



19-24 августа 2019 г.  
Уфа, Республика Башкортостан, Россия

# **СБОРНИК ТРУДОВ**

**в 4 томах**

## **ТОМ 2**

### **Механика жидкости и газа**

Уфа  
РИЦ БашГУ  
2019

УДК 531/534  
ББК 22.2  
Д23

**ХII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам  
теоретической и прикладной механики: сборник трудов в 4 томах.**  
Д23 Т. 2: Механика жидкости и газа. — Уфа: РИЦ БашГУ, 2019.—1328 с.

ISBN 978-5-7477-4952-8

DOI: 10.22226/2410-3535-2019-congress-v2

Том 2 содержит расширенные тезисы секционных, устных и  
стендовых докладов секции II.

УДК 531/534  
ББК 22.2

ISBN 978-5-7477-4952-8

© БашГУ, 2019  
© ИПСМ РАН, 2019

## **ОРГАНИЗАТОРЫ СЪЕЗДА**

Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике

Российская академия наук

Администрация Главы Республики Башкортостан

Академия наук Республики Башкортостан

Институт проблем сверхпластичности металлов РАН

Башкирский государственный университет

Уфимский государственный авиационный технический университет

Уфимский государственный нефтяной технический университет

Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН

### ***При поддержке***

Министерства науки и высшего образования Российской Федерации

Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-08-20068)

Правительства Республики Башкортостан

Фонда поддержки и развития науки РБ

## **СПОНСОРЫ**

Сколковский институт науки и технологий (Сколтех)

Центральный аэрогидродинамический институт

имени профессора Н. Е. Жуковского (ЦАГИ)

ООО «Фидесис»

## **БЛАГОТВОРИТЕЛЬ**

ООО «Газпром трансгаз Уфа»

## Краткое содержание

	Стр.
Секционные доклады.....	5
Подсекция II - 1. Гидродинамика.....	38
Подсекция II - 2. Аэродинамика и газовая динамика.....	273
Подсекция II - 3. Устойчивость течений и турбулентность.....	481
Подсекция II - 4. Физико-химическая механика сплошных сред.....	719
Подсекция II - 5. Механика многофазных сред.....	940
Подсекция II – 6 Проблемы фильтрации.....	1156

# ОБЩАЯ МИКРОМАСШТАБНАЯ МОДЕЛЬ СВЕРХКРИТИЧЕСКОЙ ФЛЮИДНОЙ ЭКСТРАКЦИИ: ХАРАКТЕРНЫЕ МАСШТАБЫ ПРОЦЕССА

А.А. Саламатин, А.Г. Егоров

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань  
arthur.salamatin2@gmail.com

**Аннотация.** Сформулирована микромасштабная модель извлечения масла из индивидуальной частицы молотого растительного сырья в условиях сверхкритической флюидной экстракции. Схематизация обобщает известные в литературе предельные модели, учитывает диффузионное сопротивление клеточных мембран и транспортных каналов. Идентифицированы два критерия подобия,  $\Theta$  и  $M$ , характеризующие масляность сырья и сопротивление транспорту масла в частицах, соответственно. Проанализировано распределение концентрации целевых соединений по объему частицы при разных значениях критериев подобия. Получен главный член асимптотического разложения модели при  $\Theta \rightarrow 0$ .

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-41-160001 p\_a.

## Введение

Одним из приложений процесса сверхкритической флюидной экстракции (СФЭ) является извлечение ценных природных соединений (масла) из молотого растительного материала. В качестве растворителя используется, как правило,  $\text{CO}_2$  в сверхкритических условиях [1]. Перед началом экстракции измельченное полидисперсное сырье помещается в аппарат – цилиндрическую колонну – и формирует пористый зернистый слой. Далее, в колонну нагнетается растворитель до установления рабочих давления и температуры (~323 К, ~30 МПа).  $\text{CO}_2$  пропитывает сырье и инициирует диффузию масла из клеток по транспортным каналам частиц к их поверхности. В результате фильтрации экстрагента через пористый слой с заданным расходом масло выносится из аппарата путем конвекции [2, 3].

В данной работе исследуется процесс экстракции из высокомасличного сырья – семян масличных культур [4]. Сырье имеет клеточную структуру, схема которой изображена на рисунке 1. Изначально капли масла (масляная фаза 4 на рисунке) равномерно заполняют весь объем клетки за исключением различных внутриклеточных включений (6), не участвующих в экстракции и занимающих пренебрежимо малую часть клетки. Вначале экстракции экстрагент растворяется в масляной фазе (4) и заполняет межклеточное пространство (3), в котором существует раствор  $\text{CO}_2$  с целевыми соединениями. С началом фильтрации у поверхности частицы образуется пониженная концентрация в результате чего в межклеточном пространстве частицы формируется градиент концентрации – движущая сила экстракции.

