

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ**

# **ПРОЕКТИРОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ**

*Учебно-методическое пособие  
по дисциплине  
«СИСТЕМЫ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЕКТА»*

**Набережные Челны  
2018**

Илюхин А.Н., Хамадеев Ш.А. Проектирование систем управления на основе нечеткой логики: учебно-методическое пособие по дисциплине «Системы искусственного интеллекта» [Электронный ресурс] / Казанский федеральный университет, Электронный архив, 2018. – 17 с.

Рассматривается проблемы концептуального проектирования систем управления с использованием нечеткого контроллера, формирования лингвистических переменных и структуры базы знаний нечетких правил. Приведены контрольные вопросы. Для студентов направлений подготовки «Информатика и вычислительная техника», «Программная инженерия».

Рецензент: д.т.н., профессор Панкратов Д.Л.

Печатается по решению учебно-методической комиссии отделения информационных технологий и энергетических систем Набережночелнинского института (филиала) Казанского (Приволжского) федерального университета.

© КФУ, 2018

© Илюхин А.Н., Хамадеев Ш.А. 2018

## Введение

Для описания нечетких систем управления Л. Заде разработал теорию размытых (нечетких) множеств (теорию нечеткой логики). Нечеткие системы реализуют т.н. нечеткие (лингвистические) алгоритмы управления реальными (физическими) объектами. Обобщенная структурная схема системы управления на основе нечеткой логики представлена на рисунке 1.

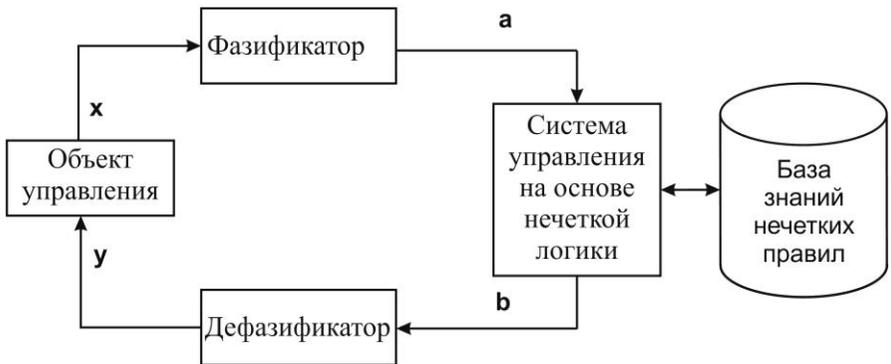


Рис. 1. Структурная схема управления на основе нечеткой логики.

На рисунке 1.  $x$ ,  $y$  - непрерывные переменные представляющие собой управляющее воздействие объекта и управляющую переменную;  $a$  и  $b$  - нечеткие логические переменные; Фазификатор - устройство преобразования переменной  $x$  в логическую переменную  $a$ , данная процедура называется фазификацией, Дефазификатор - устройство преобразования логической переменной  $b$  в непрерывную переменную  $y$ , данная процедура называется дефазификацией.

Процесс фазификации строиться на основе функции принадлежности. В любой ситуации признак объекта проблемной области имеет одно и только одно четкое значение из согласованного множества базовых и одно или более чем одно нечеткое значение из соответствующего множества

нечетких значений. Интуитивное отношение между базовым и нечетким значением объектной переменной выражается более точно, а значит, и количественно с помощью функции принадлежности (ФП), обозначаемой греческой буквой  $\mu$ .

Понятие нечетких множеств (англ.: fuzzy sets) как обобщение обычных (четких) множеств было введено Л. Заде в 1965 г. Традиционный способ представления элемента множества  $A$  состоит в применении характеристической функции  $\mu_A(x)$  которая равна 1, если этот элемент принадлежит к множеству  $A$  или равна 0 в противном случае. В нечетких системах элемент может частично принадлежать к любому множеству. Степень принадлежности к множеству  $A$  представляющая собой обобщение характеристической функции, называется функцией принадлежности  $\mu_A(x)$ , причем  $\mu_A(x) \in [0,1]$ . Значения функции принадлежности являются рациональными числами из интервала  $[0,1]$ , где 0 означает отсутствие принадлежности к множеству, а 1 - полную принадлежность. Конкретное значение функции принадлежности называется степенью или коэффициентом принадлежности. Эта степень может быть определена явным образом в виде функциональной зависимости

$$\mu_A(x) = \exp\left(-\left(\frac{x-2}{0.3}\right)^2\right)$$

(например, ) либо дискретно - путем задания конечной последовательности значений  $x \in x_n$  в виде

$$A(x) = \left\{ \frac{\mu_A(x_1)}{x_1}, \frac{\mu_A(x_2)}{x_2}, \dots, \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} \right\}$$

