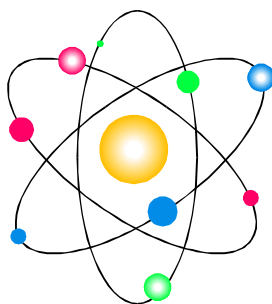


ЕЛАБУЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Ф.М.Сабирова, А.В.Акулинина, З.А.Латипов

ЗАДАЧНИК-ПРАКТИКУМ  
ПО КУРСУ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

**КВАНТОВАЯ ФИЗИКА**



Елабуга – 2004

Печатается по решению Ученого совета Елабужского государственного педагогического университета

*Допущено Учебно-методическим объединением по направлениям педагогического образования Министерства образования Российской Федерации в качестве учебно-методического пособия для студентов, обучающихся по направлению 540200 Физико-математическое образование*

Составители:

доцент кафедры общей физики, канд. физ.-мат. наук

**САБИРОВА Файруза Мусовна;**

старший преподаватель кафедры общей физики ЕГПУ

**АКУЛИНИНА Александра Васильевна;**

старший преподаватель кафедры общей физики ЕГПУ

**ЛАТИПОВ Загир Азгарович.**

Рецензенты:

зав.кафедрой общей физики, канд. физ.-мат. наук, доцент ЕГПУ

**НАСЫБУЛЛИН Р.А.,**

доцент кафедры экспериментальной физики Омского государственного университета, канд. физ.-мат. наук **ЛОБОВА Г.Н.**

зав. каф. общенаучных дисциплин Елабужского филиала Казанского государственного технического университета, к.т.н., доцент

**КОНЮХОВ М.И.**

Сабирова Ф.М., Акулинина А.В., Латипов З.А. Задачник-практикум по курсу общей физики. Квантовая физика. /Учебно-методическое пособие для студентов физико-математического факультета педвуза и учителей физики. Изд-е 2-е.- Елабуга: Изд-во Елабужского государственного педагогического ун-та, 2004 г. - 46 с.

Знание физики предполагает не только формулировку физических понятий и законов, но и возможность их применения в конкретных практических случаях при решении физических задач. Однако решение и анализ задач вызывает наибольшее затруднение у студентов. Для успешного решения задач недостаточно формального понимания физики, в ряде случаев необходимы знания специальных приемов и методов - общих для решения определенных типов задач.

Более эффективное и целенаправленное обучение решению задач на практических занятиях можно обеспечить в том случае, если знакомить студентов с основными методами решения задач до занятия. Кроме того, целесообразно к каждой теме конкретизировать объем теоретических сведений. С этой целью и написано настоящий задачник-практикум.

Методические указания к практическому курсу квантовой физики составлены для студентов физико-математического факультета педагогического института по специальностям: “физика и информатика”, “математика-физика” и “математика-информатика” в соответствии с ныне действующими учебными планами. Задачи по теме “Уравнение Шредингера” изучаются только студентами специальности “физика и информатика”.

Материал методических указаний включает необходимые теоретические сведения, приемы решения задач и задачи для самостоятельного решения. Такое представление материала способствует и подготовке студентов к непосредственной работе в школе, поскольку раздел “Квантовая физика” изучается и в средней школе. В приложениях приведены некоторые справочные данные.

Настоящее методическое пособие предназначено для самостоятельной работы при освоении методов и приемов решения задач, а также может быть использовано при проведении аудиторных занятий (из расчета 12 часов - аудиторных, 6 часов - индивидуальных занятий). Кроме этого, оно будет полезным для школьных учителей физики, занимающихся подготовкой школьников к поступлению в вуз и работающих над повышением своей квалификации.

## I. Тепловое излучение. Законы излучения абсолютно черного тела.

1. Тепловое (температурное) излучение – это излучение электромагнитных волн, обусловленное внутренней энергией тела.

2. Энергетическая (интегральная) светимость тела  $R_3$  определяет величину энергии  $W$ , излучаемой с единицы поверхности за единицу времени:

$$R_3 = \frac{W}{St}, \quad [R_3] = \text{Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}) = \text{Вт}/\text{м}^2.$$

3.  $dR_\lambda$  ( $dR_\omega$ ) - поток энергии, излучаемой с единицы поверхности волнами с длиной волны от  $\lambda$  до  $\lambda+d\lambda$  (или с частотами от  $\omega$  до  $\omega+d\omega$ ).

4.  $r_{\lambda,T} = dR_\lambda/d\lambda$ ,  $r_{\omega,T} = dR_\omega/d\omega$  - излучательная способность тела, или спектральная плотность энергетической светимости тела.

Тогда 
$$R_3 = \int_0^\infty r_{\lambda,T} d\lambda, \quad \text{или} \quad R_3 = \int_0^\infty r_{\omega,T} d\omega.$$

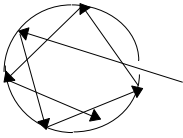
5. Поглощательная способность тела:

$$a_{\lambda,T} = \frac{dW'_\lambda}{dW_\lambda}; \quad a_{\omega,T} = \frac{dW'_\omega}{dW_\omega};$$

где  $dW'_\lambda$ ;  $dW'_\omega$  - величина поглощенной энергии;  $dW_\lambda$ ;  $dW_\omega$  - величина падающей энергии.

Если  $a_{\lambda,T} = 0$  – абсолютно белое тело;  $0 < a_{\lambda,T} < 1$  – серое тело;  $a_{\lambda,T} = 1$  – абсолютно черное тело.

6. **Закон Кирхгофа:** отношение излучательной способности к поглощательной способности не зависит от природы тел и численно равно излучательной способности абсолютно черного тела.



