1.2.2.

**Г.Х. Тазмеев, Х.К. Тазмеев**

Казанский федеральный университет,
Набережночелнинский институт,
Набережные Челны, tazmeevh@mail.ru

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ ПРИ СТАБИЛИЗАЦИИ РАДИАЛЬНЫМ ВДУВОМ ГАЗА

*Разработана математическая модель электрической дуги, которая горит в цилиндрическом разрядном канале при интненсивном радиальном вдуве плазмообразующего газа. Получены формулы для расчета тепловых и электричеких характеристик электрической дуги.*

Ключевые слова: *электрическая дуга, модель дуги, радиальный вдув, электродуговой нагрев газа.*

Одним из эффективных способов стабилизации электрической дуги в длинном цилиндрическом канале является радиальный вдув газа. Такой способ находит применение в электродуговых нагревателях газа. Радиальный вдув газа существенно снижает поток тепла к стенке разрядной камеры, и при этом появляется возможность улучшить энергетические параметры электродуговых нагревателей. Как показывают исследования, при радиальном вдуве газа существенно повышается тепловой к.п.д., увеличивается объемная плотность энергии в разрядном канале и т.д. [1-3]. Поэтому электродуговые нагреватели с радиальным вдувом плазмообразующего рабочего газа перспективны для многих энергоемких технологий. Практическому применению в значительной степени способствует наличие несложных методов расчета тепловых и электрических характеристик дуги. В связи с этим целью данной работы явилась разработка модели дуги, которая позволяет изучить влияние радиального вдува газа на свойства дуги и получить расчетные формулы.

Свойства положительного столба электрической дуги при соблюдении условий квазинейтральности и локального термодинамического равновесия описываются уравнениями [1]:

$$\rho\frac{d}{dt}\left(U+\frac{\upsilon^2}{2}\right)=div\left(\dot{P}\cdot\vec{\upsilon}\right)+div(\lambda\cdot gradT)+\vec{j}\cdot\vec{E}\ -div\vec{W}, \tag{1}$$

$$\rho\frac{\partial\vec{\upsilon}}{dt}=div\dot{P}+\ \left[\vec{j}\cdot\vec{B}\right], \tag{2}$$

$$\rho\frac{\partial\rho}{\partial t}+div(\rho\vec{\upsilon}), \tag{3}$$

$$rot\vec{E}+\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}=0, \tag{4}$$

$$rot\vec{H}-\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}=\vec{j}, \tag{5}$$

$$div\vec{D}=\rho_e, \tag{6}$$

$$div\vec{B}=0, \tag{7}$$

$$\vec{D}=\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \tag{8}$$

$$\vec{B}=\mu\mu_0\vec{H}, \tag{9}$$

$$\vec{j}=\sigma\vec{E}, \tag{10}$$

$$I = 2\pi R^2 \int_0^{\zeta_1} \sigma E r dr, \tag{11}$$

$$p = nkT. \tag{12}$$

Здесь: (1) – уравнение закона сохранения энергии; (2) – уравнение движения; (3) – уравнение неразрывности; (4)-(9) – уравнения электромагнитного поля; (10)-(11) – уравнения закона Ома в дифференциальной и интегральной формах; (12) – уравнение состояния идеального газа. Обозначения: $U$ – внутренняя энергия; $\dot{P}$ – тензор внутренних напряжений; $\vec{W}$ – вектор интегрального потока излучения; $\zeta_1$ – радиус дуги (радиус проводящей области разрядного канала).

Система уравнений (1)-(12) дополняется зависимостями свойств газа от температуры и давления: $\lambda = \lambda(p, T)$; $\sigma = \sigma(p, T)$; $h = h(p, T)$; $\eta = \eta(p, T)$; $\epsilon = \epsilon(p, T)$. Здесь: $\lambda$ – теплопроводность; $\sigma$ – удельная электрическая проводимость; $h$ – удельная энтальпия; $\eta$ – динамическая вязкость; $\epsilon$ – спектральная плотность излучения.

