\vec{r}_2 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$. При этом на нее действовала сила $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ (радиус-векторы $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ и сила $\vec{F}$ заданы в единицах СИ). Работа, совершенная силой, равна (…)

Решение. По определению $dA = \vec{F}d\vec{r}$. С учетом того, что $\vec{F} = const$,

$$A = \int \vec{F}d\vec{r} = \vec{F}\Delta\vec{r} = F_x\Delta x + F_y\Delta y = 3(3-1) + 4(2-(-3)) = 26\text{Дж}.$$

Правильный ответ: 26 .

Задание 4-6. На концах невесомого стержня длины l закреплены два маленьких массивных шарика. Стержень может вращаться в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Стержень раскрутили до угловой скорости ω_1. Под действием трения стержень остановился, при этом выделилось 4 *Дж* теплоты.

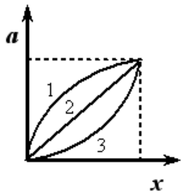


Если стержень раскрутить до угловой скорости $\omega_2=0{,}5\omega_1$, то при остановке стержня выделится количество теплоты (в *Дж)*, равное (…)

Решение. Согласно закону сохранения энергии количество выделившейся теплоты равно убыли полной механической энергии, в данном случае – убыли кинетической энергии вращения: $Q_1 = \Delta E_{\text{К-Вр}} = \dfrac{J\omega_1^2}{2}$. Отсюда следует, что при уменьшении угловой скорости в 2 раза количество выделившейся теплоты уменьшится в 4 раза, то есть Q_2=1 Дж.

Задания для самостоятельной работы

4.1. На рисунке изображены зависимости ускорений трех прямолинейно движущихся материальных точек одинаковой масс от координаты x.

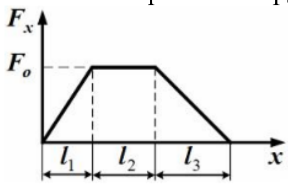


Для работ A_1, A_2, A_3 сил действующих на точки, справедливо следующее соотношение…

1) $A_1 < A_2 > A_3$; 2) $A_1 < A_2 < A_3$;

3) $A_1 > A_2 < A_3$; 4) $A_1 > A_2 > A_3$.

4.2. Тело движется вдоль оси *x* под действием силы, зависимость которой от координаты *x* представлена на рисунке.

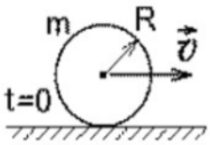


Работа силы на пути $l = l_1 + l_2 + l_3$ определяется выражением…

1) $(l_1 + l_2 + l_3)F_0$; 2) $\dfrac{l_1 + l_2 + l_3}{2}F_0$;

3) $(l_1 + 2l_2 + l_3)F_0$; 4) $\dfrac{l_1 + 2l_2 + l_3}{2}F_0$.

4. 3. В начальный момент времени *t*=0 тонкий обруч с массой m=0,1 кг и с радиусом 0,5 м не вращался, а поступательно скользил по горизонтальной поверхности с кинетической энергией 800 Дж.



Под действием силы трения он начал катиться без проскальзывания с кинетической энергией поступательного движения 200 Дж. Сила трения совершила работу…

1) 300 Дж; 2) 400 Дж; 3) 500 Дж; 4) 600 Дж.

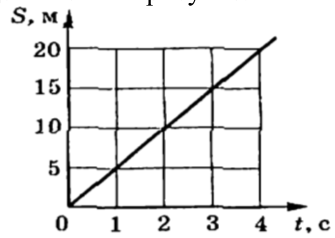
4.4. Шар радиуса R и массы M вращается с угловой скоростью ω. Работа, необходимая для увеличения скорости его вращения в 2 раза, равна …

1) $0{,}6MR^2\omega^2$; 2) $0{,}75MR^2\omega^2$; 3) $MR^2\omega^2$; 4) $1{,}5MR^2\omega^2$.

4.5. Какая из перечисленных физических величин не может быть отрицательной?

1) Работа силы. 2) Кинетическая энергия.
3) Потенциальная энергия. 4) Механическая энергия.

4.6. Зависимость перемещения тела массой 4 кг от времени представлена на рисунке.



Кинетическая энергия тела в момент времени t=3 с равна...

1) 15Дж; 2) 20Дж; 3) 25 Дж; 4) 40 Дж; 5) 50 Дж.

4.7. Тело массой 2 кг поднято над землей. Его потенциальная энергия 400 Дж. Если на поверхности земли потенциальная энергия тела равна нулю и силами сопротивления воздуха можно пренебречь, скорость, с которой оно упадет на землю, составит...

1) 10 м/с; 2) 14 м/с; 3) 20 м/с; 4) 40 м/с.

4.8. На частицу, находящуюся в начале координат, действует сила, вектор которой определяется выражением $\vec{F} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$, где $\vec{i}$ и $\vec{j}$ единичные векторы декартовой системы координат. Работа, совершаемая этой силой при перемещении частицы в точку с координатами (4;3), равна:

1) 9 Дж; 2) 12Дж; 3) 16 Дж; 4) 25 Дж.

4.9. Постоянная сила 10 Н, приложенная по касательной к твердому шару радиусом 1 см, заставила шар совершить один полный оборот вокруг своей оси. Работа этой силы равна …

1) 0,1 Дж; 2) 0,314 Дж; 3) 0,628 Дж; 4) 3,14 Дж; 5) 10 Дж.

4.10. Частица движется в двумерном поле, причем ее потенциальная энергия задается функцией $U = -2xy$. Работа сил поля по перемещению частицы (в Дж) из точки С(1, 1, 1) в точку В(2, 2, 2) равна (…) (Функция U и координаты точек заданы в единицах СИ.)

4.11. Потенциальная энергия частицы задается функцией $U = -3x^2 yz$. F_y-компонента (в *Н*) вектора силы, действующей на частицу в точке А (3, 1, 2), равна (…) (Функция U и координаты точки А заданы в единицах СИ.)

4.12. Тело массы m=100 *г* бросили с поверхности земли с начальной скоростью υ_0=10*м/с* под углом α=30° к горизонту. Если пренебречь сопротивлением воздуха, средняя мощность, развиваемая силой тяжести за время падения тела на землю, равна (…)

4.13. Тело массой m начинает двигаться под действием силы $\vec{F} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$. Если зависимость скорости от времени имеет вид $\vec{\upsilon} = t^2\vec{i} + t^3\vec{j}$, то мощность развиваемой силы в момент времени τ равна…

1) $2\tau^3+3\tau^5$; 2) $(\tau^2-2\tau)i+(\tau^3-3\tau^2)j$;

3) $5\tau/6$; 4) $(\tau^2+2\tau)i+(\tau^3+3\tau^2)j$.

4.14. Тело массы m=1 *кг* поднимают по наклонной плоскости. Высота наклонной плоскости h=1 *м*, длина ее основания a=2 *м*, коэффициент трения k=0,2. Минимальная работа, которую надо совершить, в джоулях равна (…).

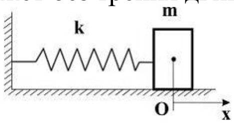
4.15. Кинетическая энергия тела (спутника), движущегося по круговой орбите вокруг Земли, меньше его гравитационной потенциальной энергии, взятой по модулю, в … раза.

1) 1,5; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

4.16. Две пружины имеют одинаковую жесткость. Первая из них растянута на 1 см, вторая сжата на 2 см. Отношение потенциальных энергий пружин $\frac{E_2}{E_1}$ равно…

1) – 2; 2) 2; 3) – 4; 4) 4.

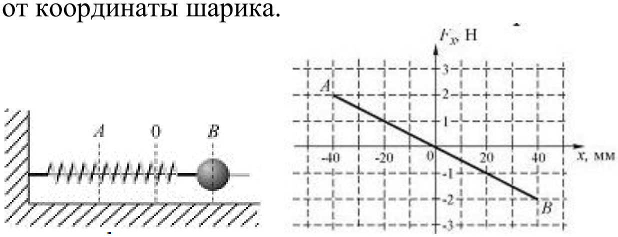
4.17. Тело с массой *m*, прикрепленной к пружине с жесткостью *k*, может без трения двигаться по горизонтальной поверхности.



Чтобы сместить тело вправо на расстояние *a*, необходимо совершить работу *A*. Для смещения тела из положения равновесия на вдвое большее расстояние требуется совершить работу, равную …

1) *A*; 2) 2*A*; 3) 3*A*; 4) 4*A*.

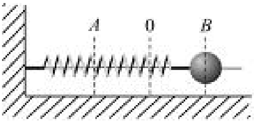
4.18. Шарик, прикрепленный к пружине и насаженный к пружине на горизонтальную направляющую, совершает гармонические колебания. На графике представлена зависимость проекции силы упругости пружины на положительное направление оси *X* от координаты шарика.

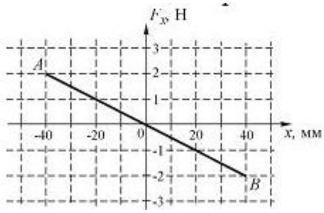


Работа силы упругости пружины при смещении шарика из положения А в положение В составляет…

1) 0 Дж; 2) $-4\cdot10^{-2}$Дж; 3) $4\cdot10^{-2}$Дж; 4) $8\cdot10^{-2}$Дж.

4.19. Шарик, прикрепленный к пружине и насаженный к пружине на горизонтальную направляющую, совершает гармонические колебания. На графике представлена зависимость проекции силы упругости пружины на положительное направление оси *X* от координаты шарика.

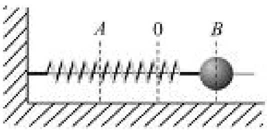


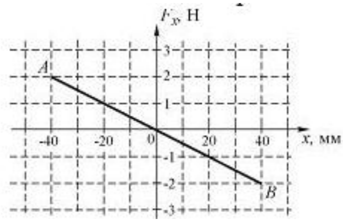


Работа силы упругости на этапе *O – A – B* равна…

1) 0 Дж; 2) $-4\cdot10^{-2}$Дж; 3) $4\cdot10^{-2}$Дж; 4) $8\cdot10^{-2}$Дж.

4.20. Шарик, прикрепленный к пружине и насаженный к пружине на горизонтальную направляющую, совершает гармонические колебания. На графике представлена зависимость проекции силы упругости пружины на положительное направление оси *X* от координаты шарика.

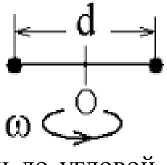




Работа силы упругости на этапе *B –A – O* равна…

1) 0 Дж; 2) $-4\cdot10^{-2}$Дж; 3) $4\cdot10^{-2}$Дж; 4) $8\cdot10^{-2}$Дж.

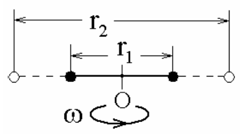
4.21. Два маленьких массивных шарика закреплены на концах невесомого стержня длины d. Стержень может вращаться в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Стержень раскрутили до угловой скорости ω_1. Под действием трения стержень остановился, при этом выделилось тепло Q_1.



Если стержень раскручен до угловой скорости $\omega_2=2\omega_1$, то при остановке стержня выделится тепло…

1) $Q_2=Q_1/4$; 2) $Q_2=Q_1/2$; 3) $Q_2=2Q_1$; 4) $Q_2=4Q_1$.

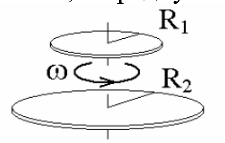
4.22. Два маленьких массивных шарика закреплены на невесомом длинном стержне на расстоянии r_1 друг от друга. Стержень может вращаться без трения в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей посередине между шариками. Стержень раскрутили из состояния покоя до угловой скорости до угловой скорости ω, при этом была совершена работа A_1.



Шарики раздвинули симметрично на расстояние $r_2=2\ r_1$ и раскрутили до той же угловой скорости. При этом была совершена работа…

1) $A_2=A_1/4$; 2) $A_2=A_1/3$; 3) $A_2=2A_1$; 4) $A_2=4A_1$.

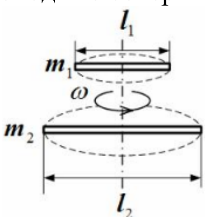
4.23. Для того, чтобы раскрутить диск радиуса R_1 вокруг своей оси до угловой скорости ω, необходимо совершить работу A_1. Под прессом диск становится тоньше, но радиус его возрастет до $R_2=2R_1$.



Какую работу надо совершить, чтобы раскрутить его до той же угловой скорости? Трением пренебречь.

1) $A_2=A_1/4$; 2) $A_2=A_1/3$; 3) $A_2=2A_1$; 4) $A_2=4A_1$.

4.24. Для того, чтобы раскрутить стержень массы m_1 и длины l_1 (см. рисунок), проходящей перпендикулярной через его середину, до угловой скорости ω, необходимо совершить работу A_1.



Для того, чтобы раскрутить до той же угловой скорости стержень массы $m_2=m_1/2$ и длины $l_2=2l_1$, необходимо совершить работу …

1) $A_2=A_1/2$; 2) $A_2=A_1$; 3) $A_2=2A_1$; 4) $A_2=4A_1$.

4.25. Шар, цилиндр (сплошной) и тонкостенный цилиндр с равными массами и радиусами раскрутили каждый вокруг своей оси до одной и той же угловой скорости и приложили одинаковый тормозящий момент. Раньше других тел остановится

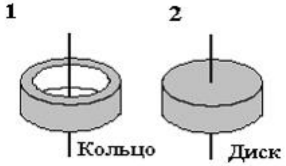
1) тонкостенный цилиндр;

2) цилиндр;

3) шар;

4) шар с цилиндром.

4.26. На рисунке показаны тела одинаковой массы и размеров, вращающиеся вокруг вертикальной оси с одинаковой частотой. Момент импульса первого тела L_1= 0,1 *Дж·с*. Если масса m=1 *кг*, R=10 см, то кинетическая энергия второго тела (в мДж) равна (…)



4.27. Два тела двигались к стенке с одинаковыми скоростями и при ударе остановились. Первое тело катилось, второе скользило. Если при ударе выделилось одинаковое количество тепла, то больше масса тела

1) первого; 2) второго; 3) одинаковы.

5. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Краткие теоретические сведения

1. Закон сохранения энергии в механике: полная механическая энергия замкнутой системы, в которой действуют только консервативные силы, есть величина постоянная :

$$W = W_К + W_П = const$$

2. Закон сохранения импульса: полный импульс изолированной системы материальных точек остается постоянным, как бы ни двигались эти материальные точки, взаимодействуя друг с другом (закон сохранения импульса):

$$\vec{P} = \mathrm{const}$$

Применение закона сохранения импульса к соударению двух тел: $m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$,

где $\vec{\upsilon}_i, \vec{u}_i$ (i = 1,2) – скорости тел 1 и 2 до и после соударений соответственно.

При неупругом ударе, когда тела слипаются после соударения, их общая скорость $\vec{u}$ становится равной:

$$\vec{u} = \frac{m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2}{m_1 + m_2}$$

При абсолютно упругом центральном ударе, используя законы сохранения импульса и энергии, получим:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}; \quad u_2 = \frac{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}.$$

3. Закон сохранения момента импульса: $\sum_{i=1}^{n} \overline{L_i} = const,$

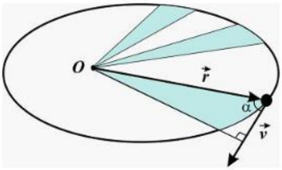
где L_i – момент импульса тела с номером i, входящего в состав системы.

Закон сохранения момента импульса для тела, вращающегося около неподвижной оси, когда момент инерции тела меняется: $I_1\vec{\omega}_1 = I_2\vec{\omega}_2$

где I_1 и I_2 – начальный и конечный моменты инерции, $\vec{\omega}_1$ и $\vec{\omega}_2$ – начальная и конечная угловые скорости тела.

Примеры тестовых заданий

Задание 5-1. В случае действие на тело центральной силы радиус-вектор, проведенный к нему из центра, описывает в равные промежутки времени равные площади (второй закон Кеплера).



