

in the framework of $f(R)$ gravity with an additional space representing a two-dimensional sphere.

Keywords: Universe, $f(R)$ gravity, extra dimensions.

УДК 514.763

ИЗОПЕРИМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ ЖЕСТКОСТИ КРУЧЕНИЯ ВЫПУКЛОЙ ОБЛАСТИ

Л.И. Гафиятуллина¹, Р.Г. Салахудинов²

¹ *gafiyat@gmail.com*; Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

² *rsalakhud@gmail.com*; Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

В работе получена двусторонняя оценка для жесткости кручения выпуклой области через геометрические характеристики области.

Ключевые слова: жесткость кручения, евклидовый момент области относительно границы, изопериметрическое неравенство, выпуклая область, функция расстояния до границы области, экстремальная область.

Пусть рассматривается односвязная область G на плоскости. Физический функционал

$$P(G) := 2 \int_G u(x, G) dA, \quad (1)$$

называется жесткостью кручения области, где $u(x, G)$ — функция напряжения, которая удовлетворяет уравнению $\Delta u = -2$ в G и граничному условию $u = 0$, а через dA обозначен дифференциальный элемент площади (см., например, [2]).

Обозначим через $l(\mu)$ длину линии уровня функции расстояния до границы области, расположенной на расстоянии μ , $L(G) := \lim_{\mu \rightarrow \rho(G)} l(\mu)$ и $\rho(G)$ — радиус максимального круга, содержащегося в G .

Введем класс Γ подмножество выпуклых областей, содержащее описанные около некоторой окружности многоугольники, а также круговые многоугольники, получаемые из описанных многоугольников заменой некоторых сторон или их частей дугами вписанной окружности. Пусть $G_0 \in \Gamma$. Положим

$$K(G_0) := - \lim_{\mu \rightarrow \rho(G)} l(\mu)'$$

Пусть G произвольная выпуклая область, тогда определим

$$K(G) := \inf\{K(G_0) | G_0 \in \Gamma, \rho(G) = \rho(G_0), G \subset G_0\}.$$

Теорема 1. Пусть G — выпуклая область на плоскости ограниченной площади. Тогда при $1 < q \leq 2$, справедливо неравенство

$$P(G) \leq \frac{4\rho(G)^3}{3(q+2)} \left((q+2)l(\rho(G)) + K(G)\rho(G) - \frac{\pi(2-q)\rho(G)}{2(q+1)} \right).$$

Равенство достигается в пределе, например, для узкого прямоугольника.

Теорема 2. Пусть G — выпуклая область на плоскости ограниченной площади. Тогда справедливо неравенство

$$P(G) \geq \frac{\rho(G)^3}{2} (I(\rho(G)) + \pi\rho(G)).$$

Равенство в котором достигается для круга.

Литература

1. Салахудинов Р. Г. *Некоторые свойства функционалов на множествах уровня*// Уфимский математический журнал — Уфа, 2015. — Т.7, 1-12 с
2. Поля Г. и Г. Сегё *Изопериметрические неравенства в математической физике.* — М.: Физматгиз, 1962. — С. 336
3. Авхадиев Ф. Г. *Решение обобщенной задачи Сен-Венана* // — Матем. сб. — 1998. Т. 189, № 12. — С. 3-12.
4. Salakhudinov R. G. *Refined inequalities for euclidean moments of a domain with respect to its doundary.* — Siam J. Math. Anal. — 2012. — Vol. 44, No. 4. P. 2949-2961.
5. Payne L. E. *Some isoperimetric inequalities in the torsion problem for multiply connected regions, Studies in Mathematical analysis and Related Topics.* Essays in honor of G. Polya (Stanford University Press, Stanford, California, 1962 — P. 270-280.
6. Saint-Venant B. *Memoire sur la torsion des primes. Number 14. Memories presentes par divers savants a l'Academie des Sciences,* 1853.
7. Салахудинов Р. Г. *Введение в геометрическую теорию изопериметрических неравенств, I.* — Казань, 2013. — 100 с.
8. Makai E. *On the Principal Frequency of a Membrane and the Torsional Rigidity of a Beam.* — Stanford University Press. — 1962. — P. 227-231.

ISOPERIMETRIC INEQUALITIES FOR THE TORSIONAL RIGIDITY OF A CONVEX DOMAIN

L.I. Gafiyatullina, R.G. Salakhudinov

In this work a two-sided estimate for the torsional rigidity of a convex domain has been obtained through the geometric characteristics of the domain.

Keywords: torsional rigidity, Euclidean moments of the domain with respect to its boundary, isoperimetric inequalities, convex domains, the function of the distance to the boundary of the domain.

УДК 517.958

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕГУЛЯРИЗУЮЩИХ ФАКТОРОВ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЫ

М.И. Делова¹

¹ mashadelova@yandex.ru; Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова