

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**ИНСТИТУТ ФИЗИКИ
ВЫСШАЯ ШКОЛА
КИБЕРФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ
И ПРИКЛАДНОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ**

**ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ
ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН**

Учебное пособие
(Электронный образовательный ресурс)



КАЗАНЬ
2021

УДК 53.081.4

*Рекомендовано к изданию
Учебно–методической комиссией
Института физики
Казанского (Приволжского) федерального университета
(протокол № 04 от 6 декабря 2021 г.)*

Рецензент:

доцент кафедры радиопизики, к.ф.-м.н. **Р. Р. Латыпов**

Составитель:

Насыров И. А., к.ф.-м.н., доцент кафедры радиоэлектроники;

Логарифмическое выражение физических величин:

Л69 учебное пособие: электронный образовательный ресурс
/ И. А. Насыров. — Казань : Институт физики КФУ, 2021. — 42 с.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению 03.03.03 — Радиопизика и подготовлено в поддержку курсов «Радиоэлектроника»; «Радиопизика и электроника»; «Машинный анализ электронных схем»; «Цифровая обработка сигналов», которые читаются студентам бакалавриата. Кроме того, пособие будет полезно бакалаврам, магистрантам и аспирантам Университета, обучающимся на инженерных специальностях.

© **И. А. Насыров, 2021.**

© **Институт физики КФУ, 2021.**

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	5
1 ЛОГАРИФМЫ ОТНОШЕНИЙ СИЛОВЫХ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН	7
1.1 Логарифмы отношений силовых величин	8
1.2 Логарифмы отношений энергетических величин	10
1.3 Уровни	13
1.4 Рекомендации ГОСТ Р МЭК 60027-3-2016 по указанию исходных величин для уровней в электросвязи и акустике . .	13
2 РЕКОМЕНДАЦИИ МЕЖДУНАРОДНОГО СОЮЗА ЭЛЕКТРОСВЯЗИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ЛОГАРИФМИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ ОТНОСЯЩИХСЯ К МОЩНОСТИ ВЕЛИЧИН	16
2.1 Правила использования обозначений, в которые включен дБ	16
2.1.1 Обозначение дБ без дополнительного знака	16
2.1.2 Обозначение дБ, за которым следует дополнительная информация в скобках	16
2.1.3 Обозначение дБ, за которым следует дополнительная информация без скобок	17
2.1.4 Потери и усиление	17
2.1.4.1 Потери и усиление: потери передачи	18
2.2 Абсолютный уровень мощности	18
2.2.1 Уровни величин, принимаемые за 0 дБ	18
2.3 Относительный уровень мощности	19
2.3.1 Эталонная точка передачи (Рекомендация ITU-T G.101)	19
2.3.2 Значение «дБм0»	20
2.4 Плотность мощности	21
2.4.1 Абсолютный уровень плотности мощности	21
2.4.2 Абсолютный уровень напряжения	22
2.4.3 Абсолютный уровень электромагнитного поля	23
2.5 Отношения, выражающие качество передачи	23

2.5.1	Отношение сигнал–шум	23
2.5.2	Защитное отношение	23
2.5.3	Отношение несущей к спектральной плотности шума (C/N_0)	23
2.5.4	Отношение энергии к спектральной плотности шума .	24
2.5.5	Коэффициент качества (M)	24
2.6	Особые обозначения, согласно ITU–R V.574–3	25
2.6.1	Для абсолютного уровня мощности	25
2.6.2	Для абсолютного уровня электромагнитного поля . . .	25
2.6.3	Для абсолютного уровня напряжения	25
2.6.4	Для относительного уровня мощности	26
2.6.5	Для относительного уровня напряжения на звуковых частотах	26
2.6.6	Для коэффициента усиления антенны	26
3	ДРУГИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ	27
3.1	Логарифмические величины в теории информации	27
3.2	Логарифмические интервалы частот	30
3.3	Оптическая плотность	31
3.4	Водородный показатель pH	33
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	35
А	ПЕРЕВОД ДЕЦИБЕЛОВ В ОТНОШЕНИЯ ВЕЛИЧИН И НЕПЕРЫ	36
Б	ТАБЛИЦА ПЕРЕВОДА СТЕПЕНЕЙ ЧИСЛА 2 В ДЕЦИБЕЛЫ	38
В	ШКАЛА СИЛЫ (УРОВНЯ) ЗВУКА В ДЕЦИБЕЛАХ	39
Г	НЕКОТОРЫЕ ЗНАЧЕНИЯ pH В РАСТВОРАХ РАЗЛИЧНОЙ КИСЛОТНОСТИ	41

ВВЕДЕНИЕ

В технике часто приходится сравнивать между собой различные величины, например: уровни сигналов, их мощности и др. Иногда приходится строить различные графики их зависимостей, например от частоты или времени. Однако, часто уровни сигналов могут различаться в сотни и тысячи раз, а потому использовать для них обычный линейный масштаб неудобно. В этом случае используется логарифмический масштаб.

Логарифмические величины — величины, определяемые посредством логарифмических функций. Для однозначности при обозначении логарифмических величин должно четко указываться основание логарифма.

В зависимости от вида логарифмируемого аргумента логарифмические величины классифицируются следующим образом:

1. Логарифмические величины, определяемые логарифмом отношения двух силовых величин одного вида или двух энергетических величин одного вида. Например, затухание и усиление в электросвязи, где аргументом является отношение двух электрических токов или напряжений, или уровни в акустике, когда аргументом являются отношения звукового давления или звуковой энергии к величинам того же вида;
2. Логарифмические величины, в которых аргумент задается в виде числа (величины с размерностью единица). Например, логарифмические величины в теории информации, такие, как логарифм числа возможных событий, когда аргумент — число взаимоисключающих событий или количество информации, когда аргумент представляет собой величину, обратную вероятности события.
3. Другие логарифмические величины, такие, как логарифмические интервалы частот, оптическая плотность, водородный показатель pH .

В числе логарифмических и сопутствующих им величин имеются также величины, которые являются линейной комбинацией логарифмируемых величин или произведениями логарифмируемых величин, или частного логарифмируемых величин и других величин, например, коэффициент затухания.

Логарифм аргумента при любом основании несет ту же информацию, что и непосредственно аргумент.

Величины, полученные логарифмированием при различных основаниях, пропорциональны друг другу, но имеют различные значения и, таким образом, это различные величины. В конкретных областях при определении логарифмических величин должны применяться логарифмы только с одним основанием. Из-за пропорциональности между логарифмами при использовании различных оснований допускается выражать численные значения логарифма с указанием единиц. Чтобы избежать неоднозначностей в приложениях, единица должна указываться явно после численного значения логарифмической величины.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению 03.03.03 — Радиофизика и подготовлено в поддержку курсов «Радиоэлектроника»; «Радиофизика и электроника»; «Машинный анализ электронных схем»; «Цифровая обработка сигналов», которые читаются студентам бакалавриата. Кроме того, пособие будет полезно бакалаврам, магистрантам и аспирантам Университета, обучающимся на инженерных специальностях.

ГЛАВА 1

ЛОГАРИФМЫ ОТНОШЕНИЙ СИЛОВЫХ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Бел — единица названа в честь изобретателя телефона Александра Грэма Белла (*Alexander Graham Bell*; 1847–1922 гг.). В названии единицы последнее «л» не пишется.

ГОСТ 8.417–2002 [1] определяет данную величину следующим образом: «**бел** — логарифмическая величина (*десятичный логарифм* безразмерного отношения физической величины к одноименной физической величине, принимаемой за исходную): уровень звукового давления; усиление, ослабление и т. п.»

Обозначается **бел** по-русски прописной буквой «Б», в зарубежной литературе — прописной латинской буквой «В». На практике **бел** это большая единица, а потому используют его десятую часть — **децибел**. Децибел соответственно обозначают «дБ» или «dB».

Необходимо сказать, что ГОСТ 8.417–2002 допускает использование как русского, так и международного обозначения в литературе.

Довольно часто в электро- и радиотехнике наряду с **децибеллом** используется такая величина, как **непер**.

Непер — логарифмическая величина (*натуральный логарифм* безразмерного отношения физической величины к одноименной физической величине, принимаемой за исходную).

Данная единица названа в честь математика, «изобретателя логарифмов» Джона Непера (*John Napier*; 1550–1617). Обозначаются неперы в русскоязычной литературе «Нп», международное обозначение — «Np».

С 1-го февраля 2017 года в Российской Федерации впервые введён стандарт ГОСТ Р МЭК 60027-3—2016 [2], регламентирующий использование относительных логарифмических величин в отечественной научно-технической литературе.

1.1 Логарифмы отношений силовых величин

Величины, квадрату которых пропорциональна энергия в линейных системах, в ГОСТ Р МЭК 60027-3—2016 называются силовыми величинами и обозначаются символом F .

Примеры — Силовые величины: электрический ток, напряжение, напряженность электрического поля, звуковое давление, скорость частиц и сила.

