

ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОНТОЛОГИЯ ONTOMATH^{EDU}: ПРОБЛЕМЫ ОНТОЛОГИЧЕСКОГО ИНЖИНИРИНГА*

О.А. Невзорова (*onevzoro@gmail.com*)

М.В. Фалилеева (*mmwff@mail.ru*)

Е.К. Липачёв (*elipachev@gmail.com*)

Л.Р. Шакирова (*liliana008@mail.ru*)

А.Э. Дюпина (*anastasiya.dupina@yandex.ru*)

Казанский федеральный университет, Казань

А.В. Кириллович (*alik.kirillovich@gmail.com*)

Межведомственный суперкомпьютерный центр РАН, Казань

Статья посвящена задачам онтологического инжиниринга в области школьного образования. На основе предложенного подхода к проектированию онтологии в области школьной математики разработана образовательная полилингвальная математическая онтология OntoMath^{Edu} для школьного курса планиметрии. Описаны особенности организации образовательных онтологий, отражающих специфику предметного обучения в различных странах, в том числе учет методики преподавания и языка обучения. Специфические особенности организации предметной области позволяют учитывать, в том числе, и уровень подготовки обучающихся. Для решения этих задач предложена новая структура организации онтологий с образовательными проекциями, образовательными уровнями и пререквизитами.

Ключевые слова: онтологический инжиниринг, представление математического знания, математическое образование, образовательная проекция, пререквизиты, OntoMath^{Edu}.

Введение

Онтологический инжиниринг в области математического образования – достаточно новая задача, требующая учета при разработке онтологии как специфики предметной области, так и требований соответствующей

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-29-14084).

образовательной системы. В настоящее время онтологии достаточно широко применяются в области образования и моделируют различные аспекты образовательного процесса. Так, можно указать следующие области применения онтологий в образовании: обучающие системы, построение учебных планов, формирование компетенций, управление образовательным процессом, виртуальные обучающие среды, динамика (индивидуализация) процессов обучения. Наиболее трудоемким, безусловно, является проектирование предметных онтологий, применяемым для поддержки функционирования обучающих систем и предметных курсов.

Одной из предметных онтологий в области школьной математики является новая онтология *OntoMath^{Edu}* (<https://github.com/CLLKazan/OntoMathEdu>). Эта онтология предназначена для встраивания в школьные математические курсы, а также организации учебного материала с использованием современных семантических технологий.

Одной из важных задач при проектировании онтологий является сопряжение онтологической и лингвистической моделей представления знаний. Онтологическая модель задает способ структурирования знаний, лингвистическая модель определяет способы функционирования языковых единиц в текстах. Другими словами, лингвистическая модель определяет лексические и синтаксические модели концептуальных (онтологических) единиц. Разработанная онтология *OntoMath^{Edu}* относится к классу лингвистических (терминологических) онтологий, которая фактически представляет собой базу знаний онтологического типа о понятийной системе и лексико-терминологическом составе предметной области, поэтому данная модель успешно применяется для автоматической обработки математических текстов.

Онтология *OntoMath^{Edu}* является центральным компонентом разрабатываемой математической цифровой образовательной платформы, которая предназначена для решения таких задач как: (1) автоматическое тестирование знаний; (2) автоматическая рекомендация образовательных материалов в соответствии с индивидуальным учебным планом; (3) семантическое аннотирование учебных материалов.

В текущем состоянии онтология *OntoMath^{Edu}* детально описывает предметную область планиметрии и используется для встраивания в курс планиметрии для общеобразовательной средней школы, разрабатываемый в Казанском федеральном университете. Поскольку онтология *OntoMath^{Edu}* ориентирована на образовательные приложения, то важными компонентами онтологии является дидактические отношения, которые образуют независимое измерение онтологии и выступают в качестве аналога отношения предварительных требований (отношение *prerequisite*).

Разработанная математическая онтология как предметная онтология представляет самостоятельный интерес с точки зрения классификации знаний выделенной предметной области. Это обстоятельство позволяет сформулировать другую важную цель, а именно представление разработанной модели онтологии в качестве ядра облака Открытых связанных данных для математического образования. Онтология OntoMath^{EdU} была представлена на конференциях SICM [Kirillovich et al, 2020a; Kirillovich et al, 2020b]. В настоящей статье мы описываем процесс онтологического инжиниринга, целью которого является создание образовательной математической полилингвальной онтологии, основные проблемы проектирования и подходы к их решению.