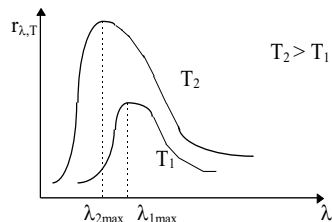
$$\left( \frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} \right)_1 = \left( \frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} \right)_{!!} = \dots = \left( \frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} \right)_N = (r_{\lambda,T})_{\text{а.ч.т.}} = f(\lambda, T)$$

7. Модель абсолютно черного тела - замкнутая полость с малым отверстием.

Экспериментальная зависимость  $r_{\lambda,T} = f(\lambda, T)$  для абсолютно черного тела представлена на рис.:

8. Законы излучения абсолютно черного тела:

а) закон **Стефана-Больцмана** – энергетическая светимость абсолютно черного тела прямо пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры:



$$R_3 = \sigma T^4,$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$ ;

б) *первый закон Вина (закон смещения)* - длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности абсолютно черного тела, обратно пропорциональна абсолютной температуре:

$$\lambda_{\max} = \nu_1 / T,$$

где  $\nu_1 = \text{const}$ :  $\nu_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ ;

в) *второй закон Вина*: максимальная излучательная способность абсолютно черного тела пропорциональна пятой степени абсолютной температуры:

$$r_{\lambda, T \max} = \nu_2 \cdot T^5,$$

где  $\nu_2 = \text{const}$ :  $\nu_2 = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{К}^{-5}$ .

9. Модель теплового излучателя Рэля и Джинса: линейный гармонический осциллятор, энергия которого может принимать непрерывный ряд значений, а ее среднее значение равно  $kT$ . Испускательная способность абсолютно черного тела в соответствии с этой моделью определяется соотношением:

$$r_{\omega, T} = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT.$$

Энергетическая светимость абсолютно черного тела по этой теории:

$$R_3 = \int_0^{\infty} r_{\omega, T} d\omega \rightarrow \infty, \text{ что не согласуется с экспериментальными фактами.}$$

Этот факт получил в физике название “ультрафиолетовая катастрофа” и привел к выводу, что классическая физика не может объяснить законы излучения абсолютно черного тела.

10. М.Планк предположил, что элементарный излучатель может принимать дискретный ряд значений энергии, т.е.  $E = nE_0$ , где  $n = 1, 2, \dots$ , а  $E_0 = h\nu = \hbar\omega$  - минимальная энергия осциллятора.

Здесь  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  - постоянная Планка,  $\nu$  - частота излучения,  $\omega = 2\pi\nu$

– циклическая частота. Тогда: 
$$r_{\omega, T} = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{\left(\exp \frac{\hbar\omega}{kT} - 1\right)}.$$

Данное соотношение полностью объясняет поведение абсолютно черного тела.

### **Примеры решения задач.**

*Задача 1.* Мощность потока энергии, излучаемой из смотрового окошка мартеновской печи,  $P = 2,17 \text{ кВт}$ . Площадь смотрового окошка  $S = 6 \text{ см}^2$ . Определите температуру печи.

Дано:  $P = 2,17 \text{ кВт} = 2170 \text{ Вт}$ ;  $S = 6 \text{ см}^2 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ .

Найти:  $T = ?$

*Решение.* Мартеновскую печь можно считать моделью абсолютно черного тела, т.к. смотровое окошко мало по сравнению с размером полости печи. Поэтому применим законы излучения абсолютно черного тела. По определению энергетическая светимость

$$R_3 = W/(St),$$

а  $W/t=P$  - мощность излучения. А по закону Стефана-Больцмана

$$R_3 = \sigma T^4.$$

Отсюда  $P/S = \sigma T^4$ , где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$ .  $\Rightarrow$

$$T = (P/S\sigma)^{1/4}$$

$$T = (2170/6 \cdot 10^{-45} \cdot 5,67 \cdot 10^{-8})^{1/4} = 2800 \text{ К}.$$

*Ответ:*  $T = 2800 \text{ К}$ .

*Задача 2.* Найти площадь излучающей поверхности нити 25-ваттной лампы, если температура нити 2450 К. Излучение нити составляет 30% излучения абсолютно черного тела при данной температуре. Потерями тепла, связанными с теплопроводностью, пренебречь.

*Дано:*  $P = 25 \text{ Вт}$ ,  $T = 2450 \text{ К}$ ,  $k = 0,3$ ,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$

*Найти:*  $S = ?$

*Решение.*  $R_3 = \frac{W}{St} = \frac{P}{S}$  по определению для любого тела.

$k = R_3 / R_{3 \text{ а.ч.т.}}$   $\Rightarrow R_3 = k R_{3 \text{ а.ч.т.}}$ , а по закону Стефана-Больцмана  $R_{3 \text{ а.ч.т.}} = \sigma T^4$ , следовательно

$$\frac{P}{S} = k \sigma T^4, \quad S = \frac{P}{k \sigma T^4}, \quad S = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$$

*Ответ:*  $S = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$ .

*Задача 3.* Вследствие изменения температуры тела максимум его спектральной энергетической светимости переместился с  $\lambda_1 = 2,5 \text{ мкм}$  до  $\lambda_2 = 0,125 \text{ мкм}$ . Тело абсолютно черное. Во сколько раз изменилась: а) температура тела; б) интегральная энергетическая светимость?

*Дано:*  $\lambda_1 = 2,5 \text{ мкм} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ ;  $\lambda_2 = 0,125 \text{ мкм} = 0,125 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ .

