УДК 51+533
ББК 22.1 – 22.1
Т78

Печатается по рекомендации Редакционно-издательского совета Казанского математического общества

Составитель
А.А. Агафонов

Научный редактор
С.Р. Насыров

Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Т. 55.
Т78 **Лобачевские чтения – 2017:** материалы Шестнадцатой молодежной научной школы-конференции (Казань, 24–29 ноября 2017 г.) / сост. А.А. Агафонов. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2017. – 172 с.

ISBN 978-5-00019-912-1 (Т. 55)
ISBN 978-5-00019-263-4

Сборник содержит материалы Шестнадцатой молодежной научной школы-конференции «Лобачевские чтения – 2017», организованной на базе Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета. Школа-конференция проведена в Казани с 24 по 29 ноября 2017 года.

Книга предназначена для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов, специализирующихся в различных областях математики, механики и их приложений.

УДК 51+533
ББК 22.1 – 22.1

ISBN 978-5-00019-912-1 (Т. 55)
ISBN 978-5-00019-263-4

ALGORITHM OF RELATION EXTRACTION IN SCIENTIFIC DIGITAL COLLECTIONS

E.M. Sabitova

The article examines the topic of extracting semantic relation in scientific digital collections, studies the properties and typed links, considers the existing algorithms for extracting links. An algorithm for extracting links between authors in the form of a joint publication is proposed.

Keywords: semantic relation, ontology, k–Nearest Neighbors algorithm.

УДК 66.011

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СВЕРХКРИТИЧЕСКОЙ ФЛЮИДНОЙ ЭКСТРАКЦИИ В ПОЛИДИСПЕРСНОМ СЛОЕ ВЫСОКОМАСЛИЧНОГО РАСТИТЕЛЬНОГО СЫРЬЯ

А.А. Саламатин[1]

1 *arthouse131@rambler.ru*; Казанский (Приволжский) федеральный университет

Получено асимптотическое разложения решения уравнений, описывающих динамику сверхкритической флюидной экстракции в полидисперсных слоях молотого растительного сырья. Выписаны первые три члена ряда, позволяющие с высокой точностью предсказывать динамику экстракции. Фракционный состав характеризуется тремя параметрами: объемной долей частиц мелкодисперсной фракции, удельной поверхностью и параметром полидисперсности частиц основной, крупнодисперсной фракции.

Ключевые слова: сверхкритическая флюидная экстракция, модель сужающегося ядра, асимптотическое разложение, функция распределения, полидисперсность.

Задача интерпретации экспериментальных данных и соответствующая параметризация моделей процесса — одна из актуальных проблем изучения сверхкритической флюидной экстракции (СФЭ) целевых соединений (масла) в полидисперсных пористых зернистых слоях молотого растительного сырья. В настоящее время для этих целей создано большое количество математических моделей. Детализация процесса для случая высокомасличного сырья в макромасштабном приближении (на уровне зернистого слоя), как правило, ограничивается учетом конвективно-фильтрационного выноса экстрагированных веществ из аппарата [1]. Межфазный массообмен определяется микромасштабной подмоделью диффузии масла в частицах сырья. В данной работе предполагается сферическая форма частиц и применяется модель сужающегося ядра (shrinking core — SC) [2, 3].

Набор параметров полной модели состоит из эффективного коэффициента диффузии D, определяющего интенсивность транспорта экстрагируемых веществ внутри частиц, и фракционного состава зернистого слоя. Последний обычно характеризуется плотностью $f(\xi)$ функции объемного распределения частиц по нормированным размерам (радиусам) ξ. Типичным для реальных экспериментов является существование двух ярковыраженных мод в области малых ($\xi < 1$) и больших ($\xi \gg 1$) размеров частиц. Эти фракции будем называть соответственно мелкодисперсной и крупнодисперсной (основной). Соответствующие функции распределения являются бимодальными, тот же термин будем применять в отношении соот-

ветствующих зернистых слоев [4]. Таким образом, плотность f можно записать в виде

$$f(\xi) = \alpha f_1(\xi) + (1-\alpha) f_2(\xi), \tag{1}$$

где α — объемная доля мелкодисперсной фракции, f_1 и f_2 соответственно – плотности распределений мелко- и крупнодисперсной фракций, а характерные значения ξ много меньше или много больше единицы.