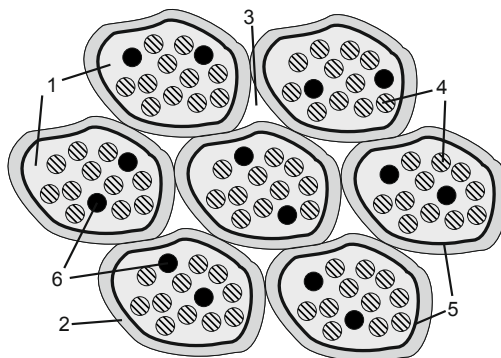


Рис. 1. Схема клеточного строения растительного сырья. 1 – насыщенный раствор масла в сверхкритическом  $\text{CO}_2$ , проникшем в клетку; 2 – клеточная стенка; 3 – межклеточное пространство; 4 – масляные капли, окруженные насыщенным раствором; 5 – клеточная мембрана; 6 – белки и другие внутриклеточные образования, не участвующие в экстракции.

Вообще, в литературе принято выделять два механизма [4–7], ограничивающих экстракцию в масштабах частицы. Диффузия начинается с того, что целевые соединения должны пройти сквозь клеточную мембрану (5), которая характеризуется коэффициентом массоотдачи  $\beta_c$  (отнесенным к размеру клетки), в клеточные стенки (2) и межклеточное пространство (3), которые играют роль транспортных каналов для диффузии масла согласно закону Фика с эффективным коэффициентом диффузии  $D_a$  [8]. Таким образом, естественно возникают два предельных режима. Модель экстракции, в которой пренебрегается сопротивление транспортных каналов, названа в литературе «целые и разрушенные клетки», другой предельный режим рассматривает лишь диффузию по транспортным каналам и называется «модель сужающегося ядра».

В представленной работе формулируется общая модель, в которой одновременно учитываются оба диффузионных механизма. Выполнен анализ модели в рамках теории подобия, применение асимптотических

методов анализа позволило получить в явном виде выражение для массового потока с поверхности частиц, который играет роль источника масла в макромасштабной модели процесса. В результате предельного перехода показано, что общая формулировка действительно содержит подходы «целых и разрушенных клеток» и «сужающегося ядра» в качестве предельных.

### Континуальная модель одиночной частицы

Будем считать, что во время экстракции масло в клетке существует в двух фазах [9]. Первая фаза представлена масляными каплями с растворенным в них  $\text{CO}_2$ , проникшем в сырье. В процессе экстракции масло выходит из клеток в межклеточное пространство. Освободившееся место занято второй фазой – насыщенным раствором масла в  $\text{CO}_2$  (1 на рисунке 1). Текущую плотность масла на единицу объема клетки обозначим через  $x_s$ , а плотность раствора –  $\theta_s$ . Три величины связаны через предельную плотность масла в растворе  $\theta_*$  следующим образом

$$\theta_s = \min\{1, x_s / \Theta\}, \quad \Theta = \theta_* / x_s^0 \leq 1, \quad (1)$$

где  $\theta_s$  нормирована на  $\theta_*$ ,  $x_s$  – на начальные запасы  $x_s^0$ , и критерий подобия  $\Theta$  характеризует маслячность сырья. Таким образом, до тех пор, пока в клетке существуют масляные капли, они мгновенно восполняют концентрацию раствора до насыщения. Выполнение условия  $\theta_s = x_s / \Theta$  определяет момент полного истощения капель в клетке. Далее в клетке существует только раствор, концентрация которого,  $\theta_s$ , равна текущей плотности масла на единицу объема клетки,  $x_s / \Theta$ .

Уравнения баланса массы в безразмерных переменных примут следующий вид [9]

$$\frac{6M}{1+M} \frac{\partial x_s}{\partial \tau_c} = \Delta \theta_a, \quad \Delta \theta_a = 6M(\theta_s - \theta_a), \quad t_{sc}^c = \frac{x_s^0}{\theta_*} \left( \frac{1}{3\beta_c} + \frac{a^2}{6D_a} \right), \quad M = \frac{a^2 \beta_c}{2D_a}, \quad (2)$$

где  $\theta_a$  – нормированная на  $\theta_*$  концентрация раствора в межклеточном пространстве, безразмерное время  $\tau_c$  частицы нормировано на характерное время  $t_{sc}^c$  полного истощения масла в частице. Оператор Лапласа содержит только сферическую часть, дифференцирование по радиальной координате  $r$ , нормированной на радиус частицы  $a$ . Критерий подобия  $0 < M < \infty$ , равный отношению времен переноса по транспортным каналам и через мембрану, определяет переход от одной предельной модели к другой. Промежуточные значения  $M \sim 1$  соответствуют режиму экстракции, когда оба механизма равным образом ограничивают транспорт.

