Казанский федеральный университет

Практическое руководство по решению кристаллографических задач на сетке Вульфа

Учебно-методическое пособие

Е.М. Нуриева, А.А. Ескин

Казань 2018

УДК 548.К

Печатается по решению учебно-методической комиссии Института геологии и нефтегазовых технологий КФУ (протокол № 6 от 4 мая 2018 года)

Составители:

Нуриева Е.М., Ескин А.А. **Практическое руководство по решению кристаллографических задач на сетке Вульфа**: учебно-методическое пособие. – Казань: КФУ, 2018. – 52 с.

Рецензент:
Зав.кафедрой региональной геологии и полезных ископаемых,
д.г.-м.н. Р.Р. Хасанов

В учебно-методическом пособии рассмотрены особенности применения стереографических и гномостереографических проекций кристаллов для усвоения основ геометрической кристаллографии и решения задач на сетке Вульфа. Практическое руководство предназначено для самостоятельной подготовки студентов к выполнению контрольных заданий по дисциплине «Кристаллография».

Пособие рекомендуется студентам, обучающимся по направлению 05.03.01 «Геология», при подготовке к занятиям по курсу «Кристаллография» и обучающимся по другим направлениям при изучении курса «Минералогия с основами кристаллографии».

Введение

С древнейших времен природные кристаллы привлекают правильностью внешнего огранения и напоминают строго закономерные геометрические фигуры-многогранники. Детальное изучение естественной огранки кристаллов позволило ученым сделать заключения об их уникальных свойствах: правильное закономерное внутреннее строение (пространственная решетка), однородность, анизотропность, способность к самоогранке и симметрия.

Систематическое исследование кристаллов начинается с изучения их внешней формы и установления элементов симметрии, присущих им. Возможности графического изображения кристаллов с помощью эскизов хотя и дают наглядное представление о внешнем облике кристаллов, но в этом случае затруднительно изобразить все многообразие угловых характеристик между различными гранями кристалла. В кристаллографии используются различные методы изображения элементов симметрии, граней, ребер кристаллов: метод сферической проекции, метод стереографической проекции и метод гномостереографической проекции.

Стереографическая и гномостереографические проекции – это проекции трехмерных объектов на плоскости. Эти проекции являются удобным и наглядным способом описания кристаллов. Они отражают углы между направлениями и плоскостями. В 1897 году знаменитым русским ученым Г.В. Вульфом в кристаллографическую практику была введена стереографическая сетка, образованная стереографическими проекциями меридианов и параллелей определенного радиуса. Она позволяла без трудоемких вычислений путем геометрических построений получить стереографические проекции точек сферы произвольного радиуса. В этом учебно-методическом пособии предлагается студентам познакомиться с решением кристаллографических задач на сетке Вульфа на собственном опыте.

1.Основные теоретические положения метода проекций

Цель работы: **практическое построение стереографической проекции и определение сферических координат**

В кристаллографии метод проецирования основан на важной теореме кристаллографии: все элементы точечной симметрии кристалла пересекаются хотя бы в одной точке. Набор всех элементов симметрии точечной симметрии кристалла называется точечным комплексом. При решении любой кристаллографической задачи всегда можно найти точку O, в которой пересекаются все оси и плоскости симметрии многогранника. В случае если имеется еще и центр инверсии кристалла, то он находится в точке O. Точка O называется центром точечного комплекса. К любой плоскости можно провести перпендикуляр (нормаль) и перенести его параллельно самому себе так, чтобы он проходил через произвольную точку O. Заменив все плоскости перпендикулярами, получим полярный комплекс из прямых линий.

В кристаллическом многограннике все грани и ребра могут быть перенесены параллельно самим себе таким образом, чтобы они пересекались в произвольной точке пространства O. Полученная совокупность называется кристаллическим комплексом, а точка O – центром кристаллического комплекса.

Точечный, полярный и кристаллический комплексы представляют собой тождественные математические объекты.

Для построения кристаллографической проекции природных кристаллов кристаллографы решили воспользоваться опытом старейшей науки на Земле – географии, использующей модель земной поверхности в виде сферы с параллелями и меридианами.

Вокруг кристаллического многогранника описываем сферу произвольного радиуса с центром в произвольной точке O. Эта сфера будет называться сферой проекций. Через центр O проводится ось, которая называется полярной. Ее положительный конец пересекает сферу проекций в точке N, которая будет называться северным полюсом. Отрицательный конец полярной оси пересечет сферу проекций в точке S, которая будет называться южным полюсом. Через северный и южный полюс можно провести серию больших кругов, которые по аналогии с геодезией будут называться меридианами. Через точку O перпендикулярно полярной оси NS проводим плоскость, которая будет называться экваториальной плоскостью (рис.1.1). Параллельно экватору можем провести серия больших кругов выше и ниже до пересечения со сферой проекций, которые будут называться параллелями. Плоскости проводятся с определенным угловым шагом.

Рисунок 1.1 Сферическая система координат

Любое направление в пространстве можно зафиксировать с помощью сферических координат долготы **φ** и широты **ρ**. Для этого выбирается нулевой меридиан и по экватору по часовой стрелке до определенного меридиана отсчитывается угловое расстояние **0°≤ φ ≤360°.** Угловое расстояние **φ** – сферическая координата – долгота или азимут. От северного полюса N к экватору до южного полюса S по меридиану можно определить следующее угловое расстояние **ρ** или полярный угол изменяется в пределах **0°≤ ρ ≤180°.** Полярный угол **ρ** – сферическая координата, называемая широтой.

Работа с объемной сферой проекций в кристаллографической практике оказалась неудобной. В кристаллографии наиболее распространен следующий метод проектирования: перенесение сферической проекции на экваториальную плоскость, которая принимается за плоскость чертежа – метод стереографических проекций (рис.1.2).

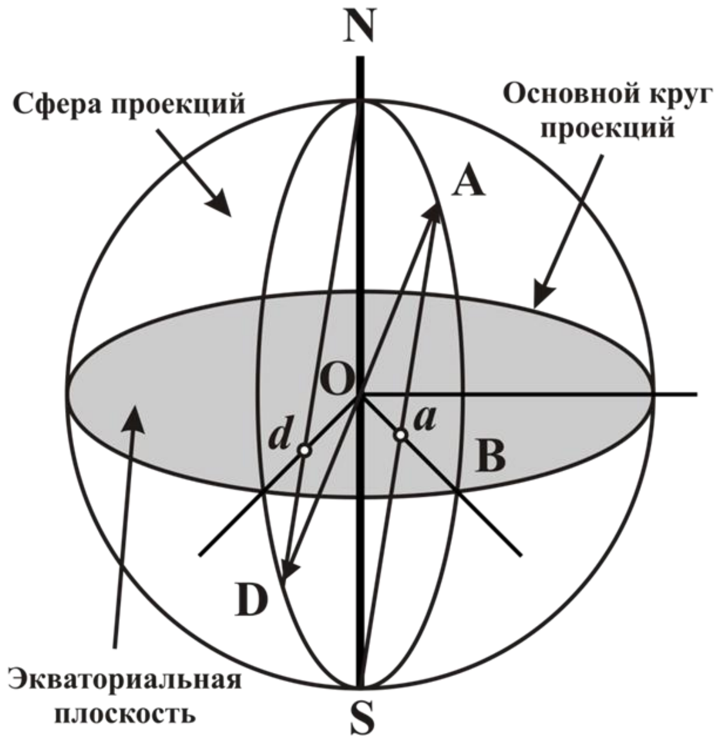
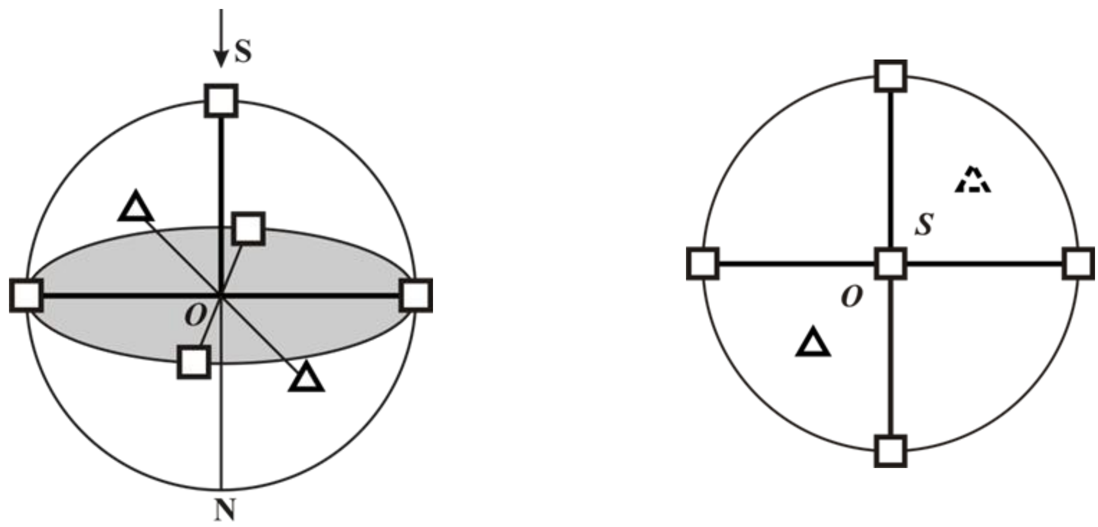


Рисунок 1.2 Построение стереографических проекций точек A и D

Для построения стереографической проекции точки *A* проводят следующие построения. Точку *A* соединяют с центром сферы проекций точкой *O*. Через точку A проводят меридиан от северного полюса *N* до южного *S*. Этот меридиан пересекается с экватором в точке *B*. Точки *O* и *B* соединяем линией. Точка *A* находится в северном полушарии, там, где располагается северный полюс *N*. Выбираем полюс, из которого будем проводить отрезок к точке *A*, он будет называться точкой зрения. В данном случае – это будет южный полюс *S*. Соединяем южный полюс *S* и точку *A*. Стереографической проекцией точки *A* будет точка ***a*** – точка пересечения направлений OA и SA. В случае если точка лежит в южном полушарии, то точку зрения располагают в северном полюсе N.

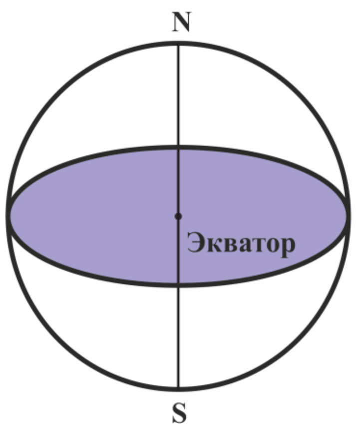
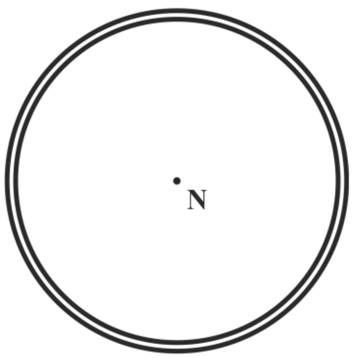
Любая ось симметрии пересекает сферу проекций в двух точках в северном и южном полушариях на противоположных концах (рис.1.3).



а б

Рисунок 1.3 Проекции осей симметрии: а) вид сбоку; б) вид сверху

Плоскость в пространстве можно зафиксировать с помощью сферических координат точки пересечения перпендикуляра к плоскости и сферы проекций. Стереографические проекции плоскостей (рис. 1.4), проходящих через центр проекций, будут представлять собой следующие варианты:

Вид сбоку	Вид сверху
	
а) плоскость симметрии совпадает с экваториальной плоскостью;	

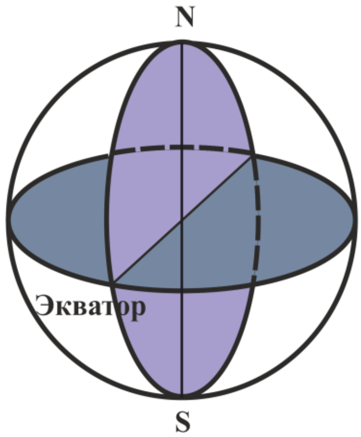
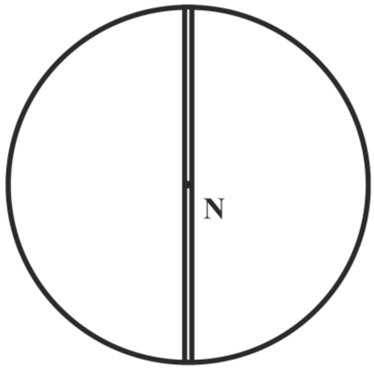
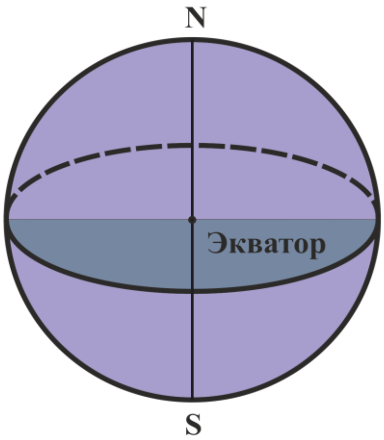
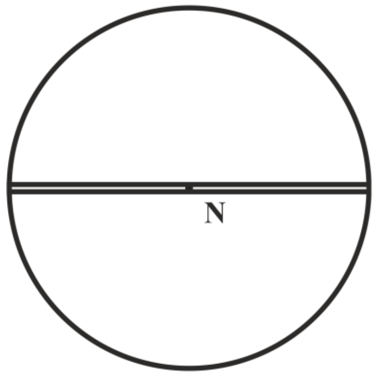
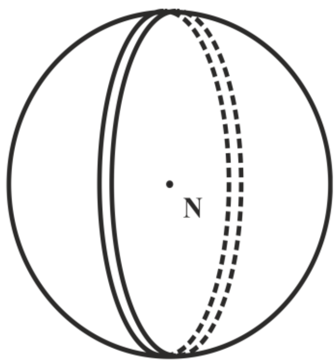
Вид сбоку	Вид сверху
	
б) плоскость симметрии перпендикулярна плоскости, проходящей через нулевой меридиан;	
	
в) плоскость симметрии проходит через нулевой меридиан;	
	
г) плоскость симметрии расположена наклонно к экватору.	

Рисунок 1.4 Стереографические проекции плоскостей симметрии

Обозначения элементов симметрии на стереографической проекции

Таблица 1.1

Элемент симметрии	Расположение относительно плоскости проекций	
	Перпендикулярно и наклонно	Параллельно
L_2		
L_3		
L_4		
L_6		
L_{i4}		
L_{i6}		
C	C	C

Построив стереографические проекции элементов симметрии кристалла, начинаем строить проекции граней кристалла.

Если будем проецировать грани кристалла в виде плоскостей, пересекающих сферу проекций, то стереограмма окажется нечитаемой и неинформативной из-за большого количества линий и дуг.

К грани проводим перпендикуляр, который пересечет сферу проекций в точке ***G*** со сферическими координатами ($\boldsymbol{\varphi_G}$, $\boldsymbol{\rho_G}$). Через точку ***G*** проводим меридиан. Он пересечет экватор в точке *K*. Для проецирования на плоскость точки *G* проводим лучи *GS* и *OK*. Точка пересечения лучей – точка ***g*** является гномостереографической проекцией грани (рис.1.5). Проекция точки *G* будет обозначаться кружочком. Гномостереографические проекции граней, находящихся в нижней полусфере, будут обозначаться крестиками.