1. Онтологические модели для задач образования

Интеллектуальные программные инструменты, как правило, используют базы знаний онтологического типа. В инженерии знаний термин «онтология» определяется как концептуальная модель предметной области, представленная на формальном языке, позволяющем использовать компьютерные инструменты обработки информации (см., например, [Guarino et al, 2009]). В настоящее время для формализованного представления математического знания разработан ряд тезаурусов и онтологий. Отдельно, отметим онтологию OntoMath^{PRO}, разработанную в Казанском университете [Nevzorova et al, 2014]. Эта онтология содержит определения, как общепринятых математических понятий, так и развивающуюся терминологию профессиональной математики. На основе онтологии OntoMath^{PRO} разработаны сервисы поиска по математическим текстам и рекомендательная система для коллекций физико-математических документов [Elizarov et al, 2016]. Семантические модели активно внедряются в практику электронного образования для моделирования индивидуальной траектории обучения, семантического аннотирования образовательных материалов, оценки знаний, а также онтологического моделирования когнитивного профиля обучаемого [Paquette et al, 2021; Муромцев, 2020].

Можно отметить растущую практику использования открытых связанных данных в образовании [D'Aquin, 2016]. В образовательном контексте связанные данные используются для решения проблем функциональной совместимости образовательных данных и ресурсов, для обогащения образовательного контента, а также для персональных рекомендаций образовательного контента [Pereira et al, 2018].

Онтологический подход в последние годы нашел применение и в обучении школьной математике [Varana et al, 2018]. Экспериментальное исследование авторов [Tzoumpa et al, 2020] послужило основанием для утверждения, что онтологический подход посредством абстрактного и комбинированного мышления помогает учащимся лучше понимать геометрические понятия и их динамические взаимосвязи.

При разработке образовательных программ обязательным этапом является определение зависимостей учебных модулей и последовательности их изучения [Муромцев, 2020]. Семантические зависимости между учебными модулями задаются с помощью пререквизитов рассматриваемой учебной дисциплины. В образовательных онтологиях дидактическое отношение *пререквизит* связывает концепты онтологии на основе стандартов обучения соответствующей системы образования [Kirillovich et al, 2020c].

2. Проектирование полилингвальной математической онтологии OntoMathEdu

Подробно опишем основные проблемы и методы их решения при проектировании полилингвальной математической онтологии, предназначенной для учебного курса планиметрии средней школы.

Построение полилингвальной образовательной онтологической модели предметной области планиметрии потребовало формализации понятий содержания курса планиметрии, отношений между ними и построения полноценных альтернативных языковых систем с учетом организации учебного процесса. Для этого требовалось решить следующие задачи:

- сформировать базу учебных материалов на различных языках;
- извлечь геометрические понятия из учебных материалов;
- установить соответствия терминов онтологии на разных языках в различных системах обучения;
- построить иерархии геометрических понятий;
- построить отношения между понятиями предметной области;
- ввести в онтологию специфические отношения, отражающие процесс обучения выбранному предмету школьной математики;
- описать понятия и все его отношения (определения, изображения, ссылки на внешние ресурсы и др.).

В качестве первого курса школьной математики при проектировании онтологии OntoMath^{Edu} был выбран курс планиметрии, изучаемый в школах Российской Федерации в 7-х–9-х классах, причем в Республике Татарстан данный курс ведется в ряде школ на татарском языке. В Великобритании аналогичный курс рассчитан на учеников средних школ (Secondary Education).

Разработка онтологии OntoMath^{Edu} преследует цель создания полилингвальной онтологии с терминологическими системами математических понятий на русском, английском и татарском языках. Терминологическая база онтологии для курса планиметрии на русском и татарском языках базируется на методических системах обучения планиметрии, принятых в Российской Федерации. При этом татарская терминология в онтологии

представляет собой, в основном, переведенные эквиваленты терминов на русском языке. Отношения между русской и английской терминологическими частями онтологии потребовали разработки отдельной модели их взаимосвязей. Предложенные решения по построению такой модели взаимосвязей позволяют в дальнейшем создавать и другие полилингвальные образовательные предметные онтологии.