Для синусоидально изменяющихся во времени силовых величин аргументами логарифма являются отношения амплитуд или их среднеквадратических значений.

Для несинусоидальных силовых величин используются среднеквадратичные значения по соответствующему временному интервалу. Для периодических величин соответствующий временной интервал — период.

Для логарифмических единиц отношения силовых величин используются логарифмы с двумя различными значениями основания:

- натуральный логарифм, обозначение \ln (или \log_e),
- десятичный логарифм, обозначение \lg (или \log_{10}).

Для размера величины $Q_{(F)}$ определяемой как натуральный логарифм, то есть

$$Q_{(F)} = \ln \left(\frac{F_1}{F_2} \right) \quad (1.1)$$

по соглашению принята когерентная единица — непер (**Нп**) с размерностью единица.

Для отношений действительных значений силовых величин F_1/F_2 справедливы следующие общие соотношения для логарифмических значений $Q_{(F)}$, выраженных в различных единицах:

$$Q_{(F)} = \left(\ln \frac{F_1}{F_2} \right) \text{ Нп} = 2 \left(\lg \frac{F_1}{F_2} \right) \text{ Б} = 20 \left(\lg \frac{F_1}{F_2} \right) \text{ дБ}, \quad (1.2)$$

где непер равен $Q_{(F)}$, когда $F_1/F_2 = e$; бел равен $Q_{(F)}$, когда $F_1/F_2 = \sqrt{10}$; децибел равен $1 \text{ дБ} = (1/10) \text{ Б}$.

Следовательно,

$$1 \text{ Нп} = 2(\lg e) \text{ Б} = 20(\lg e) \text{ дБ} \approx 8,685889 \text{ дБ}, \quad (1.3)$$

$$1 \text{ Б} = 2(\lg \sqrt{10}) \text{ Б} = 10 \text{ дБ} = (\ln \sqrt{10}) \text{ Нп} \approx 1,151292 \text{ Нп}, \quad (1.4)$$

$$1 \text{ дБ} = \frac{1}{10}, \text{ Б} = \frac{1}{10}(\ln \sqrt{10}) \text{ Нп} \approx 0,1151292 \text{ Нп}. \quad (1.5)$$

Множитель 2 в численном значении $Q_{(F)}$, выражаемом в белых, в уравнении (1.2), имеет исторические причины и объясняется в п. 1.2.

Комплексные числа часто используются для выражения силовых величин, например, в связи и акустике. Взятие логарифмов отношений комплексных величин следует выполнять только с применением натуральных (неперовых) логарифмов. Многие другие математические операции будут более простыми, если используются только натуральные логарифмы. Это следует из того факта, что натуральный логарифм функции x_2/x_1 может быть представлен как интеграл

$$\ln \frac{x_2}{x_1} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x}$$

без каких-либо числовых множителей, как это имеет место при других основаниях логарифма.

Именно поэтому в системе величин, на которой основана международная система единиц (СИ), т. е. международной системе величин (ISQ), используются натуральные логарифмы¹.

Для практических приложений, в основном, в электросвязи и акустике, используется доляная часть бела (Б) — децибел (дБ), определяемый десятичным логарифмом².

¹На пленарном заседании ИСО/ТК 12 «Величины, единицы, обозначения, переводные коэффициенты и таблицы» в Вашингтоне, Округ Колумбия, США, в 1973 г. — с участием Председателя и Секретаря МЭК/ТК 25 — было единодушное соглашение включить натуральный логарифм в систему величин, на которых основана СИ, то есть рассматривать единицу непер (Нп) как когерентную единицу СИ. Это решение позже было принято Международным комитетом мер и весов (МКМВ) и Международной организацией законодательной метрологии (МОЗМ).

²Практика применения единицы децибел (дБ) стала международной начиная с решения Международного союза электросвязи (МСЭ) в 1968 г. — использовать только децибел. Это аналогично тому факту, что единица угловой градус (...°) обычно используется практически вместо когерентной единицы СИ радиана (рад) для плоского угла.

В теоретических вычислениях единица непер (**Нп**) для амплитуды вместе с единицей радиан (**рад**) для фазового угла вытекают из комплексной системы представления величин и применения натуральных логарифмов. Например, для отношения двух комплексных величин \bar{F}_1 и \bar{F}_2 имеем:

$$\frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_2} = \frac{|F_1| e^{i\vartheta_1}}{|F_2| e^{i\vartheta_2}} = \frac{|F_1|}{|F_2|} e^{i(\vartheta_1 - \vartheta_2)}, \quad (1.6)$$

$$Q_{(F)} = \ln \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_2} = \ln \frac{|F_1|}{|F_2|} + i(\vartheta_1 - \vartheta_2). \quad (1.7)$$

Пример — Для отношения напряжений $\bar{U}_1 = 30 e^{i\pi/2}$ В и $\bar{U}_2 = 3 e^{i\pi/3}$ В получим:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_U &= \ln \frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_2} = \ln \frac{30 e^{i\pi/2} \text{ В}}{3 e^{i\pi/3} \text{ В}} = \ln (10 e^{i\pi/6}) = \ln 10 + \ln e^{i\pi/6} = \\ &= \ln 10 \text{ Нп} + i \frac{\pi}{6} \text{ рад} \approx 2,303 \text{ Нп} + i 0,524 \text{ рад}. \end{aligned}$$

1.2 Логарифмы отношений энергетических величин

Величины, которые пропорциональны мощности (энергии), названы энергетическими величинами и обозначены символом P . В этом контексте, во многих случаях, связанные с энергией величины названы энергетическими величинами.

Пример — Энергетическими величинами являются: активная мощность (энергия), реактивная мощность (энергия) и кажущаяся мощность (энергия) в электротехнике, акустическая и электромагнитная мощности (энергии) и соответствующие плотности мощности (энергии).

Так как энергетические величины связаны с силовыми величинами, то для нахождения их числовых значений также используются натуральные и десятичные логарифмы. Следовательно, справедливы общие соотношения для значений логарифмических величин $Q_{(P)}$, отношения двух

значений P_1 и P_2 , выраженных в различных единицах:

$$Q_{(P)} = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{P_1}{P_2} \right) \text{ Нп} = \left(\lg \frac{P_1}{P_2} \right) \text{ Б} = 10 \left(\lg \frac{P_1}{P_2} \right) \text{ дБ}. \quad (1.8)$$

Здесь значение $Q_{(P)}$ равно 1 Нп, когда $\frac{P_1}{P_2} = e^2$; значение $Q_{(P)}$ равно 1 Б, когда $\frac{P_1}{P_2} = 10$, а 1 дБ = $\left(\frac{1}{10} \right)$ Б.

Следовательно,

$$1 \text{ Нп} = \frac{1}{2} (\ln e^2) \text{ Нп} = (\ln e^2) \text{ Б} = 10 (\lg e^2) \text{ дБ} \approx 8,685889 \text{ дБ}, \quad (1.9)$$

$$1 \text{ Б} = (\lg 10) \text{ Б} = 10 \text{ дБ} = \frac{1}{2} (\ln 10) \text{ Нп} \approx 1,151292 \text{ Нп}, \quad (1.10)$$

$$1 \text{ дБ} = \frac{1}{10} \text{ Б} = \frac{1}{20} (\ln 10) \text{ Нп} \approx 0,1151292 \text{ Нп}, \quad (1.11)$$

Переводные коэффициенты здесь имеют те же значения, что и коэффициенты в формулах (1.3)–(1.5) в п. 1.1.

Если величина $Q_{(P)}$, определяемая по соглашению натуральным логарифмом

$$Q_{(P)} = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{P_1}{P_2} \right), \quad (1.12)$$

выражается в неперах (**Нп**), то она является когерентной единицей СИ, которая может быть заменена на единицу (**1**).

Энергетические величины выражаются через силовые величины:

$$P_1 = k_1 F_1^2, \quad (1.13)$$

$$P_2 = k_2 F_2^2. \quad (1.14)$$

Следовательно,

$$Q_{(P)} = \frac{1}{2} \ln \frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{2} \ln \frac{k_1 F_1^2}{k_2 F_2^2} = \ln \frac{F_1}{F_2} + \frac{1}{2} \ln \frac{k_1}{k_2} = Q_{(F)} + \frac{1}{2} \ln \frac{k_1}{k_2}. \quad (1.15)$$

В общем случае соотношение между величиной $Q_{(P)}$ и $Q_{(F)}$ зависит от отношения $\frac{k_1}{k_2}$. В частном случае, когда $k_1 = k_2$, имеем $Q_{(P)} = Q_{(F)}$.

Это объясняет, почему множитель $1/2$ появляется в уравнении (1.12) и множители 2, 20 и $1/2$ появляются в численных значениях в уравнениях (1.2) и (1.8), соответственно.