Например, для последовательности дискретных значений переменной  $x$ , равных  $x_1 = 7, x_2 = 8, x_3 = 9, x_4 = 10, x_5 = 11, x_6 = 12, x_7 = 13$ , их коэффициент принадлежности к числам, близким 10, может быть определен в виде

$$A(x) = \left\{ \frac{0,1}{7}, \frac{0,3}{8}, \frac{0,8}{9}, \frac{1}{10}, \frac{0,8}{11}, \frac{0,3}{12}, \frac{0,1}{13} \right\}$$

Целесообразность применения нечеткой логики распространяется на объекты, которые характеризуются большим числом неопределенностей, например, неточность информации, поступающей с датчиков, или неточность модели объектов контроля результаты имитационной модели будут считаться адекватными, если они попадают в интервал значений. Применение нечеткой логики в моделировании работы объектов позволяет оценить совокупное влияние каждого параметра на конечный итог вычислений, а при применении других методов, происходит пренебрежение неосновными параметрами, что приводит к ошибочному результату.

В любой ситуации признак объекта проблемной области имеет одно и только одно четкое значение из согласованного множества базовых и одно или более чем одно нечеткое значение из соответствующего множества нечетких значений. Интуитивное отношение между базовым и нечетким значением объектной переменной выражается более точно, а значит, и количественно с помощью функции принадлежности (ФП), обозначаемой греческой буквой  $\mu$ . Функция  $\mu(x, T)$  отображает базовое значение  $x$  и нечеткое значение  $T$  в интервале  $[0; 1]$ . По определению:  $0 < \mu(x, T) < 1$  для  $x$  и  $T$ . Применение ФП позволяет на следующем уровне иерархической базы данных сохранить преобразованные измеренные параметры в величины нечетких меток  $V_j$ . Эти данные сохраняются в иерархическую базу данных на уровне нечетких меток.

Треугольная функция принадлежности имеет следующий аналитический вид:

$$f(x, a, b, c) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b, \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c, \\ 0, & x > c. \end{cases}$$

где  $x$  - базовое множество,

$a, c$  – границы треугольной функции принадлежности,

$b$  – вершина треугольной функции распределения.

Графически треугольная функция представлена на рисунке 2.

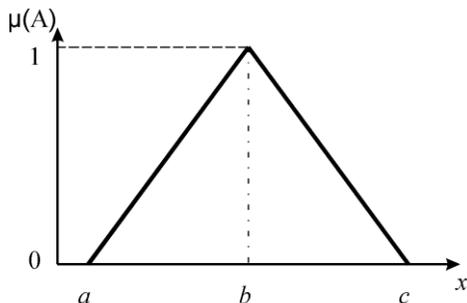


Рис. 2. Треугольная функция принадлежности.

Трапецевидная функция принадлежности имеет следующий аналитический вид:

$$f(x, a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b, \\ 1, & b < x \leq c, \\ \frac{d-x}{d-c}, & c < x \leq d, \\ 0, & x > d. \end{cases}$$

где  $x$  - базовое множество,

$a, d$  - границы трапецевидной функции принадлежности,

$b, c$  - границы вершины трапецевидной функции

распределения.

Графически трапецевидная функция представлена на рисунке 3.

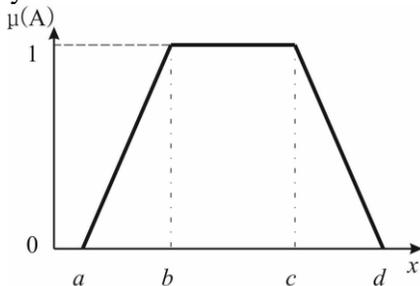


Рис. 3. Трапецевидная функция принадлежности.