При использовании предпосылок и упрощений, которые традиционно находят применение для описания газовых разрядов [2-14], система уравнений приводится к виду:

$$\frac{\rho V_r h_s}{R} \cdot \frac{dS}{d\bar{r}} = \frac{1}{R^2 \bar{r}} \cdot \frac{d}{d\bar{r}}\left(\bar{r} \cdot \frac{dS}{d\bar{r}}\right) + \sigma_s E^2 S - W_{rs} S, \tag{13}$$

$$I = 2\pi R^2 \sigma_s E \int_0^{\bar{\zeta}} S \bar{r} d\bar{r}, \tag{14}$$

$$\frac{R}{l} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{z}}(\rho V_z) + \frac{1}{\bar{r}} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{r}}(\bar{r} \rho V_r) = 0. \tag{15}$$

Здесь: $S$ – функция теплопроводности; $h_s$, $\sigma_s$, $W_{rs}$ – коэффициенты линейной аппроксимации по $S$; $R$ и $l$ – радиус и длина разрядного канала; $\bar{r}$ и $\bar{l}$ – безразмерные радиальные и осевые координаты; $\bar{\zeta}$ - безразмерный радиус дуги.

В радиальном направлении на единице длины разрядного канала газ вдувается массовой скоростью $\dot{G}$. Радиальный вдув в электрическую дугу составляет

$$\dot{G}^* = k\bar{\xi}^2 \dot{G}, \tag{16}$$

где $k$ - коэффициент, зависящий от интенсивности вдува, тока и ряда других параметров дуги.

В предлагаемой модели принято, что плотности радиальных потоков в дуге и в непроводящей области разрядного канала меняются линейно в зависимости от радиальной координаты

$$\rho V_{rI} = a\bar{r}, \tag{17}$$

$$\rho V_{rII} = \varepsilon a \bar{r}. \tag{18}$$

Здесь

$$a = -\frac{k\dot{G}}{2\pi R}.$$

Коэффициенты $\varepsilon$ и $k$ связаны соотношением $\varepsilon k = 1$. На оси канала

$$V_r(0, \bar{z}) = 0, \tag{19}$$

$$\frac{\partial S}{\partial \bar{r}}(0, \bar{z}) = 0. \tag{20}$$

Значение $S$ на границе дуги равна нулю, а на оси канала задается, т.е.

$$S(\bar{\xi}, \bar{z}) = 0, \qquad S(0, \bar{z}) = S_0 \tag{21}$$

В этих условиях после некоторых преобразований уравнение (13) можно записать в виде

$$\frac{1}{\bar{r}} \cdot \frac{d}{d\bar{r}}\left(\bar{r} \frac{dS}{d\bar{r}}\right) + \frac{k\dot{G} h_s}{2\pi} \bar{r} \frac{dS}{d\bar{r}} + \sigma_s R^2 E^2 S - W_{rs} R^2 S = 0.$$

Введением замены переменной $\theta = \bar{r}/\bar{\xi}$ и полагая $S = S_0\Phi$, получим

$$\frac{1}{\theta}\cdot\frac{d}{d\theta}\left(\theta\frac{d\Phi}{d\theta}\right) + \frac{\beta}{2}\cdot\theta\frac{d\Phi}{d\theta} + \mu^2\Phi = 0. \tag{22}$$

Здесь

$$\beta = \frac{k\bar{\xi}^2\dot{G}h_s}{\pi}, \tag{23}$$

$$\mu^2 = \sigma_s R^2\bar{\xi}^2E^2 - W_{rs}R^2\bar{\xi}^2. \tag{24}$$

Решение уравнения (24) представляется в виде ряда [1]

$$\Phi_n(\mu_n,\theta) = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} a_{2m}^n\,\theta^{2m},$$

$$a_{2m}^n = (-1)^m\cdot\frac{\mu_n^2(\mu_n^2+\beta)(\mu_n^2+2\beta)\ldots[\mu_n^2+(m-1)\beta]}{2^{2m}(m!)^2}, \tag{25}$$

где $\mu_n$ - корни уравнения $\Phi(\mu, I) = 0$. Следовательно, для распределения $S$ имеем

$$S = S_0\Phi_1(\mu_1,\theta) = S_0\left\{1 + \sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m\cdot\frac{\mu_1^2(\mu_1^2+\beta)\ldots[\mu_1^2+(m-1)\beta]}{2^{2m}(m!)^2}\cdot\theta^{2m}\right\}. \tag{26}$$

Величины $I$ и $E$, удовлетворяющие решению (26), находятся из (14) и (24).

$$I = 2\pi R\bar{\xi}S_0\gamma_1\sqrt{\sigma_s\left(\mu_1^2 + W_{rs}\bar{\xi}^2R^2\right)}, \tag{27}$$

$$E = \sqrt{\frac{\mu_1^2}{\sigma_s\bar{\xi}^2R^2} + \frac{W_{rs}}{\sigma_s}}, \tag{28}$$

где

$$\gamma_1 = \int_0^1 \Phi_1(\mu_1,\theta)\,\theta d\theta. \tag{29}$$

Числовые значения $\mu_1$, $\gamma_1$ и $\Phi_1$ приведены в [1].