*Найти:*  $T_2/T_1 = ?$   $R_{32}/R_{31} = ?$

*Решение.* По первому закону Вина:

$$\lambda_1 = \epsilon_l / T_1 \quad (1); \quad \lambda_2 = \epsilon_l / T_2 \quad (2).$$

Разделим уравнение (1) на уравнение (2):  $\lambda_1 / \lambda_2 = T_2 / T_1$ .

$$R_{31} = \sigma T_1^4; \quad R_{32} = \sigma T_2^4; \quad R_{32} / R_{31} = (T_2 / T_1)^4 = (\lambda_1 / \lambda_2)^4$$

*Ответ:*  $T_2 / T_1 = 2,5 \cdot 10^{-6} / 0,125 \cdot 10^{-6} = 20$ ;  $R_{32} / R_{31} = 20^4 = 16 \cdot 10^4$ .

*Задача 4.* Максимальная спектральная светимость абсолютно черного тела  $r_{\lambda, T_{\max}} = 4,16 \cdot 10^{11} \text{ Вт} / \text{м}^2$ . На какую длину волны она приходится?

*Дано:*  $r_{\lambda, T_{\max}} = 4,16 \cdot 10^{11} \text{ Вт} / \text{м}^2$ ;  $\epsilon_l = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ ;  $\epsilon_2 = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{К}^{-5}$ .

*Найти:*  $\lambda_{\max} = ?$

*Решение.* По второму закону Вина:

$$r_{\lambda, T_{\max}} = \epsilon_2 \cdot T^5; \Rightarrow T = (r_{\lambda, T_{\max}} / \epsilon_2)^{1/5}$$

По первому закону Вина

$$\lambda_{\max} = \epsilon_1 / T \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\max} = \epsilon_1 / (r_{\lambda, T_{\max}} / \epsilon_2)^{1/5}$$

$$\lambda_{\max} = 2,9 \cdot 10^{-3} / (4,16 \cdot 10^{11} / 1,3 \cdot 10^{-5})^{1/5} = 2,9 \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 10^3 = 1,45 \cdot 10^{-6} (\text{м})$$

*Ответ:*  $\lambda_{\max} = 1,45 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ .

**Задача 5.** Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке равен 0,33 мм, длина спирали 5 см. При включении лампочки в цепь напряжением 127 В через лампочку идет ток силой 0,31 А. Найти температуру лампочки. Считать, что по установлении равновесия все выделяющееся в нити теряется в результате лучеиспускания. Отношение энергетических светимостей вольфрама и абсолютно черного тела считать для этой температуры равным 0,31.

*Дано:*  $d = 0,3 \text{ мм} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ ,  $l = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ,  $U = 127 \text{ В}$ ,  $I = 0,31 \text{ А}$ ,  $k = 0,31$ ,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$ .

*Найти:*  $T = ?$

*Решение.*  $R_{\text{в}} = W/St$  - энергетическая светимость вольфрама; где  $W = UIt$  - энергия, выделяющаяся в нити, теряемая за счет лучеиспускания;  $S = \pi dl$  - площадь, с которой происходит излучение;  $k = R_{\text{в}}/R_{\text{АЧТ}}$ ,

По закону Стефана-Больцмана:  $R_{\text{АЧТ}} = \sigma T^4$

Тогда  $UI/(\pi dl) = k\sigma T^4$ , следовательно,  $T = (UI/(\pi dl/k\sigma))^{1/4} = 2500 \text{ К}$ .

*Ответ:* 2500 К.

**Задача 6.** Железный шар радиусом 10 см, нагретый до температуры 1227°C, остывает на открытом воздухе. Через какое время его температура понизится до 1000 К? При расчете принять, что отношение энергетических светимостей железа и абсолютно черного тела 0,5. Теплопроводностью воздуха пренебречь.

*Дано:*  $r = 0,1 \text{ м}$ ,  $T_1 = 1500 \text{ К}$ ,  $T_2 = 1000 \text{ К}$ ,  $\rho = 7900 \text{ кг/м}^3$ ,  $c = 500 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ ,  $k = 0,5$ .

*Найти:*  $t = ?$

*Решение.* Количество теплоты, теряемое шаром при понижении температуры на  $dT$ :  $dQ = cm dT = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho c dT$ , где  $\rho$  - плотность железа,  $c$  - его удельная теплоемкость. С другой стороны,  $dQ = k\sigma T^4 S dt = 4\pi r^2 k\sigma T^4 S dt$ , где  $dt$  - время излучения, соответствующее понижению температуры на  $dT$ .  $dt = \frac{c\rho r}{3k\sigma} T^{-4} dT$ , откуда

$$t = \frac{c\rho r}{3k\sigma} \int_{T_1}^{T_2} T^{-4} dT = \frac{c\rho r}{3k\sigma} \left( \frac{1}{T_2^3} - \frac{1}{T_1^3} \right) = 1503 \text{ с}$$

*Ответ:*  $t = 1503 \text{ с}$ .

### *Задачи для самостоятельного решения.*

1.1. Интенсивность солнечной радиации вблизи Земли за пределами ее атмосферы равна  $J=1,35 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ . Принимая, что Солнце излучает как абсолютно черное тело, определить температуру его излучающей поверхности.

1.2. Земля вследствие излучения в среднем ежеминутно теряет с поверхности площадью  $1 \text{ м}^2$  энергию  $5,4 \text{ кДж}$ . При какой температуре абсолютно черное тело излучало бы такую же энергию?

1.3. Температура абсолютно черного тела изменяется от  $727^\circ\text{C}$  до  $1727^\circ\text{C}$ . Во сколько раз изменится при этом энергия излучаемая телом?

1.4. Абсолютно черное тело находится при температуре  $T=2900\text{K}$ . В результате остывания этого тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на  $\Delta\lambda=9 \text{ мкм}$ . До какой температуры  $T_2$  охладилось тело?

1.5. Какое количество энергии излучает  $1 \text{ см}^2$  затвердевающего свинца в  $1 \text{ с}$ ? Отношение энергетических светимостей поверхности свинца и абсолютно черного тела для этой температуры считать равным  $0,6$ .