В электротехнике отношение $\frac{k_1}{k_2}$ соответствует отношениям полной проводимости или полного сопротивления (импеданса). Следовательно, сравнение значений логарифма отношений, содержащих возведенные в степень силовые величины, без адекватной информации относительно полного сопротивления или полной проводимости может быть бессмысленно или вводить в заблуждение.

Пример — Рассмотрим комплексные мощности $\bar{\mathcal{W}}_1$ и $\bar{\mathcal{W}}_2$, соответственно на входе (1) и выходе (2), получим:

$$\bar{\mathcal{W}}_i = \bar{\mathbf{U}}_i \bar{\mathbf{I}}_i^* = \frac{\bar{\mathbf{U}}_i \bar{\mathbf{U}}_i^*}{\bar{\mathbf{Z}}_i^*} = \frac{|\bar{\mathbf{U}}_i|^2}{\bar{\mathbf{Z}}_i^*} = \bar{\mathbf{I}}_i \bar{\mathbf{I}}_i^* \bar{\mathbf{Z}}_i = |\bar{\mathbf{I}}_i|^2 \bar{\mathbf{Z}}_i, \quad i = 1, 2,$$

где $\bar{\mathbf{U}}_i$ — комплексный вектор напряжения; $\bar{\mathbf{I}}_i$ — комплексный вектор тока; $\bar{\mathbf{Z}}_i = \frac{\bar{\mathbf{U}}_i}{\bar{\mathbf{I}}_i}$ — полное сопротивление; * — комплексно-сопряжённая величина.

Таким образом, результат для комплексного значения мощности (энергии) $\bar{\mathcal{G}}_{\mathcal{W}}$ действительной и мнимой частями $\mathcal{A}_{\mathcal{W}}$ и $\mathcal{B}_{\mathcal{W}}$, соответственно, становится:

$$\bar{\mathcal{G}}_{\mathcal{W}} = \mathcal{A}_{\mathcal{W}} + i\mathcal{B}_{\mathcal{W}} = \frac{1}{2} \ln \frac{\bar{\mathcal{W}}_1}{\bar{\mathcal{W}}_2} = \ln \frac{|\bar{\mathbf{U}}_1|}{|\bar{\mathbf{U}}_2|} - \frac{1}{2} \ln \frac{\bar{\mathbf{Z}}_1^*}{\bar{\mathbf{Z}}_2^*} = \ln \frac{|\bar{\mathbf{I}}_1|}{|\bar{\mathbf{I}}_2|} + \frac{1}{2} \ln \frac{\bar{\mathbf{Z}}_1}{\bar{\mathbf{Z}}_2}.$$

Коэффициент передачи для напряжения и затухания напряжения, соответственно:

$$\bar{\mathcal{G}}_{\mathbf{U}} = \ln \frac{\bar{\mathbf{U}}_1}{\bar{\mathbf{U}}_2} \quad \text{и} \quad \mathcal{A}_{\mathbf{U}} = \text{Re } \bar{\mathcal{G}}_{\mathbf{U}} = \ln \frac{|\bar{\mathbf{U}}_1|}{|\bar{\mathbf{U}}_2|}.$$

Коэффициент передачи для электрического тока и затухания электрического тока, соответственно:

$$\bar{\mathcal{G}}_{\mathbf{I}} = \ln \frac{\bar{\mathbf{I}}_1}{\bar{\mathbf{I}}_2} \quad \text{и} \quad \mathcal{A}_{\mathbf{I}} = \operatorname{Re} \bar{\mathcal{G}}_{\mathbf{I}} = \ln \frac{|\bar{\mathbf{I}}_1|}{|\bar{\mathbf{I}}_2|}.$$

Следовательно,

$$\bar{\mathcal{G}}_{\mathcal{U}} = \mathcal{A}_{\mathcal{U}} - \frac{1}{2} \ln \frac{\bar{Z}_1^*}{\bar{Z}_2^*} = \mathcal{A}_{\mathbf{I}} + \frac{1}{2} \ln \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2}.$$

Таким образом, получаем $\mathcal{A}_{\mathcal{U}} = \mathcal{A}_{\mathcal{U}} = \mathcal{A}_{\mathbf{I}}$ только если $|\bar{Z}_1| = |\bar{Z}_2|$ и $\bar{\mathcal{G}}_{\mathcal{U}} = \mathcal{A}_{\mathcal{U}} = \mathcal{A}_{\mathbf{I}}$ только если $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2$.

1.3 Уровни

Уровень, обозначение L , является логарифмом отношения двух силовых величин или двух энергетических величин, где в знаменателе исходная величина того же вида, что и величина в числителе.

Комплексные уровни не применяются. Обычно уровни выражаются в децибелах.

Разность двух уровней, определенных с одинаковыми исходными значениями логарифма, не зависит от выбора исходного значения.

Пример — Для разности уровней мощности (энергии) получаем

$$\Delta L_P = 10 \left(\lg \frac{P_2}{P_{\text{реф}}} \right) \text{ дБ} - 10 \left(\lg \frac{P_1}{P_{\text{реф}}} \right) \text{ дБ} = 10 \left(\lg \frac{P_2}{P_1} \right) \text{ дБ},$$

где $P_{\text{реф}}$ — исходное произвольное значение.

В приложениях А и Б приведены некоторые значения для перевода силовых и энергетических величин в децибелы и неперы.

1.4 Рекомендации ГОСТ Р МЭК 60027-3—2016 по указанию исходных величин для уровней в электросвязи и акустике

В соответствии с основными принципами математического анализа, считается нежелательным любое добавление к наименованиям единицы или к их обозначениям с целью представления дополнительной информа-

ции о природе величины или способа измерения. Однако такие добавления все же используются для уровней в электросвязи и в акустике. Такую дополнительную информацию добавляют к величинам, но не к единицам.

Исходные величины для уровней в электросвязи и акустике должны записывать способом, показанным ниже:

$$\begin{aligned}
 LI(\text{исх. } 1 \text{ А}) &= -10 \text{ Нп} && \text{или} && LI/1 \text{ А} = -10 \text{ Нп}; \\
 LP(\text{исх. } 1 \text{ мВт}) &= 7 \text{ дБ} && \text{или} && LP/1 \text{ мВт} = 7 \text{ дБ}; \\
 LP(\text{исх. } 1 \text{ Вт}) &= 6 \text{ дБ} && \text{или} && LP/1 \text{ Вт} = 6 \text{ дБ}; \\
 LE(\text{исх. } 1 \text{ мкВ/м}) &= 5 \text{ Нп} && \text{или} && LE/1 \text{ мкВ/м} = 5 \text{ Нп}; \\
 Lp(\text{исх. } 1 \text{ мкПа}) &= 15 \text{ дБ} && \text{или} && Lp/1 \text{ мкПа} = 15 \text{ дБ}.
 \end{aligned}$$

Указание о применяемых исходных взвешивающих шкалах в акустике, например шкалы А, следует записывать:

$$LA(\text{исх. } 20 \text{ мкПа}) = 60 \text{ дБ} \quad \text{или} \quad LA = 60 \text{ дБ}.$$

Если численное значение величины после «исх.» в добавлении к обозначению или после косой черты в нижнем индексе определено равным 1, оно может быть опущено, например $Lp(\text{исх. мВт}) = 7 \text{ дБ}$ или $L_{p/\text{мВт}} = 7 \text{ дБ}$.

На практике часто используется краткая форма записи с пробелом между обозначением единицы и дополнительной информацией, обозначающей, например исходные значения или взвешивающие шкалы:

- 10 Нп (1 А),
- 7 дБ (1 мВт),
- 6 дБ (1 Вт),
- 5 Нп (1 мкВ/м),
- 15 дБ (20 мкПа),
- 60 дБ (А).

Когда используется краткая форма обозначений, не следует опускать равное 1 численное значение в круглых скобках, чтобы избежать неопределенности. Это не относится к обозначению взвешивающих шкал в акустике.

На графиках, в столбцах таблиц и на измерительных приборах рекомендуется обозначить численное значение как частное величины к единице, в которой она выражена.

Пример — $\frac{LA(\text{исх. } 20 \text{ мкПа})}{\text{дБ}}$.

Здесь необходимо пояснить, что звуки с низкой и высокой частотой кажутся тише, чем среднечастотные той же интенсивности. С учётом этого, неравномерную чувствительность человеческого уха к звукам разных частот модулируют с помощью специального электронного частотного фильтра, получая, в результате нормирования измерений, так называемый эквивалентный (по энергии, «взвешенный») уровень звука с размерностью дБ (А) (то есть — с фильтром «А»). В приложении В приведены некоторые уровни звукового давления в децибелах.

Важно!!! Единицы *непер* (**Нп**) и *бел* (**Б**), или *децибел* (**дБ**), не должны использоваться, когда соотношение между рассматриваемыми величинами и силовыми или энергетическими величинами не существует.