### Три этапа экстракции частицы

На рисунке 2а демонстрируется общая микромасштабная картина экстракции. Здесь представлены текущие распределения  $x_s(r)$  запасов масла в частице, соответствующие умеренным значениям критериев,  $M = 1$  и  $\Theta = 0.25$ , в разные моменты времени  $0 \leq \tau_c \leq 1.1$  (с постоянным шагом 0.1) при концентрации раствора в потоке, омывающем частицу,  $C \equiv 0$ . Вообще, можно выделить три микромасштабных этапа экстракции. В течение первого,  $0 < \tau_c < \tau_1$ , по всему объему частицы масло существует в двух фазах, и всюду  $x_s > \Theta$  (линии, отмеченные  $\circ$ ). Приповерхностные клетки истощаются наиболее интенсивно, и на этом этапе формируется внешняя транспортная зона истощения. Правая вертикальная стрелка указывает на преимущественное уменьшение уровня масла у поверхности частицы. Первый этап заканчивается, когда нерастворенное масло здесь истощается, и определяется условием  $x_s(\tau_c = \tau_1, r = 1) = \Theta$ .

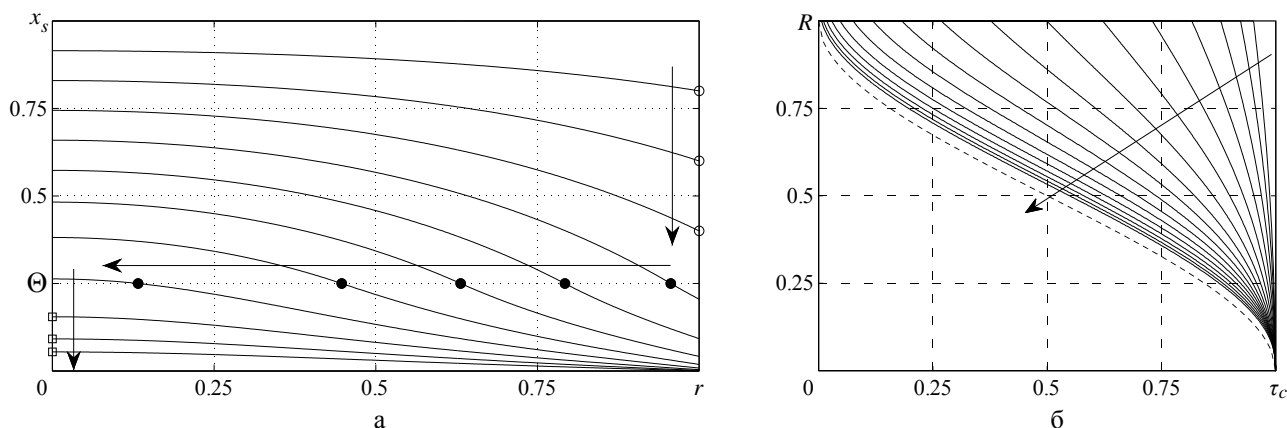


Рис. 2. (а) Зависимость  $x_s(r)$  в разные моменты времени при  $M = 1$ ,  $\Theta = 0.25$ . Маркеры  $\bullet$  указывают положение фронта  $R(\tau_c)$  на втором этапе экстракции частицы. (б) Зависимость  $R(\tau_c)$  при различных  $M$ . Сплошные линии – численное решение задачи при  $\Theta = 0.001$ , пунктирная линия – предельное решение в рамках модели сужающегося ядра. Стрелка показывает направление роста  $\ln M$  с постоянным шагом 0.5 на интервале  $[-3; 5]$ .

Второй этап,  $\tau_1 \leq \tau_c \leq \tau_2$ , характеризуется развитием транспортной зоны, ее расширением от поверхности вглубь частицы. На это указывает горизонтальная стрелка. Маркеры  $\bullet$  на рисунке 2а отмечают положение границы раздела  $r = R(\tau_c)$  (фронта истощения) в частице на этом этапе. Фронт разделяет внутреннее

маслосодержащее ядро,  $0 < r < R$ , где  $x_s > \Theta$ , и внешнюю транспортную зону,  $R < r < 1$ , где  $x_s < \Theta$ , и существует только растворенное масло. Положение фронта во времени определяется соотношением  $x_s(\tau_c, R) = \Theta$ . В момент  $\tau_2$ , когда фронт достигает центра частицы,  $x_s(\tau_2, 0) = \Theta$ , начинается третий этап. При  $\tau_c > \tau_2$ , в частице существует только растворенное масло. Соответствующие кривые отмечены маркерами  $\square$ . При малых  $\Theta$  маслом, оставшимся в частице после второго этапа, традиционно пренебрегают.