1.6. Муфельная печь потребляет мощность  $P=1 \text{ кВт}$ . Температура  $T$  ее внутренней поверхности при открытом отверстии площадью  $S=25 \text{ см}^2$  равна  $1,2 \text{ кК}$ . Считая, что печь излучает как абсолютно черное тело, определить, какая часть мощности рассеивается стенками.

1.7. С поверхности сажи площадью  $S=2 \text{ см}^2$  при температуре  $T=400\text{K}$  за время  $\tau=5 \text{ мин}$  излучается энергия  $E=83 \text{ Дж}$ . Определить коэффициент черноты сажи.

1.8. В какой области спектра лежит длина волны, соответствующая максимуму излучательной способности Солнца, если температура его поверхности  $5800\text{K}$ ?

1.9. Излучение Солнца по своему спектральному составу близко к излучению абсолютно черного тела, для которого максимум испускающей способности приходится на длину волны  $0,48 \text{ мкм}$ . Найти массу, теряемую Солнцем ежесекундно за счет излучения.

1.10. Из отверстия в печи площадью  $10 \text{ см}^2$  излучается  $250 \text{ кДж}$  энергии за  $1 \text{ мин}$ . В какой области спектра лежит длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности?

1.11. Длина волны, соответствующая максимуму излучательной способности абсолютно черного тела,  $720,0 \text{ нм}$ , площадь излучающей поверхности –  $5,0 \text{ см}^2$ . Определить мощность излучения.

1.12. При работе электрической лампы накаливания вольфрамовый волосок нагрелся, в результате чего длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности, изменилась от  $1,4$  до  $1,1 \text{ мкм}$ . Во сколько раз увеличилась при этом максимальная излучательная способ-



ность, если его принять за абсолютно черное тело? На сколько изменилась при этом температура волоска?

1.13. Температура абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1327 до 1727°С. На сколько изменилась при этом длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности, и во сколько раз увеличилась максимальная излучательная способность?

1.14. Черный стеклянный куб объемом 1 л заполнен водой при температуре 323 К. Сколько потребуется времени для остывания воды до температуры 283 К, если остывание идет только через тепловое излучение.

## II. Квантовые свойства излучения.

1. По квантовой теории свет – это поток особых частиц (фотонов). Характеристики этих частиц:

а) энергия  $\varepsilon = h\nu = \hbar \omega$ ;

б) импульс  $P_{\text{ф}} = h\nu/c = h/\lambda$ ;

в) масса  $m_{\text{ф}} = \varepsilon/c^2$ , где  $\nu$  - частота излучения,  $c$  – скорость света в вакууме.

Здесь  $h$  - постоянная Планка ( $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж.с),  $\hbar = h/2\pi$ ,  $\omega = 2\pi\nu$  - циклическая частота..

2. Внешний фотоэффект - явление вырывания электронов с поверхности металлов под действием света. Объясняется взаимодействием фотонов с электронами вещества. По закону сохранения энергии:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2} \quad - \text{уравнение Эйнштейна для фотоэффекта,}$$

где  $A_{\text{вых}}$  - работа выхода электрона из металла,  $m\nu_{\text{max}}^2/2$  – кинетическая энергия электрона.

3.  $h\nu_{\text{min}} = A_{\text{вых}}$  – минимальная энергия фотона, при которой наблюдается фотоэффект.

Т.к.  $\nu_{\text{min}} = c/\lambda_{\text{кр}}$ , то  $\lambda_{\text{кр}} = \frac{hc}{A_{\text{вых}}}$  - длина волны, называемая красной границей фотоэффекта.

4. Давление света на поверхность: 
$$p = \frac{J(1+R)}{c}$$

где  $J$  - интенсивность света,  $R$  - коэффициент отражения:  $R=0$  – для черной поверхности,  $R=1$  - для белой поверхности.

По квантовой теории давление света объясняется изменением импульса фотонов, соударяющихся с поверхностью, а интенсивность

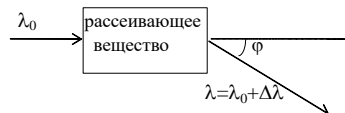
$$J = N h \nu,$$

где  $N$  - число падающих фотонов.

5. Эффект Комптона - это рассеяние рентгеновских лучей на свободных электронах вещества:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = (h/m_0c) (1 - \cos \varphi),$$

где  $\lambda_0$  - длина волны падающего рентгеновского излучения,  $\lambda$  - длина волны рассеянного излучения,  $m_0$  - масса покоя электрона,  $\varphi$  - угол рассеяния,  $(h/m_0c) = \Lambda_K$  - комптоновская длина волны:  $\Lambda_K = 2,42 \text{ пм} = 2,42 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ .



### Примеры решения задач.

**Задача 1.** При какой длине волны импульс фотона будет равен импульсу молекулы водорода при комнатной температуре?

Дано:  $P_\phi = P_{H_2}$ ;  $t = 27^\circ\text{C}$ ;  $T = 300\text{K}$ ;  $\mu = 0,002 \text{ кг/моль}$

Найти:  $\lambda = ?$

**Решение.** Импульс фотона  $P_\phi = h\nu/c = h/\lambda$ , импульс молекулы водорода  $P_{H_2} = m_{H_2} v_{cp}$ , где  $v_{cp}$  - средняя скорость теплового движения:  $v_{cp} = \sqrt{\frac{3kT}{m_{H_2}}}$ . Тогда  $P_{H_2} = m_{H_2} \sqrt{\frac{3kT}{m_{H_2}}} = \sqrt{3kTm_{H_2}}$ .