ГЛАВА 2

РЕКОМЕНДАЦИИ МЕЖДУНАРОДНОГО СОЮЗА ЭЛЕКТРОСВЯЗИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ЛОГАРИФМИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ ОТНОСЯЩИХСЯ К МОЩНОСТИ ВЕЛИЧИН

МСЭ — Международный союз по электросвязи (*International Telecommunication Union, ITU*) — международная организация, определяющая рекомендации в области телекоммуникаций и радио, а также регулирующая вопросы международного использования радиочастот (распределение радиочастот по назначениям и по странам). Основан как **Международный телеграфный союз** в 1865 году, с 1947 года является специализированным учреждением ООН.

В рекомендации ITU-R V.574-3 [3] «Использование децибела и непера в электросвязи» содержатся обозначения, которые рекомендуется использовать для логарифмического выражения относящихся к мощности величин, а также приводятся примеры использования децибела и непера и соотношения между ними.

2.1 Правила использования обозначений, в которые включен дБ

2.1.1 Обозначение дБ без дополнительного знака

Обозначение **дБ** без дополнительного знака необходимо использовать для указания отношения двух мощностей, двух плотностей мощности, двух других величин, однозначно связанных с мощностью, или разницы между двумя уровнями мощности.

2.1.2 Обозначение дБ, за которым следует дополнительная информация в скобках

Обозначение **дБ**, за которым следует дополнительная информация в скобках, необходимо использовать для выражения абсолютного уровня мощности, плотности потока мощности или любой другой величины, однозначно связанной с мощностью, относительно эталонного значения, указанного в скобках.

Например, для уровня звукового давления: L_p (ре 20 μPa) = 20 dB; L_p (исх. 20 мкПа) = 20 дБ (ре — начальные буквы слова *reference*, т. е. *исходный*).

В некоторых случаях, однако, могут быть использованы упрощенные обозначения типа **дБм** вместо **дБ(мВт)**.

2.1.3 Обозначение дБ, за которым следует дополнительная информация без скобок

Обозначение **дБ**, за которым следует дополнительная информация без скобок, необходимо использовать по соглашению для выражения конкретных условий, таких как измерения с помощью заданных фильтров или в заданной точке цепи.

2.1.4 Потери и усиление

Затухание или *потери* — это уменьшение электрической, электромагнитной или акустической энергии между двумя точками. *Затухание* — это также количественное выражение уменьшения мощности, обычно в децибелах; это уменьшение выражается отношением значений мощности или величины, связанной с мощностью вполне определенным образом, в двух точках.

Усиление — это увеличение электрической, электромагнитной или акустической энергии между двумя точками. *Усиление* — это также количественное выражение увеличения мощности, обычно в децибелах; это увеличение выражается отношением значений мощности или величины, связанной с мощностью вполне определенным образом, в двух точках.

Необходимо давать точное указание рассматриваемых *потерь* или *усиления* (например, коэффициент затухания по зеркальному каналу, вносимые потери, коэффициент усиления антенны), что фактически относится к точным определениям рассматриваемого отношения (полные сопротивления на зажимах, эталонные условия и т. д.).

2.1.4.1 Потери и усиление: потери передачи

Выражаемое в децибелах отношение переданной мощности (P_t) к принятой мощности (P_r):

$$L = 10 \lg \left(\frac{P_t}{P_r} \right) \quad [\text{дБ}].$$

Коэффициент усиления антенны — обычно выражаемое в децибелах отношение мощности (P_0), необходимой на входе эталонной антенны без потерь, к мощности (P_a), подводимой ко входу данной антенны для создания в заданном направлении такой же напряженности поля или такой же плотности потока мощности на том же расстоянии в данном направлении (в направлении максимального излучения, если не указано иного).

$$G = 10 \lg \left(\frac{P_0}{P_a} \right) \quad [\text{дБ}].$$

Эталонной антенной обычно является изотропная антенна, полуволновой диполь или, в некоторых случаях, короткая вертикальная антенна.

2.2 Абсолютный уровень мощности

Абсолютный уровень мощности — это отношение, обычно выражаемое в децибелах, между мощностью сигнала в некоторой точке канала передачи и заданной эталонной мощностью.

В каждом случае следует указывать, является ли мощность активной или кажущейся.

Необходимо, чтобы эталонная мощность указывалась в обозначении:

- если эталонная мощность составляет **1 Вт**, абсолютный уровень мощности выражается в «децибелах относительно одного ватта» и используется обозначение **дБВт**;
- если эталонная мощность составляет **1 мВт**, абсолютный уровень мощности выражается в «децибелах относительно одного милливатта» и используется обозначение **дБм**.

2.2.1 Уровни величин, принимаемые за 0 дБ

В практических задачах стоит вопрос, какой уровень принимать за **0 дБ**, т. е. за начало отсчёта? Обычно за **0 дБ** принимают значение од-

ной из сравниваемых величин. Но для удобства и единства измерений и расчётов используются также и стандартные уровни **0 дБ** для некоторых физических величин.

Напряжение 0 дБ. За уровень напряжения **0 дБ** принимается электрический сигнал, который развивает мощность **1 мВт** на нагрузке **600 Ом**. Эффективное значение напряжения сигнала при этом составляет **775 мВ**.

Уровень звукового давления 0 дБ. За уровень звукового давления **0 дБ** принято давление в **0,00002 Па** ($0,0002 \frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$) на частоте **1000 Гц** — порог чувствительности человеческого уха.

Уровень звуковой мощности 0 дБ. За уровень звуковой мощности **0 дБ** принята мощность в 10^{-12} **Вт**.

Уровень интенсивности звука 0 дБ. За уровень интенсивности звука **0 дБ** принята звуковая мощность по отношению к площади в $10^{-12} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

2.3 Относительный уровень мощности

Относительный уровень мощности — это отношение, обычно выражаемое в децибелах, мощности сигнала в некоторой точке канала передачи и той же мощности в другой точке канала передачи, выбранной в качестве эталонной точки, как правило, в начале канала.

В каждом случае следует указывать, является ли мощность активной или кажущейся.

Если не указано иное, относительный уровень мощности — это отношение мощности синусоидального испытательного сигнала (с частотой **800** или **1000 Гц**) в некоторой точке канала к мощности этого испытательного сигнала в эталонной точке передачи.

2.3.1 Эталонная точка передачи (Рекомендация ITU-T G.101)

В старом плане передач **ITU-T** определял «*точку с нулевым относительным уровнем*» как точку двухпроводного начала линии дальней связи (точка **О** на схеме 1).

В рекомендуемом в настоящее время плане передач относительный уровень должен составлять **−3,5 дБо** в теоретической точке коммутации на стороне передачи четырехпроводной международной цепи (точка **V** на схеме 2). «*Эталонная точка передачи*» или «*точка с нулевым относи-*

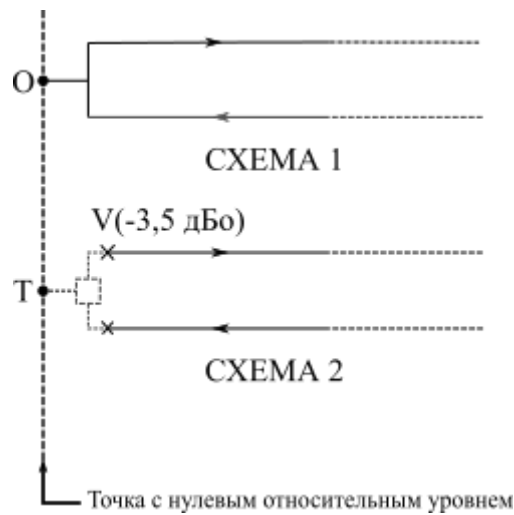


Рисунок 2.1

тельным уровнем» (точка **Т** на схеме 2) — это теоретическая двухпроводная точка, которая соединится с точкой **V** через гибридный трансформатор, имеющий потери 3,5 **дБ**. Обычная нагрузка, используемая для расчета шумов в многоканальных системах, соответствует абсолютному среднему уровню мощности -15 дБм в точке **Т**.

2.3.2 Значение «дБм0»

Если в точку **Т** на рисунке 2 подается измерительный сигнал с абсолютным уровнем мощности L_M (**дБм**), то абсолютный уровень мощности сигнала в точке **X**, где относительный уровень составляет L_{XR} (**дБо**), будет равен $L_M + L_{XR}$ (**дБм**).

Наоборот, если сигнал в точке **X** имеет абсолютный уровень мощности L_{XA} (**дБм**), часто бывает удобно «соотнести его с точкой с нулевым относительным уровнем», вычислив значение L_0 (**дБм0**) по формуле:

$$L_0 = L_{XA} - L_{XR}.$$

Эта формула может использоваться не только для сигналов, но и для шума (взвешенного или невзвешенного), что помогает рассчитать отношение сигнал–шум.

2.4 Плотность мощности

Определение: Частное от деления мощности на другую величину, например площадь, ширину полосы, температуру.

ПРИМЕЧАНИЕ 1. — Частное от деления мощности на площадь называется «*плотностью потока мощности*» и обычно выражается в «*ваттах на квадратный метр*» (обозначение: $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ или $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$).