Решение задачи СФЭ для произвольной f получено в квадратурах [5] относительно кривой $0 \le Y(\tau) \le 1$ выхода масла (КВМ) — доли масла, извлеченного из аппарата к моменту безразмерного времени τ. Типичным для КВМ является наличие начального участка линейного роста (с единичным наклоном) в течение времени τ_-, на котором в основном истощаются частицы мелкодисперсной фракции. Далее следует продолжительный этап нелинейного роста, во время которого масло содержится лишь в частицах основной фракции. В безразмерных переменных при $\tau > \tau_-$ решение удобно представить в следующем виде

$$1 \equiv \int_{\tau - Y(\tau)}^{\tau} \frac{d\tau}{k(\tau)}, \quad k(\tau) = \int_0^{\infty} s\left(\frac{\tau}{\xi^2}\right) f(\xi) d\xi, \tag{2}$$

$$3\left(1 - (1 - s(\omega))^{2/3}\right) - 2s(\omega) = \min\{1, \omega\}, \tag{3}$$

где функция истощения $0 \le s \le 1$ равна доле масла, извлеченного из частицы.

Учитывая представление (1) для плотности f, получим асимптотическое разложение решения (2)–(3)

$$\tau_- = \alpha + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{(1-\alpha)\alpha^{1/2}}{\xi_0} + \frac{1-\alpha}{2\xi_0^2}\left(1 - \alpha - \frac{2}{3}\Omega\alpha\right) + O(\xi_0^{-3}), \tag{4}$$

$$\begin{aligned} Y(\tau) = {} & \alpha + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1-\alpha}{\xi_0 \alpha}\left(\tau^{3/2} - (\tau - \alpha)^{3/2}\right) - \\ & \frac{1}{\xi_0^2} \frac{1-\alpha}{6\alpha^2}\Big(2\alpha^2\Omega(2\tau - \alpha) + 3(1-\alpha)(\alpha^2 - 2\alpha\tau + 4\tau^2) + \\ & 12\tau^{3/2}(1-\alpha)\sqrt{\tau - \alpha}\Big) + O(\xi_0^{-3}), \quad \tau > \tau_- \end{aligned} \tag{5}$$

по малому параметру

$$\xi_0^{-1} = \int_0^{+\infty} \frac{f_2(\xi)}{\xi} d\xi \ll 1,$$

который имеет смысл удельной поверхности крупнодисперсной фракции. Параметр полидисперсности

$$\Omega = \int_0^{+\infty} \frac{\xi_0^2}{\xi^2} f_2(\xi) d\xi = O(1)$$

характеризует дисперсию плотности f_2 и равен единице, когда крупнодисперсная фракция представлена частицами лишь одного размера, а ее плотность выражается через δ-функцию Дирака, $f_2 = \delta(\xi - \xi_0)$.

Очередной член разложения содержит все больше параметров и уточняет информацию о кривой выхода масла. Нулевое приближение, отвечающее слагаемым порядка единицы в разложении (4)–(5), получается, если полностью пренебречь массоотдачей крупной фракции. Следующее приближение учитывает проникновение фронта истощения по схеме SC вглубь частиц крупнодисперсной фракции на небольшую глубину по сравнению с их размерами. Кривизна поверхности раздела внутри частиц меняется слабо, оставаясь фактически постоянной. И, наконец, последнее слагаемое характеризует изменение кривизны фронта при его движении вглубь частиц. Однако, в зависимости от радиуса частиц кривизна изменяется с разной скоростью, и необходимо учитывать не только форму частиц, но и дисперсию их размеров. По этой причине в задаче появляется параметр полидисперсности Ω.

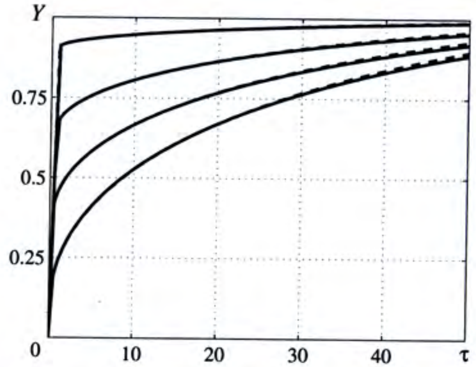

Рис. 1. Соответствие точного решения (сплошные линии) и приближенного (пунктирные линии), построенного по формулам (2)–(3) при $\Omega = 1$, $\xi_0 = 10$. Кривые отвечают разным α из интервала $[0.1; 0.9]$ с постоянным шагом.