Т.к.  $m_{H_2} = \mu/N_A$ , то  $P_{H_2} = \sqrt{\frac{3kT\mu}{N_A}}$ . По условию  $P_\phi = P_{H_2}$ , т.е.

$$\sqrt{\frac{3kT\mu}{N_A}} = h/\lambda,$$

следовательно  $\lambda = h \sqrt{\frac{N_A}{3kT\mu}}$ . Здесь  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$  - число Авогадро;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$  - постоянная Больцмана.

$$\lambda = 6,63 \cdot 10^{-34} \sqrt{\frac{6,02 \cdot 10^{23}}{3,1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 0,002 \cdot 300}} = 1,04 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 0,104 \text{ нм}.$$

**Ответ:** 0,104 нм.

**Задача 2.** «Красная граница» для цезия  $\lambda_0 = 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ . Найдите: а) работу выхода электронов из цезия; б) максимальную скорость и энергию электронов, вырывааемых из цезия излучением с длиной волны  $\lambda = 220 \text{ нм}$ .

Дано:  $\lambda_0 = 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ ,  $\lambda = 220 \text{ нм} = 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ ,  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$

Найти:  $A_{\text{вых}} = ?$   $v_{\text{max}} = ?$   $E_{k \text{ max}} = ?$

*Решение.* “Красная граница” фотоэффекта определяет минимальную энергию фотона, вызывающего вырывание электронов из данного металла. Эта энергия должна быть не меньше работы выхода:

$$h\nu_{\min} = hc/\lambda_0 = A_{\text{вых}}, \quad \text{т.е. } A_{\text{вых}} = hc/\lambda_0.$$

Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта энергия падающих фотонов идет на работу выхода электрона из металла и на сообщение ему кинетической энергии:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + m\nu_{\max}^2/2 = A_{\text{вых}} + E_{\text{к макс}}.$$

$$\text{Т.к. } \nu = c/\lambda, \text{ то } hc/\lambda = A_{\text{вых}} + E_{\text{к макс}} \Rightarrow E_{\text{к макс}} = hc/\lambda - A_{\text{вых}}.$$

$$E_{\text{к макс}} = m\nu_{\max}^2/2 \Rightarrow \nu_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{\text{к макс}}}{m}}.$$

$$A_{\text{вых}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 6,6 \cdot 10^{-7} = 3 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 1,88 \text{ (эВ)}.$$

$$E_{\text{к макс}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 2,2 \cdot 10^{-7} - 3 \cdot 10^{-19} = 6 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 3,75 \text{ (эВ)}.$$

$$\nu_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = \sqrt{1,318 \cdot 10^{12}} = 1,15 \cdot 10^6 \text{ (м/с)}.$$

$$\text{Ответ: } A_{\text{вых}} = 1,88 \text{ эВ, } E_{\text{к макс}} = 3,75 \text{ эВ, } \nu_{\max} = 1,15 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

**Задача 3.** Фотоэффект у некоторого металла начинается при частоте падающего света  $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$  1/с. Определите частоту света, при которой освобождаемые им с поверхности данного металла электроны полностью задерживаются разностью потенциалов в 3 В. Найдите работу выхода для данного металла.

$$\underline{\text{Дано: } \nu_0 = 6 \cdot 10^{14} \text{ 1/с, } U_3 = 3 \text{ В.}}$$

$$\underline{\text{Найти: } \nu - ? A_{\text{вых}} - ?}$$

*Решение.* Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + m\nu_{\max}^2/2.$$

Здесь  $h\nu$  - энергия падающего фотона,  $A_{\text{вых}}$  - работа выхода электрона из данного металла,  $m\nu_{\max}^2/2$  - максимальная кинетическая энергия вылетевшего электрона.

1. Частота  $\nu_0$  соответствует “красной границе” фотоэффекта, т.е. определяет минимальную энергию фотона, вызывающего фотоэффект.

$$h\nu_0 = A_{\text{вых}}.$$

$$A_{\text{вых}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 3,978 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 2,48 \text{ (эВ)}.$$

2. Так как освобождаемые электроны задерживаются электрическим полем с разностью потенциалов  $U_3$ , то это означает, что работа поля равна кинетической энергии электрона:  $eU_3 = m\nu_{\max}^2/2$ .

$$\text{Тогда } \nu = (A_{\text{вых}} + eU_3)/h.$$

$$\nu = (3,978 \cdot 10^{-19} + 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3) / 6,63 \cdot 10^{-34} = 1,32 \cdot 10^{15} \text{ (1/с)}.$$

$$\text{Ответ: } \nu = 1,32 \cdot 10^{15} \text{ 1/с, } A_{\text{вых}} = 2,48 \text{ эВ}.$$

*Задача 4.* Поверхность площадью 100 см<sup>2</sup> каждую минуту получает 63 Дж световой энергии. Найти световое давление в случаях, когда поверхность: а) полностью отражает все лучи; б) полностью поглощает все излучение.

Дано:  $S=100 \text{ см}^2=10^{-2} \text{ м}^2$ ;  $W=63 \text{ Дж}$ ;  $t=1 \text{ мин}=60 \text{ с}$ ; а)  $R=1$ ; б)  $R=0$ .

Найти:  $p_1=?$   $p_2=?$

*Решение.* Величина светового давления определяется соотношением:

$$p = \frac{J(1+R)}{c}, \text{ где } J - \text{интенсивность света. } J = W/(S \cdot t).$$

а)  $p_1 = 2W/(S \cdot t \cdot c)$ ;                      б)  $p_2 = W/(S \cdot t \cdot c)$ .

$p_1 = 2 \cdot 63 / (10^{-2} \cdot 60 \cdot 3 \cdot 10^8) = 7 \cdot 10^{-7} \text{ Па}$ ;                       $p_2 = p_1 / 2 = 3,5 \cdot 10^{-7} \text{ Па}$ .

*Ответ:*  $p_1 = 7 \cdot 10^{-7} \text{ Па}$ ;  $p_2 = 3,5 \cdot 10^{-7} \text{ Па}$ .