Частное от деления мощности на ширину полосы частот называется «*спектральной плотностью мощности*», которая может быть выражена в «*ваттах на герц*» ($\text{Вт} \cdot \text{Гц}^{-1}$ или $\frac{\text{Вт}}{\text{Гц}}$). Она может быть также выражена в единицах, включающих ширину полосы частот, характерную для рассматриваемого метода передачи, например 1 кГц или 4 кГц в аналоговой телефонии, 1 МГц при цифровой передаче или для телевидения; тогда спектральная плотность мощности выражается в «*ваттах на килогерц*» ($\frac{\text{Вт}}{\text{кГц}}$) или в «*ваттах на 4 кГц*» ($\frac{\text{Вт}}{4\text{кГц}}$), или даже в «*ваттах на мегагерц*» ($\frac{\text{Вт}}{\text{МГц}}$).

ПРИМЕЧАНИЕ 2. — В некоторых случаях может использоваться комбинация нескольких типов плотности мощности, например «*спектральная плотность потока мощности*», которая выражается в «*ваттах на квадратный метр и на герц*» (обозначение: $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{Гц}^{-1}$ или $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{Гц}}$).

2.4.1 Абсолютный уровень плотности мощности

Определение: Выражение в логарифмической форме, обычно в децибелах, отношения между плотностью мощности в данной точке и эталонной плотностью мощности.

Если в качестве эталонной плотности потока мощности выбрана величина 1 ватт на квадратный метр, то абсолютные уровни плотности потока мощности выражаются как «*децибелы относительно одного ватта на квадратный метр*» (обозначение: $\text{дБ}(\text{Вт}/\text{м}^2)$).

Аналогично, если в качестве эталонной спектральной плотности мощности выбрана величина 1 ватт на герц, то абсолютные уровни спектральной плотности мощности выражаются как «*децибелы относительно одного ватта на герц*» (обозначение: $\text{дБ}(\text{Вт}/\text{Гц})$).

Это определение можно легко распространить на комбинированные значения плотности. Например, абсолютные уровни спектральной

плотности потока мощности выражаются как «децибелы относительно одного ватта на квадратный метр и на герц» и обозначаются как **дБ(Вт/(м²·Гц))**. Некоторые другие примеры: **дБ(Вт/(м²·МГц))** и **дБ(Вт/(м² · 4 кГц))**.

2.4.2 Абсолютный уровень напряжения

Абсолютный уровень напряжения — это отношение, обычно выражаемое в децибелах, напряжения сигнала в некоторой точке канала передачи к заданному эталонному напряжению.

В каждом случае должен быть указан характер рассматриваемого напряжения, например среднеквадратическое значение.

Обычно используется эталонное напряжение со среднеквадратическим значением **0,775 вольт**, что соответствует рассеянию мощности в **1 мВт** на сопротивлении **600 Ом**, поскольку **600 Ом** является грубым приближением характеристического сопротивления некоторых сбалансированных телефонных линий. Абсолютный уровень напряжения выражается в **дБн**.

Если сопротивление на зажимах, где измеряется напряжение U_1 , действительно составляет **600 Ом**, то определяемый таким образом абсолютный уровень напряжения соответствует абсолютному уровню мощности относительно **1 мВт**, и, следовательно, число N точно равно уровню в децибелах относительно **1 мВт (дБм)**.

$$L_U = 20 \lg \left(\frac{U_1}{U_2} \right) \quad \text{дБн}$$

$$L_P = 10 \lg \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \quad \text{дБм}$$

Если сопротивление на зажимах, где измеряется напряжение U_1 , составляет R **Ом**, то N равно числу **дБм**, увеличенному на величину $10 \lg(R/600)$.

$$L_U = L_P + 10 \lg \left(\frac{R}{600} \right)$$

2.4.3 Абсолютный уровень электромагнитного поля

Напряженность электромагнитного поля может быть выражена через плотность потока мощности (P/A), напряженность электрического поля \mathbf{E} или напряженность магнитного поля \mathbf{H} . Абсолютный уровень напряженности поля L_E — это логарифм отношения \mathbf{E} и эталонной напряженности поля, обычно 1 мкВ/м . Он, как правило, выражается в децибелах.

$$L_E = 20 \lg \left(\frac{E}{E_0} \right) \quad \text{дБ(мкВ/м)}.$$

2.5 Отношения, выражающие качество передачи

2.5.1 Отношение сигнал–шум

Это либо отношение мощности сигнала (P_s) к мощности шума (P_n), либо отношение напряжения сигнала (U_s) к напряжению шума (U_n), измеренное в заданной точке при определенных условиях. В децибелах оно выражается так:

$$R = 10 \lg \left(\frac{P_s}{P_n} \right) \quad [\text{дБ}], \quad R = 20 \lg \left(\frac{U_s}{U_n} \right) \quad [\text{дБ}].$$

Отношение полезного сигнала к помехе выражается аналогичным образом.

2.5.2 Защитное отношение

Это либо отношение мощности полезного сигнала (P_w) к максимально допустимой мощности помехи (P_i), либо отношение напряженности поля полезного сигнала (\mathbf{E}_w) к максимально допустимой напряженности поля помехи (\mathbf{E}_i). В децибелах оно выражается следующим образом:

$$A = 10 \lg \left(\frac{P_w}{P_i} \right) \quad [\text{дБ}], \quad A = 20 \lg \left(\frac{\mathbf{E}_w}{\mathbf{E}_i} \right) \quad [\text{дБ}].$$

2.5.3 Отношение несущей к спектральной плотности шума (C/N_0)

Это отношение $P_c/(P_n/\Delta f)$, где P_c — мощность несущей, P_n — мощность шума, Δf — соответствующая ширина полосы частот. Данное отношение имеет размерность частоты, оно не может быть просто выражено в

децибелах, поскольку мощность не связана с частотой четко определенным образом.

Это соотношение могло бы быть выражено относительно эталонной величины, такой как $1 \text{ Вт}/(\text{Вт}/\text{Гц})$, которая четко указывает характер результата. Например, при $P_c = 2 \text{ Вт}$, $P_n = 20 \text{ мВт}$ и $\Delta f = 1 \text{ МГц}$ для логарифмического выражения, соответствующего отношению C/N_0 , мы имеем:

$$10 \lg \left(\frac{P_c}{P_n/\Delta f} \right) = 50 \quad [\text{дБ}(\text{Вт}/(\text{Вт}/\text{кГц}))].$$

Это выражение в сокращенном виде можно представить как $50 \text{ дБ}(\text{кГц})$, тем не менее данного варианта следует избегать, если он может привести к неправильному толкованию.

2.5.4 Отношение энергии к спектральной плотности шума

Когда речь идет об отношении «энергия на бит к спектральной плотности шума» E/N_0 , которое используется в цифровой передаче, берется отношение двух величин с размерностью, аналогичной спектральной плотности мощности, и это отношение обычно выражается в децибелах, как и отношения мощностей. Тем не менее, необходимо обеспечить, чтобы единицы, используемые для выражения обоих членов отношения, были эквиваленты, например, джоулю (**Дж**) для энергии и ватту на герц (**Вт/Гц**) для спектральной плотности шума.

2.5.5 Коэффициент качества (M)

Коэффициент качества (M), характеризующий приемную радиостанцию, является логарифмическим выражением, которое связано с коэффициентом усиления антенны G (в децибелах) и общей шумовой температурой T (в кельвинах) следующим образом:

$$M = G - 10 \lg \left(\frac{T}{1\text{К}} \right) \quad [\text{дБ}(\text{Вт}/(\text{Вт} \cdot \text{К}))].$$

Выражение в децибелах в сокращенном виде можно представить как $\text{дБ}(\text{К}^{-1})$, тем не менее этого варианта следует избегать, если он может привести к неправильному толкованию.

2.6 Особые обозначения, согласно ITU-R V.574-3

2.6.1 Для абсолютного уровня мощности

дБВт (dBW): абсолютный уровень мощности относительно 1 ватта, выраженный в децибелах;

дБм (dBm): абсолютный уровень мощности относительно 1 милливатта, выраженный в децибелах;

дБм0 (dBm0): абсолютный уровень мощности относительно 1 милливатта, выраженный в децибелах и относящийся к точке с нулевым относительным уровнем;

дБм0п (dBm0p): абсолютный психофотметрический уровень мощности (взвешенный для телефонии) относительно 1 милливатта, выраженный в децибелах и относящийся к точке с нулевым относительным уровнем;

дБм0з (dBm0s): абсолютный уровень мощности относительно 1 милливатта, выраженный в децибелах и относящийся к точке с нулевым относительным уровнем при передаче звуковых программ;

дБм0пз (dBm0ps): абсолютный психофотметрический уровень мощности (взвешенный для передачи звуковых программ) относительно 1 милливатта, выраженный в децибелах и относящийся к точке с нулевым относительным уровнем при передаче звуковых программ.