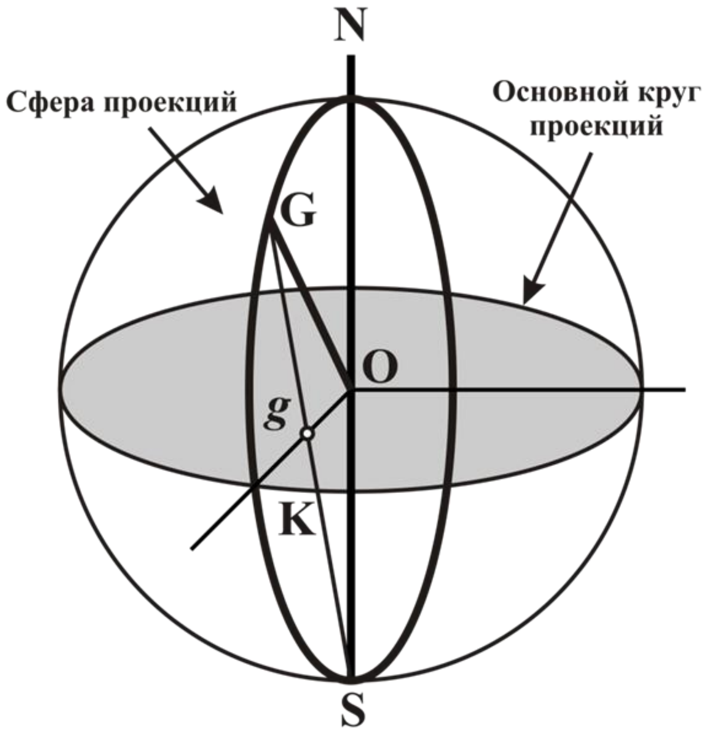


Рисунок 1.5 Построение гномостереографической проекции грани

При проецировании граней кристаллов выявлена интересная закономерность. Если грани пересекаются по параллельным ребрам и образуют призмы с разными сечениями, то нормали к этим граням будут располагаться в одной плоскости, проходящей через центр тяжести кристалла.

Грани, пересекающиеся по параллельным ребрам, называются ***таутозональными*** (tautos (греч.) – «тот же самый»).

Совокупность таутозональных граней называется **«*зоной*»** или **«поясом».**

Осью зоны называется направление, параллельное ребрам, по которым пересекаются таутозональные грани.

1) Если ось зоны расположена вертикально, то гномостереографические проекции всех граней будут расположены на круге проекций (рис.1.6 а);

2) Если ось зоны расположена горизонтально, то гномостереографические проекции всех граней будут располагаться на вертикальном диаметре круга проекций (рис.1.6 б);

3) Если ось зоны расположена наклонно, то гномостереографические проекции всех граней будут лежать на одной дуге большого круга (рис.1.6 в).

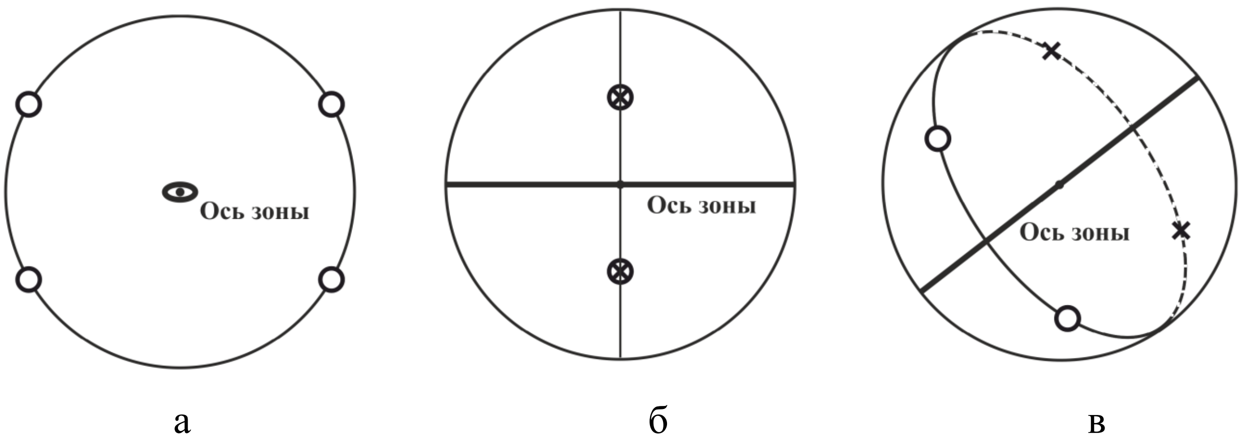


Рисунок 1.6 Гномостереографические проекции граней. Вид сверху

При решении кристаллографических задач иногда требуется строить стереографические проекции окружностей произвольного радиуса, расположенных на сфере проекций. Эти окружности получаются сечением сферы проекций плоскостью. Форма стереографических проекций этих окружностей определяется следующей важной теоремой.

Теорема 1. Любая окружность на поверхности сферы отображается на стереографической проекции также в виде окружности.

Еще одно важное свойство стереографической проекции формулируется в виде теоремы.

Теорема 2. Угол между дугами больших кругов на сфере равен углу между стереографическими проекциями этих дуг.

Для информативного восприятия стереографической проекции элементов симметрии, граней и ребер кристаллического многогранника ученые предлагали разные варианты градусных сеток. В кристаллографии наибольшее распространение получила сетка Вульфа. Стандартная сетка Вульфа чертится на круге диаметром 20 см. Линии параллелей и меридианов проводят через каждые 2°. Разделив это расстояние на глаз еще на 4 части, можно работать с точностью до 0,5°. Точка зрения помещается на экваторе и на сетке совмещается с центром проекций. Положение на сетке Вульфа любой точки определяется ее сферическими координатами **ρ** и **φ**.

Сетка Вульфа приведена в приложении 1.

Правила работы с сеткой Вульфа

1) Для выполнения построений нужно приготовить сетку Вульфа, кальку, остро отточенный твердый карандаш.

2)·Сетку располагают так, чтобы ее экватор был горизонтальным. На сетку кладут кальку, крестиком или четырьмя точками отмечают центр проекции, а на правом конце экватора сетки горизонтальной черточкой – нулевую точку и подписывают ее 0°. Отмечают черточками и подписывают по большому диаметру круга 90°, 180°, 270°.

3) Не допускаются никакие отметки на самой сетке. Вся работа выполняется на кальке карандашом.

4) Все построения проводят путем вращений сетки вокруг центра. Следят, чтобы центр кальки не смещался от центра сетки Вульфа.

5) Проекции точек с координатами $0° \leq \boldsymbol{\rho} \leq 90°$ обозначают кружочками.

6) Если полярная координата находится в пределах $90° < \boldsymbol{\rho} \leq 180°$, то отсчет продолжается за плоскость чертежа. Такую точку, находящуюся как бы под плоскостью чертежа, то есть «невидимую» для наблюдателя обозначают крестиком.

2. Примеры решения кристаллографических задач на сетке Вульфа

***<u>Цель работы</u>*: разбор решений кристаллографических задач методом построения стереографических проекций на сетке Вульфа.**

Задача 2.1

Вариант 1

Построить стереографическую проекцию направления *A*, заданного сферическими координатами $\boldsymbol{\varphi_A}$ и $\boldsymbol{\rho_A}$. Точка *A* ($\boldsymbol{\varphi_A}$=24°, $\boldsymbol{\rho_A}$=72°).

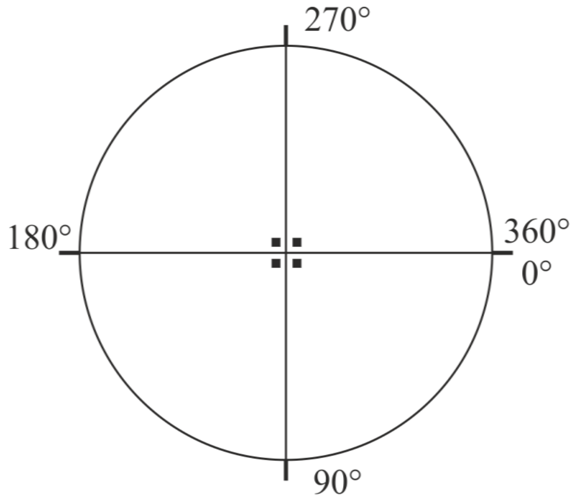
Решение:

Накладываем кальку на сетку Вульфа и отмечаем на ней отметки $\boldsymbol{\varphi}$: 0°, 90°, 180°, 270°, 360°.

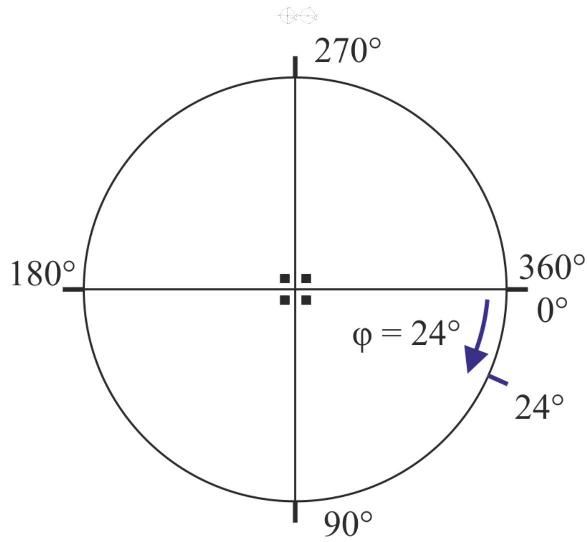
От нулевого значения на круге проекций по часовой стрелке отсчитываем первую сферическую координату долготу $\boldsymbol{\varphi_A}$=24° и отмечаем результат на внешнем круге вспомогательной черточкой и надписываем значение 24° (рис.2.1.1 а).

Вращением кальки (центр кальки при этом всегда должен совпадать с центром сетки) совмещаем найденную вспомогательную черточку с концом ближайшего диаметра сетки. По этому диаметру от центра сетки в сторону вспомогательной точки отсчитываем вторую сферическую координату – полярное расстояние $\boldsymbol{\rho_A}$=72° (рис.2.1.1 в). Отмечаем найденную точку кружочком (рис.2.1.1 г)

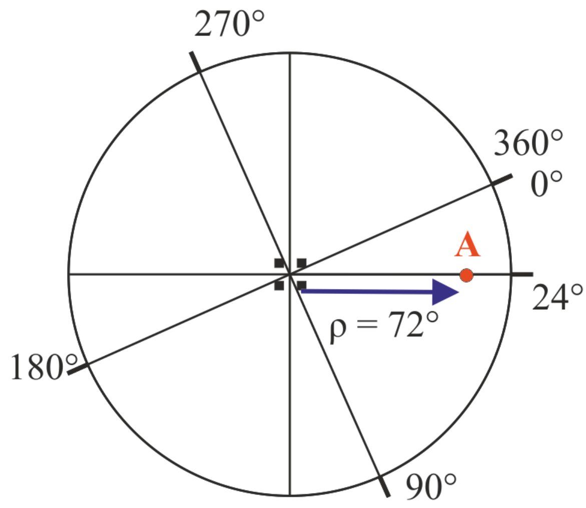
Возвращаем кальку в исходное положение и подписываем точку А. Эта точка является искомой стереографической проекцией направления *A*.



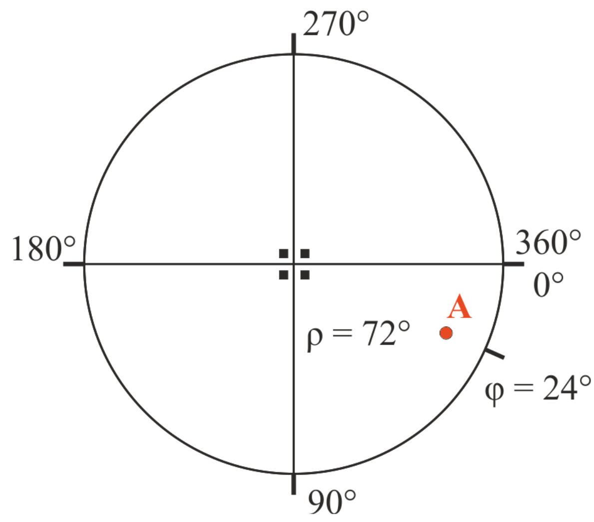
а



б



в



г

Рисунок 2.1.1 Построения к задаче 2.1, вариант 1

Вариант 2

Построить стереографическую проекцию направления *B*, заданного сферическими координатами $\boldsymbol{\varphi_B}$ и $\boldsymbol{\rho_B}$. Точка *B* ($\boldsymbol{\varphi_B}$=325°, $\boldsymbol{\rho_B}$=157°).

Решение:

Накладываем кальку на сетку Вульфа таким образом, чтобы центр кальки совмещался с центром сетки. Нулевые отметки **φ** и **ρ** должны совпасть с отметками на кальке.

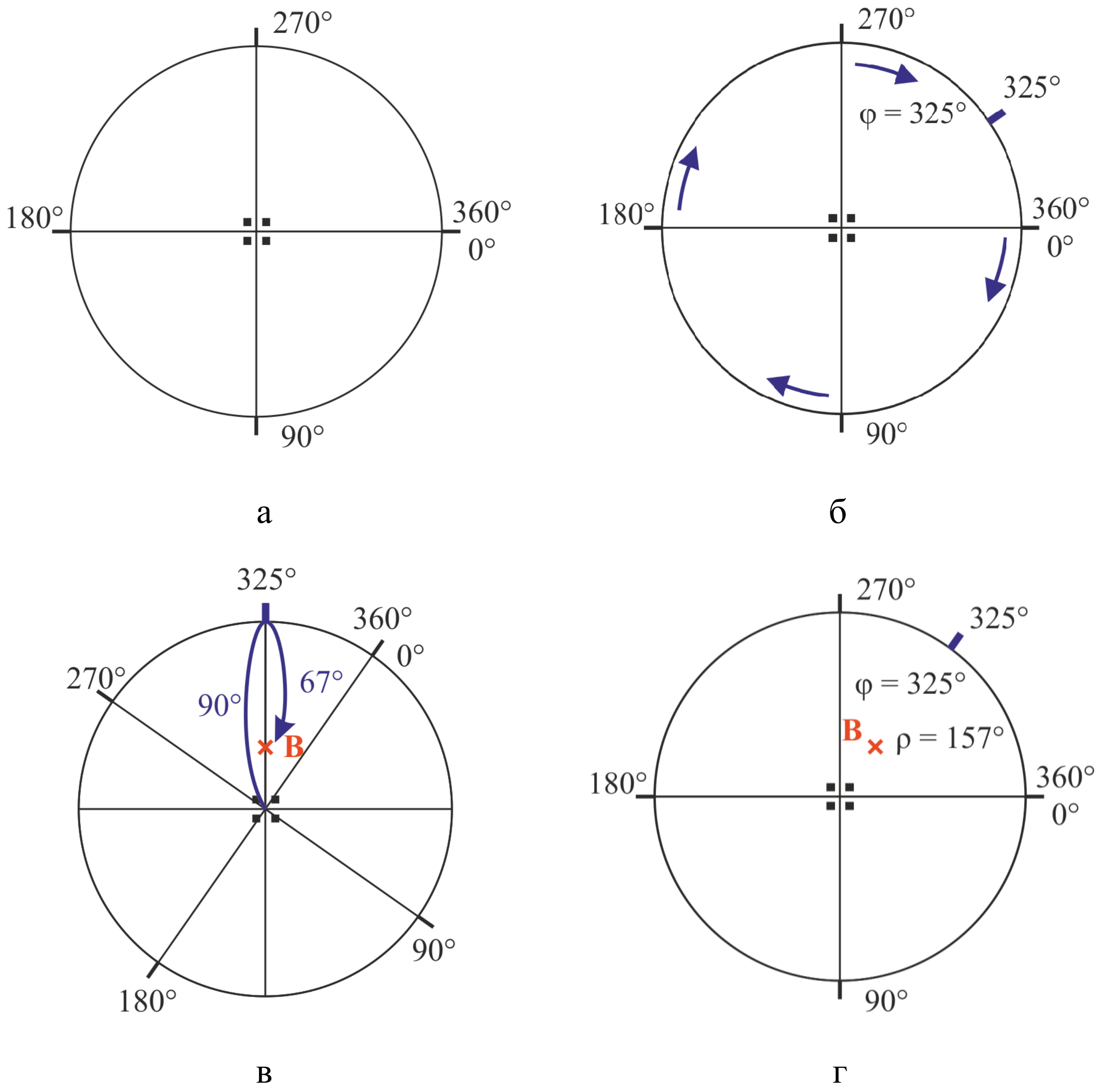


Рисунок 2.1.2 Построения к задаче 2.1, вариант 2

От нулевого значения для $\boldsymbol{\varphi}$ на круге проекций по часовой стрелке отсчитываем первую сферическую координату долготу $\boldsymbol{\varphi_B}$=325° и отмечаем результат на внешнем круге вспомогательной черточкой и надписываем значение 325° (рис.2.1.2 б).