Если в начальный момент расстояние от планеты до Солнца г, а скорость $\vec{\upsilon}$, угол между скоростью и радиус-вектором $\vec{r}$ равен α, то за время *t* радиус-вектор, проведенный от Солнца к планете, опишет площадь…

1) $S = 2\upsilon rt\cos\alpha$; 2) $S = 2\upsilon rt\sin\alpha$;

3) $S = \frac{1}{2}\upsilon rt\sin\alpha$; 4) $S = \frac{1}{2}\upsilon rt$.

Решение. Закон равных площадей или 2-й закон Кеплера является следствием закона сохранения момента импульса для движения в центральном поле. Выразим момент импульса тела через заданные параметры начального положения: $L = m\upsilon r\sin\alpha$. Из закона сохранения момента импульса следует, что величина $m\upsilon r\sin\alpha = \mathrm{const}$. Площадь, описываемая радиус-вектором, за малый промежуток времени *dt* равна площади прямоугольного треугольника с гипотенузой *r*, катетами $r\sin\alpha$ и υdt: $dS = \frac{1}{2} r\sin\alpha\,\upsilon dt$. Следовательно, за время t радиус-вектор, проведенный от Солнца к планете, опишет площадь: $S = \int_0^t \frac{1}{2} r\sin\alpha\,\upsilon dt = \frac{1}{2} r\sin\alpha\,\upsilon\int_0^t dt = \frac{1}{2} r\upsilon t\sin\alpha$.

Правильный ответ: 3) $S = \frac{1}{2}\upsilon rt\sin\alpha$.

Задание 5-2. Сплошной и полый (трубка) цилиндры, имеющие одинаковые массы и радиусы, вкатываются без проскальзывания на горку, если начальные скорости тел одинаковы, то

1) выше поднимется сплошной цилиндр;

2) выше поднимется полый цилиндр;

3) оба тела поднимутся на одну и ту же высоту.

Решение. Согласно закону сохранения энергии в механике, полная механическая энергия замкнутой системы, в которой действуют только консервативные силы, есть величина постоянная $W = W_K + W_П = const$.

В начальном состоянии: $W_{нач} = W_{поступ} + W_{вр} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$.

В конечном состоянии полная энергия каждого тела равна потенциальной энергии $W_{кон} = mgh$.

Учитывая, что тела движутся без проскальзывания, связь между угловой и линейной скоростью дается формулой $\omega = \frac{\upsilon}{R}$. Учитывая выражения для моментов инерции сплошного и полого цилиндров, получаем

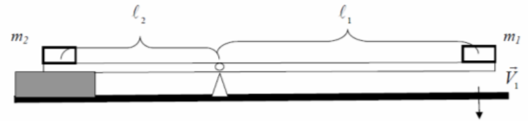
$$W_{спл.ц.} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{\frac{mR^2}{2}\cdot\left(\frac{\upsilon}{R}\right)^2}{2} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{4} = \frac{3}{2}\frac{m\upsilon^2}{2}$$

$$W_{пол.ц.} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{mR^2\cdot\left(\frac{\upsilon}{R}\right)^2}{2} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} = 2\frac{m\upsilon^2}{2}$$

Следовательно, в начальном состоянии полый цилиндр обладает большей кинетической энергией, поэтому в конечном состоянии он должен обладать большей потенциальной энергией, т. е. он поднимется на большую высоту.

Правильный ответ: 2) выше поднимется полый цилиндр.

Задание 5-3. Тело массой m_1 вертикально падает на свободный конец рычага с плечом l_1 (l_1=2l_2) и теряет скорость. Какую скорость приобретет масса m_2 (m_2=4 m_1) после удара?



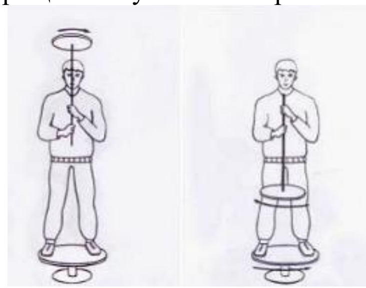
1) $V_2 = V_1$; 2) $V_2 = 8V_1$; 3) $V_2 = V_1/2$; 4) $V_2 = V_1/4$.

Решение. Для замкнутой системы суммарный момент импульса системы сохраняется. Начальный момент импульса рассматриваемой системы относительно точки 0 равен $L_1 = m_1 V_1 l_1$. После соударения масса m_1 теряет скорость и конечный момент импульса определяется $L_2 = m_2 V_2 l_2$. Из закона сохранения момента импульса имеем $m_1 V_1 l_1 = m_2 V_2 l_2$. Тогда

$$V_2 = V_1 \frac{m_1}{m_2} \frac{l_1}{l_2} = \frac{V_1}{2}.$$

Правильный ответ: 3) $V_2 = V_1/2$.

Задание 5-4. Экспериментатор, стоящий на скамье Жуковского, получает от помощника колесо, вращающееся вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω. Если экспериментатор повернет ось вращения колеса на угол 180°, то тон вместе с платформой придет во вращение с угловой скоростью ω/5.



Отношение момента инерции экспериментатора со скамьей к моменту инерции колеса равно…

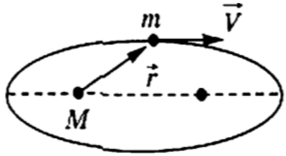
1) 2,5; 2) 4; 3) 5; 4) 10.

Решение. Вектор момента импульса до поворота $\vec{L}_1 = I_ч \cdot 0 + I_к \cdot \vec{\omega}_к$ и после поворота оси вращения $\vec{L}_2 = I_ч \cdot \vec{\omega}_ч + I_к \cdot \vec{\omega}_к$, где $I_ч$ и $I_к$, $\vec{\omega}_ч$ и $\vec{\omega}_к$ – моменты инерции и векторы угловых скоростей человека со скамьей и колеса соответственно. Закон сохранения момента импульса: $\vec{L}_1 = \vec{L}_2$. Следовательно, $I_{ч} \cdot 0 + I_{к} \cdot \vec{\omega}_{к} = I_{ч} \cdot \vec{\omega}_{ч} + I_{к} \cdot \vec{\omega}_{к}$, а в проекциях на вертикальную ось: $I_{к} \cdot \omega_{к} = I_{ч} \cdot \omega_{ч} + (-I_{к} \cdot \omega_{к})$. Следовательно, $\frac{I_{ч}}{I_{к}} = \frac{2\omega_{к}}{\omega_{ч}} = \frac{2\omega}{\omega/5} = 10$.

Правильный ответ: 4) 10.

Задания для самостоятельной работы

5.1**.** Планета массой m движется по эллиптической орбите, в одном из фокусов которой находится звезда массой M.



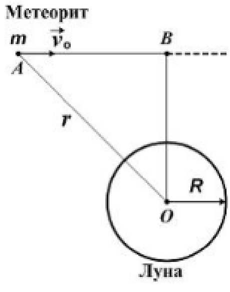
Если $\vec{r}$ – радиус-вектор планеты, то справедливо утверждение:

1) для момента импульса планеты относительно центра звезды справедливо выражение: $L = mVr$;

2) момент силы тяготения, действующий на планету, относительно центра звезды, не равен нулю;

3) момент импульса планеты относительно центра звезды при движении по орбите не изменяется.

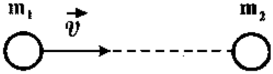
5.2**.** Находясь на расстоянии r>>R, по направлению к Луне летит метеорит, скорость которого v_0. Для расчета минимального прицельного расстояния OB, при котором метеорит не упадет на поверхность Луны, используют законы сохранения механической энергии и момента импульса. Выберите из предложенных вариантов верную запись этих законов. Радиус R и массу M планеты Луна, гравитационную постоянную G, скорость метеорита вблизи поверхности Луны v считать известными.



1) $\begin{cases} \dfrac{m\upsilon_0^2}{2} = G\dfrac{mM}{R} + \dfrac{m\upsilon^2}{2} \\ m\upsilon_0(OB) = m\upsilon R \end{cases}$; 2) $\begin{cases} \dfrac{m\upsilon_0^2}{2} = -G\dfrac{mM}{R} + \dfrac{m\upsilon^2}{2} \\ m\upsilon_0(OA) = m\upsilon R \end{cases}$;

3) $\begin{cases} \dfrac{m\upsilon_0^2}{2} = -G\dfrac{mM}{R} + \dfrac{m\upsilon^2}{2} \\ m\upsilon_0 = m\upsilon \end{cases}$; 4) $\begin{cases} \dfrac{m\upsilon_0^2}{2} = -G\dfrac{mM}{R} + \dfrac{m\upsilon^2}{2} \\ m\upsilon_0(OB) = m\upsilon R \end{cases}$.

5.3. Шар массой m_1 = 200 г, движущийся со скоростью 200 м/с, налетает на покоящийся шар массой $m_2 = 5m_1$.



Если удар абсолютно неупругий, скорость шаров (в м/с) после удара равна (…)

5.4. Тело массой m падает вертикально со скоростью υ на горизонтальную опору и упруго отскакивает от нее. **Импульс**, полученный опорой, равен…

1) $m\upsilon$; 2) $\dfrac{m\upsilon^2}{2}$; 3) $2m\upsilon$; 4) $\sqrt{2}m\upsilon$.

5.5. На неподвижный бильярдный шар налетел другой, такой же, с импульсом P = 0,5 $кг \cdot м/с$. После удара шары разлетелись под углом 90^0 так, что импульс первого шара стал P_1 = 0,3 $кг \cdot м/с$. Импульс второго шара после удара равен:

1) 0,2 $кг \cdot м/с$; 2) 0,3 $кг \cdot м/с$;

3) 0,4 $кг \cdot м/с$; 4) 0,5 $кг \cdot м/с$.

5.6. Шар массы m_1, движущийся со скоростью $\vec{\upsilon}$, налетает на покоящийся шар массы m_2 (рис.1).

Могут ли после соударения скорости шаров $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$ иметь направления, показанные на рис.2 (а и б).

Рис.1.

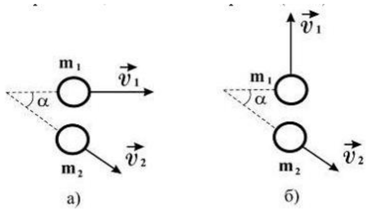


Рис.2

1) могут в случае а;
2) могут в случае б;
3) могут в обоих случаях;
4) не могут ни в одном из указанных случаев.

5.7. Шар массы m_1 совершает центральный абсолютно упругий удар о покоящийся шар массы m_2. Первый шар полетит после удара в обратном направлении при следующем соотношении масс…

1) $m_1 = m_2$; 2) $m_1 \geq m_2$; 3) $m_1 >> m_2$; 4) $m_1 << m_2$.

5.8. Шар массы m_1 совершает центральный абсолютно упругий удар о покоящийся шар массы m_2 . Если массы шаров одинаковы, то...

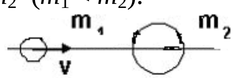
1) после удара оба шара придут в движение с одинаковыми скоростями;

2) оба шара будут продолжать движение в том же направлении;

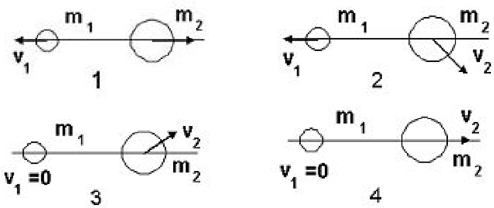
3) первый шар полетит после удара в обратном направлении, покоящийся шар придет в движение;

4) первый шар остановится, а второй будет двигаться в том же направлении.

5.9. Шар массы m_1, имеющий скорость v, налетает на неподвижный шар массы m_2 ($m_1 < m_2$).



Правильный вариант направления скоростей v_1 и v_2 после столкновения показан на рисунке…



1) 1;   2) 2;   3) 3;   4) 4.

5.10. Человек сидит в центре вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси карусели и держит в руках длинный шест за его середину. Если он повернет шест из горизонтального положения в вертикальное, то частота вращения в конечном состоянии...

1) увеличится;   2) уменьшится;   3) не изменится.

5.11. Человек сидит в центре вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси карусели и держит в руках длинный шест за его середину. Если он переместит шест влево от себя, то частота вращения карусели ...

1) увеличится;   2) уменьшится;   3) не изменится.

5.12. Человек сидит на вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси карусели и держит в руках длинный шест. Если он с помощью шеста выпрыгнет с карусели, то частота вращения…

1) увеличится;   2) уменьшится;   3) не изменится.

5.13. Человек стоит на краю горизонтальной платформы, вращающейся вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой n. Отношение момента инерции платформы $I_{плат}$ к моменту инерции человека $I_{чел}$ равно: $I_{плат} / I_{чел} = 4$. Если человек перейдет к центру платформы, то частота ее вращения будет равна …

1)0,25n;   2) 0,8 n;   3)1,25n;   4) 4n.

5.14. Тонкий стержень в полете вращается вокруг оси, проходящей через его середину. При падении стержень упирается в землю и продолжает вращаться в той же плоскости. Момент инерции стержня при этом …

1) увеличится в 2 раза;   2) не изменится;

3) уменьшится в 2 раза;   4) увеличится в 4 раза;

5) уменьшится в 4 раза.

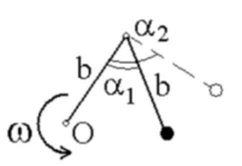
5.15. Шар и полая сфера, имеющие одинаковые массы и радиусы, вкатываются без проскальзывания. Если начальные скорости тел одинаковы, то…

1) выше поднимется шар;
2) выше поднимется полая сфера;
3) оба тела поднимутся на одну и ту же высоту;
4) высоту подъема невозможно определить.

5.16. Сплошной и полый цилиндры, имеющие одинаковые массы и радиусы, скатываются без проскальзывания с горки с одной и той же высоты. Если трением и сопротивлением воздуха можно пренебречь, то отношение скоростей $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$, которые будут иметь эти тела у основания горки, равно …

1) $\sqrt{\frac{4}{3}}$; 2) $\sqrt{\frac{15}{14}}$; 3) $\sqrt{\frac{10}{7}}$; 4) 1.

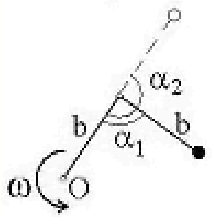
5.17. Два невесомых стержня длины b соединены под углом $\alpha_1 = 60°$ и вращаются без трения в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси O с угловой скоростью ω. На конце одного из стержней прикреплен очень маленький массивный шарик.



В некоторый момент угол между стержнями самопроизвольно увеличился до $\alpha_1 = 90°$. С какой угловой скоростью стала вращаться такая система?

1) ω; 2) 2ω; 3) $\sqrt{2}\omega$; 4) $\frac{\omega}{\sqrt{2}}$; 5) $\frac{\omega}{2}$.

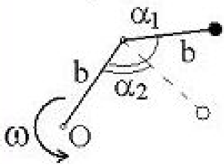
5.18. Два невесомых стержня длины b соединены под углом α_1=90° и вращаются без трения в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси O с угловой скоростью ω. На конце одного из стержней прикреплен очень маленький массивный шарик.



В некоторый момент угол между стержнями самопроизвольно увеличился до α_2 = 180°. Система стала вращаться с угловой скоростью …

1) 2ω; 2) $\sqrt{2}\omega$; 3) $\frac{\omega}{\sqrt{2}}$; 4) $\frac{\omega}{2}$.

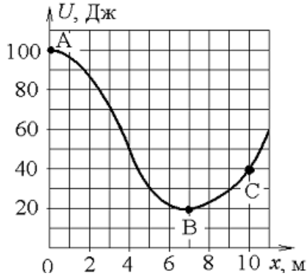
5.19. Два невесомых стержня длины *b* соединены под углом α_1=120° и вращаются без трения в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси O с угловой скоростью ω. На конце одного из стержней прикреплен очень маленький массивный шарик.