2.6.2 Для абсолютного уровня электромагнитного поля

дБмк (dB μ) или дБн (dBu): абсолютный уровень электромагнитного поля относительно 1 мкВ/м, выраженный в децибелах.

2.6.3 Для абсолютного уровня напряжения

дБн (dBu): абсолютный уровень напряжения относительно 0,775 В, выраженный в децибелах;

дБн0 (dBu0): абсолютный уровень напряжения относительно 0,775 В, относящийся к точке с нулевым относительным уровнем;

дБн0з (dBu0s): абсолютный уровень напряжения относительно 0,775 В, относящийся к точке с нулевым относительным уровнем при передаче звуковых программ;

дБв (dBq): абсолютный уровень напряжения шума относительно 0,775 В;

дБвпз (dBqps): абсолютный взвешенный уровень напряжения для случая передачи звуковых программ;

дБв0пз (dBq0ps): абсолютный взвешенный уровень напряжения относительно 0,775 В, относящийся к точке в нулевом относительном уровне при передаче звуковых программ;

дБв0з (dBq0s): абсолютный невзвешенный уровень напряжения относительно 0,775 В, относящийся к точке с нулевым относительным уровнем при передаче звуковых программ.

2.6.4 Для относительного уровня мощности

дБо (dBr): отношение между мощностью сигнала в некоторой точке канала передачи и той же мощностью в другой точке канала передачи, выбранной в качестве эталонной точки, как правило, в начале канала.

2.6.5 Для относительного уровня напряжения на звуковых частотах

дБоз (dBrs): относительный уровень напряжения, выраженный в децибелах и относящийся к другой точке при передаче звуковых программ.

2.6.6 Для коэффициента усиления антенны

дБи (dBi): относительно изотропной антенны;

дБд (dBd): относительно полуволнового диполя.

ДРУГИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Используются и другие логарифмические величины, отличные от логарифмов отношения силовых или энергетических величин. В частности: логарифмические величины в теории информации, логарифмические интервалы частоты, оптическая плотность, pH .

3.1 Логарифмические величины в теории информации

Единицы измерения информации служат для измерения объёма информации — величины, исчисляемой логарифмически [1].

В 1928 году Ральф Хартли (*Ralph Vinton Lyon Hartley*, 30.11.1888 – 01.05.1970) предложил меру для **измерения информации дискретных сообщений**:

$$\mathcal{I} = \log N, \quad (3.1)$$

где \mathcal{I} — количество полученной информации, а N — количество возможных исходов или различных сообщений, которое может быть получено от источника дискретных сообщений с алфавитом в M букв при длине сообщения в n букв.

Рассмотрим меру Хартли подробнее:

если получили одно элементарное сообщение — x_i , а оно выбрано из алфавита в M букв, то получено $\mathcal{I} = \log M$ единиц информации. Поскольку в данной мере не учитывается ни в каком состоянии находился источник, ни какова вероятность появления каждой буквы, то считается, что имеет место элементарный источник с одинаковой вероятностью употребления различных букв алфавита

$$p_i = \frac{1}{M} = p_j, \quad \text{когда } i \neq j.$$

Это очень **сильные ограничения**, которые значительно завышают истинное значение информации в сообщении.

С другой стороны у этой меры есть положительные моменты:

- она пропорциональна длине сообщения, так как если составлено сообщение длиной в n букв, то общее число различных сообщений из n букв будет равно $N = M^n$ и следовательно $\mathcal{I}_n = n \log M$;
- предложенная мера аддитивна, то есть если имеет место сообщение, полученное путем одновременного наступления нескольких событий от разных источников, то количество полученной при этом информации будет равно сумме информации, полученных от каждого из них независимо друг от друга. Например, есть два источника Q_1 и Q_2 со своими алфавитами $\{x_i\}$, где $1 \leq i \leq M_1$, и $\{y_j\}$, где $1 \leq j \leq M_2$. Наступило событие: $(x_i; y_j)$. Какое при этом получено количество информации? Так как общее число возможных исходов N в этом случае равно $(M_1 \cdot M_2)$, то

$$\mathcal{I} = \log N = \log (M_1 \cdot M_2) = \log M_1 + \log M_2.$$

Таким образом, когда несколько объектов рассматриваются как один, количество возможных состояний перемножается, а количество информации — складывается. Не важно, идёт речь о случайных величинах в математике, регистрах цифровой памяти в технике или в квантовых системах в физике.

Основание логарифма можно принять различным. Это не принципиально, так как полученные меры будут отличаться только числовым коэффициентом. Однако в теории информации используются логарифмы с тремя различными численными значениями оснований, и этим мерам даны различные названия [2]:

- $\log_a M = \log_{10} 10 = \lg 10 = 1$ [**Hart**] — хартли;
- $\log_a M = \log_e e = \ln e = 1$ [**nat**] — натуральная единица информации;
- $\log_a M = \log_2 2 = \text{lb } 2 = 1$ [**Sh**] — шеннон.

Единица хартли (Hart) названа в честь Ральфа Хартли, ранее эту единицу называли **дит** (т.е. величина алфавита $M = 10$). Наименование **дит** достаточно часто встречается в литературе по настоящее время.

Натуральная единица информации (nat) определяется через натуральный логарифм, в отличие от других единиц, где основание логарифма является целым числом. Применяется в теории информации, в математи-

ческой лингвистике, а также для исчисления энтропии в термодинамике и эконометрике.

По смыслу *натуральная единица информации* (**nat**) эквивалентна *неперу* (для силовых величин), и может пониматься как количество информации в системе по отношению к элементарной системе, содержащей одно состояние. Отличие состоит лишь в том, что непер традиционно имеет другую область применения (электротехника).

Единица шеннон (**Sh**) названа в честь американского математика Клода Шеннона (*Claude Elwood Shannon*, 30.04.1916 – 24.02.2001), основоположника теории информации. *Единица шеннон* очень тесно связана с понятием **бит**. Наименьшее целое число, логарифм которого положителен, равно **двум**. Соответствующая ему единица — **бит** является основой исчисления информации, то есть величина алфавита, принятого за основу в цифровой технике, $M = 2$.

Комплексные выражения не используются в теории информации. Ни Международная система величин (International System of Quantities, ISQ), положенная в основу СИ, ни непосредственно СИ, не применяются в теории информации. По техническим причинам в информационных технологиях используется двоичная система счисления. Поэтому именно двоичные логарифмы, а не неперовы, используются обычно в уравнениях, которые определяют систему величин, используемых в теории информации. Следует отметить, что в общей теории информации, когда нет необходимости определять количественные значения, используют обозначение \log без указания основания логарифма.

Для размера величины $Q_{(x)}$, определяемой, как двоичный логарифм, то есть:

$$Q_{(x)} = \text{lb } x \quad (3.2)$$

по соглашению принята когерентная единица — шеннон (**Sh**) с размерностью единица (обозначение 1) [2].

Используя соотношение (3.2), а также данные выше определения, легко перейти от одних единиц измерения меры информации к другим:

$$\begin{aligned} 1 \text{ Sh} &= (\text{lb } 2) \text{ Sh} = (\ln 2) \text{ nat} = (\lg 2) \text{ Hart} \approx \\ &\approx 0,693147 \text{ nat} \approx 0,301030 \text{ Hart}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned}
 1 \text{ nat} &= (\ln e) \text{ nat} = (\lg e) \text{ Hart} = (\text{lb } e) \text{ Sh} \approx \\
 &\approx 0,434294 \text{ Hart} \approx 1,442695 \text{ Sh},
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}
 1 \text{ Hart} &= (\lg 10) \text{ Hart} = (\text{lb } 10) \text{ Sh} = (\ln 10) \text{ nat} \approx \\
 &\approx 3,321928 \text{ Sh} \approx 2,302585 \text{ nat}.
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Пример: пусть имеется алфавит, содержащий $M = 33$ буквы. Сообщение представляет собой строку из $n = 10$ букв, причём все возможные варианты строки из n букв равновероятны. Необходимо найти количество информации (\mathcal{I}) в данном сообщении.

Из рассмотрения меры Хартли следует, что общее число различных сообщений (N) из 10 букв будет

$$N = M^n = 33^{10}.$$

Тогда количество информации \mathcal{I} во одном сообщении:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{I} &= \text{lb } N \text{ Sh} = \ln N \text{ nat} = \lg N \text{ Hart} = \\
 &= 10 \cdot \text{lb}(33) \text{ Sh} = 10 \cdot \ln(33) \text{ nat} = 10 \cdot \lg(33) \text{ Hart} \approx \\
 &\approx 50,4439 \text{ Sh} \approx 34,9651 \text{ nat} \approx 15,1851 \text{ Hart}.
 \end{aligned}$$

Чаще всего измерение информации касается объёма компьютерной памяти и объёма данных, передаваемых по цифровым каналам связи.