Вращением кальки (центр кальки при этом всегда должен совпадать с центром сетки) совмещаем найденную вспомогательную черточку с концом ближайшего диаметра сетки. По этому диаметру от центра сетки в сторону вспомогательной точки отсчитываем вторую сферическую координату – полярное расстояние $\boldsymbol{\rho_B}$ =157° (рис.2.1.2 в). Так как полярная координата точки В превышает 90°, то от внешнего круга к центру сетки начинаем отсчитывать по диаметру дополнительно расстояние 67°. Проекцию в этом случае обозначаем крестиком (рис.2.1.2 г).

Возвращаем кальку в исходное положение и подписываем точку *B* Эта точка является искомой стереографической проекцией направления *B*.

Домашнее задание:

Задача 2.1: изобразить на кальке стереографические проекции направлений с помощью сетки Вульфа:

3) *D* ($\boldsymbol{\varphi_D}$=234°, $\boldsymbol{\rho_D}$=67°);

4) *E* ($\boldsymbol{\varphi_E}$=64°, $\boldsymbol{\rho_E}$=105°);

5) *F* ($\boldsymbol{\varphi_F}$=144°, $\boldsymbol{\rho_F}$=90°);

6) *G* ($\boldsymbol{\varphi_G}$=345°, $\boldsymbol{\rho_G}$=176°).

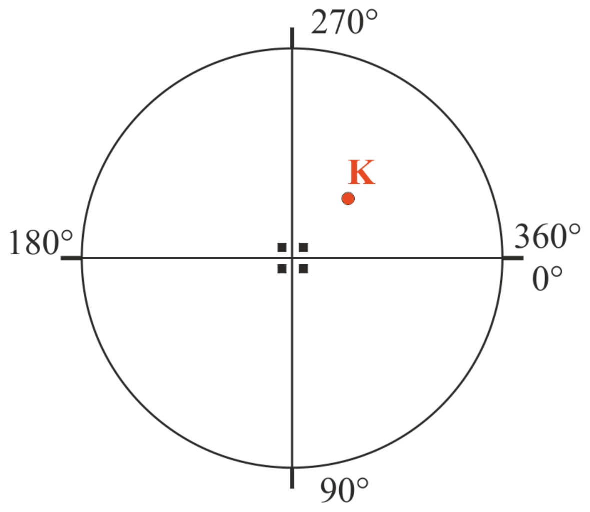
Задача 2.2 (обратная)

Вариант 1

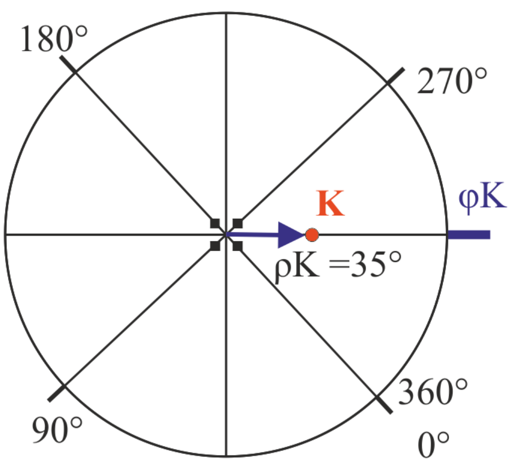
Определить сферические координаты направления K (φ_K=?, ρ_K=?), заданного стереографической проекцией на рисунке.

Решение:

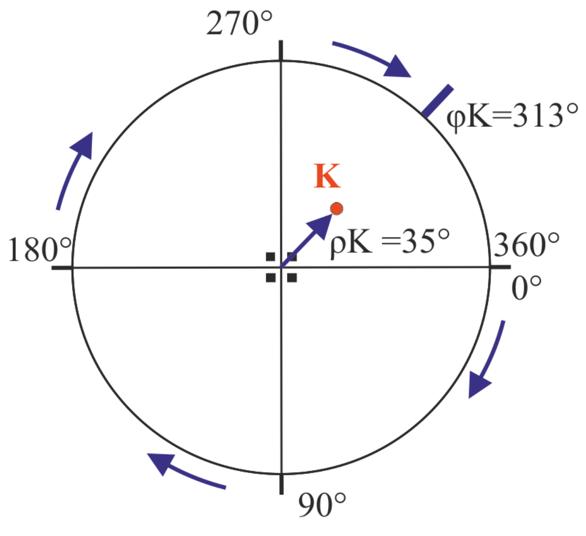
Накладываем кальку и отмечаем градуировку (см. задачу 1.1.).



а



б



в

Рисунок 2.2.1 построения к задаче 2.2, вариант 1

Вращением кальки приводим заданную точку *K*, являющуюся стереографической проекцией, на ближайший диаметр сетки. От центра сетки по этому диаметру до заданной точки *K* определяем сферическую координату $\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{K}}$ (рис.2.2.1 б). Записываем ее. В этом же положении кальки отмечаем вспомогательной риской $\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{K}}$ на круге проекции тот конец упомянутого диаметра, в направлении которого лежит точка.

Вращением приводим кальку в исходное положение. По кругу проекции отсчитываем по часовой стрелке сферическую координату $\boldsymbol{\varphi}$ от нулевого значения $\boldsymbol{\varphi}$ до вспомогательной риски $\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{K}}$ (рис.2.2.1 в). Записываем полученное значение.

Ответ. *K* ($\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{K}}$=313°, $\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{K}}$=35°)

Вариант 2

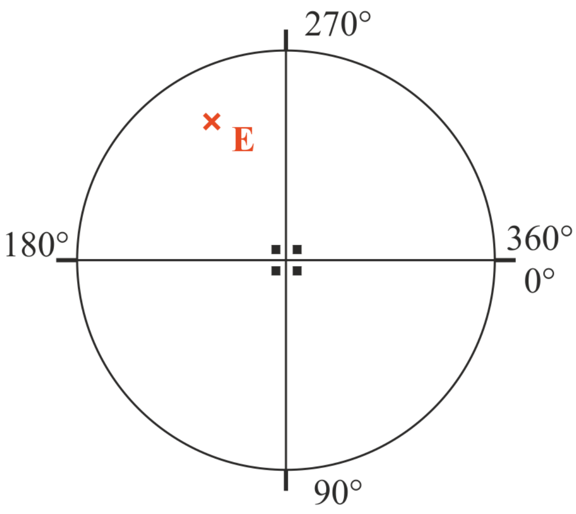
Определить сферические координаты направления *E* ($\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{E}}$=?, $\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{E}}$=?), заданного стереографической проекцией на рисунке.

Решение:

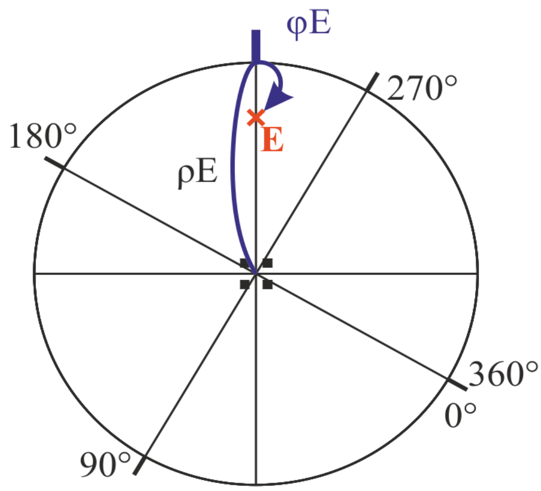
Накладываем кальку и отмечаем градуировку.

Для определения сферических координат точки *E* вращаем кальку так, чтобы точка *E* оказалась на вертикальном диаметре сетки Вульфа. Обращаем внимание на то, что точка *E* обозначена крестиком. Это означает, что она находится в южном полушарии. Для определения широты необходимо отсчитать расстояние от сетки Вульфа до края, а затем от края к центру до точки (рис.2.2.2 б). Продолжаем диаметр сетки Вульфа, на котором находится точка *E*, и надписываем риску $\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{E}}$. Для определения долготы возвращаем кальку в исходное положение, и по часовой стрелке от нуля до отметки находим угловое расстояние $\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{E}}$ (рис.2.2.2 в).

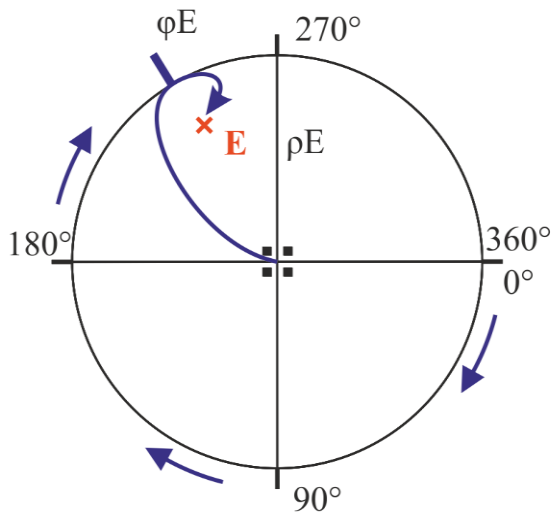
Ответ. *E* ($\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{E}}$= 250°, $\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{E}}$= 104°)



а



б



в

Рисунок 2.2.2 Построения к задаче 2.2, вариант 2

Задача 2.3

Определить сферические координаты (**φ_2**=?, **ρ_2**=?) точки N_2, диаметрально противоположной точке N_1 (**φ_1**=45°, **ρ_1**=68°). Изобразить положение точек на стереографической проекции.

Решение

Проводим построение точки N_1 (**φ_1**=45°, **ρ_1**=68°) (см. задачу 1).

Затем вращаем кальку вокруг центра таким образом, чтобы точка N_1 оказалась на вертикальном диаметре (рис.2.3 б).

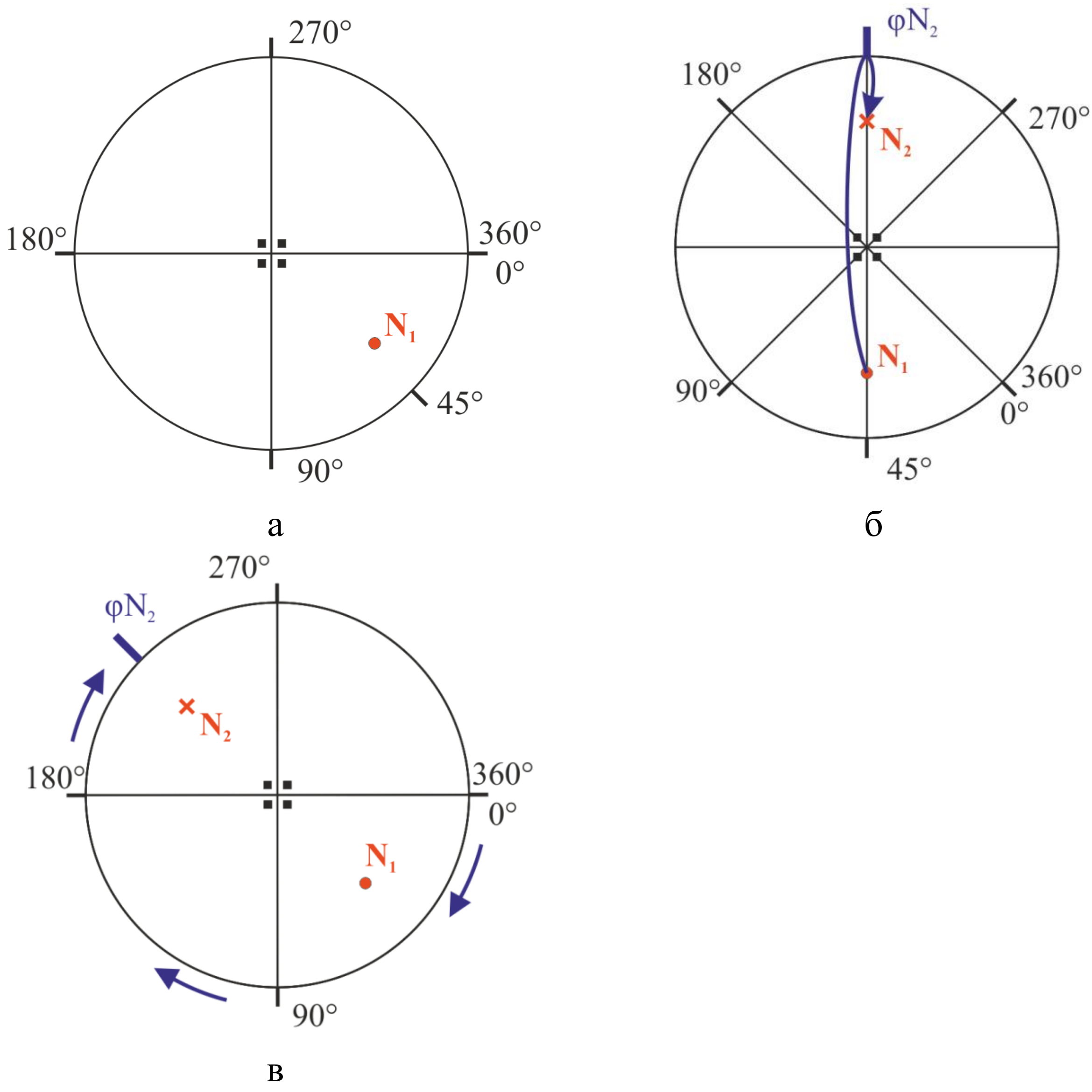


Рисунок 2.3 Построения к задаче 2.3

Угловое расстояние между точками N_1 и N_2 составляет 180°, так как они по условию задачи расположены диаметрально противоположно. Точка N_1 находится в северном полушарии и является видимой. От нее к центру сферы до края большого круга и обратно к центру отсчитываем 180° и отмечаем крестиком положение искомой точки.

Не меняя положение кальки, отмечаем на большом диаметре положение долготы $\boldsymbol{\varphi_2}$. Затем начинаем определять полярное расстояние $\boldsymbol{\rho_2}$. От центра проекций до края большого круга – это, как известно, 90° и дальше в обратном направлении от края большого круга к центру сферы проекций 22°. Суммируем найденные величины и получаем сферическую координату $\boldsymbol{\rho_2}$=90°+22°=112° точки N_2.

Возвращаем кальку в исходное положение. По часовой стрелке по большому кругу находим угловое расстояние $\boldsymbol{\varphi_2}$=225° (рис.2.3 в). Так как эти точки диаметрально противоположны, то это расстояние должно быть равно $\boldsymbol{\varphi_2}$ =45°+180°=225°.

Ответ. Точка N_2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=225° , $\boldsymbol{\rho_2}$=112°).

Домашнее задание.

Задача 2.3: найти сферические координаты точки N_k диаметрально противоположной точке N_m. Изобразить положение точек на стереографической проекции.

а) т. N_3 ($\boldsymbol{\varphi_3}$=330°, $\boldsymbol{\rho_3}$=52°) и т. N_4 ($\boldsymbol{\varphi_4}$=?, $\boldsymbol{\rho_4}$=?);

б) т. N_5 ($\boldsymbol{\varphi_5}$=155°, $\boldsymbol{\rho_5}$=135°) и т. N_6 ($\boldsymbol{\varphi_6}$=?, $\boldsymbol{\rho_6}$=?);

в) т. N_7 ($\boldsymbol{\varphi_7}$=265°, $\boldsymbol{\rho_7}$=60°) и т. N_8 ($\boldsymbol{\varphi_8}$=?, $\boldsymbol{\rho_8}$=?);

г) т. N_9 ($\boldsymbol{\varphi_9}$=60°, $\boldsymbol{\rho_9}$=151°) и т. N_{10} ($\boldsymbol{\varphi_{10}}$=?, $\boldsymbol{\rho_{10}}$=?).