Дальнейший смысл параметров ξ_0 и Ω раскрывается, если задаться конкретным классом распределений частиц по размерам. Данные лабораторных измерений позволяют остановиться на логнормальном распределении [1]

$$f_2(\xi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi\xi}} \exp\left(-\frac{\log\xi - \mu}{2\sigma^2}\right).$$

В таком случае параметры Ω и дисперсия распределения σ, а также удельная поверхность и среднее μ связаны взаимнооднозначными соотношениями:

$$\Omega = \exp(\sigma^2), \quad \xi_0^{-1} = \sqrt{\Omega}e^{-\mu}.$$

Как следует из рис. 1, первых трех членов разложения вполне достаточно, чтобы с высокой точностью моделировать экстракцию в бимодальных зернистых слоях.

Таким образом, показано, что фракционный состав зернистого слоя достаточно характеризовать тремя параметрами, а именно объемной долей α частиц мелкодисперсной фракции (нулевого размера), удельной поверхностью ξ_0^{-1} и параметром полидисперсноти Ω крупнодисперсной фракции. Последние два параметра допускают интерпретацию в терминах среднего и дисперсии логнорамального распределения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Академии Наук Республики Татарстан и РФФИ (проект 15-41-02542 р_поволжье_а).

Литература

1. Egorov A. G., Salamatin A. A. *Bidisperse shrinking core model for supercritical fluid extraction* // Chem. Eng. Technol. – 2015. – V. 38. – № 7. – P. 1203–1211.

2. Максудов Р. Н., Егоров А Г., Мазо А. Б. и др. *Математическая модель экстрагирования семян масличных культур сверхкритическим диоксидом углерода* // Сверхкрит. флюиды: теория и практика. – 2008. – Т. 3. – № 2. – С. 20–32.

3. Salamatin A. A. *Detection of micro-scale mass-transport regimes in supercritical fluid extraction* // Chem. Eng. Technol. – 2017. – V. 40. – № 5. – P. 829–837.

4. Егоров А Г., Саламатин А. А., Максудов Р. Н. *Прямые и обратные задачи сверхкритической экстракции из полидисперсного слоя растительного сырья* // Теор. основы хим. технол. – 2014. – Т. 48. – № 1. – С. 43–51.

5. Егоров А Г., Саламатин А. А. *Оптимизационные задачи в теории сверхкритической флюидной экстракции масла* // Изв. вузов. Математика. – 2015. – Т. 59. – № 2. – С. 59–69.

ASYMPTOTIC EXPANSION OF THE MODEL SOLUTION FOR THE SUPERCRITICAL FLUID EXTRACTION IN POLYDISPERSE PACKED BEDS

A.A. Salamatin

Asymptotic expansion of the model solution for the supercritical fluid extraction in polydisperse packed beds of ground plant material is derived. The first three terms of the expansion are obtained. They describe the simulation of extraction process with high accuracy. Fractional composition of polydisperse particles is described by three the parameters: volume fraction of small particles, specific surface area, and polydispersity parameter of main particle fraction of relatively large characteristic size.

Keywords: supercritical fluid extraction, shrinking core model, asymptotic expansion, distribution function, polydispersity.

УДК 51

РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ НА КУБАНИ И КАЗАНСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА

Д.А. Сверкунова[1], А.С. Черная[2]

1 *belosnegka97@mail.ru*; Кубанский государственный университет
2 *chernaya-nastya@icloud.com*; Кубанский государственный университет

В статье обсуждается прямое влияние Казанской математической школы на развитие математики и математического образования на Кубани.Рассказывается о создании лицея №4 г. Краснодара по образцу СОШ № 131 г. Казани.

Ключевые слова: социальный капитал, математические школы, развитие математики на Кубани.

В 60-70 г. прошлого столетия многие педагогические институты СССР были преобразованы в университеты. Новая история Кубанского государственного университета началась в 1970 году. Одновременно возникали новые проблемы: научно-педагогические кадры, оснащение лабораторий, создание вычислительных центров, обеспечение жилплощадью новых сотрудников и др. Каждый регион решал