Важно!!! Единица шеннон (**Sh**), натуральная единица информации (**nat**) и единица хартли (**Hart**) должны использоваться только в теории информации.

3.2 Логарифмические интервалы частот

Для определения логарифмических интервалов частот используются логарифмы с двумя различными основаниями:

- двоичный логарифм, обозначение lb (или \log_2),
- десятичный логарифм, обозначение \lg (или \log_{10}).

Для логарифмических интервалов частоты, выражаемых в различных единицах, справедливы следующие общие выражения:

$$G = \left(\text{lb} \frac{f_2}{f_1} \right) \text{окт} = \left(\text{lg} \frac{f_2}{f_1} \right) \text{дек}, \quad (3.6)$$

где f_1 и f_2 — две частоты, причём $f_2 \geq f_1$;

окт — октава (международное обозначение **oct**); $G = 1$ окт, когда $\frac{f_2}{f_1} = 2$;

дек — декада (международное обозначение **dec**); $G = 1$ дек, когда $\frac{f_2}{f_1} = 10$.

Следовательно,

$$1 \text{ окт} = (\text{lb} 2) \text{окт} = (\text{lg} 2) \text{дек} \approx 0,301\ 030 \text{ дек}, \quad (3.7)$$

$$1 \text{ дек} = (\text{lg} 10) \text{дек} = (\text{lb} 10) \text{окт} \approx 3,321\ 928 \text{ окт}. \quad (3.8)$$

Дольная единица декады — **савар** (международное обозначение **savart**), 1 савар равен 0,001 декады.

Для размера величины G , применяемой в акустике и определяемой двоичным логарифмом, то есть:

$$G = \text{lb} \frac{f_2}{f_1} \quad (3.9)$$

по соглашению принята когерентная единица — **октава** с размерностью единица, обозначение **1**.

3.3 Оптическая плотность

Оптическая плотность, мера непрозрачности слоя вещества для световых лучей, была введена Робертом Бунзеном (*Robert Wilhelm Bunsen*, 31.03.1811 – 16.08.1899). Оптическая плотность D равна десятичному логарифму отношения потока излучения F_0 , падающего на слой, к ослабленному в результате поглощения и рассеяния потоку F , прошедшему через этот слой:

$$D = \text{lg} \frac{F_0}{F}. \quad (3.10)$$

К примеру, $D = 4$ означает, что свет был ослаблен в $10^4 = 10\,000$ раз, то есть для человека это полностью чёрный объект, а $D = 0$ означает, что свет прошёл (отразился) полностью.

В определении используемой иногда натуральной оптической плотности десятичный логарифм \lg заменяется натуральным \ln .

Понятие оптической плотности привлекается для характеристики ослабления оптического излучения (света) в слоях и плёнках различных веществ (красителей, растворов, окрашенных и молочных стекол и многое др.), в светофильтрах и иных оптических изделиях. Особенно широко оптическая плотность пользуются для количественной оценки проявленных фотографических слоев как в черно-белой, так и в цветной фотографии, где методы её измерения составляют содержание отдельной дисциплины — денситометрии. Различают несколько типов оптической плотности в зависимости от характера падающего и способа измерения прошедшего потоков излучения.

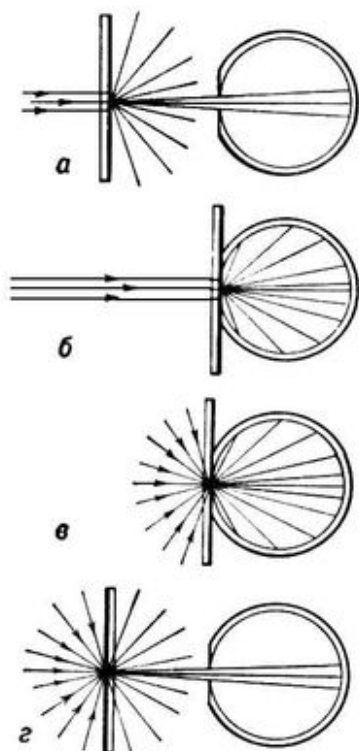


Рисунок 3.1 — Типы оптической плотности слоя среды в зависимости от геометрии падающего и способа измерения прошедшего потока излучения.

Оптическая плотность зависит от набора частот n (длин волн λ), характеризующего исходный поток; её значение для предельного случая одной единственной частоты (n) называется монохроматической оптической плотностью. Регулярная (рисунок 3.1а) монохроматическая оптическая плотность слоя нерассеивающей среды (без учёта поправок на отражение от передней и задней границ слоя) равна

$$D_{\text{мон}} = 0,4343 k_n l,$$

где k_n — натуральный показатель поглощения среды, l — толщина слоя ($k_n l = kcl$ — показатель в уравнении закона Бугера – Ламберта – Бера; если рассеянием в среде

нельзя пренебречь, то k_n заменяется на натуральный показатель ослабления).

Для смеси нереагирующих веществ или совокупности расположенных одна за другой сред оптическая плотность этого типа аддитивна, т. е. равна сумме таких же оптических плотностей отдельных веществ или отдельных сред соответственно. То же справедливо и для регулярной немонохроматической оптической плотности (излучение сложного спектрального состава) в случае сред с неселективным (не зависящим от n) поглощением. Регулярная немонохроматическая оптическая плотность совокупности сред с селективным поглощением меньше суммы оптических плотностей этих сред.

Типы оптической плотности слоя среды в зависимости от геометрии падающего и способа измерения прошедшего потока излучения в принятой в СССР сенситометрической системе показаны на рисунке 3.1: а) регулярную оптическую плотность $D_{\text{рег}}$ определяют, направляя на слой по перпендикуляру к нему параллельный поток и измеряя только ту часть прошедшего потока, которая сохранила первоначальное направление; б) для определения интегральной оптической плотности $D_{\text{инт}}$ перпендикулярно к слою направляется параллельный поток, измеряется весь прошедший поток; в) и г) два способа измерения, применяемые для определения двух типов диффузной оптической плотности $D_{\text{диф}}$ (падающий поток — идеально рассеянный). Разность $D_{\text{рег}} - D_{\text{инт}}$ служит мерой светорассеяния в измеряемом слое.

В рентгеновских методах неразрушающего контроля оптическая плотность рентгеновского снимка является параметром оценки пригодности снимка к дальнейшей расшифровке. Допустимые значения оптической плотности в рентгеновских методах неразрушающего контроля регламентируются в соответствии с требованиями ГОСТа.

3.4 Водородный показатель pH

Понятие **водородный показатель** (pH) было введено в 1909 году датским химиком Сёренсеном (*Søren Peter Lauritz Sørensen*, 09.01.1868 – 12.02.1939). Показатель называется pH , по первым буквам латинских слов *potentia hydrogenii* — сила водорода, или *pondus hydrogenii* — вес

водорода. Вообще в химии сочетанием pX принято обозначать величину, равную $-\lg X$. Например, силу кислот часто выражают в виде

$$pK_a = -\lg K_a.$$

В случае pH , буква H обозначает концентрацию ионов водорода (H^+), или, точнее, термодинамическую активность гидроксоний-ионов.

В чистой воде концентрации ионов водорода ($[H^+]$) и гидроксид-ионов ($[OH^-]$) одинаковы и при 22°C составляют по $10^{-7} \frac{\text{моль}}{\text{л}}$, это напрямую следует из определения ионного произведения воды, которое равно $[H^+]\cdot[OH^-]$ и составляет $10^{-14} \frac{\text{моль}^2}{\text{л}^2}$ (при 25°C).

Когда концентрации обоих видов ионов в растворе одинаковы, говорят, что раствор имеет **нейтральную реакцию**. При добавлении к воде кислоты концентрация ионов водорода увеличивается, а концентрация гидроксид-ионов соответственно уменьшается, при добавлении основания — наоборот, повышается содержание гидроксид-ионов, а концентрация ионов водорода падает. Когда $[H^+] > [OH^-]$, говорят, что раствор является **кислотным**, а при $[OH^-] > [H^+]$ — **основным**.

Для удобства представления, чтобы избавиться от отрицательного показателя степени, вместо концентрации ионов водорода используют её взятый с обратным знаком десятичный логарифм, который, собственно, и является водородным показателем — pH :

$$pH = -\lg [H^+]. \quad (3.11)$$

Некоторые значения pH в растворах различной кислотности приведены в приложении Г.