В некоторый момент угол между стержнями самопроизвольно уменьшился до α_2=90°. Система стала вращаться с угловой скоростью …

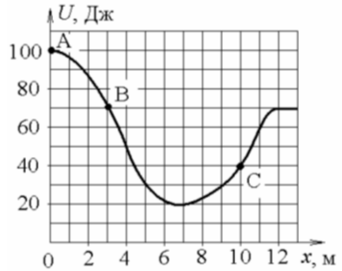
1) $\sqrt{\frac{3}{2}\omega}$; 2) $\frac{3}{2}\omega$; 3) $\frac{2}{3}\omega$; 4) $\sqrt{\frac{2}{3}\omega}$.

5.20. Небольшая шайба начинает движение без начальной скорости по гладкой ледяной горке из точки A. Сопротивление воздуха пренебрежительно мало. Зависимость потенциальной энергии шайбы от координаты *x* изображена на графике *U(x)*.



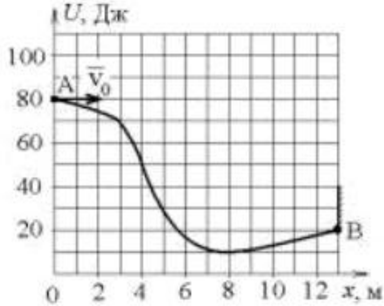
Кинетическая энергия шайбы в точке С…
1) в 2 раза больше, чем в точке В;
2) в 1,33 раза больше, чем в точке В;
3) в 2 раза меньше, чем в точке В;
4) в 1,33 раза меньше, чем в точке В.

5.21. Небольшая шайба начинает движение без начальной скорости по гладкой ледяной горке из точки А. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Зависимость потенциальной энергии шайбы от координаты x изображена на графике $U(x)$. Кинетическая энергия шайбы в точке С



1) в 2 раза больше, чем в точке В;
2) в 2 раза меньше, чем в точке В;
3) в 1,75 раза больше, чем в точке В;
4) в 1,75 раза меньше, чем в точке В.

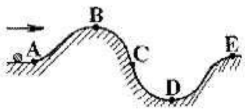
5.22. Тело массы m=10 кг начинает движение со скоростью 4 м/с по гладкой ледяной горке из точки А. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Зависимость потенциальной энергии этого тела изображена на графике U(x).



В точке В тело, ударившись, прилипает к стене. В результате абсолютно неупругого удара в точке В выделилось количество теплоты, равное…

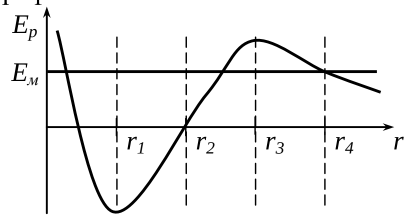
1) 20 Дж; 2) 140 Дж; 3) 150 Дж; 4) 160 Дж.

5.23. Шарику в точке А была сообщена начальная кинетическая энергия достаточная для прохождения в поле силы тяжести без трения через подъем и впадину. На рисунке шарик имеет наибольшую кинетическую энергию в точке ...



1) B 2) C 3) D 4) E

5.24. Зависимость потенциальной энергии частицы E_p в силовом поле от координаты r и полная механическая энергия $E_м$ показаны на графике.



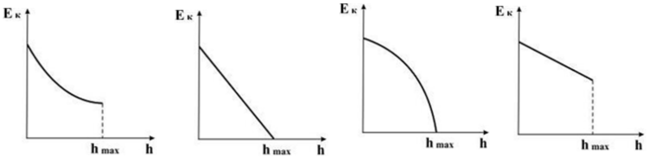
Какому значению r соответствует максимальное значение кинетической энергии частицы?

1) r_1; 2) r_2; 3) r_3; 4) r_4.

5.25. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью υ_0. Его скорость на высоте, равной $\frac{1}{3}$ от максимальной высоты подъема, равна…

1) $\frac{1}{3}\upsilon_0$; 2) $\sqrt{\frac{1}{3}}\upsilon_0$; 3) $\frac{2}{3}\upsilon_0$; 4) $\sqrt{\frac{2}{3}}\upsilon_0$.

5.26. График зависимости кинетической энергии тела, брошенного с поверхности земли под некоторым углом к горизонту от высоты подъема имеет вид, показаны на рисунке…



1) 2) 3) 4)

5.27. Тело массы m, прикрепленное к пружине с жесткостью k, может без трения двигаться по горизонтальной поверхности (пружинный маятник).

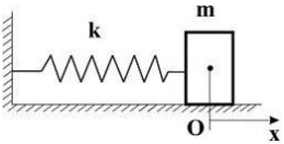
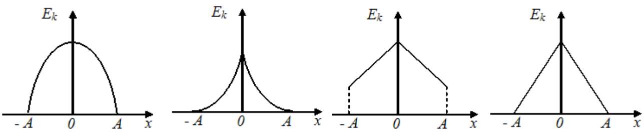


График зависимости кинетической энергии тела от величины его смещения из положения равновесия имеет вид, показанный на рисунке …



1) 2) 3) 4)

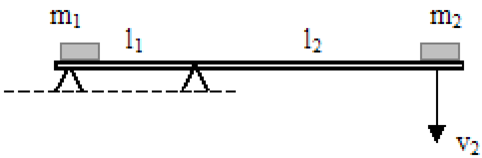
5.28. Обруч скатывается без проскальзывания с горки высотой 2,5 *м*. Скорость обруча (в *м/с*) у основания горки при условии, что трением можно пренебречь, равна …

1) 5; 2) $5\sqrt{2}$; 3) $\frac{10}{\sqrt{2}}$; 4) $\frac{5}{\sqrt{2}}$.

5.29. Сплошной цилиндр и шар, имеющие одинаковые массы и радиусы, вкатываются без проскальзывания с одинаковыми скоростями на горку. Если трением и сопротивлением воздуха можно пренебречь, то отношение высот $\frac{h_1}{h_2}$, на которые смогут подняться эти тела, равно …

1) $\frac{15}{14}$; 2) $\frac{5}{4}$; 3) $\frac{3}{4}$; 1) 1.

5.30. Невесомая доска покоится на двух опорах. Правая опора делит длину доски на две неравные части. На ее правый конец падает тело массой m_2 = 2 кг теряя, при ударе всю свою скорость. После удара первое тело массой m_1 = 1 кг приобретает скорость v_1, причем v_1=6v_2. В этом случае соотношение между l_1 и l_2 равно…



1) $l_1 = 3l_2$; 2) $l_1 = \frac{4}{3}l_2$; 3) $l_1 = \frac{1}{3}l_2$; 4) $l_1 = l_2$.

6. ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Краткие теоретические сведения

1. В основе специальной теории относительности (СТО), созданной А.Эйнштейном в 1905 г., лежат два постулата:

1) во всех инерциальных системах отсчета все физические явления протекают одинаково;

2) скорость света c в вакууме во всех инерциальных системах отсчета одна и та же и равна 299792458 м/с ≈ $3\cdot10^8$ м/с.

2. Пусть некоторая инерциальная система отсчета (ИСО) К′ движется равномерно и прямолинейно относительно другой ИСО К вдоль оси X с постоянной скоростью $\vec{V}$ (рис.6.1). Тогда координаты (x, y, z) и время t какого-то события в К связаны с координатами (x', y', z') и временем t' соотношениями (преобразования Лоренца):

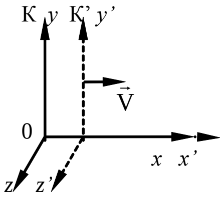


Рис.6.1

$$x = \frac{x' + \mathrm{v}t}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t = \frac{t' + \frac{\mathrm{V}x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}} .$$

3. Релятивистское сокращение продольных размеров движущихся объектов. Если, например, неподвижный в К' и ориентированный вдоль оси X' стержень имеет в этой ИСО длину l_0 (так называемая собственная длина стержня), то длина того же стержня в К: $l = l_0\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}$.

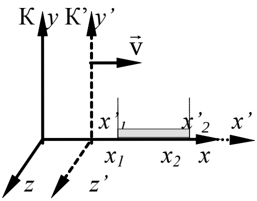


Рис. 6.2

Поперечные размеры движущихся объектов не изменяются.

4. Замедление хода движущихся часов относительно неподвижных. В частности, если Δt_0 – промежуток времени между

двумя событиями, происходящими в какой-то точке ИСО К' и измеренный по часам, неподвижным в этой ИСО (собственный промежуток времени), то промежуток времени Δt между этими же событиями, измеренный по таким же часам, неподвижным в К, определяется формулой:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}.$$

5. Закон сложения скоростей. Пусть в К' объект движется со скоростью υ' вдоль оси X', а К', в свою очередь, движется относительно К вдоль оси X с постоянной скоростью V. Тогда скорость объекта в К:

$$\upsilon = \frac{\upsilon' + \mathrm{V}}{1 + \frac{\mathrm{V}\upsilon'}{c^2}}.$$

Если $\upsilon' = c$, то и $\upsilon = c$.

6. Релятивистский импульс частицы, движущейся со скоростью $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{\upsilon}}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{\mathrm{c}^2}}},$$

где m_0 – масса покоя частицы.

7. Полная энергия релятивистской частицы:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}.$$

Величина $E = m_0 c^2$ называется энергией покоя.

8. Кинетическая энергия релятивистской частицы

$$E_K = mc^2 - m_0 c^2.$$

9. Связь полной энергии с импульсом релятивистской частицы:

$$\sqrt{E^2 - p^2 c^2} = m_0 c^2.$$

Для частиц с нулевой массой покоя (фотоны) $E = pc$.

Примеры тестовых заданий

Задание 6-1. Космический корабль летит со скоростью V = 0,8 *c* (*c* – скорость света в вакууме). Один из космонавтов медленно поворачивает метровый стержень из положения 1, перпендикулярного направлению движения корабля, в положение 2, параллельное этому направлению. Тогда длина этого стержня, с точки зрения наблюдателя, находящегося на Земле...

1) изменится от 1,0 м в положении 1 до 0,6 м в положении 2;
2) изменится от 1,0 м в положении 1 до 1,67 м в положении 2;
3) изменится от 0,6 м в положении 1 до 1,0 м в положении 2;
4) равна 1,0 м при любой его ориентации.

Решение. Когда стержень был расположен перпендикулярно направлению движения ракеты, его длина была равна 1 м и для космонавта на ракете (стержень неподвижен), и для наблюдателя на Земле (поперечные размеры движущихся и неподвижных объектов одни и те же). Когда же стержень повернули так, что он оказался расположенным по направлению движения ракеты, его длина для наблюдателя на Земле изменилась в соответствии с формулой $l = l_0\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$. Подставив в эту формулу V = 0,8 c, получаем $l = 0{,}6\, l_0$. Таким образом, *l*=0,6 м.

Правильным является ответ: 1) .

Задание 6-2. В пунктах А и В на Земле, удаленных на расстоянии *l*=10 км, произошли одновременно два события, например, зажглись экраны телевизоров. Число микросекунд, разделяющих эти события с точки зрения наблюдателя на космическом корабле, удаляющемся от Земли вдоль прямой АВ со скоростью υ =0,8 *c*, где *c* – скорость света, равно…

Решение. Воспользуемся преобразованием Лоренца. Запишем уравнение, устанавливающее связь между временами в разных системах отсчета: $t' = \dfrac{t - \dfrac{\upsilon x}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}$, где штрихованные величины принадлежат системе отсчета космического корабля, а нештрихованные – системе отсчета Земли. По условию $t_A = t_B$, $x_B - x_a = l$, $\dfrac{\upsilon}{c} = 0{,}8$, $\sqrt{1 - \dfrac{\upsilon^2}{c^2}} = 0{,}6$.

Получим $t'_A - t'_B = \dfrac{0{,}8}{0{,}6}\dfrac{l}{c} = \dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{10^4}{3 \cdot 10^8} = 44 \cdot 10^{-6}\,(с) = 44\,(мкс)$

Ответ: $44\,мкс$.

Задание 6-3. Ракета движется относительно земного наблюдателя со скоростью $V = 0{,}6\,c$. Если по часам в ракете прошло 8 месяцев, то по часам земного наблюдателя прошло...

1) 8 месяцев; 2) 9 месяцев; 3) 10 месяцев;
4) 11 месяцев; 5) 1 год.

Решение. По часам земного наблюдателя должно пройти больше времени, чем по часам на ракете. Связь между этими временными промежутками дается формулой $\Delta t = \dfrac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}$.

Подставив в нее значения Δt_0 = 8 месяцев, V = 0,6 c, получим $\Delta t = 10$ месяцев.

Правильным является ответ: 10 месяцев.

Задание 6-4. Если масса тела возросла на 1 *г*, полная энергия тела должна…

1) увеличиться на $3 \cdot 10^5$ Дж;
2) увеличиться на $90 \cdot 10^{12}$ Дж;
3) увеличиться на 10^{-3} Дж;
4) уменьшиться на $90 \cdot 10^{12}$ Дж.

Решение. Связь между массой и энергией определяется формулой Эйнштейна $E = mc^2$, где c – скорость света. Следовательно, энергия тела должна возрасти на $\Delta E = \Delta mc^2 = 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 90 \cdot 10^{12}$ (Дж).

Правильный ответ: 2).

Задание 6-5. Объем воды в Мировом океане равен $1{,}37 \cdot 10^9$ *км*^{3}. Если температура воды повысится на 1°*C*, увеличение массы воды составит (…) .(Плотность морской воды 1,03 *г/см*^{3}, удельная теплоемкость 4,19 *кДж/*(*кг·К*))

1) $6{,}57 \cdot 10^{-2}$ *кг*; 2) 65,7 *кг*; 3) 65,7 *т*; 4) $6{,}57 \cdot 10^7$ *кг*.

Решение. Из закона взаимосвязи массы и энергии следует, что изменение энергии покоя сопровождается изменением массы тела, причем эти изменения пропорциональны друг другу: $\Delta E = \Delta mc^2$, где c – скорость света в вакууме. Изменение температуры воды в Мировом океане означает, что вода получила количество теплоты, равное $Q = cm\Delta t = c\rho V\Delta T$, где с – удельная теплоемкость воды, ρ – ее плотность, V – объем. Тогда увеличение массы воды составит:

$$\Delta m = \frac{Q}{c^2} = \frac{c\rho V\Delta T}{c^2} = \frac{4{,}19 \cdot 10^3 \cdot 1{,}03 \cdot 10^3 \cdot 1{,}37 \cdot 10^{18}}{9 \cdot 10^{16}} = 6{,}57 \cdot 10^7 \text{ кг}.$$

Правильный ответ: 4).

Задания для самостоятельной работы

6.1. Инвариантной величиной является…

1) импульс частицы
2) длина предмета
3) длительность события
4) скорость света в вакууме

6.2. Относительной величиной является…

1) электрический заряд;
2) барионный заряд;
3) длительность события;
4) скорость света в вакууме

6.3. Полная энергия релятивистской частицы, движущейся со скоростью υ, определяется соотношением …

1) $E=\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}$; 2) $E=\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}-m_0c^2$; 3) $E=m_0c^2$.

6.4. Кинетическая энергия релятивистской части, движущейся со скоростью υ, определяется соотношением …

1) $E=\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}$; 2) $E=\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}-m_0c^2$; 3) $E=m_0c^2$.

6.5. Относительно неподвижного наблюдателя тело движется со скоростью υ. Зависимость массы этого тела от скорости при массе покоя m_0, выражается соотношением…

1) $m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}$; 2) $m=m_0\dfrac{\upsilon}{c}$; 3) $m=m_0\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}$; 4) $m=m_0$.

6.6. Космический корабль с двумя космонавтами летит со скоростью V=0,8 c (c – скорость света в вакууме). Один из космонавтов медленно поворачивает метровый стержень из положения 1, параллельного направлению движения, в положение 2, перпендикулярное этому направлению. Тогда длина стержня с точки зрения другого космонавта …

1) изменится от 1,0 м в положении 1 до 0,6 м в положении 2;

2) изменится от 1,0 м в положении 1 до 1,67 м в положении 2;

3) изменится от 0,6 м в положении 1 до 1,0 м в положении 2;

4) равна 1,0 м при любой его ориентации;

6.7 Мимо вас пролетела ракета со скоростью 0,8 *c*. Вам показалось, что ее длина 60 м. Реальная длина ракеты равна...