*Задача 5.* Первоначальная длина волны падающего рентгеновского излучения  $\lambda_0 = 0,003 \text{ нм}$ , скорость электрона отдачи равна 0,6 с. Определите изменение длины волны и угол рассеяния фотона.

Дано:  $\lambda_0 = 0,003 \text{ нм} = 3 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ ;  $v = 0,6 \text{ с}$ .

$\Delta\lambda = ?$   $\varphi = ?$

*Решение.* Рассеяние рентгеновских лучей описывается уравнением

$$\Delta\lambda = (h/m_0c) (1 - \cos \varphi), \quad (1)$$

где  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ ,  $\lambda$  - длина волны рассеянного излучения. Данное явление объясняется упругим соударением фотонов со свободными электронами вещества. При этом выполняются законы сохранения энергии и импульса. По закону сохранения энергии:

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2 \quad (2),$$

где  $h\nu_0$ ,  $h\nu$  - энергии падающего и рассеянного фотона,  $m_0c^2$  - энергия покоящегося электрона,  $mc^2$  - энергия электрона после соударения.

$v_0 = c/\lambda_0$ ,  $v = c/\lambda$ ;  $m = m_0/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ .

Т.к.  $v = 0,6 \text{ с}$ , то  $m = m_0/(1 - 0,36c^2/c^2)^{1/2} = 1,25 m_0$

$$hc/\lambda_0 + m_0c^2 = hc/\lambda + mc^2 \quad (3).$$

Отсюда найдем  $\lambda$  - длину волны рассеянного излучения:

$$\lambda = hc\lambda_0 / (hc - 0,25m_0c^2\lambda_0) \quad (4).$$

$$\lambda = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 3 \cdot 10^{-12} / (6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 - 0,25 \cdot 9 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 3 \cdot 10^{-12}) = 4,34 \cdot 10^{-12} \text{ (м)}.$$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 4,34 \cdot 10^{-12} - 3 \cdot 10^{-12} = 1,34 \cdot 10^{-12} \text{ (м)}.$$

Из соотношения (1):  $\cos \varphi = 1 - \Delta\lambda m_0c/h = 1 - \Delta\lambda/\Lambda_K$ ,

где  $\Lambda_K = h/(m_0c)$  - ком-птоновская длина волны.

$$\cos \varphi = 1 - 1,34 \cdot 10^{-12} / 2,42 \cdot 10^{-12} = 1 - 0,5537 = 0,4463; \quad \varphi = 68^\circ 20'.$$

*Ответ:*  $\varphi = 68^\circ 20'$ .

**Задачи для самостоятельного решения.**

2.1. Определите энергию одного фотона: а) для красного света ( $\lambda=600\text{нм}$ ); б) для жестких рентгеновских лучей ( $\lambda=0,01\text{нм}$ ).

2.2. Найдите массу фотона: а) монохроматического света ( $\lambda =5\cdot 10^{-7}\text{м}$ ); б) рентгеновских лучей ( $\lambda=0,0025\text{ нм}$ ); в) гамма-лучей ( $\lambda=1,24\cdot 10^{-3}\text{нм}$ ).

2.3. Найти энергию, массу и импульс фотона, если соответствующая ему длина волны  $1,6\text{ м}$ .

2.4. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия была равна энергии фотона с длиной волны  $\lambda=520\text{ нм}$ ?

2.5. Какую энергию должен иметь фотон, чтобы его масса покоя была равна массе покоя электрона?

2.6. Найти массу фотона, импульс которого равен импульсу молекулы водорода при  $T=20^\circ\text{C}$ . Массу молекулы водорода считать равной  $2,35\cdot 10^{-27}\text{ кг}$ , а ее скорость считать равной средней квадратичной скорости.

2.7. Красная граница фотоэффекта для цинка лежит при длине волны  $290\text{ нм}$ . Какая часть энергии фотона, вызывающего фотоэффект, расходуется на работу выхода, если максимальная скорость электронов, вырванных с поверхности металла, составляет  $10^8\text{ см/с}$ ?

2.8. В работе А.Г.Столетова “Актино-электрические исследования” (1888 г.) впервые были установлены основные законы фотоэффекта. Один из результатов его опытом сформулирован так: “Разряжающим действием обладают лучи самой высокой преломляемости с длиной волны менее  $295\text{ нм}$ ”. Найти работу выхода электронов из металла, с которым работал А.Г.Столетов.

2.9. Найти длину волны света, соответствующую красной границе фотоэффекта для лития, натрия, калия и цезия, если известна работа выхода:  $A_{\text{вых Li}}=2,4\text{ эВ}$ ,  $A_{\text{вых Na}}=2,3\text{ эВ}$ ,  $A_{\text{вых K}}=2,0\text{ эВ}$ ,  $A_{\text{вых Cs}}=1,9\text{ эВ}$ .

2.10. Определить длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, пролетевшего ускоряющую разность потенциалов  $4,9\text{ В}$ .

2.11. Работа выхода электрона из калия равна  $3,2\cdot 10^{-19}\text{ Дж}$ . Будет ли наблюдаться фотоэффект при освещении калия светом с длиной волны  $0,7\text{ мкм}$ ?

2.12. Найти частоту света, вырывающего с поверхности металла электроны, полностью задерживающиеся обратным потенциалом  $3\text{ В}$ . Фотоэффект у этого металла начинается при частоте падающего света  $6\cdot 10^{14}\text{ 1/с}$ . Найти работу выхода электронов из металла.

2.13. Поверхность металла освещается светом с длиной волны  $\lambda=350\text{ нм}$ . При некотором задерживающем потенциале фототок становится равным нулю. При изменении длины волны на  $50\text{ нм}$  задерживающую раз-

ность потенциалов пришлось увеличить на 0,59 В. Считая постоянную Планка и скорость света известными, определить заряд электрона.