Функция принадлежности Гаусса имеет следующий аналитический вид:

$$f(x, \sigma, c) = e^{\frac{-(x-c)^2}{2\sigma^2}}.$$

Графически функция принадлежности Гаусса представлена на рисунке 4.

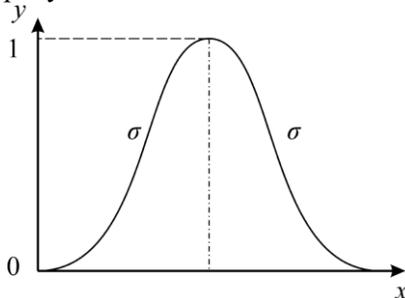


Рис. 4. Функция принадлежности Гаусса.  
 где  $x$  - базовое множество,  
 $c$  - вершина Гауссова распределения,  
 $\sigma$  - коэффициент ширины распределения.

Функция принадлежности обобщенный колокол имеет следующий аналитический вид:

$$f(x, a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}},$$

где  $x$  - базовое множество,  
 $c$  - вершина Гауссова распределения,  
 $a, b$  - коэффициенты ширины распределения.

Графически функция принадлежности обобщенный колокол представлена на рисунке 5.

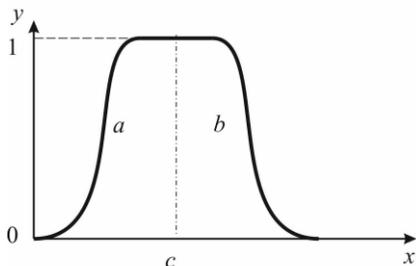


Рис. 5. Функция принадлежности обобщенный колокол.

Несмотря на то, что гауссова ФП обладает свойствами гладкости, она не позволяет формировать асимметричные ФП. Для этих целей применяются сигмоидные функции, которые могут быть открыты либо слева, либо справа в зависимости от типа функций и используются для описания крайних значений. В аналитической форме сигмоидная функция записывается следующим образом:

$$f(x, a, c) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$$

где  $x$  - базовое множество,

$a$  – это ширина распределения и также в зависимости от знака функция будет открыта справа или слева;

$c$  – среднее значение распределения.

Графически сигмоидальная функция принадлежности представлена на рисунке 6.

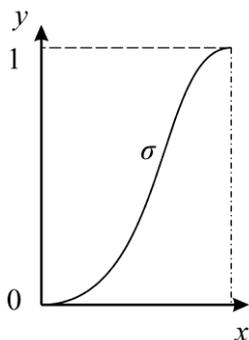


Рис. 6. Сигмоидальная функция принадлежности.

В зависимости от знака параметра  $a$  рассматриваемая ФП будет открыта либо справа либо слева, что позволит применять ее для описания таких нечетких понятий, как «очень большой», «крайне отрицательный».

Наиболее часто применимыми ФП являются треугольная функция и Гауссово распределение, а для граничных участков применяются сигмоидные функции.

Выбор данного распределения определен тем, что данная функция обладает простотой использования и не имеет жесткого перехода из одного диапазона в другой, как треугольная и трапецевидная.

Таким образом нечеткое множество  $A$  будет образовано на основе функций принадлежности гауссово распределения и сигмоидной функции. В графическом виде нечеткое множество  $A$  представлено на рис. 7.

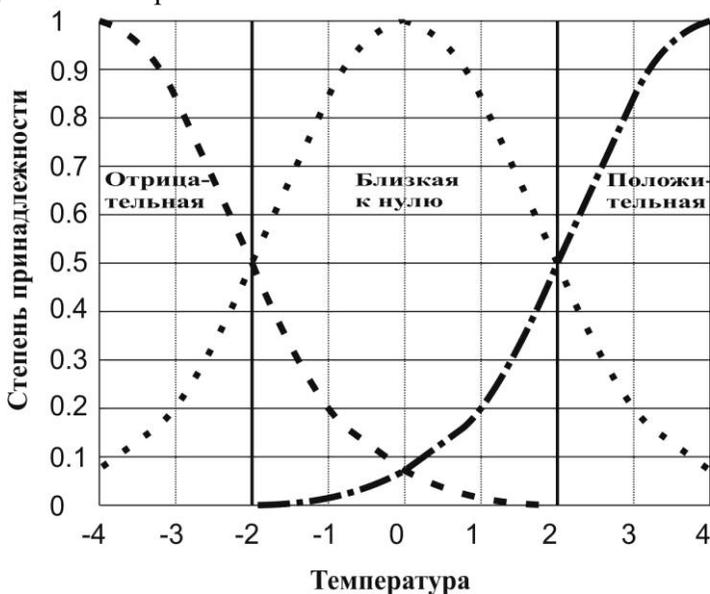


Рис. 7. Иллюстрация понятия принадлежности температуры к области отрицательной, близкой к нулю либо положительной (пунктирные линии - нечеткая система, сплошные линии - точная система)