1) 36 м; 2) 48 м; 3) 75 м; 4) 100 м.

6.8. Предмет движется со скоростью 0,6 *c* (*c*-скорость света в вакууме). Тогда его длина…

1) увеличится на 20%;

2) уменьшится на 10%;

3) уменьшится на 20%;

4) увеличится на 10%.

6.9. Космический корабль с двумя космонавтами на борту, один из которых находится в носовой части ракеты, другой – в хвостовой, летит со скоростью V=0,8с. Космонавт, находящийся в хвостовой части ракеты, производит вспышку света и измеряет промежуток времени t_1, за который свет проходит расстояние до зеркала, укрепленного у него над головой, и обратно к излучателю. Этот промежуток времени с точки зрения другого космонавта…

1) больше, чем t_1 в 1, 25 раза; 2) больше, чем t_1 в 1, 67 раза;

3) меньше, чем t_1 в 1, 25 раза; 4) меньше, чем t_1 в 1, 67 раза;

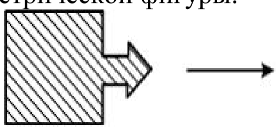
5) равна t_1.

6.10. На борту космического корабля нанесена эмблема в виде геометрической фигуры.

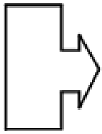
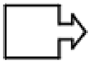
Из-за релятивистского сокращения длины эта фигура изменяет свою форму. Если корабль движется в направлении, указанном на рисунке стрелкой, со скоростью, сравнимой со скоростью света, то в неподвижной системе отсчета эмблема примет форму, указанную на рисунке…

1)  2)  3)  4) 

6.11. На борту космического корабля нанесена эмблема в виде геометрической фигуры.



Из-за релятивистского сокращения длины эта фигура изменяет свою форму. Если корабль движется в направлении, указанном на рисунке стрелкой, со скоростью, сравнимой со скоростью света, то в неподвижной системе отсчета эмблема примет форму, указанную на рисунке…

1)  2)  3) 

6.12. Скорость частицы $\upsilon = \frac{\sqrt{3}}{2} c \approx 0{,}87\, c$ (c – скорость света.) Отношение полной энергии частицы к ее энергии покоя равно…

1) 1; 2) $\sqrt{3}$; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) 2.

6.13. Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость V=0,4 c (c – скорость света в вакууме). В момент вылета из ускорителя ядро выбросила в направлении своего движения β-частицу, скорость которой $\upsilon = 0{,}75\, c$ относительно ускорителя. Скорость β-частицы относительно ядра равна…

1) 0,27 c; 2) 0,5 c; 3) 0,88 c; 4) 1,64 c.

6.14. Тело начало двигаться со скоростью, при которой его масса возросла на 30%. При этом длина тела в направлении движения …

1) уменьшилась на 30%; 2) увеличилась на 30%;
3) уменьшилась в 1,3 раза; 4) увеличилась в 1,3 раза.

6.15. Релятивистское сокращение длины ракеты составляет 20%. При этом скорость ракеты равна …

1) 0,2 c; 2) 0,4 c; 3) 0,6 c; 4) 0,8 c.

6.16. π^0–мезон, двигающийся со скоростью 0,8 c (c – скорость света в вакууме) в лабораторной системе отсчета, распадается на два фотона: γ_1 и γ_2. В системе отсчета мезона фотон γ_1 был испущен вперед, а фотон γ_2 – назад относительно направления полета мезона. Скорость фотона γ_2 в лабораторной системе отсчета равна

1) – 1,0 c; 2) – 0,2 c; 3) + 1 c; 4) + 1,8 c.

6.17. π^0-мезон, двигавшийся со скоростью 0,8 c в лабораторной системе отсчета, распадается на два фотона: γ_1 и γ_2. В системе отсчета мезона фотон γ_1 был испущен вперед, а фотон γ_2 – назад относительно направления полета мезона. Скорость фотона γ_1 в лабораторной системе отсчета равна …

1) – 1,0 *с;* 2) – 0,2 *с;* 3) + 1 *с;* 4) + 1,8 *с*.

6.18. Измеряемая длина движущегося метрового стержня с точностью до 0,5 мкм. Если стержень движется перпендикулярно своей длине, то ее изменение можно заметить при скорости …

1) $3 \cdot 10^3$ (м/с); 2) $3 \cdot 10^5$ (м/с); 3) $3 \cdot 10^7$ (м/с);

4) ни при какой.

6.19. Установите соответствие между физическим явлениями и теоретическими положениями, объясняющими эти явления.

А. Сумма масс протона и электрона больше массы атома водорода: $m_p + m_e > M_{am}({}^1_1H)$.

В. Два одинаковых стержня движутся навстречу друг другу. Для наблюдателя в системе отсчета, в которой стержни движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями, совпадение правых и левых концов стержней происходит одновременно. Для наблюдателя в системе отсчета стержня *AB*, в которой стержень A_1B_1 движетсяя в направлении от А к В, сначала совпадут левые концы стержней (А и A_1), а затем правые (В и B_1). В системе отсчета стержня A_1B_1, в которой стержень АВ движетсяя в направлении от B_1 к A_1, сначала совпадут правые концы стержней (В и B_1), а затем левые (А и A_1).

С. Длина движущегося тела сокращается в направлении движения в соответствии с формулой $l = l_0\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$.

D. Если событие В является следствием события А, то наступление события А предшествует наступлению события В во всех инерциальных системах отсчета: $t_A < t_B$.

1) инвариантность интервала между событиями
2) принцип относительности
3) относительность одновременности
4) формула Эйнштейна связи массы и энергии: $E = mc^2$
5) преобразования Лоренца

А ___ В___ С___ D ___

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ (СТАТИСТИЧЕСКАЯ) ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

7. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАКСВЕЛЛА И БОЛЬЦМАНА

Краткие теоретические сведения

1. Распределение Максвелла для проекций скорости показывает, какое относительное число хаотически движущихся молекул идеального газа имеет x-проекцию скорости в пределах от υ_x до υ_x+dυ_x:

$$\frac{dN(\upsilon_x)}{N} = \rho(\upsilon_x)d\upsilon_x = \sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}} e^{-\frac{m_0\upsilon_x^2}{2kT}} \upsilon_x^2 d\upsilon_x$$

где N – общее число молекул, m_0 – масса одной молекулы, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, $\rho(\upsilon_x)$ – функция распределения (или плотность вероятности распределения) молекул по проекциям скорости. График функции $\rho(\upsilon_x)$ приведен на рис. 7.1.

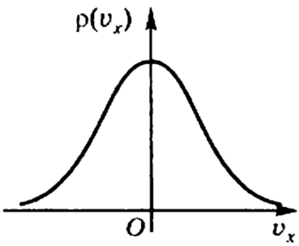


Рис.7.1.

2. Распределение Максвелла для модулей скорости показывает, какое относительное число хаотически движущихся молекул идеального газа имеет модуль скорости в пределах от υ до υ+dυ:

$$\frac{dN(\upsilon)}{N} = f(\upsilon)d\upsilon = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}} \upsilon^2 d\upsilon$$

где функция $f(\upsilon)$ называется функцией распределения (или плотностью вероятности распределения) молекул по модулю скорости. График этой функции приведен на рис. 7.2.

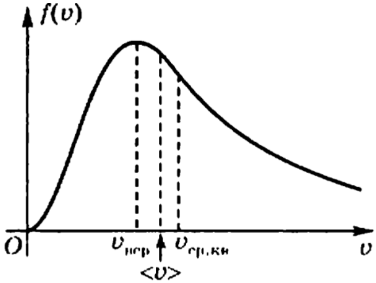


Рис.7.2.

Площадь под кривой $f(\upsilon)$ равна единице, так как

$$\int_0^\infty f(\upsilon)d\upsilon = \frac{1}{N}\int_0^\infty dN(\upsilon) = \frac{N}{N} = 1.$$

Поэтому при изменении температуры газа график $f(\upsilon)$ видоизменяется таким образом, чтобы площадь под ним всегда была неизменна и равна единице.

3. С функцией распределения $f(\upsilon)$ связаны три значения скорости.

Наиболее вероятная скорость соответствует максимуму функции $f(\upsilon)$: $\upsilon_{вер} = \sqrt{\dfrac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\dfrac{2RT}{\mu}}$.

Средняя скорость: $\langle\upsilon\rangle = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu}}$.

Среднеквадратичная скорость: $\upsilon_{кв} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{\mu}}$.

Здесь m_0 – масса одной молекулы, μ – молярная масса газа, R – универсальная газовая постоянная.

4. В некоторых задачах удобно использовать распределение Максвелла не по модулю скорости, а по модулю относительной скорости <u>u</u>=$\upsilon / \upsilon_{вер}$:

$$\frac{dN}{N} = \varphi(u)du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} u^2 du;$$

по модулю импульса $p = m\upsilon$:

$$\frac{dN(p)}{N} = \phi(p)dp = 4\pi\left(\frac{1}{2\pi m_0 kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{p^2}{2m_0 kT}} p^2 dp$$

или по энергиям $\varepsilon = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$:

$$\frac{dN(\varepsilon)}{N} = \phi(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \sqrt{\varepsilon}d\varepsilon .$$

5. Распределение Больцмана показывает, как зависит концентрация молекул идеального газа *n*, находящегося в потенциальном силовом поле, от значения потенциальной энергии *U*:

$$n = n_0 e^{-\frac{U}{kT}}$$

где n_0 – концентрация частиц с нулевой потенциальной энергией (*U*=0).

В частности, в однородном поле силы тяжести $U = mgh$:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}} .$$

где *h* – высота. График функции *n*(*h*) приведен на рисунке 7.3.

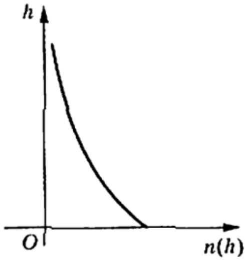


Рис.7.3.

Распределение Больцмана в данном случае отражает конкуренцию двух физических механизмов. С одной стороны, поле силы тяжести старается «прижать» все молекулы к поверхности Земли. С другой стороны, хаотическое тепловое движение стремится распределить эти молекулы равномерно по высоте.

Барометрическая формула:

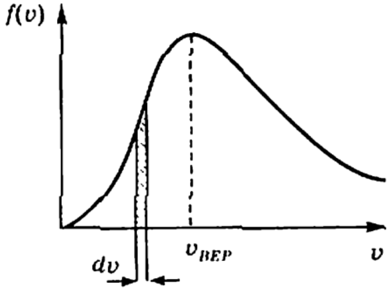
$$p = p_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}$$

показывает, как меняется с высотой давление газа $p = nkT$ при постоянной температуре *T*.

Примеры тестовых заданий

Задание 7-1. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла),

где $f(\upsilon) = \frac{1}{N}\frac{dN(\upsilon)}{d\upsilon}$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от υ до υ+dυ. в расчете на единицу этого интервала.



Выберете верные утверждения **(не менее двух)**:

1] площадь заштрихованной полоски равна доле молекул со скоростями в интервале от υ до υ+dυ;

2] с ростом температуры максимум кривой смещается вправо;

3] с ростом температуры площадь под кривой растет.

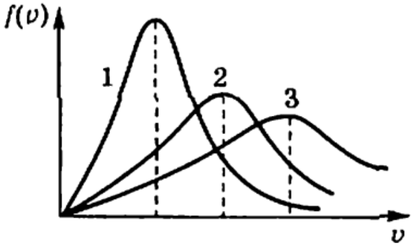
Решение. Площадь под кривой $f(\upsilon)$ всегда равна единице. Поэтому третий вариант ответа неверен. Максимум функции $f(\upsilon)$ соответствует наиболее вероятной скорости, значение которой пропорционально квадратному корню из температуры: $\upsilon_{вер} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$. Поэтому второй вариант ответа верен:

максимум функции $f(\upsilon)$ действительно смещается вправо при увеличении температуры.

Первый вариант ответа также верен, причем не только для малых интервалов $d\upsilon$. Но если ширина полоски мала, то ее площадь равна произведению $f(\upsilon)$ на $d\upsilon$, а это по определению и есть относительное число молекул, имеющих модуль скорости в интервале от υ до $\upsilon + d\upsilon$.

Правильные ответы: 1] и 2].

Задание 7-2. На рисунке представлен графики функций распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла) для различных газов H_2,He, N_2 при данной температуре.



Какому газу какой график соответствует?

1) H_2 – 1, He – 2, N_2 – 3
2) H_2 – 2, He – 1, N_2 – 3
3) H_2 – 3, He – 2, N_2 – 1
4) H_2 – 3, He – 1, N_2 – 2
5) H_2 – 1, He – 3, N_2 – 2
6) H_2 – 2, He – 3, N_2 – 2

Решение. Выражение для функции распределения Максвелла $f(\upsilon)$ имеет вид: $f(\upsilon) = \dfrac{1}{N}\dfrac{dN(\upsilon)}{d\upsilon} = 4\pi\left(\dfrac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}}\upsilon^2$

Скорость $\upsilon_{вер}$, отвечающая максимальному значению функции распределения, называется наиболее вероятной: $\upsilon_{вер} = \sqrt{\dfrac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\dfrac{2RT}{\mu}}$. Следовательно, наиболее вероятная скорость для различных газов (H_2, He, N_2) обратно пропорциональна квадратному корню из молярной массы:

$$\upsilon_{вер}(N_2)=\upsilon_{вер}(He)=\upsilon_{вер}(H_2)=\frac{1}{\sqrt{\mu_{N_2}}}:\frac{1}{\sqrt{\mu_{\mathrm{He}}}}:\frac{1}{\sqrt{\mu_{H_2}}}\approx$$

$$\approx 0{,}27:0{,}5:0{,}7$$

Правильный ответ: 3) H_2 – 3, He – 2, N_2 – 1.

Задание 7-3. На какой высоте над уровнем моря давление воздуха уменьшается в 2,718 раза? Температуру считать постоянной и равной 300 К. Молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль, универсальная газовая постоянная R=8,31 Дж/моль К.

1) 100 м; 2) 800 м; 3) 8300 м; 4) 18000 м.

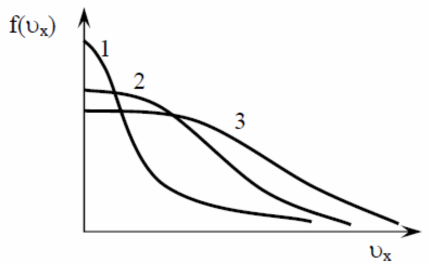
Решение. Барометрическая формула: $p = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{æT}}$. Прологарифмируем ее: $\ln\frac{p_0}{p}=\frac{\mu g h}{RT}$.

Значение 2,718 является основанием натуральных логарифмов (число *e*), поэтому в левой части имеем единицу. Тогда $h=\frac{RT}{\mu g}=8300\text{м}$.

Правильный ответ: 3) 8300 м

Задания для самостоятельной работы

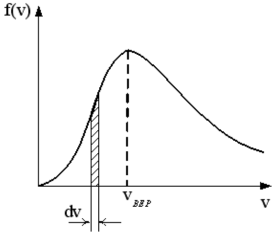
7.1. В трех одинаковых сосудах находится одинаковое количество газа, причем $T_3 > T_2 > T_1$.



Распределение проекций скоростей молекул водорода на произвольное направление X для молекул в сосуде с температурой T_3 будет описывать кривая:

1) 1; 2) 2; 3) 3.

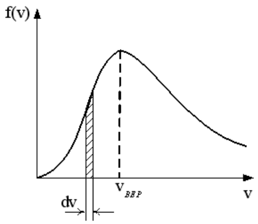
7.2. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(\mathrm{v}) = \dfrac{1}{N}\dfrac{dN(\mathrm{v})}{d\mathrm{v}}$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до v+dv в расчете на единицу этого интервала.