2.14. На поверхность лития падает монохроматический свет ( $\lambda=310$  нм). Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов  $U$  не менее 1,7 В. Определить работу выхода  $A$ .

2.15. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла  $\lambda_0=275$  нм. Найти работу выхода электрона из металла, максимальную скорость электронов, вырываемых из металла светом длиной волны  $\lambda=180$  нм, и максимальную кинетическую энергию электронов.

2.16. Найти напряжение, при котором должна работать рентгеновская трубка, чтобы минимальная волна излучения была равна 1 нм.

2.17. Найти задерживающую разность потенциалов  $U$  для электронов, вырываемых при освещении калия светом с длиной волны 330 нм.

2.18. Определить постоянную Планка  $h$ , если известно, что фотоэлектроны, вырываемые с поверхности металла светом с частотой  $2,2 \cdot 10^{15}$  /с, полностью задерживаются обратным потенциалом 6,6 В, а вырываемые светом с частотой  $4,6 \cdot 10^{15}$  /с – потенциалом 16,5 В.

2.19. Давление монохроматического света ( $\lambda=600$  нм) на черную поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно 0,1 мкПа. Определите число  $N$  фотонов, падающих за время  $\tau=1$  с на поверхность площадью  $S=1$  см<sup>2</sup>.

2.20. Плотность потока световой энергии на поверхности 7 кВт/м<sup>2</sup>. Найти световое давление для случаев, когда поверхность: 1) полностью отражает все лучи; 2) полностью поглощает все падающие на нее лучи.

2.21. Световой поток мощностью  $N=9$  Вт нормально падает на поверхность площадью  $S=10$  см<sup>2</sup>, коэффициент отражения которой  $R=0,8$ . Какое давление испытывает при этом данная поверхность.

2.22. Длина волны рентгеновского излучения, падающего на вещество со свободными электронами,  $\lambda_0=0,003$  нм. Какую энергию приобретает комптоновский электрон отдачи при рассеянии фотона под углом  $60^\circ$ ?

2.23. Найти изменение длины волны света при рассеянии его под углом  $90^\circ$  на свободных первоначально покоившихся протонах.

2.24. Фотон при столкновении с релятивистским электроном рассеялся под углом  $60^\circ$ , а электрон потерял почти всю кинетическую энергию. Найти изменение длины волны фотона при рассеянии, если до столкновения он обладал энергией 0,51 МэВ.

2.25. Определить максимальные комптоновские изменения длины волны при рассеянии фотонов на свободных первоначально покоившихся электронах и ядрах атома атомов водорода.

2.26. Рентгеновское излучение с длиной волны 56,3 пм рассеивается плиткой графита. Определить длину волны лучей рассеянных под углом  $120^\circ$  к первоначальному направлению рентгеновских лучей.

### III. Волновые свойства частиц.

1. По гипотезе де Бройля микрочастицам присуща двойственная природа по аналогии со светом. Поэтому  $\lambda = h/P$  - длина волны де Бройля, описывающая частицу с импульсом  $P$ .

2. Импульс в классической физике (при  $v \ll c$ ) выражается формулой  $P = m_0 v$ . Тогда  $\lambda = \frac{h}{m_0 v}$ , где  $m_0$  - масса покоя частицы.

3. Импульс в релятивистском случае ( $v \approx c$ ):  $P = m v = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ .

Тогда длина волны де Бройля:  $\lambda = \frac{h}{m_0 v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ .

4. Связь импульса с кинетической энергией частицы.

а) классический случай:

$$E_k = \frac{m_0 v^2}{2}; \quad P = m_0 v; \quad E_k = \frac{P^2}{2m_0}; \quad P = \sqrt{2mE_k}; \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}.$$

б) релятивистский случай:

$$P = \frac{1}{c} \sqrt{E_k (E_k + 2E_0)}; \quad \lambda = \frac{hc}{\sqrt{E_k (E_k + 2E_0)}},$$

где  $E_0 = m_0 c^2$  - энергия покоя частицы,  $E_k$  - кинетическая энергия частицы.

5. Волновая природа микрочастиц экспериментально подтверждается опытами по дифракции электронов на кристаллах, тонких пленках. При этом пользуются соотношениями:

$$2d \sin \varphi = m\lambda \quad (m=0, 1, 2, \dots) - \text{формула Вульфа-Брегга,}$$

где  $d$  - расстояние между атомными плоскостями кристалла;  $\varphi$  - угол между пучком частиц и поверхностью кристалла.

При дифракции на щели:

а) условие минимума  $b \sin \varphi = \pm k\lambda$ ;

б) условие максимума  $b \sin \varphi = \pm (2k+1)\lambda/2$ .

6. Соотношения неопределенностей Гейзенберга:

$$\Delta P_x \cdot \Delta x \geq \hbar; \quad \Delta P_y \cdot \Delta y \geq \hbar; \quad \Delta P_z \cdot \Delta z \geq \hbar;$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar;$$

где  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  - неопределенность координаты частицы;  $\Delta P_x$ ,  $\Delta P_y$ ,  $\Delta P_z$  - неопределенность проекции импульса частицы;  $\Delta E$ ,  $\Delta t$  - неопределенности энергии и времени. Соотношение неопределенностей утверждает, что нельзя одновременно точно измерять координаты частицы и соответствующие им импульсы. В макромире постоянную  $\hbar$  можно принять равной нулю и тогда автоматически  $\Delta x \rightarrow 0$  и  $\Delta P_x \rightarrow 0$ . Соотношение неопределенностей определяет границы применимости классической физики при описании физических явлений.

### Примеры решения задач.

*Задача 1.* Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов  $U$ . Найти длину волны де Бройля для двух случаев:  $U_1=51\text{В}$ ;  $U_2=510\text{кВ}$ .