В теории нечетких множеств, помимо переменных цифрового типа, существуют лингвистические переменные с приписываемыми им значениями. Пусть переменная  $x$  обозначает температуру ( $x$  — "температура"). Можно определить нечеткие множества "отрицательная", "близкая к нулю", "положительная", характеризуемые функциями принадлежности  $\mu_{отриц}(x)$ ,  $\mu_{нул}(x)$ ,  $\mu_{полож}(x)$ . Так же как обычная переменная может принимать различные значения, лингвистическая переменная "температура" может принимать различные лингвистические значения. В нашем примере это: "отрицательная", "близкая к нулю" и "положительная". Следовательно, лингвистическое выражение может иметь вид: "температура отрицательная", "температура, близкая к нулю", "температура положительная". Наиболее часто используемые функции принадлежности представлены в приложении 1.

На рисунке 7 приведена графическая иллюстрация функции принадлежности переменной  $x = T$  (где  $T$  означает температуру) для трех названных множеств значений температуры. Непрерывными линиями обозначена классическая (точная) принадлежность, а пунктирными линиями - нечеткая принадлежность. Можно отметить, что функция нечеткой принадлежности является непрерывным приближением пороговой функции точной принадлежности.

Каждое нечеткое множество имеет определенный носитель (англ.: support). Носителем множества  $\text{Supp}(A)$  является подмножество тех элементов  $A$ , для которых коэффициент принадлежности к  $A$  не равен нулю, т.е.  $\text{Supp}(A) = \{x, \mu_A(x) > 0\}$ . В приведенном выше примере на рисунке 2 носителем множества "близкая к нулю" является множество температур в интервале от  $-4^\circ\text{C}$  до  $+4^\circ\text{C}$ .

Два множества  $A(x)$  и  $B(x)$  равны между собой, когда  $\mu_A(x) = \mu_B(x)$  для каждого элемента обоих множеств. Кардинальное число нечеткого множества  $A$  равно сумме коэффициентов принадлежности всех элементов к этому множеству,  $M(A) = \sum \mu_A(x)$ . Это обобщение аналогичного понятия, относящегося к обычным множествам, для которых

кардинальное число равно сумме элементов множества. Нечеткое множество является нормальным, если хотя бы один элемент этого множества имеет коэффициент принадлежности, равный 1. Сечение  $\alpha$  нечеткого множества  $A$  образуется подмножеством  $A_\alpha$ , содержащим те элементы множества  $A$ , для которых  $\mu_A(x) > \alpha$  (слабое сечение) или  $\mu_A(x) \geq \alpha$  (сильное сечение), причем  $\alpha \in [0,1]$ .

Лингвистическая переменная  $A$  состоящая из нечетких меток  $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ , характеризует изменение температуры внутри помещения

Лингвистическая переменная  $B$  состоящая из нечетких меток  $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ , изменение температуры на улице;

Лингвистическая переменная  $C$  состоящая из нечетких меток  $\{c_1, c_2, \dots, c_s\}$ , изменение влажности внутри помещения.

Выходным параметром является лингвистическая переменная  $F$  состоящая из нечетких меток  $\{f_1, f_2, \dots, f_k\}$ , характеризует скорость вращения вентилятора.

Число уровней, как входных, так и выходных параметров может быть изменено и дополнено в зависимости от типа проводимых испытаний.

Где  $(a, b, c, \dots, z)$  – нечеткие множества измеряемых параметров.

(f) – нечеткое множество регулируемого параметра.