Для этой функции **верным утверждением** является…

1) с ростом температуры площадь под кривой растет;
2) с ростом температуры величина максимума растет;
3) с ростом температуры максимум кривой смещается вправо;

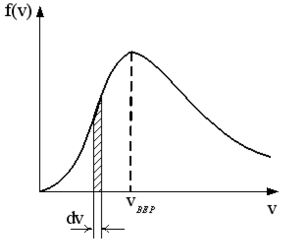
7.3. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(\mathrm{v}) = \dfrac{dN}{Nd\mathrm{v}}$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до v+dv в расчете на единицу этого интервала.



Для этой функции **верным утверждением** является**….**

1) при изменении температуры положение максимума не изменяется;
2) при изменении температуры площадь под кривой не изменяется;
3) с уменьшением температуры величина максимума уменьшается;
4) с увеличением температуры величина максимума увеличивается.

7.4. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(\text{v}) = \dfrac{dN}{Nd\text{v}}$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до v + dv в расчете на единицу этого интервала.



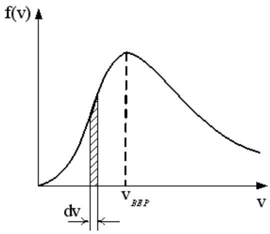
Для этой функции **верным утверждением** является**…**

1) при понижении температуры величина максимума уменьшается;

2) при понижении температуры площадь под кривой уменьшается;

3) при понижении температуры максимум кривой смещается влево.

7.5. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(\text{v}) = \dfrac{dN}{Nd\text{v}}$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до v + dv в расчете на единицу этого интервала.



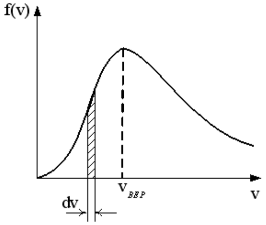
Если, не меняя температуры, взять другой газ с большей молярной массой и таким же числом молекул, то…

1) величина максимума уменьшится;

2) максимум кривой сместится влево в сторону меньших скоростей;

3) площадь под кривой увеличится.

7.6. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(\text{v}) = \dfrac{dN}{Nd\text{v}}$– доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до v+dv в расчете на единицу этого интервала.



Верным является утверждением, что…

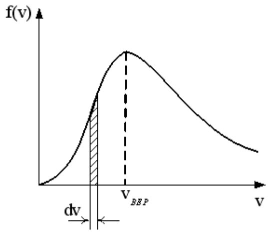
1) наиболее вероятная скорость молекул $V_{вер}$ зависит только от температуры газа;

2) при понижении температуры величина максимума уменьшается;

3) площадь под кривой растет с повышением температуры;

4) распределение Максвелла позволяет рассчитать долю молекул, скорости которых заключены в любом заданном интервале скоростей.

7.7. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(\text{v}) = \dfrac{dN}{Nd\text{v}}$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до v + dv в расчете на единицу этого интервала.



Для этой функции **неверными** являются утверждения, что…

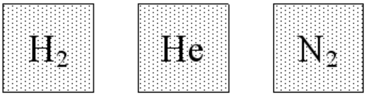
1] при понижении температуры величина максимума уменьшается;

2] при понижении температуры площадь под кривой уменьшается;

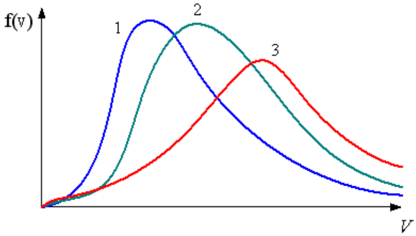
3] положение максимума кривой зависит не только от температуры, но и от природы газа;

4] с ростом температуры наиболее вероятная скорость молекул увеличивается.

7.8. В трех одинаковых сосудах при равных условиях находится одинаковое количество водорода, гелия и азота.

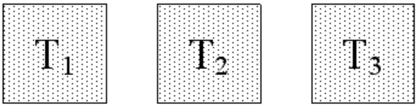


Распределение скоростей молекул гелия будет описывать кривая…

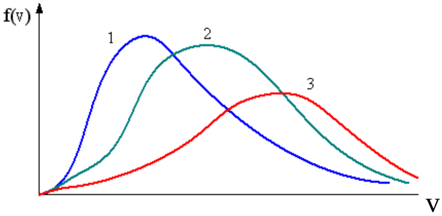


1) 1; 2) 2; 3) 3.

7.9. В трех одинаковых сосудах при равных условиях находится одинаковое количество газа, причем $T_1 > T_2 > T_3$.

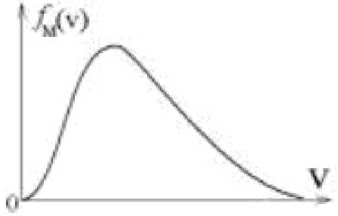


Распределение скоростей молекул в сосуде с температурой T_1 будет описывать кривая…



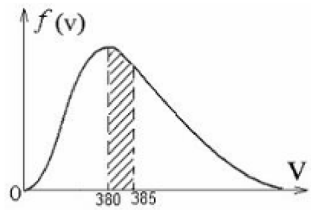
1) 1; 2) 2; 3) 3.

7.10. На рисунке представлен график распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла).



С ростом температуры Т газа площадь под этим графиком будет
1) оставаться неизменной;
2) расти пропорционально $\sqrt{T}$;
3) расти пропорционально T;
4) расти пропорционально $T^{3/2}$.

7.11. На рисунке представлен график функции распределения молекул кислорода по скоростям (распределение Максвелла) для температуры Т=273 К. При скорости 380 м/с функция достигает максимума. Здесь $f(\text{v}) = \frac{dP}{d\text{v}} = \frac{dN}{Nd\text{v}}$ – плотность вероятности.



Для этой функции **верными** являются утверждения, что…

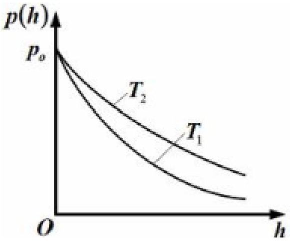
1] с ростом температуры наиболее вероятная скорость молекул увеличивается;

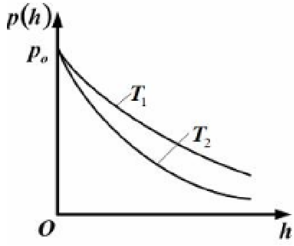
2] площадь заштрихованной полоски равна доле молекул со скоростями в интервале v_1=380 м/с до v_2=385 м/с или вероятности того, что скорость молекулы имеет значение в этом интервале скоростей;

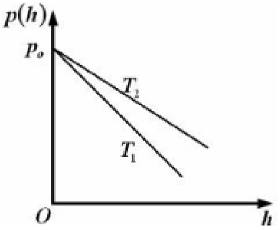
3] отлична от нуля вероятность того, что молекула кислорода при Т=273 К имеет скорость, точно равную 380 м/с;

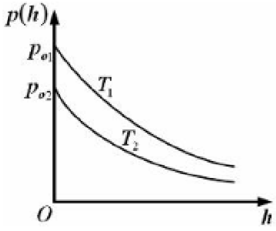
4] с понижением температуры площадь под кривой уменьшается.

7.12. Зависимость давления идеального газа во внешнем однородном поле силы тяжести от высоты для двух разных температур ($T_2 > T_1$) представлена на рисунке…

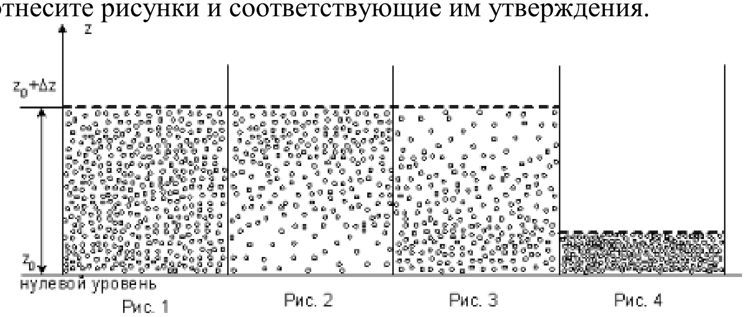
1) 

2) 

3) 

4) 

7.13. Формула Больцмана $n = n_0 e^{-\frac{W_p}{kT}}$ характеризует распределение частиц, находящихся в состоянии хаотического теплового движения, в потенциальном силовом поле, в частности распределение молекул по высоте в изотермической атмосфере. Соотнесите рисунки и соответствующие им утверждения.



А. Распределение молекул воздуха в атмосфере Земли.

В. Распределение молекул не является больцмановским

С. Распределение молекул в силовом поле при температуре $T \to 0$.

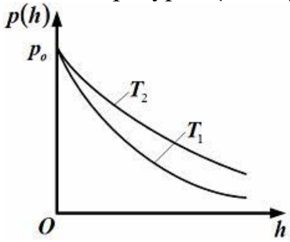
Д. Распределение молекул по кинетическим энергиям.

Е. Распределение молекул в силовом поле при очень высокой температуре, когда энергия хаотического движения значительно превосходит потенциальную энергию молекул.

1____ 2____ 3___ 4____

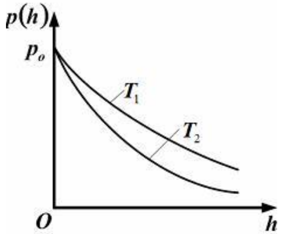
7.14. Зависимость давления от высоты для изотермической атмосферы описывается барометрической формулой $p(h) = p_0 \exp\left(-\dfrac{m_0 g h}{kT}\right)$. Для этой зависимости справедливы следующие утверждения …

1] зависимость давления $p(h)$ одного и того же газа при двух разных температурах ($T_2 > T_1$) представлена на рисунке:



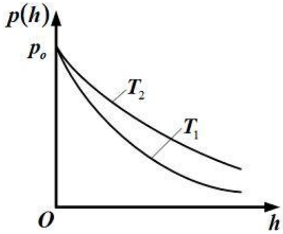
2] зависимость $p(h)$ определяется не только температурой газа, но и массой его молекул;

3] зависимость давления $p(h)$ одного и того же газа при двух разных температурах ($T_2 > T_1$) представлена на рисунке:



4] с понижением температуры давление газа на высоте h стремится к давлению на высоте h=0.

7.15. Зависимости давления p идеального газа во внешнем однородном поле силы тяжести от высоты h для двух разных температур представлены на рисунке.



Для графиков этих функций **неверными** являются утверждения, что …

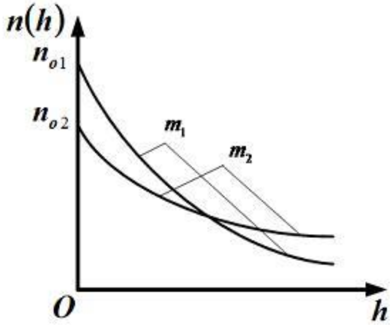
1] температура T_1 выше температуры T_2;

2] давление газа на высоте h равно давлению на «нулевом уровне» (h=0), если температура газа стремится к абсолютному нулю;

3] температура T_1 ниже температуры T_2;

4] зависимость давления идеального газа от высоты определяется не только температурой газа, но и массой молекул.

7.16. На рисунке представлены графики функций распределения молекул идеального газа n во внешнем однородном поле силы тяжести от высоты h для двух разных газов, где m_1, m_2 – массы молекул газа (распределение Больцмана).



Для этих функций **верными** являются утверждения, что …

1] масса m_1 больше массы m_2;

2] концентрация молекул газа с меньшей массой на «нулевом уровне» (h=0) меньше;

3] масса m_1 меньше массы m_2;

4] концентрация молекул газа с меньшей массой на «нулевом уровне» (h=0) больше.

8. СРЕДНЯЯ ЭНЕРГИЯ МОЛЕКУЛ

Краткие теоретические сведения

1. Средняя энергия одной молекулы

$$\overline{\varepsilon} = \frac{i}{2}kT,$$

где i – эффективное число степеней свободы: $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} + 2i_{\text{кол}}$,

2. Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT = \frac{i}{2}pV = \frac{pV}{\gamma - 1},$$

где $\gamma = \dfrac{i+2}{2}$ – показатель адиабаты.

3. Основное уравнение кинетической теории газов:

$$p = \frac{2}{3}n\frac{m_0\overline{\upsilon^2}}{2} = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon}_{\text{поступ}}.$$

4. Теплоёмкость – это величина, равная количеству теплоты, которое нужно сообщить телу, чтобы повысить его температуру на один градус:

$$C = \frac{dQ}{dT}.$$

Теплоёмкость С тела зависит от свойства тела, количества вещества в нём, совершаемого процесса.

Молярная теплоёмкость С – теплоёмкость одного моля:

$$C_M = \frac{C}{\nu} = \frac{\mu}{m}\frac{dQ}{dT}.$$

Удельная теплоёмкость с – теплоёмкость единицы массы:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{1}{m}\frac{dQ}{dT}.$$

5. Молярная теплоёмкость при постоянном объёме:

$$C_V = \frac{i}{2}R.$$

Молярная теплоёмкость при постоянном давлении:

$$C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

Уравнение, связывающее молярные теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме (уравнение Майера):

$$C_p - C_V = R$$

6. Показатель адиабаты: $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = \frac{i+2}{i}$.

Величина γ определяется числом и характером степеней свободы молекулы.

Молекула	Характер связи между атомами	Число степеней свободы $i_{пост}$	$i_{вращат}$	i	C_V	C_p	γ
Одно-атомная	–	3	-	3	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{5}{3}$
Двух-атомная	жесткая	3	2	5	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	$\frac{7}{5}$
Трех-атомная	жесткая	3	3	6	3R	4R	$\frac{4}{3}$

Примеры тестовых заданий

Задание 8-1. При увеличении давления в 3 раза и уменьшении объема в 2 раза внутренняя энергия идеального газа…

1) уменьшится в 6 раз;
2) уменьшится в 1,5 раза;
3) увеличится в 1,5 раза;
4) увеличится в 6 раз.

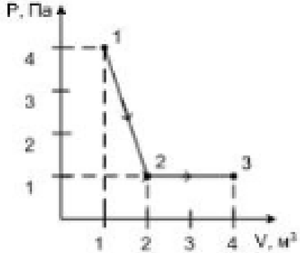
Решение. Запишем выражения для внутренней энергии во первом и втором состояниях: $U_1 = \frac{i}{2} p_1 V_1$; $U_2 = \frac{i}{2} p_2 V_2$.

Учитывая, что $p_2 = 3p_1$, $V_2 = \dfrac{V_1}{2}$, получаем:

$\dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \dfrac{3 p_1 V_1}{2 p_1 V_1} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$. Следовательно, $U_2 = 1{,}5 U_1$

Правильный ответ: 3) увеличится в 1,5 раза.

Задание 8-2. Внутренняя энергия молекулярного азота (газ считать идеальным) в результате процесса 1-2-3, изображенного на рисунке, меняется на ___ Дж



1) 4 2) 9/2 3) 6 4) 0

Решение. Изменение внутренней энергии как функции состояния не зависит от вида процесса, а определяется значением параметров газа в начальном и конечном состоянии. Следовательно, $\Delta U_{123} = \Delta U_{13} = \dfrac{i}{2}\dfrac{m}{\mu} R(T_3 - T_1)$. Из диаграммы процесса видно, что $p_1 V_1 = p_3 V_3$; значит $T_3 = T_1$ (точки 1 и 3 лежат на одной изотерме). Изменение внутренней энергии равно $\Delta U_{13} = 0$.

Правильный ответ: 4) 0.

Задание 8-3. Уравнение кинетической теории для давления имеет вид $p = \dfrac{2}{3} n < E >$, где n – концентрация молекул. Для газа водорода H_2 <E> равно …

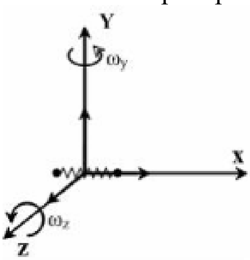
1) $\dfrac{1}{2}kT$ 2) $\dfrac{3}{2}kT$ 3) $\dfrac{5}{2}kT$ 4) $\dfrac{6}{2}kT$

Решение. Хотя водород двухатомный газ и общее число степеней свободы i=5, в давление газа вращательные степени свободы вклад не вносят. Правильный ответ: 2) $\frac{3}{2}kT$.