Отбор понятий. При отборе геометрических понятий использовались экспертные знания авторов статьи, а также учебные и справочные материалы на русском, английском и татарском языках. Можно указать учебник по геометрии Л.С. Атанасяна и др., дополнительные учебные пособия по элементарной геометрии Г.К. Гордина и др.; учебник геометрии Л.С. Атанасяна на татарском языке (пер. с рус. З.Х. Билалова, В.З. Закиров), русско-татарские и русско-татарско-английские толковые словари и справочники математических терминов (И.Г. Галютдинова, Л.И. Галиевой, Л.Л. Салеховой и др), русско-татарский и татарско-русский словари Lingvo 12.0 и др.; учебники по геометрии на английском языке, такие как Africk Henry (2013), Alexander, D.C., Koeberlein, G.M. (2016), Ameen, Ayesha&Khan, Khaleel&PadmajaRani, B. (2012), Cummins, J., Carter, J.A., Cuevas, G.J., Day, R, Malloy, C. (2012) и др., русско-английские словари «Мультитран», Lingvo 12.0 и др.

Выбор языка и системы обучения планиметрии потребовало учета в модели онтологии следующих факторов:

- методические особенности процесса обучения планиметрии в системах образования России и Великобритании, а именно наличие геометрических понятий в курсе планиметрии для школьников; последовательность изучения понятий и устанавливаемые взаимосвязи между ними, предлагаемые определения геометрических понятий и др.;
- образовательная направленность онтологии требует выделения уровней подготовки учащихся по предмету (на каждой образовательной ступени изучения планиметрии предлагается свой набор геометрических понятий и связей между ними);
- лингвистические особенности русского и английского языков при переводе математической терминологии, в том числе, выбор используемого варианта перевода термина при наличии нескольких вариантов (например, высота/height, altitude; круг/circle, disk) или проблема отсутствия термина в школьной программе (kite/дельтоид, complementary angle /угол, дополняющий до угла 90 градусов) и др.

Описание понятий. Важной задачей при построении описания понятия в онтологии является отбор определений данного понятия из различных источников. В существующих школьных учебниках нередко приво-

дятся различные определения отдельных геометрических понятий. Например, приведем определения понятия *многоугольник* в основных учебниках по геометрии на русском языке:

- 1) простая замкнутая ломаная (Погорелов А.В.);
- 2) плоский многоугольник или многоугольная область – конечная часть плоскости, ограниченная многоугольником (Погорелов А.В.);
- 3) фигура, составленная из отрезков АВ, ВС, ..., FA, так, что смежные отрезки не лежат на одной прямой, несмежные отрезки не имеют общих точек (Атанасян Л.С.);
- 4) фигура, состоящая из сторон многоугольника и его внутренней области (Атанасян Л.С.);
- 5) замкнутая ломаная, не имеющая самопересечений, ограничивает многоугольник (Шарыгин И.Ф.);
- 6) фигура, образованная простой замкнутой ломаной и ограниченная ею часть плоскости (Смирнова И.М.).

Приведенные определения относят концепт *многоугольник* в принципиально различные классы (многоугольник как часть плоскости, или многоугольник как ломаная, или совокупность ломаной и части плоскости). Выбор определения позволяет установить положение геометрического понятия в таксономии и в дальнейшем построить многочисленные отношения между рассматриваемым понятием и другими понятиями (например, площадь и периметр, принадлежность/непринадлежность точек многоугольнику и др.). В частности, для многоугольника наш выбор связан с определением, связывающим многоугольник с частью плоскости, поскольку нельзя измерить площадь ломаной.

Проекция онтологии. Для выделения системы терминов, определяющих область понятий курса планиметрии той или иной системы образования, были созданы проекции онтологии $\text{OntoMath}^{\text{Edu}}$ (далее – проекция онтологии). Проекция онтологии – это система концептов онтологии и связывающих их отношений, являющаяся формализованной моделью содержания школьной математики определенной системы образования.