На основе этой иерархии формируется база знаний нечеткого контроллера, которая представляет собой последовательность вариантов входных нечетких меток и соответствующим им выходом, которая будет иметь следующий вид:

ЕСЛИ  $a_1$  И  $b_1$  И  $c_1$  И ... И  $z_1$  ТО  $f_i$   
 ЕСЛИ  $a_2$  И  $b_1$  И  $c_1$  И ... И  $z_1$  ТО  $f_i$

.....  
 ЕСЛИ  $a_1$  И  $b_2$  И  $c_1$  И ... И  $z_1$  ТО  $f_i$   
 ЕСЛИ  $a_2$  И  $b_2$  И  $c_1$  И ... И  $z_1$  ТО  $f_i$

.....  
 ЕСЛИ  $a_1$  И  $b_1$  И  $c_2$  И ... И  $z_1$  ТО  $f_i$   
 ЕСЛИ  $a_2$  И  $b_1$  И  $c_2$  И ... И  $z_1$  ТО  $f_i$

.....  
 ЕСЛИ  $a_{m-1}$  И  $b_n$  И  $c_s$  И ... И  $z_v$  ТО  $f_i$

ЕСЛИ  $a_m$  И  $b_n$  И  $c_s$  И ... И  $z_v$  ТО  $f_i$

Где  $f_i$  значение из диапазона  $f_1, f_2, \dots, f_k$ .

Процесс дефазификации может производиться различными методами, например Суджено, Мамадани, Ларсена и т.д. Одним из наиболее распространенных методов является четкий вывод Суджено, основанный на определении степени отнесения переменной к той или иной нечеткой метке с использованием функцию принадлежности. Степень принадлежности переменной  $x$  к нечетким меткам  $a_i$  и  $a_{i+1}$  показана на рисунке 8.

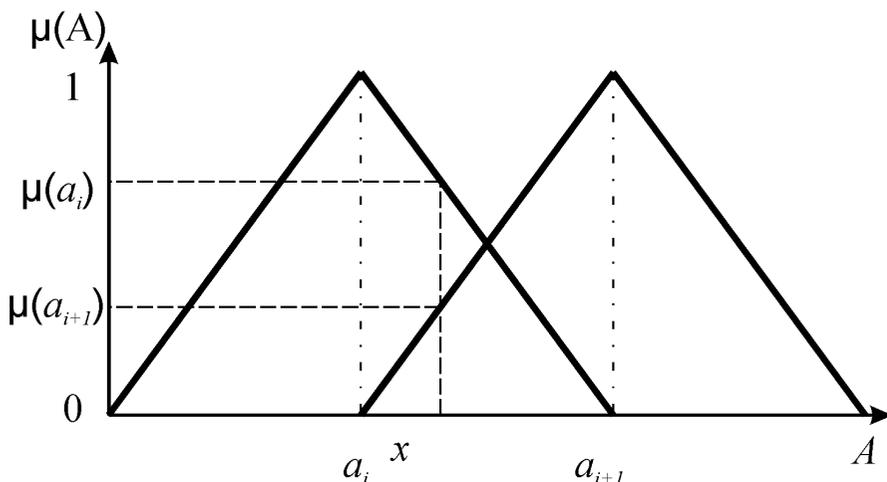


Рис. 8. Степень принадлежности  $x$  к нечетким меткам  $a_i$  и  $a_{i+1}$

Тогда выходная переменная  $z$  относительно лингвистической переменной  $A$  определяется следующим образом:

$$f_a = a_i * \mu(a_i) + (a_{i+1}) * \mu(a_{i+1}),$$

где  $x$  - четкое значение переменной  $A$ ;

$f_a$  - выходная переменная  $f$  относительно лингвистической переменной  $A$ ;

$a_i$  и  $a_{i+1}$  - нечеткие метки, принадлежащие лингвистической

переменной А;

$\mu(a_i)$  и  $\mu(a_{i+1})$  - принадлежность переменной  $x$  к соответствующей нечеткой метке.

Аналогично вычисляются значения выходных переменных и по другим лингвистическим переменным В, С ... Z. Таким образом, четкий вывод определяется как среднеарифметическое значение выходных лингвистических переменных:

$$f = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n} ;$$

где  $f$ - четкое выходное значение;

$f_i$  - выходная переменная  $f$  относительно соответствующей лингвистической переменной;

$N$  - число лингвистических переменных.