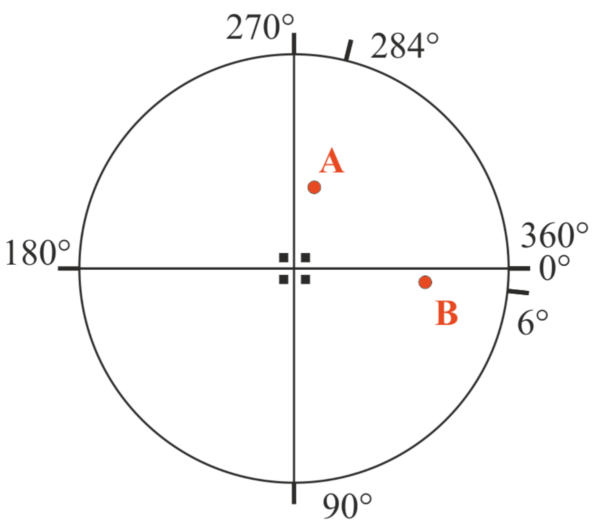
Задача 2.4

Вариант 1

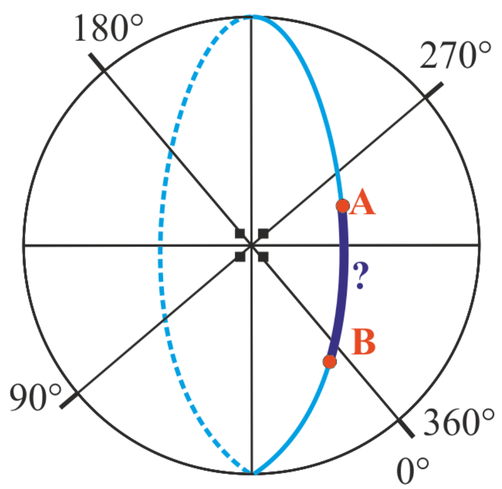
Провести дугу большого круга через заданные стереографические проекции двух направлений, то есть через две точки: *A* ($\boldsymbol{\varphi_A}$=284°, $\boldsymbol{\rho_A}$=34°) и *B* ($\boldsymbol{\varphi_B}$=6°, $\boldsymbol{\rho_B}$=41°). Найти расстояние между направлениями ***a***=?

Решение

Строим точки *A* и *B* на сетке Вульфа. Обе точки находятся в одном полушарии и обозначаются кружочками. Для того, чтобы провести дугу большого круга поворачиваем кальку вокруг центральной точки таким образом, чтобы точки *A* и *B* оказались на одном из вспомогательных меридианов сетки Вульфа (рис.2.4.1 б). Обводим меридиан сплошной линией. Определяем по меридиану угловое расстояние между точками. Учитываем, что одно деление 2°. С противоположной стороны от вертикального диаметра на таком же расстоянии прерывистой линией обводим симметричную дугу. Дуга большого круга построена.



а



б

Рисунок 2.4.1 Построение к задаче 2.4, вариант 1

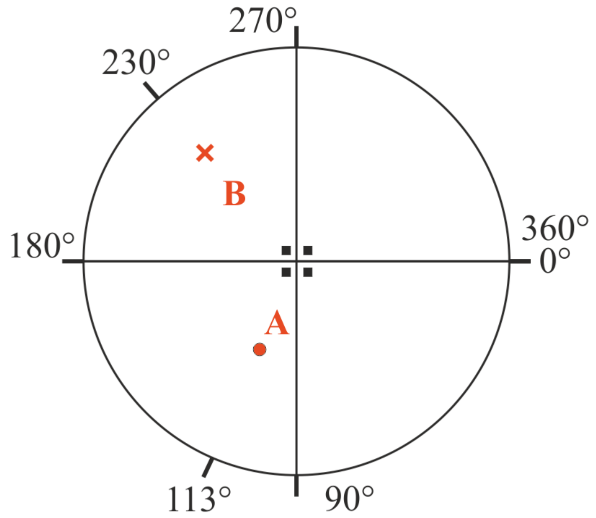
Ответ. ***a***=46°

Вариант 2

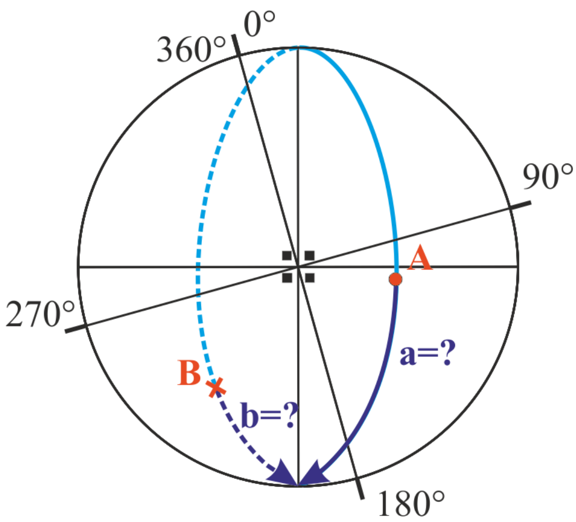
Провести дугу большого круга через заданные стереографические проекции двух направлений, то есть через две точки: *A* ($\boldsymbol{\varphi_A}$=113°, $\boldsymbol{\rho_A}$=29°) и *B* ($\boldsymbol{\varphi_B}$=230°, $\boldsymbol{\rho_B}$=114°). Определить расстояние между ними ***c***=?

Решение

Находим и обозначаем точки *A* и *B* на кальке (рис.2.4.2 а). Так как они оказались расположенными в разных полушариях, одна точка обозначена кружочком, другая – крестиком. Поворачиваем кальку таким образом, чтобы обе точки оказались относительно вертикального диаметра на симметричных вспомогательных меридианах (рис.2.4.2 б). Обводим меридиан, на котором находится точка *A*, сплошной линией. Меридиан, на котором находится точка *B*, обводим пунктирной линией. Дуги большого круга построены.



а



б

Рисунок 2.4.2 Построение к задаче 2.4, вариант 2

Расстояние между точками подсчитывается сначала по одному меридиану до внешнего круга (a) и продолжается от внешнего круга до точки по другому меридиану (b). При подсчете имеем в виду, что цена деления на сетке Вульфа равна 2°. Суммируем расстояния $c=a+b$.

Ответ. ***c***=124°

Домашнее задание.

Задача 2.4: построить дуги большого круга, которые проходят через пары точек. Найти угол между направлениями:

а) т.1 ($\boldsymbol{\varphi_1}$=123°, $\boldsymbol{\rho_1}$=105°) и т.2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=264°, $\boldsymbol{\rho_2}$=109°);

б) т.3 ($\boldsymbol{\varphi_3}$=162°, $\boldsymbol{\rho_3}$=132°) и т.4 ($\boldsymbol{\varphi_4}$=64°, $\boldsymbol{\rho_4}$=51°);

в) т.5 ($\boldsymbol{\varphi_5}$=210°, $\boldsymbol{\rho_5}$=158°) и т.6 ($\boldsymbol{\varphi_6}$=98°, $\boldsymbol{\rho_6}$=18°);

г) т.7 ($\boldsymbol{\varphi_7}$=142°, $\boldsymbol{\rho_7}$=168°) и т.8 ($\boldsymbol{\varphi_8}$=356°, $\boldsymbol{\rho_8}$=104°).

Задача 2.5

Вариант 1

Даны две точки: *F* ($\boldsymbol{\varphi_F}$=6°, $\boldsymbol{\rho_F}$=30°) и *G* ($\boldsymbol{\varphi_G}$=106°, $\boldsymbol{\rho_G}$=54°). Через них проходит дуга большого круга. Построить дугу большого круга, найти ее полюс Р, и определить его сферические координаты ($\boldsymbol{\varphi_P}$=?, $\boldsymbol{\rho_P}$=?)

Решение

Проводим построение дуги большого круга аналогично задаче 2.4. Обе точки находятся в одном полушарии. Дуга обводится сплошной линией. Не меняя положение кальки на сетке Вульфа, находим точку пересечения дуги и горизонтального диаметра. От точки пересечения по горизонтальному диаметру отсчитываем 90° по направлению к центру сетки Вульфа (рис.2.5.1 б). Полученная точка является полюсом дуги. На кальке обозначаем полюс дуги *P*. Для определения полярной координаты широты полюса проводим подсчет делений от полюса к центру проекций.

Продолжаем горизонтальный диаметр за полюсом и отмечаем черточкой отметку на внешнем круге проекций. Надписываем ее $\boldsymbol{\varphi_P}$.

Возвращаем кальку в исходное положение. От нулевого меридиана по часовой стрелке до отметки $\boldsymbol{\varphi_P}$ проводим вычисление долготы (рис.2.5.1 в).

Ответ. P ($\boldsymbol{\varphi_P}$=220°, $\boldsymbol{\rho_P}$=64°)

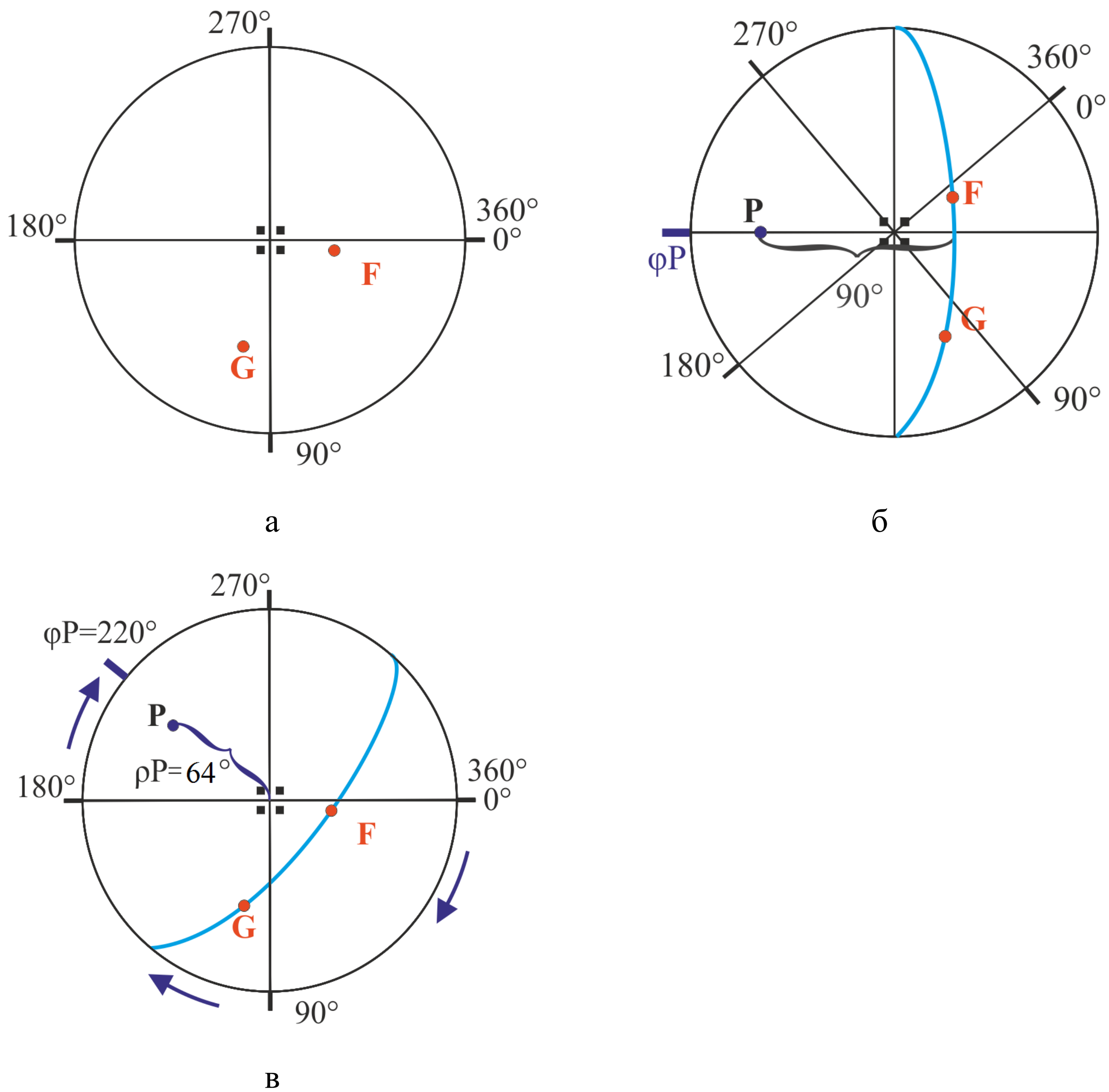


Рисунок 2.5.1 Построение к задаче 2.5, вариант 1

Вариант 2

Даны две точки *M* ($\boldsymbol{\varphi_M}$=312°, $\boldsymbol{\rho_M}$=60°) и *N* ($\boldsymbol{\varphi_N}$=263°, $\boldsymbol{\rho_N}$=109°) через них проходит дуга большого круга. Построить дугу большого круга, найти ее полюс *P* и определить его сферические координаты ($\boldsymbol{\varphi_P}$= ?, $\boldsymbol{\rho_P}$= ?).

Решение

По сферическим координатам строим точки *M* и *N* на кальке (рис.2.5.2 а). Проводим построение дуги большого круга (рис.2.5.2 б).

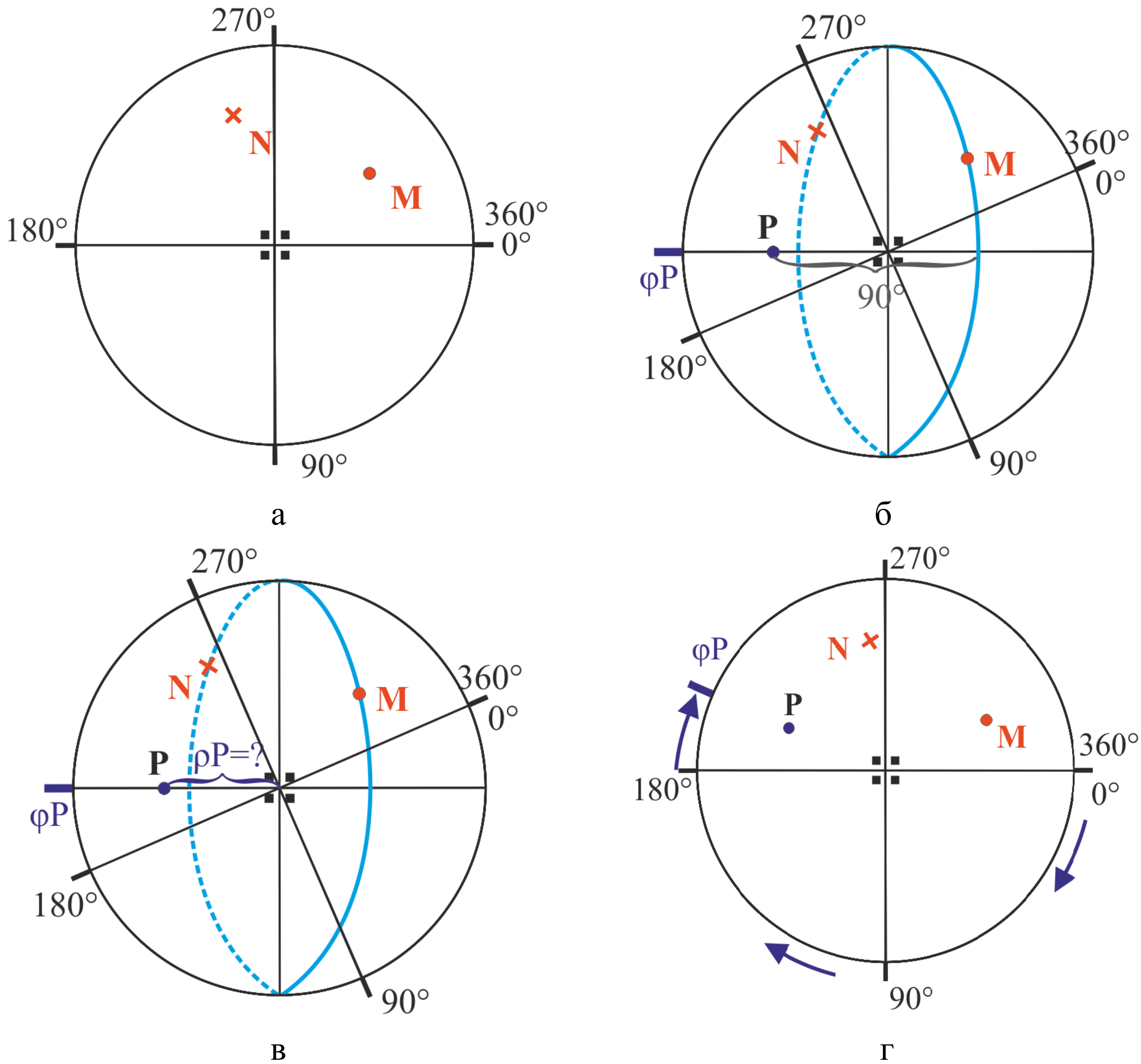


Рисунок 2.5.2 Построение к задаче 2.5, вариант 2

Проводится построение видимой и невидимой частей дуги большого круга. Не меняя положение кальки на сетке Вульфа, по горизонтальному диаметру от точки пересечения видимой дуги и горизонтального диаметра сетки отсчитываем 90° по направлению к центру сетки Вульфа. Отмечаем точку – это полюс дуги *P*. В этом же направлении двигаемся по горизонтальному диаметру и отмечаем черточкой отметку на внешнем круге проекций. Надписываем ее $\boldsymbol{\varphi_P}$. Для определения широты – полярной координаты полюса проводим подсчет делений от полюса к центру проекций $\boldsymbol{\rho_P}$=48° (рис.2.5.2 в). Возвращаем сетку в исходное положение. От нулевого меридиана по часовой стрелке до отметки $\boldsymbol{\varphi_P}$ проводим вычисление долготы $\boldsymbol{\varphi_P}$=191° (рис.2.5.2 г). Полученные данные сферических координат полюса записываем.