Так как в кислотных растворах $[H^+] > 10^{-7}$, то у кислотных растворов $pH < 7$, аналогично, у основных растворов $pH > 7$, pH нейтральных растворов равен 7. При более высоких температурах константа электролитической диссоциации воды повышается, соответственно увеличивается ионное произведение воды, поэтому нейтральной оказывается $pH < 7$ (что соответствует одновременно возросшим концентрациям как H^+ , так и OH^-); при понижении температуры, напротив, нейтральная pH возрастает.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *ГОСТ 8.417–2002*. Государственная система обеспечения единства измерений. Единицы величин [Текст]. — Взамен 8.417–1981 ; введ. 01.09.2003. — Минск : Межгосударственный совет по стандартизации и метрологии, 2003. — 32 с. — (Межгосударственный стандарт). — (Цит. на с. 7, 27).
2. *ГОСТ Р МЭК 60027-3—2016*. Обозначения буквенные, применяемые в электротехнике. Часть 3: Логарифмические и относительные величины и единицы измерений [Текст]. — Введён впервые : 01.02.2017. — М. : Стандартинформ, 2017. — 12 с. — (Национальный стандарт). — (Цит. на с. 7, 28, 29).
3. *Recommendation ITU-R V.574-3*. USE OF THE DECIBEL AND THE NEPER IN TELECOMMUNICATIONS [Текст]. — 1978–1982–1986–1990. — The ITU Radiocommunication Assembly. — 11 с. — (International use). — URL: https://www.itu.int/dms_pubrec/itu-r/rec/v/R-REC-V.574-3-199006-S!!PDF-E.pdf (дата обр. 23.11.2021). — (Цит. на с. 16).
4. Лаборатория Ирбисов — Мягкой поступью к вершинам знаний и мастерства [Электронный ресурс]. — 2021. — URL: http://www.irbislab.ru/modules.php?name=School&pa=list_sc_categories&cid=4 (дата обр. 18.10.2021). — (Цит. на с. 36, 38).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ПЕРЕВОД ДЕЦИБЕЛОВ В ОТНОШЕНИЯ ВЕЛИЧИН И НЕПЕРЫ

Таблица А.1 — Перевод децибелов в отношения величин и неперы [4]

дБ	U, I , раз	P , раз	Нп	дБ	U, I , раз	P , раз	Нп
0,0	1,00	1,00	0,00	10	3,16	10,0	1,15
0,5	1,06	1,12	0,06	11	3,55	12,59	1,27
1,0	1,12	1,26	0,12	12	3,98	15,85	1,38
1,5	1,19	1,41	0,17	13	4,47	19,95	1,50
1,0	1,26	1,59	0,23	14	5,01	25,11	1,61
2,5	1,33	1,78	0,29	15	5,62	31,62	1,73
3,0	1,41	2,00	0,35	16	6,31	39,81	1,84
3,5	1,50	2,24	0,40	17	7,08	50,12	1,96
4,0	1,59	2,51	0,46	18	7,94	63,10	2,07
4,5	1,68	2,82	0,52	19	8,91	79,43	2,19
5,0	1,78	3,16	0,58	20	10,0	100,0	2,30
5,5	1,88	3,55	0,63	21	11,2	125,9	2,40
6,0	2,00	3,98	0,69	22	12,6	158,5	2,53
6,5	2,11	4,47	0,75	23	14,1	199,5	2,55
7,0	2,24	5,01	0,81	24	15,9	251,2	2,76
7,5	2,37	5,62	0,86	25	17,78	316,2	2,88
8,0	2,51	6,31	0,92	26	20,0	398,1	2,99
8,5	2,66	7,08	0,96	27	22,4	501,2	3,00
9,0	2,82	7,94	1,04	28	25,1	631,0	3,22
9,5	2,99	8,91	1,09	29	28,2	794,3	3,33
30	31,6	1000	3,45	44	158,5	25120	5,06
31	35,5	1200	3,57	45	177,8	31620	5,18
32	39,8	1585	3,68	46	199,5	39810	5,30
33	44,7	1995	3,80	47	224,0	50120	5,40
<i>окончание на следующей странице</i>							

<i>начало на предыдущей странице</i>							
дБ	<i>U, I, раз</i>	<i>P, раз</i>	<i>Нп</i>	дБ	<i>U, I, раз</i>	<i>P, раз</i>	<i>Нп</i>
34	50,1	2512	3,91	48	251,2	63100	5,53
35	56,2	3161	4,03	49	284,0	79430	5,65
36	63,1	3981	4,14	50	316,2	100000	5,76
37	71,0	5012	4,25	55	562,3	316200	6,33
38	79,4	6310	4,37	60	1000,0	10 ⁶	6,91
39	89,0	7943	4,50	70	3162,3	10 ⁷	8,06
40	100,0	10000	4,61	80	10000	10 ⁸	9,21
41	113,0	12590	4,70	90	31623	10 ⁹	10,36
42	125,9	15850	4,83	100	10 ⁵	10 ¹⁰	11,51
43	141,0	19950	4,94	120	10 ⁶	10 ¹²	13,82

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

ТАБЛИЦА ПЕРЕВОДА СТЕПЕНЕЙ ЧИСЛА 2 В ДЕЦИБЕЛЫ

В связи с тем, что сейчас очень широко используется цифровая техника с представлением данных в двоичной системе счисления, поэтому для удобства в таблице Б.1 приводится перевод степеней числа 2 в децибелы.

Таблица Б.1 — Перевод степеней числа 2 в децибелы [4]

n	2^n	дБ	n	2^n	дБ
0	1	0	17	131072	102,35
1	2	6,02	18	262144	108,37
2	4	12,04	19	524288	114,39
3	8	18,06	20	1048576	120,41
4	16	24,08	21	2097152	126,43
5	32	30,10	22	4194304	132,45
6	64	36,12	23	8388608	138,47
7	128	42,14	24	16777216	144,49
8	256	48,16	25	33554432	150,51
9	512	54,19	26	67108864	156,54
10	1024	60,21	27	134217728	162,56
11	2048	66,23	28	268435456	168,58
12	4096	72,25	29	536870912	174,60
13	8192	78,27	30	1073741824	180,62
14	16384	84,29	31	2147483648	186,64
15	32768	90,31	32	4264967296	192,66
16	65536	96,33			

ПРИЛОЖЕНИЕ В

ШКАЛА СИЛЫ (УРОВНЯ) ЗВУКА В ДЕЦИБЕЛАХ

Таблица В.1 — Шкала силы (уровня) шума в дБ

<i>L_A</i> , дБ (А)	Характеристика	Источник звука
0	ничего неслышно	
5	почти не слышно	
10		тихий шелест листьев;
15	едва слышно	шелест листвы;
20		шёпот человека (1 м);
25	тихо	
30		шёпот, тиканье настенных часов
35	довольно слышно	приглушённый разговор;
40		обычная человеческая речь;
45		обычный, спокойный разговор; норма для спортивных залов;
50	отчётливо слышно	норма для офисных и рабочих помещений;
55		верхняя норма для офисных помещений;
60	шумно	норма для контор;
65		громкий разговор (1 м);
70		громкие разговоры (1 м);
75		крик, смех (1 м);
80	очень шумно	мотоцикл с глушителем; шум пылесоса;
85	очень шумно	громкий человеческий крик;
90	очень шумно	грузовой железнодорожный вагон (7 м);
95	очень шумно	вагон метро (7 м);

100	крайне шумно	симфонический оркестр; раскаты грома; бензиновая газонокосилка;
105		предельный уровень для бензиновых цепных пил;
110		вертолёт;
115		пескоструйный аппарат (1 м) и подобные механизмы;
120	почти невыносимо	отбойный молоток (1 м);
125		
130	болевого порог	самолёт на старте;
135	контузия	
140		взлетающий реактивный самолёт, у края взлётно-посадочной полосы;
145		старт ракеты;
150	контузия, травмы	выстрел из ружья среднего калибра без глушителя, рядом с дулом;
155		
160	шок, травмы	ударная волна от сверхзвукового самолёта;
180–200	разрыв барабанных перепонки и легких	
> 200	летальный исход	шумовое оружие.

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

НЕКОТОРЫЕ ЗНАЧЕНИЯ pH В РАСТВОРАХ РАЗЛИЧНОЙ КИСЛОТНОСТИ

Таблица Г.1 — Значения pH в растворах различной кислотности

Вещество	pH
Геотермальная вода у вулкана Даллол	~ 0
Электролит в свинцовых аккумуляторах	$< 1,0$
Желудочный сок	$1,0 \div 2,0$
Лимонный сок (5% раствор лимонной кислоты)	$2,0 \pm 0,3$
Пищевой уксус	2,4
Яблочный сок	3,0
Кока-кола	$3,0 \pm 0,3$
Кофе	5,0
Шампунь	5,5
Чай	5,5
Кожа здорового человека	5,5
Кислотный дождь	$< 5,6$
Питьевая вода	$6,5 \div 8,5$
Молоко	$6,6 \div 6,93$
Чистая вода при 25°C	7,0
Кровь	$7,36 \div 7,44$
Морская вода	8,0
Мыло (жировое) для рук	$9,0 \div 10,0$
Нашатырный спирт	11,5
Отбеливатель (хлорная известь)	12,5
Концентрированные растворы щелочей	> 13

Учебное издание

ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Учебное пособие

(Электронный образовательный ресурс)

Составитель:

Насыров Игорь Альбертович;

Компьютерная верстка — И. А. Насыров

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования**

КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Казань

2021