Полученный результат представляет собой среднеарифметическое значение между четкими выводами параметров, использующихся при создании нечетких правил. При этом эти параметры имеют разное влияние на конечный результат. Для ранжирования воздействия используемых характеристик целесообразно применить метод экспертных оценок.

### **Задание к лабораторной работе:**

Разработать технологический процесс с 3 или 4 входными параметрами и 2 или более выходными. Например, система кондиционирования воздуха: входные параметры температура воздуха в помещении (Тпом) (рисунок 9) и на улице (Тул) (рисунок 10), влажность воздуха (Ввоз) (рисунок 11), выходные параметры – скорость вращения вентилятора (Vвент) (рисунок 12), температура холодильной установки (Тхол) (рисунок 13).

Для каждого параметра необходимо составить лингвистическую переменную, на основе функций принадлежности (при составлении лингвистических переменных необходимо использовать как минимум 2 разные функции принадлежности).

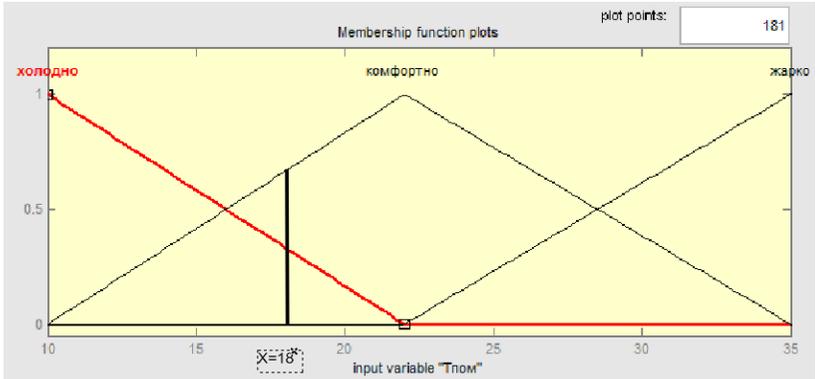


Рис. 9. Лингвистическая переменная Тпом

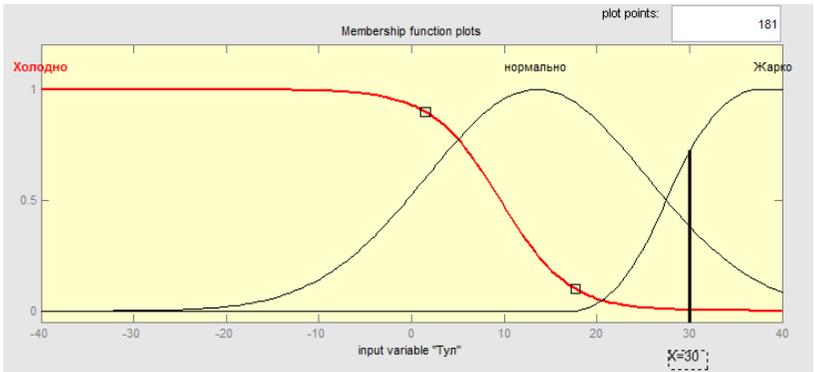


Рис. 10. Лингвистическая переменная Тул

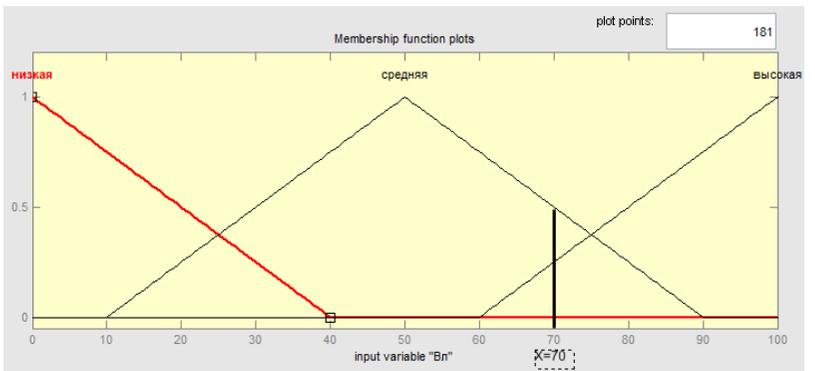


Рис. 11. Лингвистическая переменная Влз

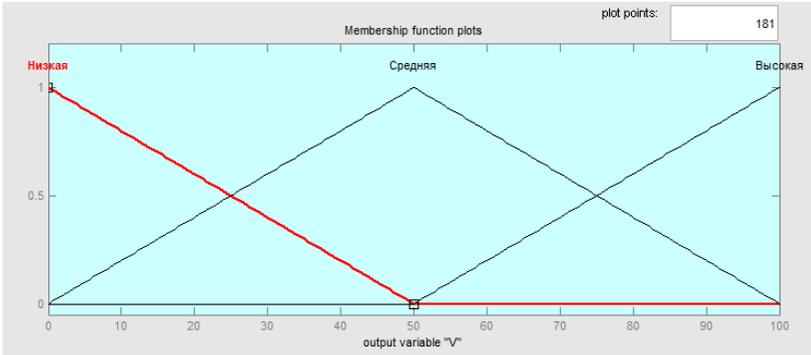


Рис. 12. Лингвистическая переменная Vент

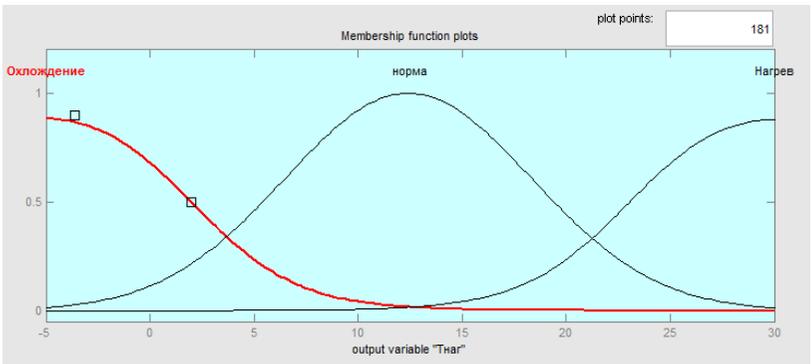


Рис. 13. Лингвистическая переменная Тхол

На основе предыдущих данных составить алгоритм, который позволял бы переводить входные четкие параметры в нечеткие переменные и степень отношения, к этим переменным используя лингвистические переменные.

Используя данные лингвистические переменные составить базу знаний системы управления. Например база для системы кондиционирования будет состоять из правил следующего вида :

ЕСЛИ Тпом И Тул И Ввоз ТО Vент И Тхол.

Количество правил определяется путем перемножения числа нечетких точек в входных лингвистических переменных.