В онтологии $\text{OntoMath}^{\text{Edu}}$ представлены две проекции онтологии: на русском языке в системе образования РФ, вторая на английском языке в системе образования Великобритании. Проекция онтологии связаны друг с другом через единые концепты геометрических понятий, присутствующих одновременно в двух системах обучения планиметрии. Каждый концепт онтологии имеет название на русском и английском языках. В проекции онтологии дополнительно размечаются образовательные уровни. Образовательный уровень онтологии $\text{OntoMath}^{\text{Edu}}$ включает совокупность концептов предметной области, изучаемых на определенной ступени обу-

чения в соответствии с данной образовательной системой. Для разметки принадлежности концепта онтологии образовательному уровню введено свойство «Образовательный уровень».

В проекции онтологии на русском языке выделяются следующие значения свойства «Образовательный уровень»: 7 класс, 8 класс, 9 класс, 8 профильный класс, 9 профильный класс, дополнительный уровень. В проекции онтологии на английском языке значения Key Stage 1, Key Stage 2, Key Stage 3 и Key Stage 4.

Каждый последующий образовательный уровень включает в себя множества концептов нижерасположенных уровней.

Так, объединение концептов со свойствами образовательный уровень 7 класс, 8 класс и 8 профильный класс позволяет выделить концепты, соответствующие уровню подготовки учащегося закончившему обучение в 8 профильном математическом классе. Таким образом, выделенные образовательные уровни моделируются по отношению включения.

Выделение проекций и образовательных уровней в онтологии является новым шагом в проектировании полилингвальных образовательных 8.

3. Структура Онтологии $\text{OntoMath}^{\text{Edu}}$

На основе предложенного подхода к проектированию онтологии в области школьной математики разработана образовательная полилингвальная математическая онтология $\text{OntoMath}^{\text{Edu}}$ для школьного курса планиметрии.

Формально, онтология $\text{OntoMath}^{\text{Edu}}$ представляется в виде кортежа $O = \langle C, Cr, Rel, Hc, Hrel, A \rangle$, где C – множество классов, Cr – множество реализованных отношений (подкласс C), $Rel \subseteq C \times C$ – множество свойств классов, $Hc: C \times C$ – иерархия классов, $Hrel: R \times R$ – иерархия отношений, A – множество аксиом над классами и ограничений отношений.

Проекция онтологии на образовательную систему

$$O^* = \langle C^*, Rel^*, Hc^*, Hrel, A^* \rangle,$$

где C – множество классов, Cr – множество реализованных отношений (подкласс C), $Rel \subseteq C \times C$ – множество свойств классов, $Hc: C \times C$ – иерархия классов, $Hrel: R \times R$ – иерархия отношений, A – множество аксиом над классами и ограничений отношений.

В структуре онтологии $\text{OntoMath}^{\text{Edu}}$ выделяются следующие слои представления, далее называемые уровнями: лингвистический уровень, уровень предметной онтологии, уровень верхней онтологии.

Уровень онтологии верхнего уровня содержит в качестве модели представления онтологию UFO (Unified Foundational Ontology) [Guizzardi, 2005].

Уровень предметной онтологии содержит концепты предметной области школьной математики. Концепты связаны с внешними ресурсами из облака Открытых связанных данных (Linked Open Data, LOD), такими как проект DBpedia (<https://www.dbpedia.org>), онтологии ScienceWISE и OntoMath^{PRO}. Кроме того, на основе схемы именования ресурсов MMT (Module system for Mathematical Theories) [Müller et al, 2017], концепты могут быть связаны с онтологией MitM [Dehaye et al, 2016], и, через нее, с концептами различных систем компьютерной алгебры.

Уровень предметной онтологии разработан в соответствии со следующими принципами моделирования:

1. Концептуальная модель школьной математики. OntoMath^{Edu} отражает набор концептов школьной математики, который применяется в учебной математической литературе.
2. Строгое соблюдение онтологических различий, определяемых в онтологии верхнего уровня. Например, мы явно разделяем концепты на типы и на роли.
3. Материализация предметных отношений. Многоместные математические отношения в онтологии представлены как концепты, а не как объектные свойства. Благодаря этому математические отношения являются сущностями первого порядка и могут выступать в качестве объектов утверждений.
4. Многоязычность. Концепты онтологии содержат названия на английском, русском и татарском языках.