Ответ. P ($\boldsymbol{\varphi_P}$=191°, $\boldsymbol{\rho_P}$=48°)

Домашнее задание.

Задача 2.5: найти координаты полюса дуги *P* ($\boldsymbol{\varphi_P}$=?, $\boldsymbol{\rho_P}$=?), проходящей через точки:

а) т.1 ($\boldsymbol{\varphi_1}$=18°, $\boldsymbol{\rho_1}$=68°) и т.2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=302°, $\boldsymbol{\rho_2}$=84°);

б) т.3 ($\boldsymbol{\varphi_3}$=144°, $\boldsymbol{\rho_3}$=135°) и т.4 ($\boldsymbol{\varphi_4}$=254°, $\boldsymbol{\rho_4}$=125°);

в) т.5 ($\boldsymbol{\varphi_5}$=54°, $\boldsymbol{\rho_5}$=105°) и т.6 ($\boldsymbol{\varphi_6}$=139°, $\boldsymbol{\rho_6}$=74°);

г) т. 7 ($\boldsymbol{\varphi_7}$=295°, $\boldsymbol{\rho_7}$=25°) и т.8 ($\boldsymbol{\varphi_8}$=49°, $\boldsymbol{\rho_8}$=158°).

Решение этой задачи дает возможность переходить от гномостереографической проекции грани к стереографической и обратно:

Если заданная дуга является стереографической проекцией грани, то найденный полюс является стереографической проекцией нормали к грани, т.е. гномостереографической проекцией грани.

Если заданная дуга есть гномостереографическая проекция ребер, то найденный полюс – гномостереографическая проекция грани, нормальной к этому ребру или стереографическая проекция этого ребра.

Задача 2.6

Вариант 1

Даны две точки со следующими сферическими координатами т.1 ($\boldsymbol{\varphi_1}$=20°, $\boldsymbol{\rho_1}$=60°) и т.2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=312°, $\boldsymbol{\rho_2}$=82°). Построить стереографическую проекцию плоскости отражения, относительно которой симметричны данные направления. Найти координаты полюса этой плоскости.

Решение

На кальке проводим построение точек 1 и 2 (рис.2.6.1 а). В данном варианте они находятся в одной полусфере. Поворачиваем кальку таким образом, чтобы обе точки оказались на одной параллели либо вверху, либо внизу (рис.2.6.1 б). Затем по параллели определяем угловое расстояние между ними *a*=114°, делим его пополам и отмечаем точку (рис.2.6.1 в). Эта точка находится на пересечении параллели и меридиана, обводим сплошной линией найденный меридиан. Построена видимая часть дуги большого круга. Находим полюс этой дуги (рис.2.6.1 г). От точки пересечения меридиана и горизонтального диаметра в сторону центра проекций отсчитываем 90°. Отмечаем полюс *P*. Определяем его сферические координаты. Для этого по горизонтальному диаметру определяем расстояние от полюса *P* до центра сетки Вульфа (рис.2.6.1 д) и записываем $\boldsymbol{\rho_P}$=70°. Отмечаем риской продолжение горизонтального диаметра от полюса *P* в противоположную сторону от центра (рис.2.6.1 г). Возвращаем кальку в исходное положение и по часовой стрелке находим сферическую координату $\boldsymbol{\varphi_P}$=82°.

Ответ. P ($\boldsymbol{\varphi_P}$=82°, $\boldsymbol{\rho_P}$=70°)

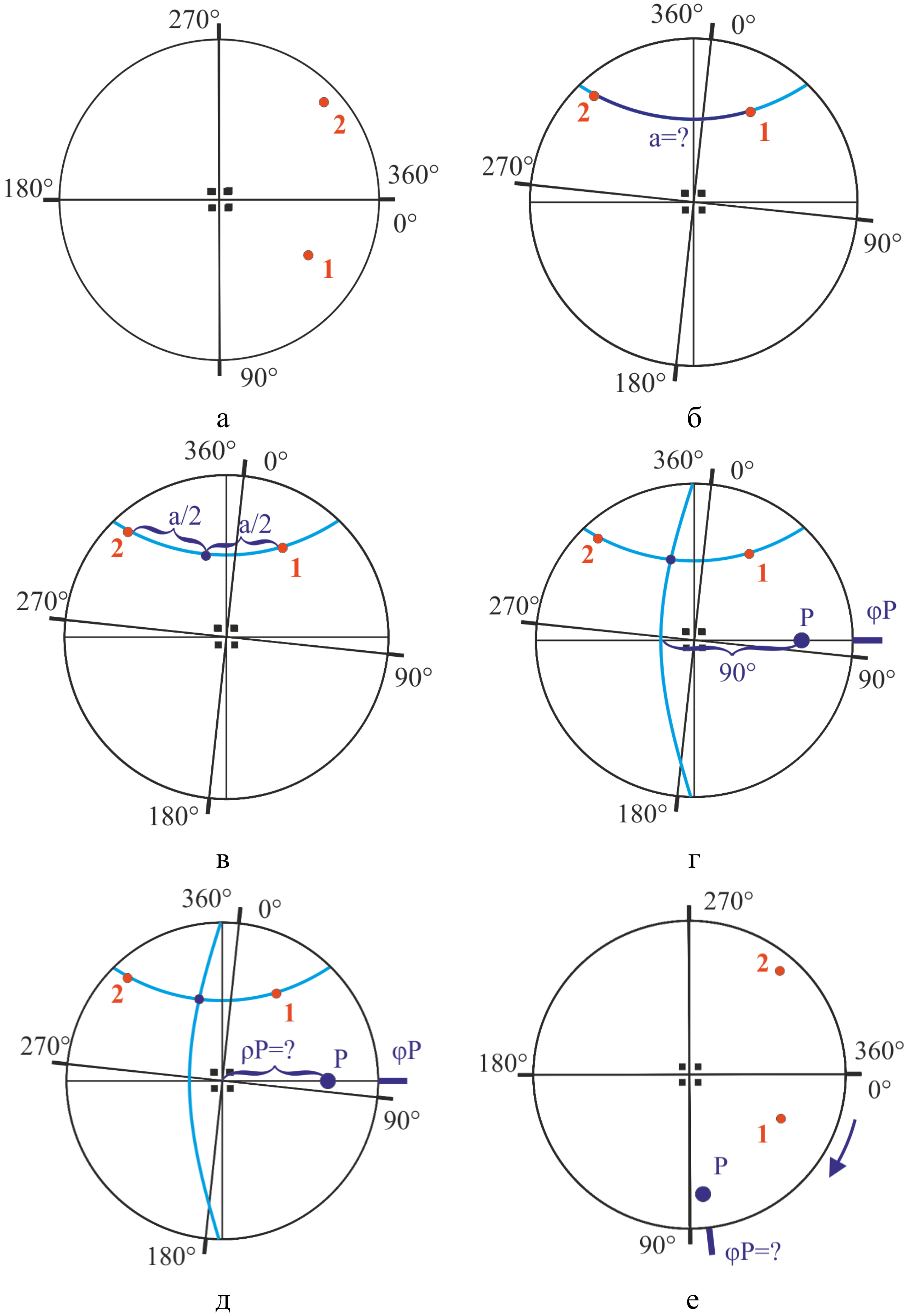


Рисунок 2.6.1 Построение к задаче 2.6, вариант 1

Вариант 2

Даны две точки со следующими сферическими координатами т.1 ($\boldsymbol{\varphi_1}$=20°, $\boldsymbol{\rho_1}$=60°) и т.2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=318°, $\boldsymbol{\rho_2}$=108°). Построить стереографическую проекцию плоскости отражения, относительно которой симметричны данные направления. Найти координаты полюса этой плоскости.

Решение

На кальке проводим построение точек 1 и 2 (рис.2.6.2 а). Располагаем их таким образом, чтобы они оказались вверху в одной полусфере. Поворачиваем кальку таким образом, чтобы обе точки оказались на одной параллели (рис.2.6.2 б). Затем по параллели определяем угловое расстояние между ними. Так как точка 1 находится в северном полушарии, а точка 2 – в южном, отсчитываем расстояние между ними следующим образом. По параллели от точки 1 в сторону точки 2 до края сферы проекций: a=130°, и от края проекций по параллели к точке 2: b=30°. Суммируем расстояние $c=a+b$=160°, делим его пополам и отмечаем точку (рис.2.6.2 в). Эта точка находится на пересечении параллели и меридиана, обводим сплошной линией найденный меридиан. Построена видимая часть дуги большого круга. Находим полюс этой дуги (рис.2.6.2 в). Для этого от точки пересечения меридиана и горизонтального диаметра в сторону центра проекций отсчитываем 90°. Отмечаем полюс *P*. Определяем его сферические координаты. Для этого по горизонтальному диаметру определяем расстояние от полюса *P* до центра сетки Вульфа (рис.2.6.2 г) и записываем $\boldsymbol{\rho_P}$=50°. Отмечаем риской продолжение горизонтального диаметра от полюса *P* в противоположную сторону от центра (рис.2.6.2 г). Возвращаем кальку в исходное положение и по часовой стрелке находим сферическую координату $\boldsymbol{\varphi_P}$=84°.

Ответ. P ($\boldsymbol{\varphi_P}$=84°, $\boldsymbol{\rho_P}$=50°)

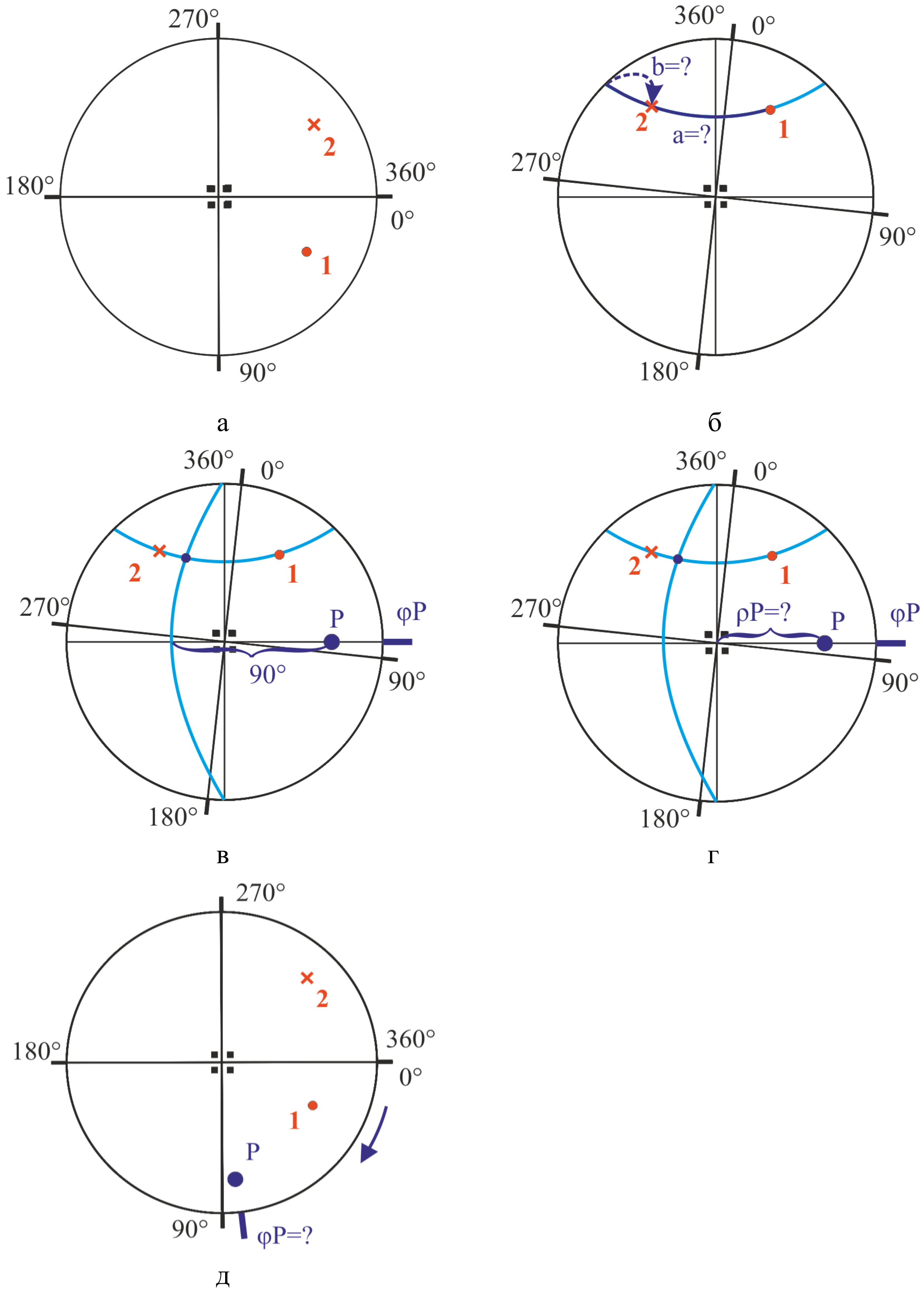


Рисунок 2.6.2 Построение к задаче 2.6, вариант 2

Домашнее задание

Задача 2.6: построить стереографическую проекцию плоскости отражения, относительно которой симметричны направления, проходящие через данные точки. Найти координаты полюса этой плоскости.

а) т.1 ($\boldsymbol{\varphi_1}$=34°, $\boldsymbol{\rho_1}$=25°) и т.2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=78°, $\boldsymbol{\rho_2}$=104°);

б) т.3 ($\boldsymbol{\varphi_3}$=126°, $\boldsymbol{\rho_3}$=165°) и т.4 ($\boldsymbol{\varphi_4}$=238°, $\boldsymbol{\rho_4}$=174°);

в) т.5 ($\boldsymbol{\varphi_5}$=22°, $\boldsymbol{\rho_5}$=5°) и т.6 ($\boldsymbol{\varphi_6}$=308°, $\boldsymbol{\rho_6}$=160°);

г) т.7 ($\boldsymbol{\varphi_7}$=342°, $\boldsymbol{\rho_7}$=55°) и т.8 ($\boldsymbol{\varphi_8}$=203°, $\boldsymbol{\rho_8}$=22°).