Задание 8-4. Молярная теплоемкость идеального газа при постоянном давлении равна $C_p = \frac{9}{2}R$, где R=8,31 Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная. Число вращательных степеней свободы молекулы равно…

1) 1 2) 2 3) 3 4) 9

Решение. Молярная теплоемкость при изобарном процессе определяется по формуле: $C_p = \frac{i+2}{2}R$. Сравним это выражение с данным по условию: $C_p = \frac{9}{2}R$. Отсюда: $i + 2 = 9 \Rightarrow i$ =7. Сумма числа степеней свободы i =7 может быть представлена как: $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} + 2i_{\text{кол}}$, где $n_{\text{пост}}$. – число степеней свободы поступательного движения: $n_{\text{пост}}$=3; $n_{\text{вр}}$ – число степеней свободы вращательного движения, которое может быть 0, 2, 3; $n_{\text{кол}}$ – число степеней свободы колебательного движений, минимальное количество которых равно 1 (см. рис.) .

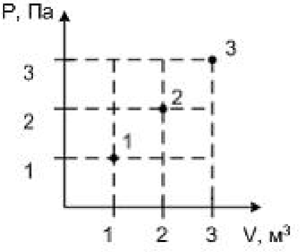


Следовательно, 7=3+$n_{\text{вр}}$+2 и $n_{\text{вр}}$=2.

Правильный ответ: 2).

Задания для самостоятельной работы

8.1. Идеальный газ имеет минимальную внутреннюю энергию в состоянии …



1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 1,2,3.

8.2. Состояние идеального газа определяется значениями параметров: T_0, p_0, V_0, V_0, где T – термодинамическая температура, p – давление, V– объем газа. Определенное количество газа перевели из состояния (p_0, V_0) в состояние ($2p_0$, $V_0/2$). При этом его внутренняя энергия…

1) увеличилась в 2 раза;
2) не изменилась;
3) уменьшилась в 2 раза.

8.3. Состояние идеального газа определяется значениями параметров: T_0, p_0, V_0, где T – термодинамическая температура, p – давление, V– объем газа. Определенное количество газа перевели из состояния ($3p_0$, V_0) в состояние (p_0, $2V_0$). При этом его внутренняя энергия…

1) увеличилась в 1,5 раза;
2) увеличилась в 3 раза;
3) увеличилась в 6 раз
4) уменьшилась в 3 раза.

8.4. Кинетическая энергия (в *Дж*) всех молекул в 2 *г* неона при температуре 300 *К* равна …

1) 249; 2) 374; 3) 748; 4) 831.

8.5. Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа при температуре T равна $\varepsilon = \frac{i}{2}kT$. Здесь $i = i_{пост} + i_{вр} + 2i_{кол}$, где $n_{пост}$. $n_{ер}$ и $n_{к}$ – число степеней свободы поступательного, вращательного и колебательного движений молекулы. При условии, что имеют место только поступательное, и вращательное движение, для водяного пара (H_2O) число i равно

1) 3; 2) 5; 3) 6; 4) 8.

8.6. Если для многоатомных молекул при температуре 10^2 К вклад энергии колебания ядер в теплоемкость газа пренебрежимо мал, то из предложенных ниже идеальных газов (водород, азот, гелий, водяной пар) изохорную теплоемкость C_V=3R (R–универсальная газовая постоянная) имеет один моль…

1) азота; 2) водорода; 3) гелия; 4) водяного пара.

8.7. Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа при температуре T равна $\varepsilon = \frac{i}{2}kT$. Здесь $i = i_{пост} + i_{вр} + 2i_{кол}$,где $n_{пост}$, $n_{вр}$ и $n_{к}$–число степеней свободы поступательного, вращательного и колебательного движений молекулы. Для **атомарного** водорода (H) число i равно…

1) 1; 2) 3; 3) 5; 4) 7.

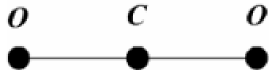
8.8. Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа при температуре T равна $\varepsilon = \frac{i}{2}kT$. Здесь i= $n_{п}$+$n_{вр}$+2$n_{к}$,где $n_{п}$, $n_{вр}$ и $n_{к}$–число степеней свободы поступательного, вращательного и колебательного движений молекулы. При условии, что имеют место только поступательное и вращательное движение, для водорода (H_2) число i равно…

1) 2; 2) 5; 3) ; 4) 87.

8.9. Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа при температуре T равна $\varepsilon = \frac{i}{2}kT$. Здесь $i = i_{п} + i_{вр} + 2i_{кол}$, где $n_{п}$. $n_{ер}$ и $n_{к}$ – число степеней свободы поступательного, вращательного и колебательного движений молекулы. При условии, что имеют место только поступательное, и вращательное движение, для водяного пара (H_2O) число i равно

1) 3; 2) 5; 3) 6; 4) 8.

8.10. Если не учитывать колебательные движения в линейной молекуле углекислого газа CO_2 (см. рис.),



то отношение кинетической энергии вращательного движения к полной кинетической энергии молекулы равно…

1) $\frac{2}{5}$ 2) $\frac{3}{5}$ 3) $\frac{3}{6}$ 4) $\frac{2}{13}$

8.11. Средняя кинетическая энергия молекул газа при температуре Т зависит от их структуры, что связано с возможностью различных видов движения атомов в молекуле. Средняя кинетическая энергия молекул гелия (He) равна …

1) $\frac{1}{2}kT$; 2) $\frac{3}{2}kT$; 3) $\frac{5}{2}kT$; 4) $\frac{7}{2}kT$.

8.12. На каждую степень свободы движения молекулы приходится одинаковая энергия $\frac{1}{2}kT$ (k-постоянная Больцмана, T – температура по шкале Кельвина. Средняя кинетическая энергия **атомарного** водорода равна…

1) kT; 2) $3kT$; 3) $\frac{5}{2}kT$; 4) $\frac{3}{2}kT$; 5) $\frac{1}{2}kT$.

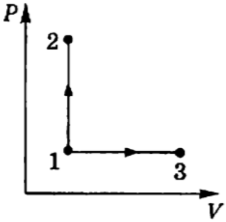
8.13. На каждую степень свободы движения молекулы приходится одинаковая энергия, равная $\frac{1}{2}kT$ (k – постоянная Больцмана, T -температура по шкале Кельвина). При условии, что имеют место только поступательное и вращательное движения, средняя кинетическая энергия молекулы водорода (H_2) равна ...

1) $\frac{1}{2}kT$; 2) $\frac{3}{2}kT$; 3) $\frac{5}{2}kT$; 4) $\frac{7}{2}kT$.

8.14. Средняя кинетическая энергия молекул газа при температуре T зависит от их конфигурации и структуры, что связано с возможностью различных видов движения атомов в молекуле и самой молекулы. При условии, что имеют место поступательное, вращательное движение молекулы как целого и колебательное движение атомов в молекуле, средняя кинетическая энергия молекулы кислорода O_2 равна…

1) $\frac{1}{2}kT$; 2) $\frac{3}{2}kT$; 3) $\frac{5}{2}kT$; 4) $\frac{7}{2}kT$.

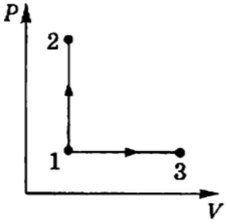
8.15. Молярные теплоемкости гелия (He) в процессах 1–2 и 1–3 равны C_1 и C_2 соответственно.



Тогда их отношение C_1/C_2 равно…

1) 3/5; 2) 5/3; 3) 5/7; 4) 7/5.

8.16. Молярные теплоемкости азота в процессах 1–2 и 1–3 равны C_1 и C_2 соответственно.



Тогда их отношение C_1/C_2 равно…

1) 3/5; 2) 5/3; 3) 5/7; 4) 7/5.

8.17. При комнатной температуре отношение C_p / C_V молярных теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме равно $5/3$ для…

1) воздуха 2) кислорода 3) гелия 4) водяного пара

8.18. Из предложенных ниже идеальных газов выберите те, для которых отношение молярных теплоемкостей C_p / C_V равно $7/5$ (колебаниями атомов внутри молекул пренебречь).

1] воздух 2] кислород 3] гелий 4] водяной пар

8.19. Молярная теплоемкость идеального газа при постоянном давлении равна $C_з = \frac{7}{2} R$, где R=8,31 Дж/(моль·К)– универсальная газовая постоянная. Число вращательных степеней свободы молекулы равно …

1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3.

8.20. Если для много атомных молекул при температуре 10^2 К вклад энергии колебания ядер в теплоемкость газа пренебрежимо мал, то из предложенных ниже идеальных газов (водород, азот, гелий, водяной пар) изохорную теплоемкость C_V=3R (R– универсальная газовая постоянная) имеет один моль…

1) азота; 2) водорода 3) гелия 4) водяного пара

9. ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ. ЭНТРОПИЯ. ЦИКЛЫ

Краткие теоретические сведения

1. Второе начало термодинамики имеет несколько эквивалентных формулировок:

а) тепло не может самопроизвольно перетекать от холодного тела к горячему;

б) нельзя реализовать циклическую тепловую машину, работающую только за счёт охлаждения теплового резервуара (т.е. без холодильника). Такая машина называется вечным двигателем второго рода;

в) нельзя достичь температуры абсолютного нуля (теорема Нернста);

г) энтропия замкнутой системы либо возрастает, либо остаётся постоянной: $\Delta S \geq 0$.

2. Определение энтропии (по Клаузиусу): энтропия S является функцией состояния термодинамической системы, изменение которой при переходе системы из одного состояние в другое равно приведенному количеству теплоты, полученному (или отданному) системой:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} .$$

Определение энтропии (по Больцману):

$$S = k \ln W ,$$

где k – постоянная Больцмана, W – термодинамическая вероятность ее состояния.

3. Циклическая тепловая машина (тепловой двигатель) совершает механическую работу A за счёт тепловой энергии

$$A = Q_{\text{Н}} - Q_{\text{Х}}$$

где $Q_{\text{н}}$– тепло полученное от нагревателя, $Q_{\text{х}}$– тепло, передаваемое холодильнику.

Коэффициент полезного действия теплового двигателя

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{Н}}} = \frac{Q_{\text{Н}} - Q_{\text{Х}}}{Q_{\text{Н}}} = 1 - \frac{Q_{\text{Х}}}{Q_{\text{Н}}}$$

На диаграмме (p, V) один цикл работы тепловой машины изображается замкнутой фигурой. При этом площадь фигуры равна работе A, а площадь под фигурой — теплу, отданному холодильнику Q_X (рис.9.1.)

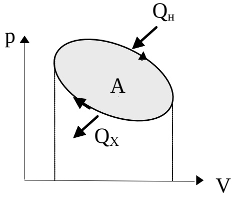
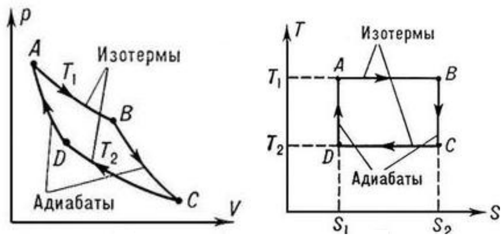


Рис.9.1.

4. Обратимый цикл Карно состоит из двух изотермических процессов, происходящих при температурах $T_н$ и $T_х$ соответственно, и двух адиабатических процессов, во время которых происходит нагревание или охлаждение рабочего тела в пределах от $T_н$ до $T_х$. На рис. 9.2. а изображен цикл Карно в координатах (p,V), на рис. 9.2 б – (T,S)



а б

Рис.9.2.

Адиабатным называется процесс, процесс, происходящий без теплового обмена с внешней средой: Q=0. Для него изменение энтропии $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = 0$, поэтому адиабатный процесс называют также изэнтропийным.

Цикл Карно имеет максимально возможный коэффициент полезного действия, который может быть достигнут при тех же температурах нагревателя и холодильника:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура холодильника.

Обратимый цикл Карно является идеализацией. В начале и конце этого цикла энтропия одна и та же, т. е. изменения энтропии за цикл Карно не происходит. Реальные циклические машины имеют меньший коэффициент полезного действия за счет необратимости термодинамических процессов. Энтропия реальной тепловой машины за цикл увеличивается.

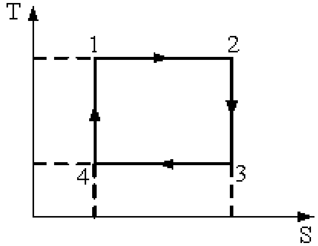
5. Холодильные установки — это те же циклические машины, но работающие в обратной последовательности процессов.

Холодильный коэффициент: $\eta' = \frac{Q_X}{A} = \frac{Q_X}{Q_H - Q_X}$, где Q_H – количество теплоты, переданное нагревателю, Q_X – количество теплоты, забранное у холодильника.

КПД холодильной установки: $\eta_{хол} = \frac{Q_X}{Q_H} = \frac{Q_X}{Q_X + A} = \frac{\eta'}{1+\eta'}$

Примеры тестовых заданий

Задание 9-1. На рисунке изображен цикл Карно в координатах (T,S), где S – энтропия. Теплота подводится к системе на участке…



1) 1–2; 2) 2–3; 3) 3–4; 4) 4–1.

Решение. В условии задачи цикл Карно изображен в координатах (T-S):

(1 → 2) – изотермическое расширение;

(2 → 3) – изоэнтропическое (адиабатическое) расширение;

(3 → 4) – изотермическое сжатие при температуре холодильника;

(4 → 1) – изоэнтропическое (адиабатическое) сжатие.

Таким образом, изотермическое расширение происходит на этапе (1 → 2).

Правильный ответ: 1) 1 → 2.

Задание 9-2. КПД цикла Карно равен 40%. Если на 20% увеличить температуру нагревателя и на 20% уменьшить температуру охладителя, КПД (в %) станет равен… (60)

Решение. КПД цикла Карно в первом случае: $\eta_1 = 1 - \dfrac{T_2}{T_1} = 0{,}4$, откуда находим отношение температур холодильника и нагревателя $\dfrac{T_2}{T_1} = 0{,}6$ Для второго случая выражение примет вид: $\eta_2 = 1 - \dfrac{0{,}8T_2}{1{,}2T_1} = 1 - \dfrac{0{,}8}{1{,}2} \cdot 0{,}6 = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$.

В процентах: $\eta_2 = 60\%$.

Правильный ответ: 60.

Задание 9-3. Чтобы расплавить некоторую массу меди, требуется большее количество теплоты, чем для плавления такой же массы цинка, так как удельная теплота плавления меди в 1,5 раза больше, чем цинка (λ_{Cu}=1,8·10^5 Дж/кг, λ_{Zn}=1,2·10^5 Дж/кг). Температура плавления меди примерно в 2 раза выше температуры плавления цинка (T_{Cu}=1356*К,* T_{Zn}=693*К*). Разрушение кристаллической решетки металла при плавлении приводит к возрастанию энтропии. Если энтропия цинка увеличилась на ΔS, то изменение энтропии меди составит…

1) $\frac{4}{3}\Delta S$; 2) $\frac{3}{4}\Delta S$; 3) $\frac{3}{2}\Delta S$; 4) $2\Delta S$.

Решение. В термодинамике изменение энтропии определяется формулой $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$. Плавление кристаллов происходит при неизменной температуре, поэтому $\Delta S = \frac{Q_{\text{пл}}}{T}$.

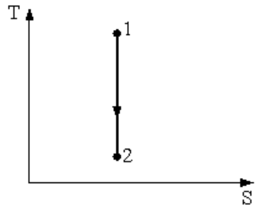
При плавлении цинка: $\Delta S_{Zn} = \frac{Q_{\text{пл}Zn}}{T} = \frac{m\lambda_{Zn}}{T_{Zn}} = \Delta S$, тогда энтропия меди при ее плавлении возрастет на $\Delta S_{Cu} = \frac{Q_{\text{пл}Cu}}{T} = \frac{m\lambda_{Cu}}{T_{Cu}}$.