Например:

Тпом состоит из 3 лингвистических переменных – холодно, комфортно, жарко;

Тул состоит из 3 лингвистических переменных – холодно, нормально, жарко;

Ввоз состоит из 3 лингвистических переменных – низкая, средняя, высокая.

Следовательно, размерность базы, которая охватывает все варианты, будет составлять  $3*3*3=27$  правил.

Используя данную базу знаний реализовать нечеткий вывод управляющего значения на основе алгоритма Суджено.

Реализовать данный алгоритм программно.

Оформить отчет.

### **Контрольные вопросы**

1. Из каких элементов состоит структурная схема управления на основе нечеткой логики.
2. Что такое лингвистическая переменная.
3. Для чего нужна и каких видов бывает функция принадлежности.
4. Из каких правил состоит база знаний управления на основе нечеткой логики.
5. Как рассчитать объем базы знаний на основе нечеткой логики.
6. Как работает четкий вывод Суджено.

## Рекомендуемые источники

1. Зубков Е.В., Макушин А.А., Илюхин А.Н. Применение нечеткой логики для моделирования режимов испытания двигателей внутреннего сгорания //Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2009 - № 8. – С. 39-44.
2. Илюхин А.Н. Применение нечеткой логики в автоматизированной системе испытаний ДВС // Проектирование и исследование технических систем: Межвузовский научный сборник. Вып.12. /Под ред. доктора техн. наук проф. В.Г. Шibaкова – Набережные Челны: Изд-во Камской государственной инженерно-экономической академии, 2008. – С. 65-73.
3. Круглов В.В., Дли М.И., Голунов Р.Ю. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети. – М.: -Физматлит, 2001.
4. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации / Пер. с польского. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с., ил.
5. Ярушкина Н.Г Основы нечетких и гибридных систем: учеб. пособие. - М: Финансы и статистика, 2004. – 320 с.: ил.