В структуре онтологии выделяются: иерархия объектов; иерархия материализованных отношений; сеть точек зрения. Текущая версия OntoMath^{Edu} содержит 916 концептов, при этом иерархия объектов включает 675 классов, иерархия материализованных отношений 212 классов. В онтологии введено 1280 отношений «класс-подкласс».

Концепты-классы имеют названия на английском, русском и татарском языках. В соответствии с требованиями онтологии верхнего уровня объекты предметной онтологии разделяются на концепты-типы и концепты-роли.

Верхний уровень иерархии типов включает концепты *Фигура на плоскости*, *Аксиома планиметрии*, *Теорема планиметрии*, *Задача планиметрии*, *Единица измерения*, *Инструмент измерения или построения геометрических фигур*.

Онтология определяет следующие отношения, представленные объектными и аннотационными свойствами, и их под свойствами: (1) отношение «иметь аргумент»; (2) отношение онтологической зависимости; (3) отношение «Часть-целое»; (4) отношение предметности; (5) отношение «Пререквизит» и отношение «Образовательный уровень»; (6) отношение «Внешний ресурс».

Онтология содержит иерархию материализованных отношений. Материализованные отношения служат средством для представления утверждений формальной математической теории, основанной на логике предикатов первого порядка, в виде RDF-графа.

Утверждение формальной теории вида $R(c_1, \dots, c_n)$ представляется в терминах онтологии в виде общей схемы RDF-триплетов (рис. 1):

$_rel \text{ rdf:type } map(R).$ $_rel \text{ ome:hasArgument } map(c_1).$... $_rel \text{ ome:hasArgument } map(c_n).$	$map(R)$ – отображение имени предиката R на URI материализованного отношения из $OntoMath^{Edu}$ $map(c_i)$ – отображения имен констант-аргументов предиката на URI объектов из $OntoMath^{Edu}$
--	---

Рис. 1. Модель материализованного отношения в $OntoMath^{Edu}$

Таким образом, отношения между концептами являются сущностями первого порядка, и могут выступать в качестве объекта утверждений. Примером утверждения вида $R(c_1, \dots, c_n)$ может быть утверждение $tangent(a,b,c)$, т.е. «прямая a касается окружности b в точке c ».

Верхний уровень иерархии материализованных отношений содержит концепты-классы *Взаимное расположение геометрических фигур на плоскости, Отношение сравнения геометрических фигур, Преобразования плоскости, Метрическое свойство геометрической фигуры*.

Сеть точек зрения. Помимо универсальных утверждений о математических понятиях, онтология содержит утверждения, привязанные к отдельным точкам зрения. Точки зрения моделируются с использованием шаблона проектирования «Descriptions and Situations» и базируются на онтологии верхнего уровня DOLCE+DnS Ultralite [Borgo et al, 2010].

В настоящее время в онтологии введены следующие виды точек зрения:

1. Определения. Один и тот же концепт может иметь разные определения в соответствии с разными точками зрения.
2. Образовательные уровни. В онтологии имеются различные образовательные уровни, которые относятся к различным образовательным системам.

Внешние ссылки. Онтология $OntoMath^{Edu}$ связана в настоящее время с ресурсом DBpedia. Полуавтоматически построены и проверены вручную 142 связи с данным ресурсом на основе подхода, предложенного в [Kirillovich et al, 2020b].

Пререквизиты. Для использования онтологии в образовательных целях, необходимо установить логические связи между понятиями, которые определяют порядок изучения концептов в реальном образовательном про-

цессе по соответствующей национальной учебной программе. Концепт А называется пререквизитом для концепта В, если изучение концепта А, является обязательным для понимания концепта В. Например, понимание концепта *Сложение* требуется для понимания концепта *Умножение*.

Примером цепочки пререквизитов является последовательность концептов онтологии: *Точка* [7-й класс] → *Луч* [7-й класс] → *Угол* [7-й класс] → *Прямой угол* [7-й класс] → *Прямоугольный треугольник* [7-й класс] → *Теорема Пифагора* [8-й класс].

OntoMathEdu предлагает два подхода к определению пререквизитов: прямым путем установления связи между двумя понятиями и, косвенно, путем организации понятий по образовательным уровням.