Найдем отношение: $\frac{\Delta S_{Cu}}{\Delta S_{Zn}} = \frac{\lambda_{Cu} T_{Zn}}{\lambda_{Zn} T_{Cu}} = \frac{1{,}5}{2} = \frac{3}{4}$. Следовательно, $\Delta S_{Cu} = \frac{3}{4}\Delta S$.

Правильный ответ: 2) $\frac{3}{4}\Delta S$.

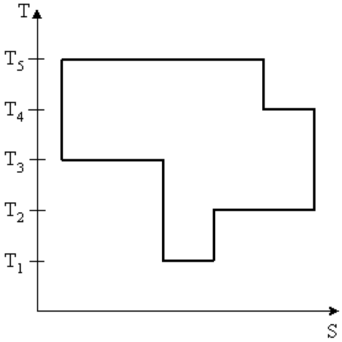
Задания для самостоятельной работы

9.1. Процесс, изображенный на рисунке в координатах (T,S), где S – энтропия, является …



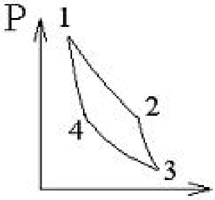
1) адиабатным расширением;
2) изотермическим сжатием;
3) изохорным охлаждением;
4) изобарным сжатием.

9.2. На рисунке представлен цикл тепловой машины в координатах T, S, где T – термодинамическая температура, S – энтропия. Укажите температуры нагревателей (теплоисточников) и холодильников (теплоприемников), которые осуществляли теплообмен с рабочим телом в этом циклическом процессе.



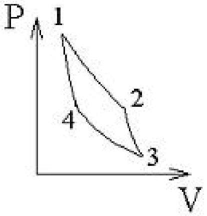
1) Нагреватели – T4,T5. Холодильники – T1,T2,T3.
2) Нагреватели – T3,T4,T5. Холодильники – T1,T2.
3) Нагреватели – T2,T4,T5. Холодильники – T1,T3.
4) Нагреватели – T3,T5. Холодильники – T1,T2,T4.

9.3. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно (две изотермы 1-2 и 3-4 и две адиабаты 2-3 и 4-1).



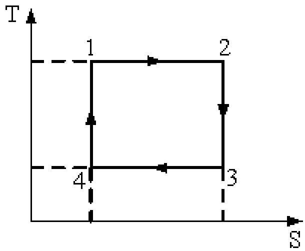
За один цикл работы тепловой машины энтропия рабочего тела …
1) увеличится;
2) уменьшится;
3) не изменится.

9.4. Тепловой двигатель, работающий по циклу Карно (см. рисунок), совершает работу, равную…



1) $A_{12}+A_{23}$; 2) $A_{12}+A_{34}$; 3) $A_{34}+A_{41}$; 4) $A_{23}+A_{41}$.

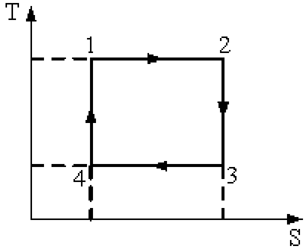
9.5. На рисунке изображен цикл Карно в координатах (T,S), где S – энтропия.



Адиабатное расширение происходит на этапе…

1) 1–2; 2) 2–3; 3) 3–4; 4) 4–1.

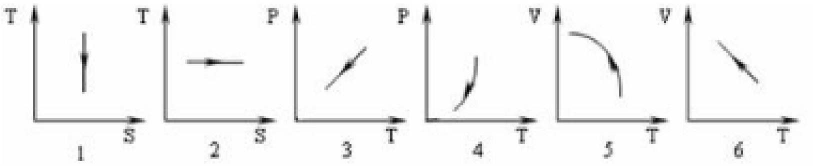
9.6. На рисунке изображен цикл Карно в координатах (T,S), где S – энтропия.



Изотермическое расширение происходит на этапе…

1) 1–2; 2) 2–3; 3) 3–4; 4) 4–1.

9.7. Адиабатному расширению газа (p – давление, V – объем, T – температура, S – энтропия) соответствуют диаграммы …



1] 1; 2] 2; 3] 3; 4] 4; 5] 5; 6] 6.

9.8. В идеальной тепловой машине, работающей по циклу Карно, абсолютная температура нагревателя в 2 раза превышает температуру холодильника. Если температура холодильника уменьшится вдвое при неизменной температуре нагревателя, то КПД машины станет равным…

1) 50%; 2) 75%; 3) 90%; 4) 100%.

9.9. Если количество теплоты, отдаваемое рабочим телом холодильнику, увеличится в два раза, то коэффициент полезного действия тепловой машины…

1) увеличится на $Q_2 / 2Q_1$;

2) уменьшится на $Q_2 / 2Q_1$;

3) увеличится на Q_2 / Q_1;

4) уменьшится на Q_2 / Q_1.

9.10. Если количество теплоты, получаемое рабочим телом холодильнику, увеличится в два раза, то коэффициент полезного действия тепловой машины…

1) увеличится на $Q_2 / 2Q_1$;

2) уменьшится на $Q_2 / 2Q_1$;

3) увеличится на Q_2 / Q_1;

4) уменьшится на Q_2 / Q_1.

9.11. Если КПД цикла Карно равен 60%, то температура нагревателя больше температуры холодильника в …раза.

1) 1,7;   2) 2;   3) 2,5;   4) 3.

9.12. При поступлении в неизолированную систему тепла в ходе необратимого процесса её энтропии…

1) $dS < \frac{\delta Q}{T}$;   2) $dS \le \frac{\delta Q}{T}$;   3) $dS = \frac{\delta Q}{T}$;   4) $dS > \frac{\delta Q}{T}$.

9.13. Энтропия изолированной термодинамической системы в ходе необратимого процесса…

1) только убывает;
2) остается постоянной;
3) только возрастает.

9.14. Энтропия неизолированной термодинамической системы при поступлении в нее тепла в ходе обратимого процесса….

1) только убывает;
2) только остается постоянной;
3) только увеличивается

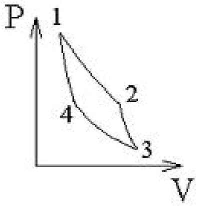
9.15. При адиабатическом сжатии идеального газа …

1) температура не изменяется, энтропия возрастает
2) температура возрастает, энтропия не изменяется
3) температура возрастает, энтропия убывает
4) температура и энтропия возрастает

9.16. Теплоемкость идеального газа при адиабатическом процессе равна *(R* - универсальная газовая постоянная) ...

1) $\frac{3}{2}R$;   2) ∞;   3) $\frac{5}{2}R$;   4) 0.

9.17. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно (две изотермы 1-2, 3-4 и две адиабаты 2-3, 4-1).



В процессе изотермического расширения 1-2 энтропия рабочего тела …

1) уменьшается;
2) возрастает;
3) не изменяется;
4) сначала возрастает, затем уменьшается.

9.18. В процессе изобарического охлаждения постоянной массы идеального газа его энтропия…

1) уменьшается; 2) не меняется; 3) увеличивается.

9.19. В процессе изохорического нагревания постоянной массы идеального газа его энтропия…

1) уменьшается; 2) не меняется; 3) увеличивается.

9.20. При изотермическом сжатии давление газа растет, при этом энтропия:

1) равна нулю; 2) уменьшается;
3) не изменяется; 4) увеличивается

9.21. Максимальное значение КПД, которое может иметь тепловой двигатель с температурой нагревателя 327°С и температурой холодильника 27°С, составляет … %

1) 8; 2) 46; 3) 50; 4) 92.

10. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ. РАБОТА ПРИ ИЗОПРОЦЕССАХ

Краткие теоретические сведения

1. Первое начало термодинамики: т*еплота, сообщенная системе в процессе изменения ее состояния, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение работы против внешних сил:*

$$Q = \Delta U + A$$

Этот закон отражает сохранение энергии в термодинамических процессах:

2. Изменение внутренней энергии полностью определяется изменением температуры:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T = \frac{m}{\mu}C_V\Delta T = \frac{m}{\mu}R\frac{\Delta T}{\gamma - 1}.$$

3. Механическая работа во время квазистатического процесса:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$$

На (p,V)-диаграмме работа численно равна площади под кривой процесса.

4. Сообщенное системе тепло связано с теплоемкостью соотношением:

$$Q = mc\Delta T = \frac{m}{\mu}C\Delta T$$

где c и C– удельная и молярная теплоемкости соответственно, зависящие от того, как протекает процесс.

5. Для анализа изопроцессов необходимо, помимо первого начала термодинамики, знать уравнение состояния. Для идеального газа таким уравнением является уравнение Клапейрона-Менделеева:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT\ .$$

6. Изохорный процесс: V=const, A=0.

Первое начало термодинамики при изохорном процессе:

$$Q = \Delta U: \quad Q = \Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T = \frac{i}{2}V\Delta p$$

7. Изобарный процесс: p = const:

Изменение внутренней энергии при изобарном процессе:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T = \frac{i}{2}p\Delta V,$$

а работа: $A = p(V_2 - V_1) = p\Delta V = \dfrac{m}{\mu}R\Delta T$.

Тогда: $Q = \Delta U + A = \dfrac{i+2}{2}\dfrac{m}{\mu}R\Delta T = \dfrac{i+2}{2}p\Delta V$

8. Изотермический процесс: T = const. Изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$.

Первое начало термодинамики для изотермического процесса: $Q = A$.

Работа, совершаемая газом при изотермическом процессе:

$$A = \frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu}RT\ln\frac{p_1}{p_2}$$

9. Адиабатный (изоэнтропический) процесс – процесс, происходящий без теплового обмена с внешней средой: $Q = 0$.

Первое начало термодинамики: $\Delta U_{12} = -A_{12}$

Уравнения Пуассона для адиабатного процесса:

$$pV^{\gamma} = \mathrm{const}; \quad TV^{\gamma-1} = \mathrm{const}; \quad \frac{T}{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \mathrm{const}.$$

Работа, совершаемая газом при адиабатическом расширении:

$$A = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}(T_1 - T_2) = \frac{m}{\mu}\frac{R}{\gamma-1}(T_1 - T_2) = \frac{i}{2}(p_1V_1 - p_2V_2)$$

Примеры тестовых заданий

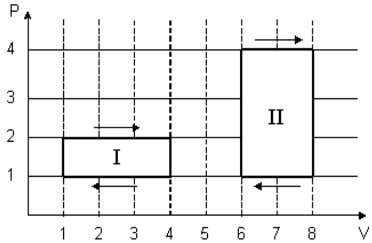
Задание 10-1. Два грамма гелия, расширяясь адиабатически, совершили работу ΔA = 249,3 Дж. В этом процессе изменение температуры составило...

1) 20 К; 2) 30 К; 3) 40 К; 4) 50 К.

Решение. В адиабатическом процессе работа равна изменению внутренней энергии со знаком минус. С другой стороны, изменение внутренней энергии всегда связано с изменением температуры: $\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T$. Отсюда $\Delta T = \frac{2\Delta U\mu}{imR} = 40\,(K)$.

Правильный: 3) 40 К.

Задание 10-2. На (P,V)-диаграмме изображены два циклических процесса.



Отношение работ A_I/A_{II}, совершенных в этих циклах, равно…

1) –1/2; 2) –2; 3) 1/2; 4)2.

Решение. Работа при циклическом процессе на диаграмме (P, V) равна площади, ограниченной отдельными процессами цикла. Этого достаточно, чтобы определить отношение работ приведенных в задании циклов: $A_I/A_{II} = 1/2$.

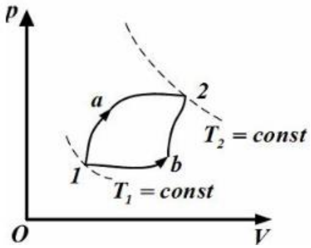
Правильным является ответ: 3) 1/2.

Задание 10-3. Одноатомному идеальному газу в результате изобарического процесса подведено количество теплоты ΔQ. На увеличение внутренней энергии расходуется часть теплоты ΔU/ΔQ, равная (в процентах) (…)

Решение. Изменение внутренней энергии при изобарном процессе: $\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T = \frac{i}{2}p\Delta V$, а подведенное количество теплоты, $\Delta Q = \frac{i+2}{2}p\Delta V$. Тогда их отношение $\frac{\Delta U}{\Delta Q} = \frac{i}{i+2}$. Для одноатомного газа i=3, поэтому $\frac{\Delta U}{\Delta Q} = \frac{3}{5} = 0{,}6$. В процентах: $\frac{\Delta U}{\Delta Q} = 60\%$. Правильный ответ: 60.

Задания для самостоятельной работы

10.1. Идеальный газ переходит из первого состояния во второе двумя способами (1*a*2 и 1*b*2), как показано на рисунке.



Теплота, полученная газом, изменение внутренней энергии и работа газа при переходе из одного состояния в другое связаны соотношениями:

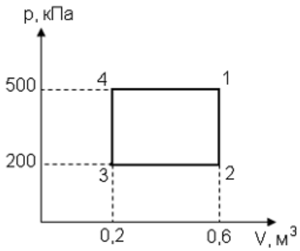
1) $Q_{1a2} = Q_{1b2}$; $\Delta U_{1a2} = \Delta U_{1b2}$; $A_{1a2} = A_{1b2}$;

2) $Q_{1a2} > Q_{1b2}$; $\Delta U_{1a2} = \Delta U_{1b2}$; $A_{1a2} > A_{1b2}$;

3) $Q_{1a2} = Q_{1b2}$; $\Delta U_{1a2} = \Delta U_{1b2}$; $A_{1a2} > A_{1b2}$;

4) $Q_{1a2} > Q_{1b2}$; $\Delta U_{1a2} > \Delta U_{1b2}$; $A_{1a2} > A_{1b2}$.

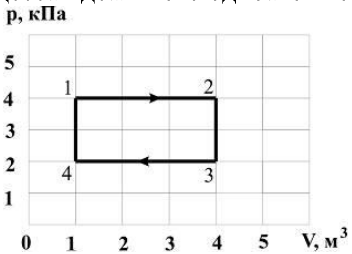
10.2. Диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа приведена на рисунке.



Отношение работы при нагревании к работе при охлаждении равно…

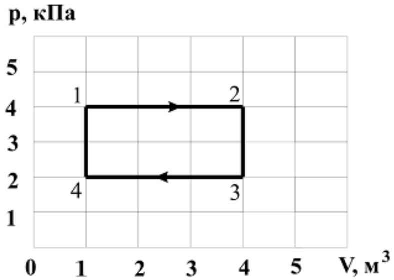
1) 1,5; 2) 2,5; 3) 3; 4) 5.

10.3. На рисунке представлена диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа:



За цикл газ получает количество теплоты (в кДж), равное (…) .

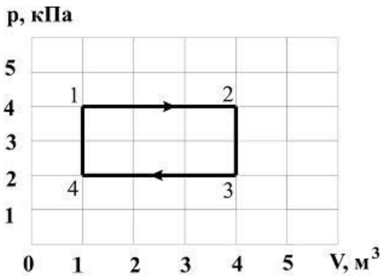
10.4. Диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа приведена на рисунке.



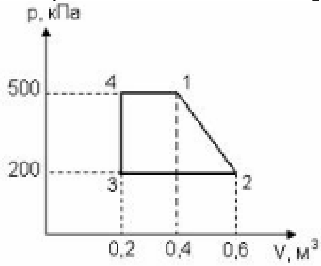
Отношение работы газа за цикл к работе при охлаждении равно…

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

10.5. Диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа представлена на рисунке. Отношение работы при нагревании к работе газа за весь цикл по модулю равно (…).