Задача 2.7

Вариант 1

Два направления заданы сферическими координатами т.1 ($\boldsymbol{\varphi_1}$=170°, $\boldsymbol{\rho_1}$=70°) и т.2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=330°, $\boldsymbol{\rho_2}$=74°). Построить стереографическую проекцию оси симметрии 2-го порядка L_2, относительно которой симметричны данные направления. Найти сферические координаты выхода этой оси L_2 ($\boldsymbol{\varphi_{L2}}$=?, $\boldsymbol{\rho_{L2}}$=?).

Решение

На кальке проводим построение точек 1 и 2 (рис.2.7.1 а).

Обе точки находятся в одной полусфере. Поворачиваем кальку вокруг центра проекций таким образом, чтобы они оказались на одном меридиане (рис.2.7.1 б). Подсчитываем угловое расстояние между ними a, делим его пополам и отмечаем на меридиане – это точка выхода оси L_2 (рис.2.7.1 в). Вращаем кальку до совмещения L_2 с горизонтальным или вертикальным диаметром. В данном случае с горизонтальным диаметром (рис.2.7.1 г). Отмечаем на внешнем круге риску $\boldsymbol{\varphi_{L2}}$. По горизонтальному диаметру от центра проекций к L_2 определяем полярное расстояние $\boldsymbol{\rho_{L2}}$. Возвращаем кальку в исходное положение и по часовой стрелке от нулевой отметки до риски φ_{L2} определяем долготу (рис.2.7.1. д).

Ответ. L_2 ($\boldsymbol{\varphi_{L2}}$=252°, $\boldsymbol{\rho_{L2}}$=28°)

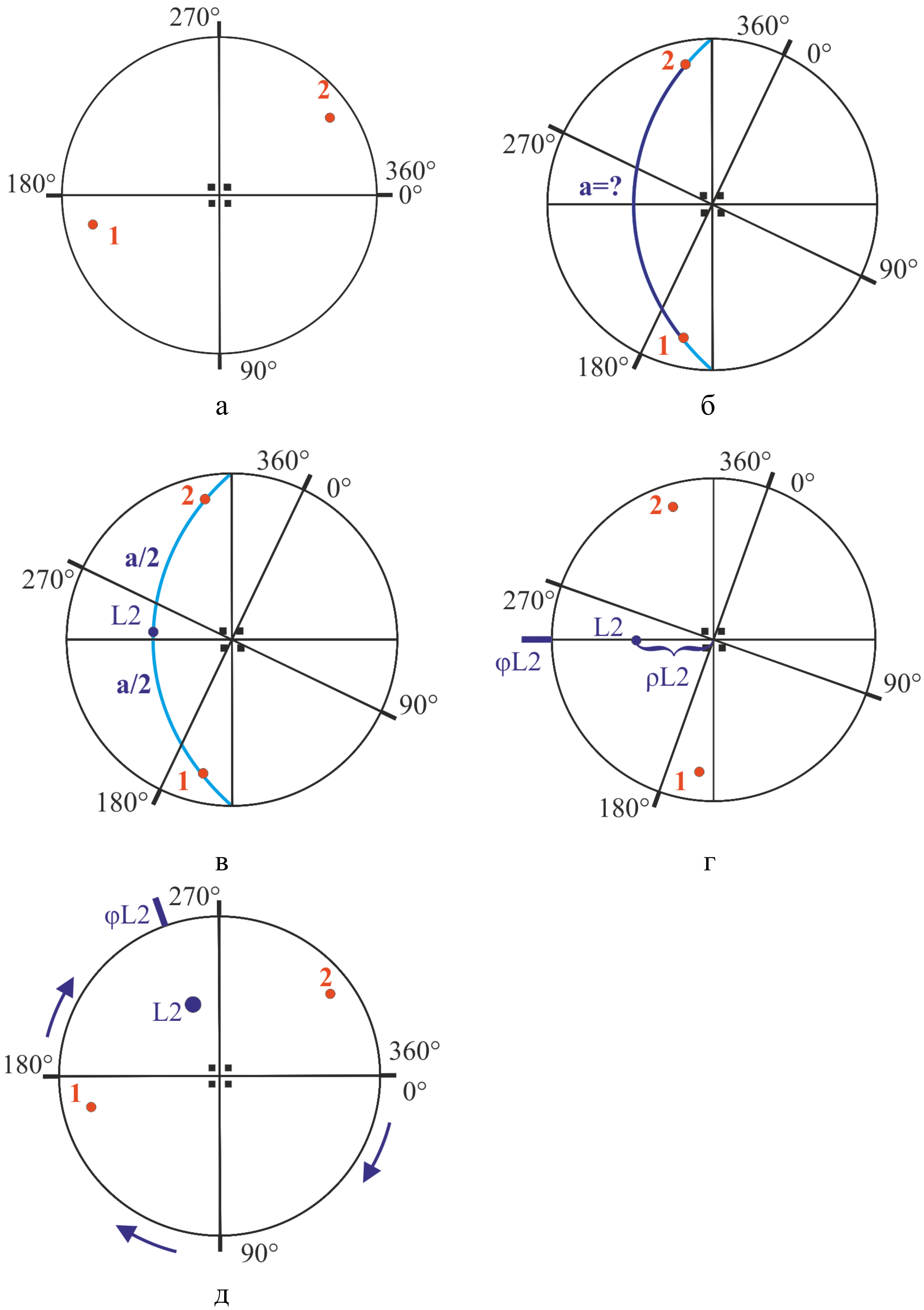


Рисунок 2.7.1 Построение к задаче 2.7, вариант 1

Вариант 2

Два направления заданы сферическими координатами т.1 ($\boldsymbol{\varphi_1}$=176°, $\boldsymbol{\rho_1}$=76°) и т.2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=350°, $\boldsymbol{\rho_2}$=98°). Построить стереографическую проекцию оси симметрии 2-го порядка L_2, относительно которой симметричны данные направления. Найти сферические координаты выхода этой оси L_2 ($\boldsymbol{\varphi_{L2}}$=?, $\boldsymbol{\rho_{L2}}$=?).

Решение

На кальке проводим построение точек 1 и 2 (рис.2.7.2 а).

Обе точки находятся в разных полусферах. Поворачиваем кальку вокруг центра проекций таким образом, чтобы они оказались на двух меридианах, симметричных относительно вертикального диаметра сетки Вульфа (рис.2.7.2 б). Подсчитываем угловое расстояние между ними *а:* сначала по видимому меридиану до внешнего круга, затем от внешнего круга к точке 2 по невидимому меридиану. Найденное угловое расстояние *а* делим пополам. Отсчитываем угловое *а*/2 от точки 1 по видимому меридиану по направлению к точке 2 и отмечаем на меридиане – это точка выхода оси L_2 (рис.2.7.2 в). Вращаем кальку до совмещения L_2 с горизонтальным или вертикальным диаметром (рис.2.7.2 г). Отмечаем на внешнем круге $\boldsymbol{\varphi_{L2}}$. По диаметру от центра проекций к L_2 определяем полярное расстояние $\boldsymbol{\rho_{L2}}$. Возвращаем кальку в исходное положение и по часовой стрелке от нулевой отметки определяем долготу (рис.2.7.2. д).

Ответ. L_2 ($\boldsymbol{\varphi_{L2}}$=283°, $\boldsymbol{\rho_{L2}}$=32°)

Домашнее задание

Задача 2.7: два направления заданы сферическими координатами т.1 и т.2. Построить стереографическую проекцию оси симметрии 2-го порядка L_2, относительно которой симметричны данные направления. Найти сферические координаты выхода этой оси L_2 ($\boldsymbol{\varphi_{L2}}$=?, $\boldsymbol{\rho_{L2}}$=?).

а) т.3 ($\boldsymbol{\varphi_3}$=36°, $\boldsymbol{\rho_3}$=58°) и т.4 ($\boldsymbol{\varphi_4}$=102°, $\boldsymbol{\rho_4}$=69°);
б) т.5 ($\boldsymbol{\varphi_5}$=164°, $\boldsymbol{\rho_5}$=111°) и т.6 ($\boldsymbol{\varphi_6}$=254°, $\boldsymbol{\rho_6}$=105°);
в) т.7 ($\boldsymbol{\varphi_7}$=12°, $\boldsymbol{\rho_7}$=152°) и т.8 ($\boldsymbol{\varphi_8}$=344°, $\boldsymbol{\rho_8}$=74°);
г) т.9 ($\boldsymbol{\varphi_9}$=28°, $\boldsymbol{\rho_9}$=30°) и т.10 ($\boldsymbol{\varphi_{10}}$=136°, $\boldsymbol{\rho_{10}}$=160°).

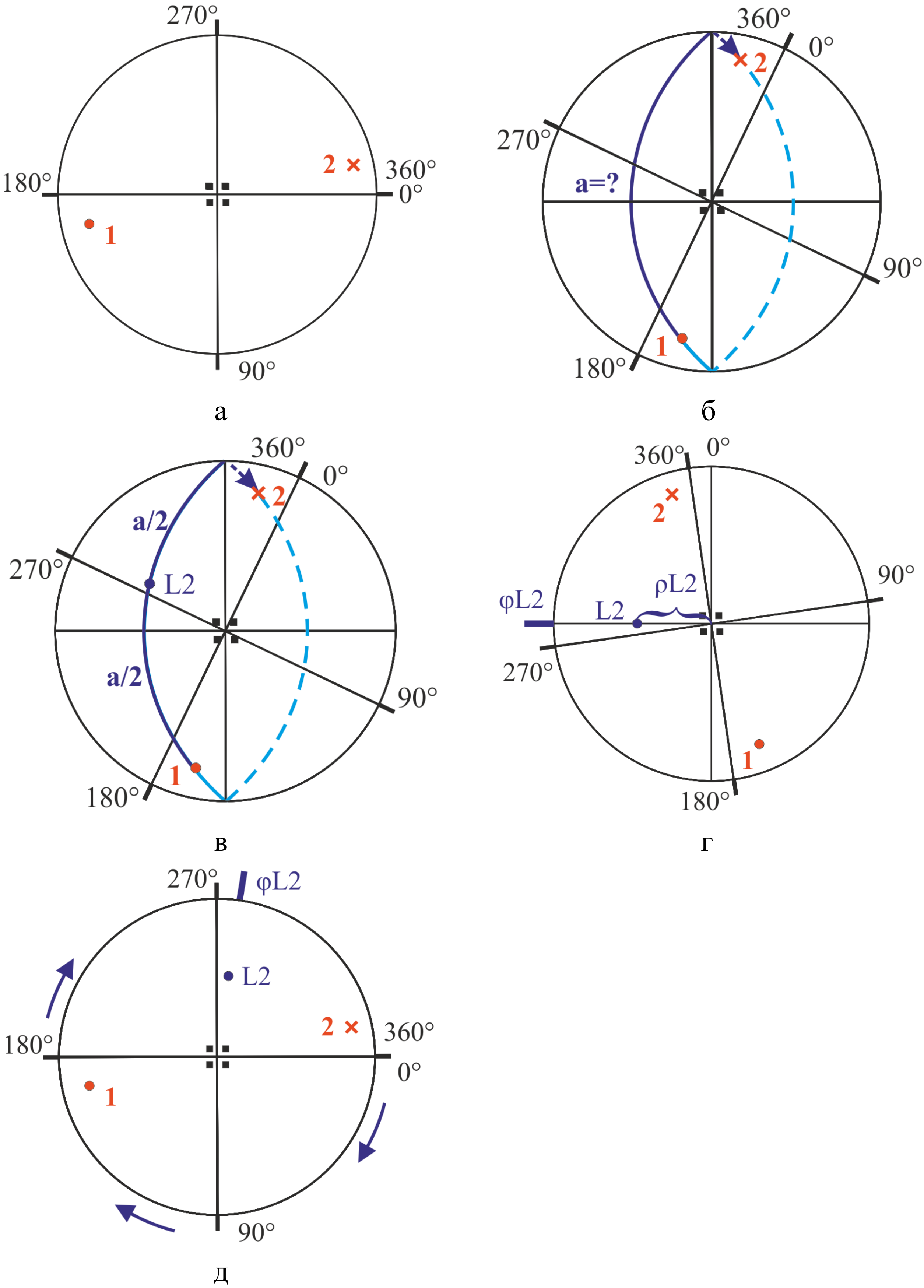


Рисунок 2.7.2 Построение к задаче 2.7, вариант 2

Задача 2.8

Вариант 1

Направление оси 4-го порядка L_4 задано сферическими координатами ($\boldsymbol{\varphi}_{L4}$=52°, $\boldsymbol{\rho}_{L4}$=68°). Некоторая точка 1 имеет сферические координаты ($\boldsymbol{\varphi}_1$=12°, $\boldsymbol{\rho}_1$=71°). Построить стереографические проекции точек 2,3,4, симметрично эквивалентных исходной относительно поворота вокруг заданной оси. Найти сферические координаты полученных точек: т.2 ($\boldsymbol{\varphi}_2$=?, $\boldsymbol{\rho}_2$=?), т.3 ($\boldsymbol{\varphi}_3$=?, $\boldsymbol{\rho}_3$=?), т.4 ($\boldsymbol{\varphi}_4$=?, $\boldsymbol{\rho}_4$=?).

Решение

Проводим построение L_4 и точки 1 на кальке (рис.2.8.1 а).

Поворачиваем кальку и выставляем обе точки на один меридиан (рис.2.8.1 б). Определяем угловое расстояние α между точкой 1 и L_4. Откладываем его от L_4 в противоположную сторону от точки 1 (рис.2.8.1 в). Построена точка 2. Поворачиваем кальку так, чтобы точки 1 и 2 оказались на одной параллели (рис.2.8.1 г). Находим середину углового расстояния между ними и меридиан, пересекающий в этой точке параллель. Полученный меридиан проходит через L_4. Вверх и вниз от L_4 по меридиану откладываем расстояние α и получаем соответственно точки 3 и 4. Находим сферические координаты точек 2, 3, 4.