Среднемассовые значение функции теплопроводности и энтальпии в дуге и на выходе из разрядного канала рассчитываются по формулам

$$S_{1c}(\bar{z}) = S_* + \frac{2\pi R^2}{\bar{\xi}^2(G_0^* + \dot{G}^*l\bar{z})}\cdot\int_0^{\bar{\xi}}\rho V_{zI}S\bar{r}d\bar{r}.$$

$$S_{1c} = S_* + 2S_0\gamma_1. \tag{30}$$

$$h_c^* = h_* + 2S_c h_s\gamma_1, \qquad h_c = h_w + \frac{IE\bar{\xi}^2}{\pi\beta}h_s. \tag{31}$$

Для потоков тепла и энергии излучения на границе дуги получаются формулы

$$q_* = -2\pi\left.\frac{dS}{d\theta}\right|_{\theta=1}. \tag{32}$$

$$q_\wedge = 2\pi R^2\int_0^{\bar{\xi}} W_{rs}S\,\bar{r}d\bar{r}. \tag{33}$$

$$q_\wedge = 2\pi R^2\bar{\xi}^2W_{rs}S_0\gamma_1. \tag{34}$$

Таким образом, полученные формулы позвляют расчитать тепловые и электричекие характеристики дуги, стабилизированной радиальным вдувом газа в цилиндрический разрядный канал.

**Список литературы**

1. *Даутов Г.Ю., Дзюба В.А., Карп И.Н.* Плазмотроны со стабилизированными электрическими дугами. Киев: Н. думка, 1984. -168 с.
2. Генерация низкотемпературной плазмы и плазменные технологии: Проблемы и перспективы / Г.Ю.Даутов, А.Н.Тимошевский, Б.А.Урюков и др. - Новосибирск: Наука, 2004. - 464 с. - (Низкотемпературная плазма; Т.20)
3. *Галимарданов М.Ш., Даутов Г.Ю., Исмагилов Р.Х., Киямов Х.Г.* // Физика и химия обработки материалов, 1975, № 6, с. 13-16.
4. *Тазмеев Б.Х., Тазмеева Р.Н.* // Научно-технический вестник Поволжья. 2015. № 5. С. 58-60.
5. *Tazmeev A.K., Tazmeeva R.N.* // Journal of Physics: Conference Series, 2018. V. 1058. P. 012036
6. *Gibadullina G.R., Tazmeev A.K., Tazmeeva R.N.* // Journal of Fundamental and Applied Sciences. 2017. Т. 9. № 1S. С. 1779-1789.
7. *Тазмеев Г.Х., Тимеркаев Б.А., Тазмеев Х.К., Арсланов И.М.* // Прикладная физика. 2016. № 1. С. 72-76.
8. *Tazmeev A.K., Tazmeeva R.N., Sarvarov F.S.* // Journal of Physics: Conference Series. 2016. Т. 669. № 1. С. 012056.
9. *Tazmeev G.K., Tazmeev A.K., Tazmeev B.K.* // Journal of Physics: Conference Series. 2022. Т. 2379. № 1. С. 012011
10. *Tazmeev K.K., Tazmeev A.K.* / В сборнике: Journal of Physics: Conference Series. 2. 2022. С. 012021.
11. *Tazmeev K.K., Tazmeeva R.N., Tazmeev B.K.* / В сборнике: Journal of Physics: Conference Series. 2. 2022. С. 012028.
12. *Tazmeev G.K., Tazmeev K.K., Tazmeev B.K.* / В сборнике: Journal of Physics: Conference Series. 2. 2022. С. 012019.
13. *Тазмеев А.Х., Тазмеева Р.Н.* // Научно-технический вестник Поволжья. 2015. № 5. С. 55-57.
14. *Тазмеев Б.Х., Тазмеева Р.Н.* // Научно-технический вестник Поволжья. 2015. № 5. С. 58-60.