Лингвистический уровень онтологии OntoMath^{Edu} состоит из многоязычных словарей (лексиконов), определяющих способы выражения концептов из предметной онтологии в русском, английском и татарском языках. Каждое понятие онтологии имеет имя (слово или словосочетание), значение которого соответствует этому понятию. Каждое понятие снабжается также набором текстовых входов – языковых выражений, отражающих значение понятия, которые извлекаются из математических текстов специальными алгоритмами.

Для представления многоязычных лексиконов онтологии разработана мета-онтологическая модель, которая базируется на существующих онтологиях OntoLex/Lemon (<https://www.w3.org/community/ontolex/>; <https://www.w3.org/2016/05/ontolex/>), LexInfo (<https://lexinfo.net/>) и PreMOn (Predicate Model for Ontologies, <https://premon.fbk.eu/>). Благодаря этому разработанные лексиконы могут быть интегрированы в облако Лингвистических открытых связанных данных (Linguistic Linked Open Data, LLOD, <http://linguistic-lod.org/lod-cloud>). Разработанная мета-онтологическая модель содержит также надстройку над указанными онтологиями, с помощью которой синтаксические фреймы из лексиконов могут быть связаны с материализованными отношениями.

Проектирование онтологии OntoMath^{Edu} выполнено в редакторе Protégé.

Заключение

В статье представлен процесс разработки новой образовательной онтологии OntoMath^{Edu} и кратко описана ее текущая версия. Выделены основные проблемы онтологического инжиниринга в образовательной сфере, связанные со спецификой предметного обучения в различных странах в различных образовательных системах, в том числе требующие учета методики преподавания и языка обучения. Онтология OntoMath^{Edu} является первой образовательной полилингвальной математической онтологией общего назначения, которая представлена в облаке Открытых связанных данных (Linked Open Data, LOD).

Онтология OntoMath^{Edu} находится в процессе дальнейшей разработки, и в ближайших планах применить принципы моделирования, протестированные в настоящем проекте, для разработки других разделов школьной математики.

Список литературы

- [Barana et al, 2018] Barana A., Di Caro L., Fioravera M., Marchisio M., Rabellino S. Ontology Development for Competence Assessment in Virtual Communities of Practice. / In: Penstein Rosé C., et al. (eds.) // Proceedings of the 19th International Conference Artificial Intelligence in Education (AIED 2018). Part II. LNCS. – Vol. 10948. – P. 9498. – Springer, Cham, 2018. – https://doi.org/10.1007/978-3-319-93846-2_18.
- [Borgo et al, 2010] Borgo S., Masolo C. Ontological Foundations of DOLCE / In: Poli R., Healy M., and Kameas, A. (eds.) // Theory and Applications of Ontology: Computer Applications. – Springer, Dordrecht, 2010. – P. 279-295. – https://doi.org/10.1007/978-90-481-8847-5_13.
- [D'Aquin, 2016] D'Aquin M. On the Use of Linked Open Data in Education: Current and Future Practices / In: Mouromtsev D. and D'Aquin M. (eds.) // Open Data for Education: Linked, Shared, and Reusable Data for Teaching and Learning. LNCS. – Vol. 9500. – Springer, Cham, 2016. – P. 3-15. – https://doi.org/10.1007/978-3-319-30493-9_1.
- [Dehaye et al, 2016] Dehaye P.-O., Iancu M., Kohlhase M., Kononov A., Lelièvre S., Müller D., Pfeiffer M., Rabe F., Thiéry N.M., Wiesing T. Interoperability in the OpenDreamKit Project: The Math-in-the-Middle Approach / In: Kohlhase M., et al. (eds.) // Proceeding of the 9th International Conference on Intelligent Computer Mathematics (CICM 2016). LNCS. – Vol. 9791. – Springer, Cham, 2016. – P. 117-131. – https://doi.org/10.1007/978-3-319-42547-4_9.
- [Elizarov et al, 2016] Elizarov A.M., Zhizhchenko A.B., Zhil'tsov N.G., Kirillovich A.V., and Lipachev E.K. Mathematical Knowledge Ontologies and Recommender Systems for Collections of Documents in Physics and Mathematics // Doklady Mathematics. – 2016. – Vol. 93 (2). – P. 231-233. – <https://doi.org/10.1134/S1064562416020174>.
- [Guarino et al, 2009] Guarino N., Oberle D., Staab S. What is an ontology? / In: Staab S., Studer R. (eds.) // International Handbooks on Information Systems. Handbook on Ontologies. – 2th ed. – N.Y. Springer, 2009. – P. 1-17.
- [Guizzardi, 2005] Guizzardi G. Ontological Foundations for Structural Conceptual Model // CTIT PhD Thesis Series. No. 05–74. – Enschede, 2005. – 441 p.
- [Kirillovich et al, 2020a] Kirillovich A., Nevzorova O., Falileeva M., Lipachev E., and Shakirova L. OntoMathEdu: Towards an Educational Mathematical Ontology / In: Edwin Brady, et al. (eds.) // Workshop Papers at 12th Conference on Intelligent Computer Mathematics (CICM-WS 2019). CEUR Workshop Proceedings. – CEUR-WS.org, 2020. – Vol. 2634.
- [Kirillovich et al, 2020b] Kirillovich A., Nevzorova O., Falileeva M., Lipachev E., and Shakirova L. OntoMathEdu: a Linguistically Grounded Educational Mathematical Ontology / In Benzmüller C. and Miller B. (eds.) // Proceedings of the 13th Conference on Intelligent Computer Mathematics (CICM 2020). Lecture Notes in Artificial Intelligence. – Springer, 2020. – Vol. 12236. – P. 157-172.