Ответ: т.2 ($\boldsymbol{\varphi}_2$=95°, $\boldsymbol{\rho}_2$=78°), т.3 ($\boldsymbol{\varphi}_3$=57°, $\boldsymbol{\rho}_3$=26°), т.4 ($\boldsymbol{\varphi}_4$=49°, $\boldsymbol{\rho}_4$=110°)

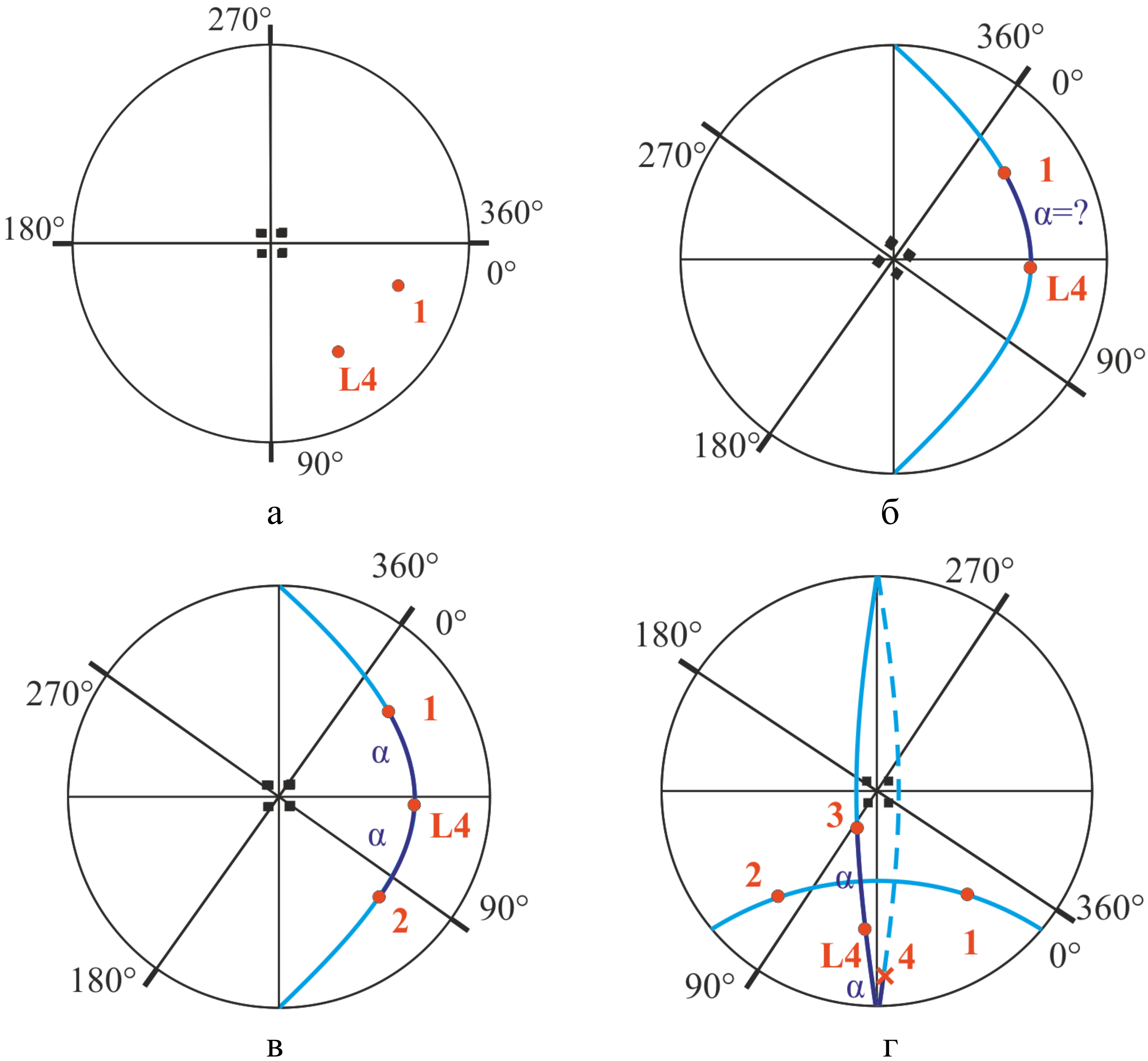


Рисунок 2.8.1 Построение к задаче 2.8, вариант 1

Вариант 2

Направление оси 4-го порядка L_4 задано сферическими координатами ($\boldsymbol{\varphi}_{L4}$=30°, $\boldsymbol{\rho}_{L4}$=62°). Некоторая точка 1 имеет сферические координаты ($\boldsymbol{\varphi}_1$=322°, $\boldsymbol{\rho}_1$=56°). Построить стереографические проекции точек, симметрично эквивалентных исходной относительно поворота вокруг заданной оси. Найти сферические координаты полученных точек: т.2 ($\boldsymbol{\varphi}_2$=?, $\boldsymbol{\rho}_2$=?), т.3 ($\boldsymbol{\varphi}_3$=?, $\boldsymbol{\rho}_3$=?), т.4 ($\boldsymbol{\varphi}_4$=?, $\boldsymbol{\rho}_4$=?).

Решение

Проводим построение L_4 и точки 1 на кальке (рис.2.8.2 а).

Поворачиваем кальку и выставляем обе точки на один меридиан (рис.2.8.2 б). Определяем угловое расстояние α между точкой 1 и L_4. Откладываем его от L_4 в противоположную сторону от точки 1 (рис.2.8.2 в). Построена точка 2. Поворачиваем кальку так, чтобы точки 1 и 2 оказались на одной параллели (рис.2.8.2 г). Находим середину углового расстояния между ними и меридиан, пересекающий в этой точке параллель. Полученный меридиан проходит через L_4. Вверх и вниз от L_4 по меридиану откладываем расстояние α и получаем соответственно точки 3 и 4. Находим сферические координаты точек 2,3,4.

Ответ: т.2 ($\boldsymbol{\varphi}_2$=80°, $\boldsymbol{\rho}_2$=95°), т.3 ($\boldsymbol{\varphi}_3$=103°, $\boldsymbol{\rho}_3$=22°), т.4 ($\boldsymbol{\varphi}_4$=6°, $\boldsymbol{\rho}_4$=115°)

Домашнее задание:

Задача 2.8: построить стереографические проекции точек, симметрично эквивалентных исходной точки 1 относительно поворота вокруг заданной оси L_4. Найти сферические координаты полученных точек: т.2 ($\boldsymbol{\varphi}_2$=?, $\boldsymbol{\rho}_2$=?), т.3 ($\boldsymbol{\varphi}_3$=?, $\boldsymbol{\rho}_3$=?), т.4 ($\boldsymbol{\varphi}_4$=?, $\boldsymbol{\rho}_4$=?).

а) L_4 ($\boldsymbol{\varphi}_{L4}$=38°, $\boldsymbol{\rho}_{L4}$=50°) и т.1 ($\boldsymbol{\varphi}_1$=312°, $\boldsymbol{\rho}_1$=42°);

б) L_4 ($\boldsymbol{\varphi}_{L4}$=290°, $\boldsymbol{\rho}_{L4}$=84°) и т.1 ($\boldsymbol{\varphi}_1$=322°, $\boldsymbol{\rho}_1$=56°);

в) L_4 ($\boldsymbol{\varphi}_{L4}$=100°, $\boldsymbol{\rho}_{L4}$=40°) и т.1 ($\boldsymbol{\varphi}_1$=50°, $\boldsymbol{\rho}_1$=64°);

г) L_4 ($\boldsymbol{\varphi}_{L4}$=100°, $\boldsymbol{\rho}_{L4}$=60°) и т.1 ($\boldsymbol{\varphi}_1$=120°, $\boldsymbol{\rho}_1$=8°).

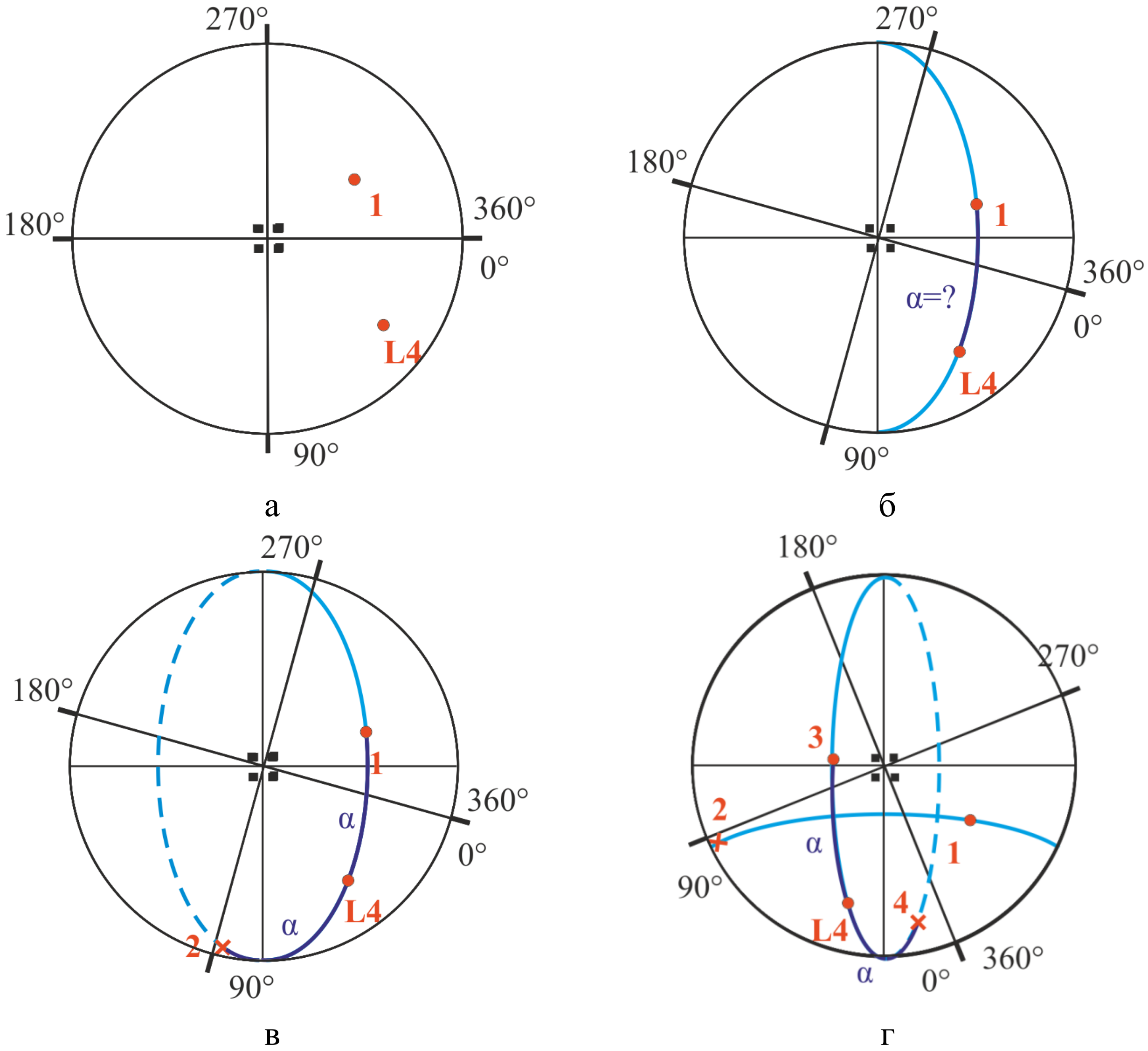


Рисунок 2.8.2 Построение к задаче 2.8, вариант 2

Задача 2.9

Вариант 1

Направление задано сферическими координатами т.1 ($\boldsymbol{\varphi_1}$=40°, $\boldsymbol{\rho_1}$=52°). Построить все возможные направления, образующие угол $\boldsymbol{\alpha}$=30° с заданным.

Решение

Вокруг направления, стереографическая проекция которого задается точкой 1, есть множество направлений, отклоненных от первоначального на один и тот же угол $\boldsymbol{\alpha}$ и образующих в совокупности конус с углом раствора 2$\boldsymbol{\alpha}$. Пересечение этого конуса с поверхностью сферы дает малый круг, в центре которого находится точка пересечения заданного направления со сферой.

Проводим построение заданной сферическими координатами точки 1 (рис.2.9.1 а). По меридиану сетки Вульфа, на котором находится точка, вверх и вниз от нее откладываем угловое расстояние α и отмечаем точками (рис.2.9.1 б). Вращаем кальку, перемещая точку 1 на другой меридиан (рис.2.9.1 в). Проводим такие же действия. Такой прием повторяем до тех пор, пока полученные точки не будут отчетливо обрисовывать окружность (рис.2.9.1 г).

Построение малого круга в данных условиях задачи можно выполнить при наличии циркуля. В этом случае поворотом кальки заданную точку F переводят на горизонтальный диаметр сетки и вправо и влево от нее отсчитывают требуемый угол. Затем, взяв геометрическую середину найденного отрезка за центр, вычерчивают круг.

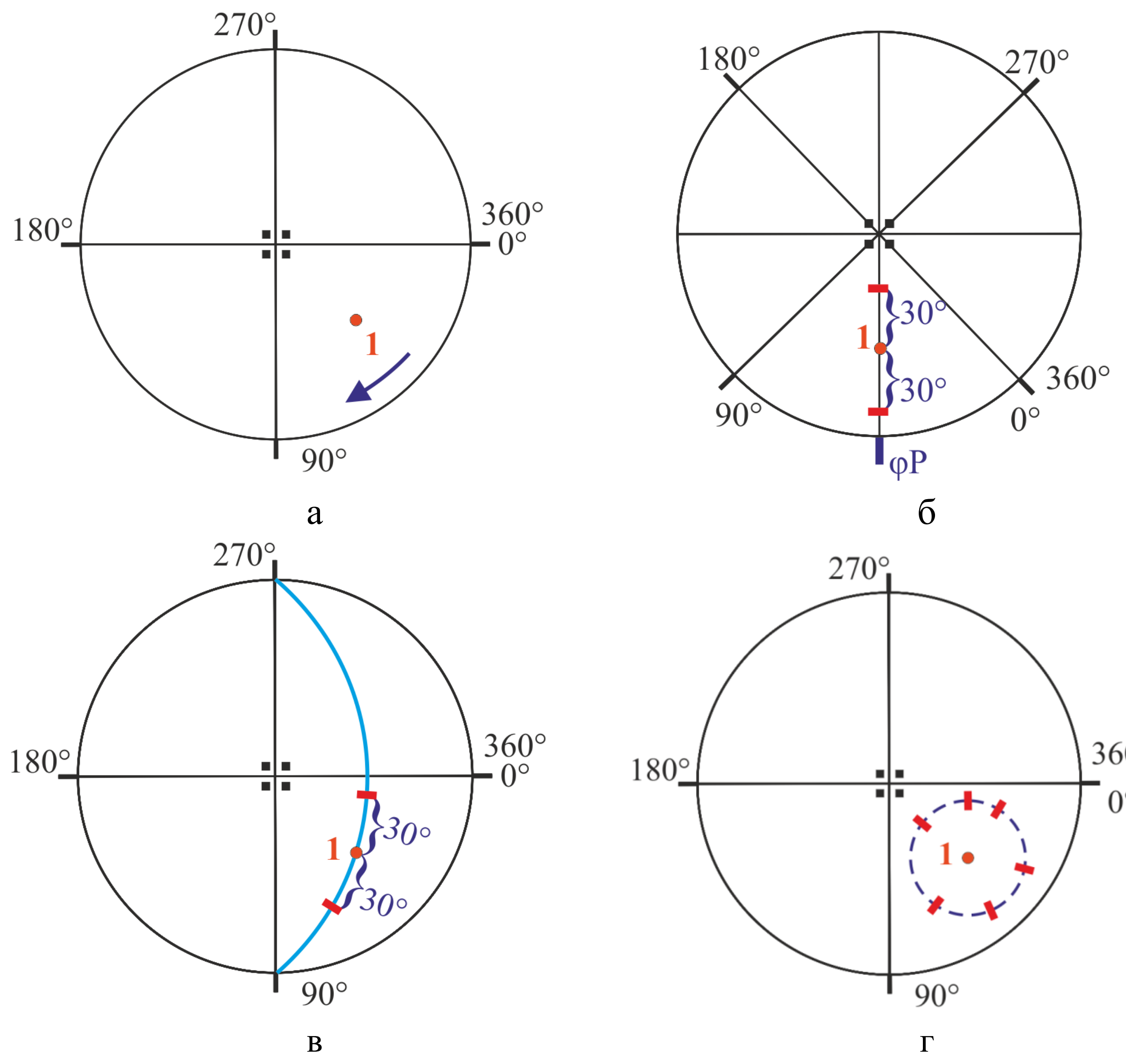


Рисунок 2.9.1 Построение к задаче 2.9, вариант 1

Вариант 2

Направление задано сферическими координатами т.2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=128°, $\boldsymbol{\rho_2}$=76°). Построить все возможные направления, образующие угол $\boldsymbol{\alpha}$=60° с заданным.

Решение

Проводим построение точки 2, заданной сферическими координатами (рис.2.9.2 а).