На этапе формирования зоны истощения,  $\tau_c < \tau_1$ , и после достижения фронтом центра частицы,  $\tau_c > \tau_2$ , зависимость  $R(\tau_c)$  естественно дополнить непрерывным образом соответственно единицей и нулем. Получающаяся таким образом зависимость построена численно [10] и при малых  $\Theta$  изображена на рисунке 2б. В главном члене асимптотического разложения по  $\Theta \rightarrow 0$  все основные микромасштабные характеристики процесса выражаются через функцию  $R(\tau_c)$  и концентрацию  $C$  раствора в омывающем потоке.

Существенное влияние на решение микромасштабной задачи (1)–(2) оказывает критерий подобия  $M$ . Так, предел малых  $M$  отвечает равномерной выработке клеток по всему объему частицы и малой продолжительности  $\tau_2 - \tau_1$  второго этапа экстракции. Иная картина свойственна другой предельной ситуации,  $M \rightarrow \infty$ . В этом случае зона выработки формируется практически мгновенно,  $\tau_1 \rightarrow 0$ , и в малой окрестности фронта истощения,  $r = R$ , функция  $x_s$  резко изменяется от своего максимального значения, единицы, до величины порядка  $O(\Theta)$ . Соответствующие рассуждения демонстрируются графиками рисунка 3, где изображена зависимость  $x_s(r)$  при  $\tau_c = 0.5$ ,  $\Theta = 0.02$ ,  $C \equiv 0$  и различных  $M$ .

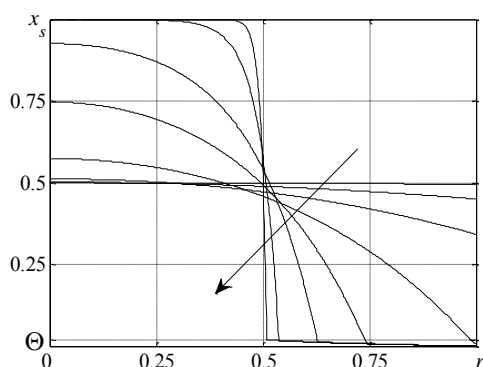


Рис. 3. Запасы масла  $x_s$  в клетках частицы при  $\tau_c = 0.5$ ,  $\Theta = 0.02$  и различных  $M$ . Стрелка указывает направление роста  $\lg M = \{-2, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 2, 3\}$ . Малые  $M$  – «целые и разрушенные клетки», большие  $M$  – «сужающееся ядро».

### Заключение

Сформулированная модель экстракции учитывает два известных механизма, ограничивающих транспорт целевых соединений в растительной сырье, и позволяет установить границы применимости предельных моделей [5, 6], каждая из которых учитывает лишь один механизм. Общая модель характеризуется двумя масштабами времени массопереноса на микроуровне частицы. Их отношение, критерий подобия  $M$ , определяет режим экстракции, который наблюдается в частице.

В рамках работы выполнен асимптотический анализ задачи. Получен главный член разложения модели по параметру  $\Theta \rightarrow 0$ . В этих условиях диффузия в транспортной зоне может рассматриваться в квазистационарном приближении. В результате интегрирования предельной модели получено асимптотическое выражение для потока масла из сырья в поровое пространство аппарата. Таким образом, удается замкнуть макроскопическую задачу фильтрации экстрагента через пористый зернистый слой, для которой указанный поток является источниковым членом в уравнении баланса масла.