- [**Kirillovich et al, 2020c**] Kirillovich A., Falileeva M., Nevzorova O., Lipachev E., Dyupina A., Shakirova L. Prerequisite Relationships of the OntoMathEdu Educational Mathematical Ontology / In: J.C. Figueroa-Garc a, et al. (eds.) // Proceedings of the 7th Workshop on Engineering Applications (WEA 2020). Communications in Computer and Information Science. – Springer, 2021. – P. 517-524. – https://doi.org/10.1007/978-3-030-86702-7_44.
- [**Müller et al, 2017**] Müller D., Gauthier T., Kaliszyc C., Kohlhase M., Rabe F. Classification of Alignments Between Concepts of Formal Mathematical Systems / In: Geuvers H., et al. (eds.) // Proceedings of the 10th International Conference on Intelligent Computer Mathematics (CICM 2017). Lecture Notes in Computer Science. – Springer, Cham, 2017. – Vol. 10383. – P. 83-98. – https://doi.org/10.1007/978-3-319-62075-6_7.
- [**Nevzorova et al, 2014**] Nevzorova O., Zhiltsov N., Kirillovich A., Lipachev E. OntoMathPRO Ontology: A Linked Data Hub for Mathematics / In: Klinov P. and Mouromstev D. (eds.) // Proceedings of the 5th International Conference on Knowledge Engineering and Semantic Web (KESW 2014). Communications in Computer and Information Science. – Springer, Cham, 2014. – Vol. 468. – P. 105-119. – https://doi.org/10.1007/978-3-319-11716-4_9.
- [**Paquette et al, 2021**] Paquette, G., Marino, O., Bejaoui, R.: A new competency ontology for learning environments personalization // Smart Learning Environments. – 2021. – Vol. 8 (16). – P. 1-23. – <https://doi.org/10.1186/s40561-021-00160-z>.
- [**Pereira et al, 2018**] Pereira C.K., Matsui Siqueira S.W., Nunes B.P., Dietze S. Linked Data in Education: A Survey and a Synthesis of Actual Research and Future Challenges // IEEE Transactions on Learning Technologies. – 2018. – Vol. 11 (3). – P. 400-412. – <https://doi.org/10.1109/TLT.2017.2787659>.
- [**Tzoumpa et al, 2020**] Tzoumpa D., Karvounidis T., Douligeris C. Circle's Ontology Extended: Circumference and Surface Area of a Circle // Advances in Intelligent Systems and Computing. – 2020. – Vol. 916. – P. 120-132
- [**Муромцев, 2020**] Муромцев Д.И. Модели и методы индивидуализации электронного обучения в контексте онтологического подхода // Онтология проектирования. – 2020. – Т. 10, № 1 (35). – С. 34-49. – <https://doi.org/10.18287/2223-9537-2020-10-1-34-49>.