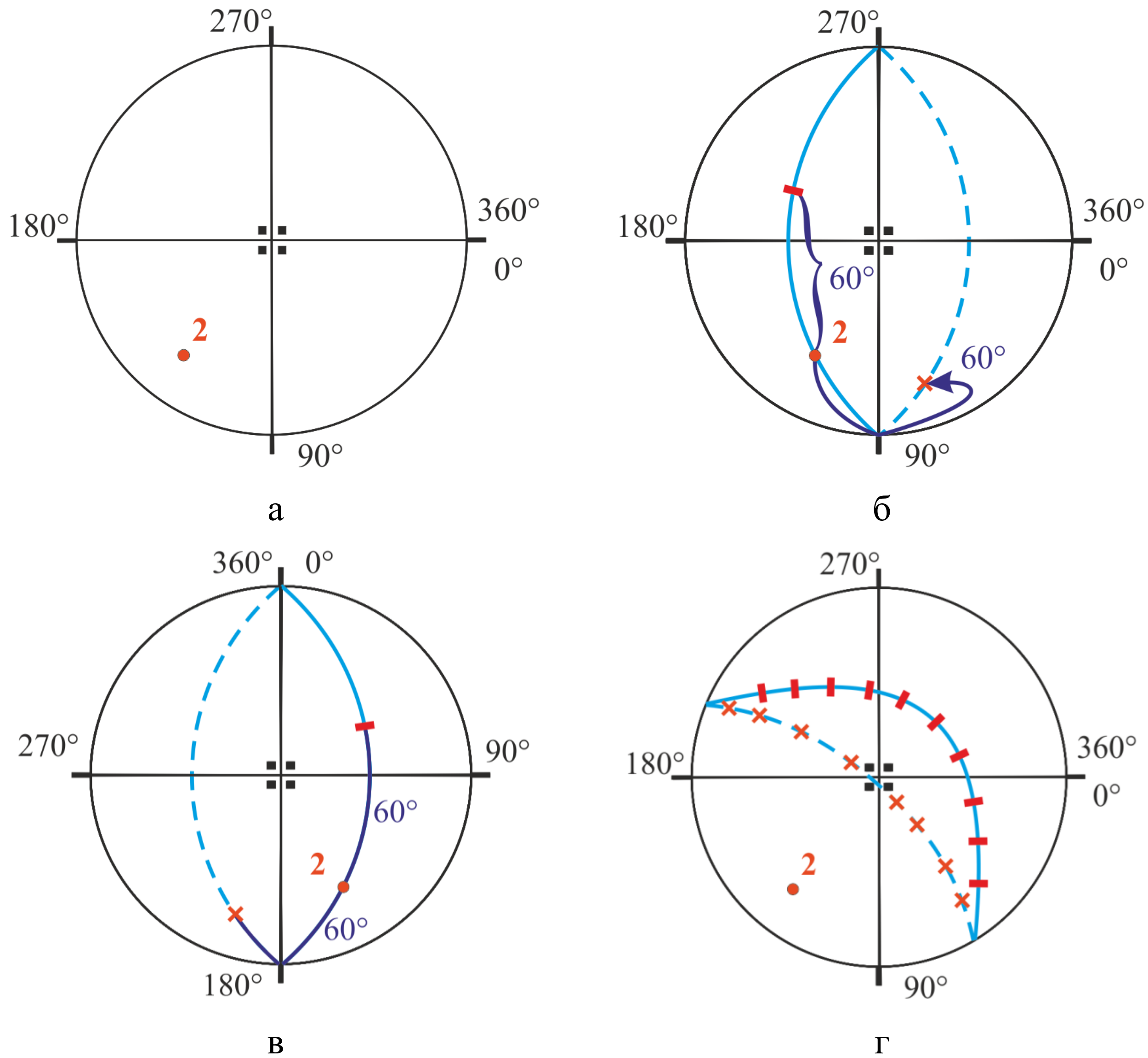


Рисунок 2.9.2 Построение к задаче 2.9, вариант 2

По меридиану сетки Вульфа, на котором находится точка 2, вверх и вниз от нее откладываем угловое расстояние **α** и отмечаем точками (рис.2.9.2 б). В данном случае отсчет вниз будет продолжен по меридиану симметричному относительно вертикального диаметра. Отмечаем эту точку крестиком. Вращаем кальку, перемещая точку F на другой меридиан (рис.2.9.2 в). Проводим такие же действия. Такой прием повторяем до тех пор, пока полученные точки не будут отчетливо обрисовывать дуги окружности: одна видимая, другая нет (рис.2.9.2 г).

Домашнее задание.

Задача 2.9: построить стереографическую проекцию всех возможных направлений, образующих угол **α** с заданным:

3) *A* ($\boldsymbol{\varphi_A}$=345°, $\boldsymbol{\rho_A}$=16°), **α**=45° ,
4) *B* ($\boldsymbol{\varphi_B}$=196°, $\boldsymbol{\rho_B}$=50°), **α**=30°,
5) *D* ($\boldsymbol{\varphi_D}$=104°, $\boldsymbol{\rho_D}$=45°), **α**=60°,
6) *E* ($\boldsymbol{\varphi_E}$=16°, $\boldsymbol{\rho_E}$=60°), **α**=70°.

Построение малых углов широко используется при решении задач, когда по двум заданным точкам и углам между ними и третьей искомой точкой требуется определить эту искомую.

Задача 2.10

Полюса двух дуг большого круга заданы следующими сферическими координатами т.1 ($\boldsymbol{\varphi_1}$=199°, $\boldsymbol{\rho_1}$=72°), т.2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=228°, $\boldsymbol{\rho_2}$=60°) . Построить стереографическую проекцию оси зоны *Z*, поворотом вокруг которой совмещаются эти дуги большого круга. Определить сферические координаты оси зоны *Z* ($\boldsymbol{\varphi_Z}$=?, $\boldsymbol{\rho_Z}$=?) и величину поворота $\boldsymbol{\alpha}$=?

Решение

На кальке строим точки 1 и 2 (рис.2.10 а). Далее поворачиваем кальку таким образом, чтобы точка 1 оказалась на горизонтальном диаметре сетки Вульфа (рис.2.10 б). От точки 1 к центру сетки Вульфа отсчитываем 90° и делаем засечку. Обводим меридиан, проходящий через засечку. Аналогично, поворачивая кальку, ставим точку 2 на горизонтальный диаметр сетки Вульфа и получаем второй меридиан (рис.2.10 в). Точка пересечения полученных меридианов – это ось зоны *Z*. Находим сферические координаты точки *Z* (рис.2.10 г). Размещаем точку *Z* на горизонтальном диаметре сетки Вульфа. Отсчитываем 90° от точки *Z* в сторону центра сетки Вульфа. Ставим засечку и через нее проводим меридиан. Точки 1 и 2 оказываются на этом меридиане (рис.2.10 д). По меридиану находим угловое расстояние между точками 1 и 2: $\boldsymbol{\alpha}$=28°.

Ответ. *Z* ($\boldsymbol{\varphi_Z}$=82°, $\boldsymbol{\rho_Z}$=35°), $\boldsymbol{\alpha}$=28°.

Домашнее задание:

Задача 2.10: Построить стереографическую проекцию оси зоны *Z*, поворотом вокруг которой совмещаются дуги большого круга, заданные полюсами т.P_k и т.P_m. Определить величину поворота $\boldsymbol{\alpha}$=?

а) т. P_1($\boldsymbol{\varphi_1}$=58°, $\boldsymbol{\rho_1}$=46°), т. P_2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=260°, $\boldsymbol{\rho_2}$=50°);

б) т. P_3 ($\boldsymbol{\varphi_3}$=80°, $\boldsymbol{\rho_3}$=20°), т. P_4 ($\boldsymbol{\varphi_4}$=174°, $\boldsymbol{\rho_4}$=42°);

в) т. P_5 ($\boldsymbol{\varphi_5}$=302°, $\boldsymbol{\rho_5}$=18°), т. P_6 ($\boldsymbol{\varphi_6}$=110°, $\boldsymbol{\rho_6}$=30°).

г) т. P_7 ($\boldsymbol{\varphi_7}$=125°, $\boldsymbol{\rho_7}$=64°), т. P_8 ($\boldsymbol{\varphi_8}$=358°, $\boldsymbol{\rho_8}$=26°).

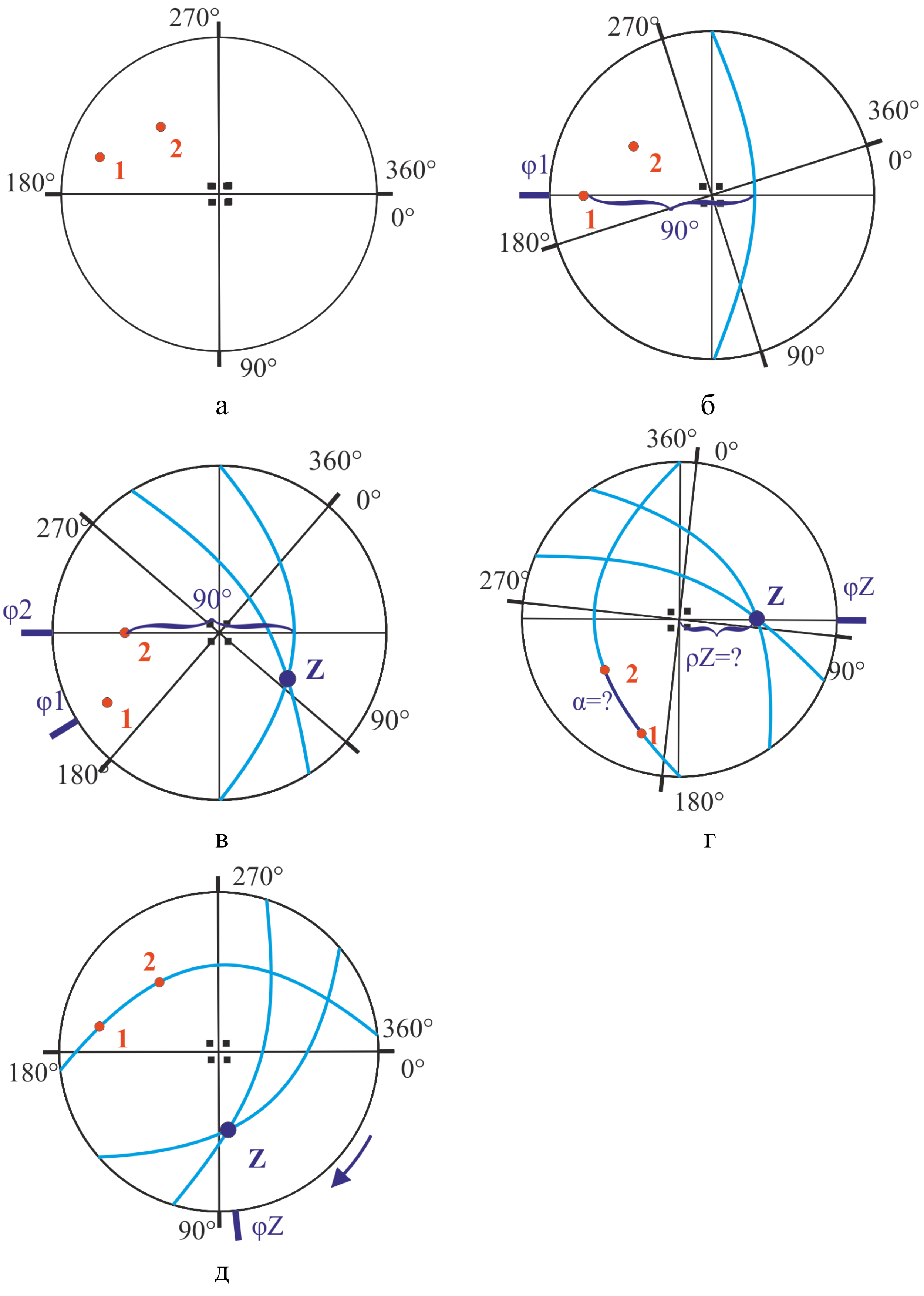


Рисунок 2.10 Построение к задаче 2.10

Ответы:

2.3: а) ($\boldsymbol{\varphi}$=150°, $\boldsymbol{\rho}$=128°); б) ($\boldsymbol{\varphi}$=335°, $\boldsymbol{\rho}$=45°); в) ($\boldsymbol{\varphi}$=85°, $\boldsymbol{\rho}$=120°);
г) ($\boldsymbol{\varphi}$=240°, $\boldsymbol{\rho}$=29°).

2.4: а) 129°, б) 121°, в) 158°, г) 85°.

2.5: а) ($\boldsymbol{\varphi}$=198°, $\boldsymbol{\rho}$=22°); б) ($\boldsymbol{\varphi}$=191°, $\boldsymbol{\rho}$=57°); в) ($\boldsymbol{\varphi}$=4°, $\boldsymbol{\rho}$=22°);
г) ($\boldsymbol{\varphi}$=74°, $\boldsymbol{\rho}$=70°).

2.6: а) ($\boldsymbol{\varphi}$=283°, $\boldsymbol{\rho}$=32°); б) ($\boldsymbol{\varphi}$=286°, $\boldsymbol{\rho}$=87°); в) ($\boldsymbol{\varphi}$=116°, $\boldsymbol{\rho}$=10°);
г) ($\boldsymbol{\varphi}$=175°, $\boldsymbol{\rho}$=73°).

2.7: 2) ($\boldsymbol{\varphi}$=72°, $\boldsymbol{\rho}$=60°); 3) ($\boldsymbol{\varphi}$=32°, $\boldsymbol{\rho}$=66°); 4) ($\boldsymbol{\varphi}$=172°, $\boldsymbol{\rho}$=68°);
5) ($\boldsymbol{\varphi}$=242°, $\boldsymbol{\rho}$=80°).

2.8: а) т.2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=150°, $\boldsymbol{\rho_2}$=50°), т.3 ($\boldsymbol{\varphi_3}$=228°, $\boldsymbol{\rho_3}$=52°), т.4 ($\boldsymbol{\varphi_4}$=58°, $\boldsymbol{\rho_4}$=36°);
б) т.2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=260°, $\boldsymbol{\rho_2}$=110°), т.3 ($\boldsymbol{\varphi_3}$=254°, $\boldsymbol{\rho_3}$=60°),
т.4 ($\boldsymbol{\varphi_4}$=320°, $\boldsymbol{\rho_4}$=108°);
в) т.2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=168°, $\boldsymbol{\rho_2}$=50°), т.3 ($\boldsymbol{\varphi_3}$=342°, $\boldsymbol{\rho_3}$=11°),
т.4 ($\boldsymbol{\varphi_4}$=111°, $\boldsymbol{\rho_4}$=86°);
г) т.2 ($\boldsymbol{\varphi_2}$=187°, $\boldsymbol{\rho_2}$=114°), т.3 ($\boldsymbol{\varphi_3}$=242°, $\boldsymbol{\rho_3}$=68°),
т.4 ($\boldsymbol{\varphi_4}$=124°, $\boldsymbol{\rho_4}$=80°)..

2.10: 2) Z ($\boldsymbol{\varphi}$=338°, $\boldsymbol{\rho}$=80°), $\boldsymbol{\alpha}$=94°; 3) Z ($\boldsymbol{\varphi}$=286°, $\boldsymbol{\rho}$=72°), $\boldsymbol{\alpha}$=47°;
4) Z ($\boldsymbol{\varphi}$=204°, $\boldsymbol{\rho}$=87°), $\boldsymbol{\alpha}$=48°; 5) Z ($\boldsymbol{\varphi}$=225°, $\boldsymbol{\rho}$=72°), $\boldsymbol{\alpha}$=82°.

Содержание

Список рекомендуемой литературы:

1. Задачи по кристаллографии: Учеб. Пособие для вузов/ под редакцией Е.В. Чупрунова и А.Ф. Хохлова // М.: Физматлит. – 2003. – 208 с.
2. Попов, Г.М. Кристаллография / Г.М. Попов, И.И. Шафрановский // М.: Высшая школа. – 1972. – 356 с.
3. Егоров-Тисменко, Ю.К. Кристаллография: учебник / Ю.К. Егоров-Тисменко, Г.П. Литвинская, Ю.Г. Загальская под редакцией проф. В.С. Урусова // М.: Изд-во Московского ун-та. – 1992. – 288 с.
4. Кристаллография: Лабораторный практикум / под ред. проф. Е.В. Чупрунова: учеб.пособие для вузов // М.: Изд-во физ-мат лит-ры. – 2005. – 412 с.
5. Розин, К.М. Практическая кристаллография: учебное пособие для вузов / К.М. Розин // М.: МИСИС. – 2005. – 488 с.

Приложение 1.

Сетка Вульфа