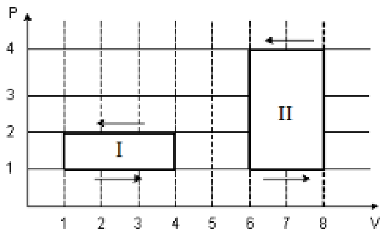


10.6. Диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа представлена на рисунке. Работа газа в килоджоулях в циклическом процессе равна…



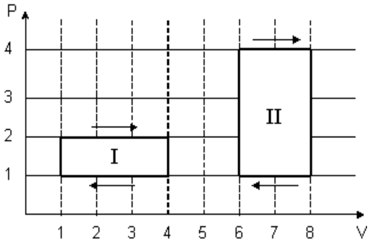
1) 60; 2) 90; 3) 180; 4) 240.

10.7. На (P,V)-диаграмме изображены два циклических процесса.



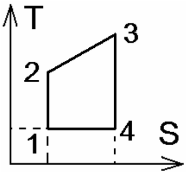
Отношение работ A_I/A_{II}, совершенных в этих циклах, равно…
1) –1/2; 2) –2; 3) 1/2; 4) 2.

10.8. На (P,V)-диаграмме изображены два циклических процесса.



Отношение работ A_{II}/A_I, совершенных в этих циклах, равно… (…).

10.9. На рисунке изображен цикл в координатах (T,S), где S – энтропия.



Укажите участки, на которых тепло подводится к рабочему телу, и участки, где тепло отдается холодильнику.

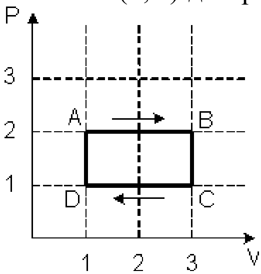
1) 12, 23 – поступает, 41 – отдается;

2) 12, 23 – поступает, 34, 41 – отдается;

3) 23 – поступает, 41 – отдается;

4) 12 – поступает, 34 – отдается.

10.10. На (P,V)-диаграмме изображен циклический процесс.



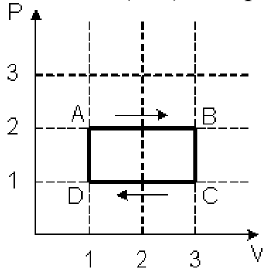
На участках DA и AB температура …

1) повышается; 2) понижается;

3) на DA – повышается, на AB – понижается;

4) на DA – понижается, на AB – повышается.

10.11. На (P,V)-диаграмме изображен циклический процесс.



На участках BC и CD температура …

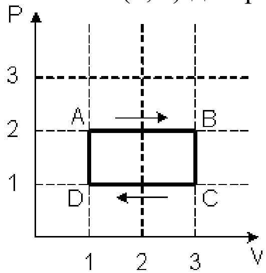
1) на BC – повышается,
на CD – понижается;

2) повышается;

3) понижается;

4) на BC – понижается, на CD – повышается.

10.12. На (P,V)-диаграмме изображен циклический процесс.



На участках AB и BC температура …

1) повышается;

2) понижается;

3) на AB – повышается, на BC – понижается;

4) на AB – понижается, на BC – повышается.

10.13. Идеальный газ расширяясь, переходит из одного состояния в другое тремя способами: 1) изобарически; 2) изотермически; 3) адиабатически. Совершаемые в этих процессах работы соотносятся между собой следующим образом:

1) $A_1 = A_2 = A_3$; 2) $A_1 < A_2 > A_3$;

3) $A_1 > A_2 > A_3$; 4) $A_1 > A_2 < A_3$.

10.14. Изменение внутренней энергии при изохорном процессе возможно…

1) при теплообмене с внешней средой;

2) без теплообмена с внешней средой;

3) в результате совершения внешними силами работы над газом;

4) в результате совершения газом работы.

10.15. Идеальный газ совершит большую работу, получив одинаковое количество теплоты, при…

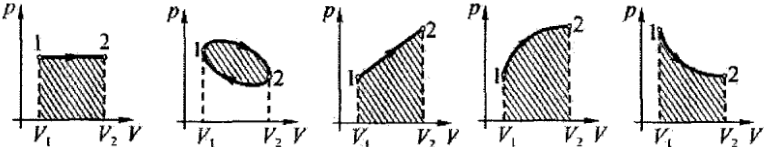
1) изохорном процессе;

2) изотермическом процессе;

3) изобарном процессе;

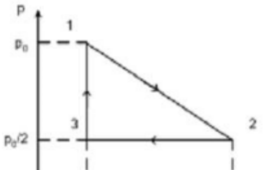
4) адиабатном процессе.

10.16. Работа, совершаемая идеальным газом при его изобарном расширении, численно равна заштрихованной площади, показанной на рисунке ...



1) 2) 3) 4) 5)

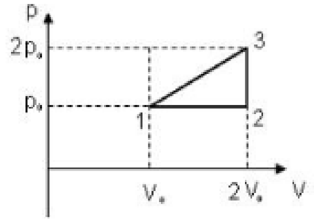
10.17. На рисунке изображен циклический процесс, происходящий с одним молем двухатомного идеального газа.



Газ совершает работу только за счет полученного извне тепла на участке…

1) 1-2; 2) 2-3; 3) 3-1; 4) 1-2, 2-3.

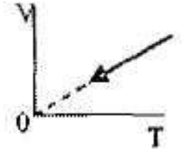
10.18. Идеальный газ переходит из состояния 1 в состояние 3 двумя способами: по пути 1-3 и 1-2-3.



Отношение работ $\frac{A_{1-3}}{A_{1-2-3}}$, совершенных газом равно…

1) 1,5; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

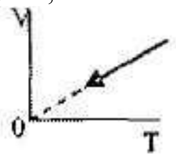
10.19. В соответствии с первым началом термодинамики для процесса в идеальном газе, график которого представлен на рисунке,



справедливо соотношение…

1) $Q>0, \Delta U>0, A>0$; 2) $Q<0, \Delta U>0, A<0$;
3) $Q<0, \Delta U<0, A<0$; 4) $Q<0, \Delta U>0, A>0$.

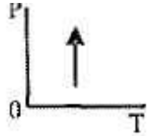
10.20. В соответствии с первым началом термодинамики для процесса в идеальном газе, график которого представлен на рисунке,



справедливо соотношение…

1) $A>0, \Delta U>0, Q=0$; 2) $A>0, \Delta U<0, Q=0$;
3) $A<0, \Delta U>0, Q=0$; 4) $A<0, \Delta U<0, Q=0$.

10.21. В соответствии с первым началом термодинамики для процесса в идеальном газе, график которого представлен на рисунке,



справедливо соотношение…

1) $Q>0$, $A>0$, $\Delta U=0$; 2) $Q>0$, $A<0$, $\Delta U=0$;

3) $Q<0$, $A<0$, $\Delta U=0$; 4) $Q<0$, $A>0$, $\Delta U=0$.

10.22. Одноатомному идеальному газу в результате изобарического процесса подведено количество теплоты ΔQ. На увеличение внутренней энергии расходуется часть теплоты $\Delta U/\Delta Q$, равная…

1) 0,25; 2) 0,4; 3) 0,6; 4) 0,75.

10.23. Одноатомному идеальному газу в результате изобарического процесса подведено количество теплоты ΔQ. На совершение работы расходуется часть теплоты $\Delta U/\Delta Q$, равная…

1) 0,25; 2) 0,4; 3) 0,6; 4) 0,75.

10.24. Какое количество тепла необходимо сообщить азоту при его изобарическом нагревании, чтобы газ совершил работу A=2,0 Дж?

1) 1 Дж; 2) 3 Дж; 3) 5 Дж; 4) 7 Дж

Ответы
к заданиям для самостоятельной работы

1. Кинематика поступательного и вращательного движения

1.1	**1.2**	**1.3**	**1.4**	**1.5**	**1.6**	**1.7**	**1.8**	**1.9**	**1.10**
3	3	1	1	2	2	5	1	4	5
1.11	**1.12**	**1.13**	**1.14**	**1.15**	**1.16**	**1.17**	**1.18**	**1.19**	**1.20**
1	1	2	4	3	4	2	4	4	4
1.21	**1.22**	**1.23**	**1.24**	**1.25**	**1.26**	**1.27**	**1.28**	**1.29**	**1.30**
2	2	1	4	2	2	4	1	3	3
1.31	**1.32**	**1.33**	**1.34**	**1.35**	**1.36**	**1.37**	**1.38**	**1.39**	**1.40**
4	2	2	2	1	1	1	1	3	10

2. Динамика поступательного движения

2.1	**2.2**	**2.3**	**2.4**	**2.5**	**2.6**	**2.7**	**2.8**	**2.9**	**2.10**
4	1	3	2	4	1	2	2	1	4
2.11	**2.12**	**2.13**	**2.14**	**2.15**	**2.16**	**2.17**	**2.18**	**2.19**	**2.20**
2	2	2	3	1	4	4	26	2	2
2.21	**2.22**	**2.23**	**2.24**	**2.25**	**2.26**	**2.27**	**2.28**	**2.29**	**2.30**
2	1	1	4	3	2	2	3	1	4
2.31	**2.32**	**2.33**	**2.34**	**2.35**	**2.36**				
3	4	0	3	2	2				

3. Динамика вращательного движения

3.1	**3.2**	**3.3**	**3.4**	**3.5**	**3.6**	**3.7**	**3.8**	**3.9**	**3.10**
4	3	2	2	4	3	3	3	1	1
3.11	**3.12**	**3.13**	**3.14**	**3.15**	**3.16**	**3.17**	**3.18**	**3.19**	**3.20**
1	5	2	1	2	3	1	3	3	1
3.21	**3.22**	**3.23**	**3.24**	**3.25**	**3.26**	**3.27**	**3.28**	**3.29**	**3.30**
2	1	1	2	2	3	4	1	3	4

4. Работа. Энергия

4.1	**4.2**	**4.3**	**4.4**	**4.5**	**4.6**	**4.7**	**4.8**	**4.9**	**4.10**
4	4	2	1	2	5	3	4	3	6
4.11	**4.12**	**4.13**	**4.14**	**4.15**	**4.16**	**4.17**	**4.18**	**4.19**	**4.20**
54	0	1	14	2	4	4	1	2	3
4.21	**4.22**	**4.23**	**4.24**	**4.25**	**4.26**	**4.27**			
4	4	4	3	3	25	1			

5. Законы сохранения в механике

5.1	**5.2**	**5.3**	**5.4**	**5.5**	**5.6**	**5.7**	**5.8**	**5.9**	**5.10**
3	4	33,3	3	3	2	4	4	1	1
5.11	**5.12**	**5.13**	**5.14**	**5.15**	**5.16**	**5.17**	**5.18**	**5.19**	**5.20**
2	1	3	2	2	1	5	4	1	4
5.21	**5.22**	**5.23**	**5.24**	**5.25**	**5.26**	**5.27**	**5.28**	**5.29**	**5.30**
1	2	3	1	4	4	1	1	1	3

6. Элементы специальной теории относительности

6.1	**6.2**	**6.3**	**6.4**	**6.5**	**6.6**	**6.7**	**6.8**	**6.9**	**6.10**
4	3	1	2	1	4	4	3	5	1
6.11	**6.12**	**6.13**	**6.14**	**6.15**	**6.16**	**6.17**	**6.18**	**6.19**	
2	4	2	3	3	1	3	4	A4 B3 C5 D1	

7. Распределения Максвела и Больцмана

7.1	**7.2**	**7.3**	**7.4**	**7.5**	**7.6**	**7.7**	**7.8**	**7.9**	**7.10**
3	3	2	3	2	4	1,2	2	3	1
7.11	**7.12**	**7.13**	**7.14**	**7.15**	**7.16**				
1,2,3	1	EBAC	1,2	1,2	1,2				

8. Средняя энергия молекул

8.1	**8.2**	**8.3**	**8.4**	**8.5**	**8.6**	**8.7**	**8.8**	**8.9**	**8.10**
1	2	3	2	3	4	2	2	6	1
8.11	**8.12**	**8.13**	**8.14**	**8.15**	**8.16**	**8.17**	**8.18**	**8.19**	**8.20**
2	4	3	4	1	3	3	1,2	3	4

9. Второе начало термодинамики. Энтропия. Циклы

9.1	**9.2**	**9.3**	**9.4**	**9.5**	**9.6**	**9.7**	**9.8**	**9.9**	**9.10**
1	1	3	2	2	1	1,4	2	4	1
9.11	**9.12**	**9.13**	**9.14**	**9.15**	**9.16**	**9.17**	**9.18**	**9.19**	**9.20**
3	4	3	3	2	4	2	1	3	2

10. Первое начало термодинамики. Работа при изопроцессах

10.1	**10.2**	**10.3**	**10.4**	**10.5**	**10.6**	**10.7**	**10.8**	**10.9**	**10.10**
2	2	33	1	2	2	3	2	3	1
10.11	**10.12**	**10.13**	**10.14**	**10.15**	**10.16**	**10.17**	**10.18**	**10.19**	**10.20**
3	3	3	1	3	1	1	1	3	1
10.21	**10.22**	**10.23**	**10.24**						
3	3	2	3						

Список использованных источников

1. Федеральный Интернет-экзамен в сфере профессионального образования/ URL: http://www.fepo-nica.ru/(дата последнего обращения: 11.01.2013)

2. Сабирова Ф.М. Лекции по курсу общей физики. Механика/ Учебно-методическое пособие для студентов физико-математического факультета педвуза и школьных учителей физики. Елабуга: изд-во Елабужского пед. ин-та, 2004.– 96 с.

3. Сабирова Ф.М. Лекции по курсу общей физики. Молекулярная физика. Термодинамика./ Учебно-методическое пособие для студентов физико-математического факультета педвуза и школьных учителей физики. Елабуга: изд-во Елабужского пед. ин-та, 2008.– 102 с.

4. Калашников Н.П., Кожевников Н.М.. Физика. Интернет-тестирование базовых знаний: Учебное пособие. СПб.: Изд-во «Лань», 2009. – 160 с.

5. НИИ мониторинга качества образования, Интернет-тестирование в сфере образования. URL: http://www.i-exam.ru// (дата последнего обращения: 29.12.2012).

6. Тестовый контроль знаний по физике Часть 1. Механика, механические колебания и волны: Учебно-методическое пособие / Под ред. А.Ф. Гусева. – Тверь: Изд-во Тверского ГТУ. – 2009, 40 с.

7. Попов В.Ю., Троицкий В.И. Методы решения тестовых задач по физике / Учебно-методическое пособие. – М: УВПО «Финансовый университет при правительстве Российской Федерации». – 2011, 72 с.– URL: http://www.fa.ru/chair/pm/education/undergraduate/Documents Методы решения задач-1.pdf /(дата последнего обращения: 11.01.2013)

Содержание

ВВЕДЕНИЕ 3
1. МЕХАНИКА 6
1. Кинематика поступательного и вращательного движения 6
2. Динамика поступательного движения 25
3. Динамика вращательного движения 41
4. Работа и энергия 56
5. Законы сохранения в механике 68
6. Элементы специальной теории относительности 82
2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ (СТАТИСТИЧЕСКАЯ) ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА 91
7. Распределение Максвелла и Больцмана 89
8. Средняя энергия молекул 105
9. Второе начало термодинамики. Энтропии. Циклы. 114
10. Первое начало термодинамики. Работа при изопроцессах 124
Ответы к заданиям для самостоятельной работы 135
Список использованных источников 137

САБИРОВА Файруза Мусовна

Сборник тестовых заданий по физике
Часть 1.
Механика. Молекулярная (статистическая) физика.
Учебно-методическое пособие.
Техническое редактирование и компьютерная верстка
Ф.М. Сабировой

Лицензия №0209 от 06.10.97

Сдано в набор 24.01.2013. Подписано к печати 25.01.2013.
Формат 60×84. Бумага офсетная.
Гарнитура «Таймс». Печать ризографическая.
Усл.печ.л. 9. Тираж 300 экз. Заказ № 3

Министерство образования и науки РТ
Редакционно-издательский центр
420111, Казань, Дзержинского, 3. Тел. 292-24-76
Отпечатано с авторского оригинал-макета на множительном участке центра