### Литература

1. R.A. Usmanov, F.M. Gumerov, F.R. Gabitov et al. High yield biofuel production from vegetable oils with supercritical alcohols // In: Liquid Fuels: Types, Properties and Production. New York: Nova Science Publisher, 2012, P. 99-146.
2. A.A. Salamatina, A.G. Egorov // Journal of Supercritical Fluids. 2015. V. 105. P. 35-43.
3. A.A. Саламатин // Сверхкритические флюиды: теория и практика. 2016. Т. 11, № 4. С. 41–53.
4. Р.Н. Максудов, А.Г. Егоров, А.Б. Мазо и др. // Сверхкритические флюиды: теория и практика. 2008. Т. 2. С. 20-32.
5. Н. Sovova // Chemical Engineering Science. 1994. V. 49, № 3. P. 409–414.
6. M. Goto, B.C. Roy, T. Hirose // Journal of Supercritical Fluids. 1996. V. 9, № 2. P. 128–133.
7. A.G. Egorov, A.A. Salamatina // Chemical Engineering and Technology, 2015. V. 38, № 7. P. 1203–1211.
8. А.Г. Егоров, А.А. Саламатин, Р.Н. Максудов // Теоретические основы химической технологии. 2014. Т. 48, № 1. С. 43–51.
9. A.A. Salamatina // Chemical Engineering and Technology. 2017. V. 40, № 5. P. 829–837.
10. A.A. Salamatina // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2016. V. 158. P. 1–6 (012081).

Э.Ш. Насибуллаева ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО РАССЕЯНИЯ ОТ ЗВУКОПРОНИЦАЕМЫХ СФЕР.....	1072
М.Ю. Немцев, И.В. Семенов, Б.С. Ермолаев ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРЕНИЯ БЛОЧНОГО ЗАРЯДА ИЗ ИНГИБИРОВАННЫХ ПЛЁНКОЙ ПОРОХОВЫХ ЗЁРЕН В УСЛОВИЯХ ПОСТОЯННОГО ОБЪЁМА.....	1075
Р.И. Нигматулин, А.А. Аганин, Д.Ю. Топорков КУМУЛЯЦИЯ ЭНЕРГИИ ПРИ КОЛЛАПСЕ ПАРОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ.....	1078
А.Д. Низамова, В.Н. Киреев, С.Ф. Урманчиев УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЯ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ С ЛИНЕЙНЫМ ПРОФИЛЕМ ТЕМПЕРАТУРЫ.....	1080
П.П. Осипов, Р.Р. Насыров РЕЗОНАНСНАЯ КРИВАЯ ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА.....	1082
А.Н. Осипцов, И.В. Голубкина, А.И. Алексюк ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ЭНЕРГОРАЗДЕЛЕНИЯ В ГАЗОКАПЕЛЬНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПОТОКАХ.....	1085
Ю.А. Питюк, О.А. Абрамова, И.А. Зарафутдинов РАЗВИТИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПУЗЫРЬКА ВДОЛЬ СТЕНКИ.....	1088
Ю.А. Питюк, А.А. Мусин, Л.А. Ковалева, Р.Р. Фахреева ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТИ В ЭЛЕМЕНТЕ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ.....	1091
А.А. Рахимов, А.А. Валиев, Р.Р. Асадуллин ЭФФЕКТ ДИНАМИЧЕСКОГО ЗАПИРАНИЯ ЭМУЛЬСИЙ, СОДЕРЖАЩИХ ТВЕРДЫЕ ВКЛЮЧЕНИЯ.....	1094
А.А. Саламатин, А.Г. Егоров ОБЩАЯ МИКРОМАСШТАБНАЯ МОДЕЛЬ СВЕРХКРИТИЧЕСКОЙ ФЛЮИДНОЙ ЭКСТРАКЦИИ: ХАРАКТЕРНЫЕ МАСШТАБЫ ПРОЦЕССА.....	1097
Р.Р. Салахов МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХФАЗНОЙ СТРУИ С ИСПАРЯЮЩИМИСЯ КАПЛЯМИ МЕТОДОМ МОМЕНТОВ.....	1100
С.П. Саметов, А.И. Муллаянов, Ю.А. Питюк, И.А. Зарафутдинов ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПУЗЫРЬКА НА ПОВЕРХНОСТИ В СДВИГОВОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ.....	1102
Г.М. Сисоев, Ю.Д. Шихмурзаев ТЕЧЕНИЕ И РАСПАД ЗАКРУЧЕННОЙ КАПИЛЛЯРНОЙ СТРУИ.....	1105



Научное издание

ХII ВСЕРОССИЙСКИЙ СЪЕЗД  
ПО ФУНДАМЕНТАЛЬНЫМ ПРОБЛЕМАМ  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

19-24 августа 2019 года  
Уфа, Республика Башкортостан, Россия

СБОРНИК ТРУДОВ  
Том 2

Публикуется с представленных авторами оригиналов

Лицензия на издательскую деятельность  
ЛР № 021319 от 05.01.99 г.

Подписано в печать 24.10.2019 г. Формат 60x84/8.  
Усл. печ. л. 76,36. Уч.-изд. л. 79,68.  
Изд. № 92. Заказ 404.

Редакционно-издательский центр  
Башкирского государственного университета  
450076, РБ, г. Уфа, ул. Заки Валиди, д. 32.