Дано:  $U_1=51\text{В}$ ;  $U_2=510\text{кВ}=51 \cdot 10^4\text{В}$ ,  $m_0=9,1 \cdot 10^{-31}\text{кг}$ ,  $c=3 \cdot 10^8\text{м/с}$ .

Найти:  $\lambda_1=?$   $\lambda_2=?$

*Решение.* Приписывая электрону волновые свойства, мы можем определить длину волны, соответствующую частице с определенным импульсом:  $\lambda=h/P$ .

Электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов  $U$ , приобретает кинетическую энергию  $E_k$ , которая связана с импульсом частицы:  $eU=E_k$ . При разных  $U$  скорость частицы может быть много меньше скорости света в вакууме ( $v \ll c$  - классический случай) и сравнима со скоростью света ( $v \approx c$  - релятивистский случай). Чтобы определить, с каким случаем мы имеем дело, сравним кинетические энергии электрона с энергией покоя этой частицы  $E_0$ :  $E_0=m_0c^2$ .

$$E_0=9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2=81,9 \cdot 10^{-15}(\text{Дж})=81,9 \cdot 10^{-15}/1,6 \cdot 10^{-19}=0,51(\text{эВ})=0,51(\text{МэВ})$$

$$E_{k1}=eU_1=1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 51=81,6 \cdot 10^{-19}(\text{Дж})=51(\text{эВ})=0,51 \cdot 10^{-4}(\text{МэВ})$$

$E_{k1} \ll E_0$ , т.е.  $v \ll c$  - классический случай;

$$E_{k2}=eU_2=51 \cdot 10^4(\text{эВ})=0,51(\text{МэВ})$$

$E_{k2} = E_0$  - релятивистский случай.

Поэтому:

$$1) \text{ классический случай: } \lambda_1=h/P_1; P_1=m_0v; E_{k1}=P_1^2/2m_0 \Rightarrow P_1=\sqrt{2m_0E_{k1}};$$

$$\lambda_1 = h / \sqrt{2m_0E_{k1}}; \text{ где } E_{k1}=0,51 \cdot 10^{-4}\text{МэВ}=10^{-4}E_0$$

$$\lambda_1=h / \sqrt{2m_0 \cdot 10^{-4} m_0 c^2} = 10^2 h / \sqrt{2} m_0 c,$$

но  $\lambda_k=h/(m_0c)=2,41 \cdot 10^{-12}\text{ м}$ - комптоновская длина волны.

$$\lambda_1=10^2 \cdot 2,41 \cdot 10^{-12}/1,42=1,7 \cdot 10^{-10}(\text{м}) = 1,7 \text{ \AA}. (1 \text{ \AA} = 10^{-10}\text{ м} - \text{ангстрем}).$$

2) релятивистский случай:



Импульс частицы  $P = m_0 v / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{E_{к2}(E_{к2} + 2 E_0)}$  ;

$\lambda_2 = hc / \sqrt{E_{к2}(E_{к2} + 2 E_0)}$  , но  $E_{к2} = E_0$ ,

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{3} m_0 c^2} = \frac{\Lambda_k}{\sqrt{3}} \quad \lambda_2 = 2,14 \cdot 10^{-12} / 1,7 = 1,4 \cdot 10^{-12} \text{ (м)}.$$

Ответ:  $\lambda_1 = 1,7 \text{ \AA}$  ,  $\lambda_2 = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}$  .

**Задача 2.** Найти скорость электрона, для которого длина волны де Бройля равна его комптоновской длине волны.

Дано:  $\lambda_B = \Lambda_k$

Найти:  $v$  - ?

**Решение.** Так как  $\Lambda_k = 2,42 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ , то частица имеет скорость  $v \approx c$  то есть имеет место релятивистский случай. Тогда:

$$\lambda_B = h/P,$$

$$\text{где } P = mv = m_0 v / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \Lambda_k = \frac{h}{m_0 c}; \frac{h}{m_0 c} = \frac{h \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{m_0 v}.$$

$$v = c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad v^2 = c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right), \quad v^2 = c^2 - v^2, \quad c^2 = 2v^2,$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{2}}, \quad v = 2,1 \cdot 10^8 \text{ (м/с)}. \quad \text{Ответ: } v = 2,1 \cdot 10^8 \text{ м/с/}$$

**Задача 3.** Найти длину волны де Бройля для электрона, движущегося в магнитном поле с индукцией 8 мТл по окружности радиуса 0,5 см.

Дано:  $B = 8 \text{ мТл} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$ ;  $R = 0,5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

Найти:  $\lambda_B = ?$

**Решение.** Длина волны де Бройля  $\lambda_B = h/P$ , где  $P = mv$  - импульс электрона.

$$\lambda_B = h/mv.$$

На электрон, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца:

$$F_L = qvB \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  - угол между вектором индукции  $\mathbf{B}$  и вектором скорости  $\mathbf{v}$ . Т.к. электрон движется по окружности, то  $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ , т.е.  $\sin \alpha = 1$ , а электрон движется с ускорением  $a = v^2/R$  (центростремительное ускорение).

$$\text{По второму закону Ньютона } m a = F_L \Rightarrow mv^2/R = qvB.$$

Отсюда  $mv = qBR$ , и  $\lambda_B = h/mv = h/qBR$ .

$$\lambda_B = 6,63 \cdot 10^{-34} / 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 10^{-10} \text{ (м)} \quad \text{Ответ: } 10^{-10} \text{ м}.$$

**Задача 4.** На узкую щель шириной 1 мкм направлен параллельный пучок электронов, имеющих скорость 3,65 Мм/с. Учитывая волновые свойства электрона, определить расстояние между двумя максимумами первого порядка в дифракционной картине, полученной на экране, отстоящем на расстоянии 10 см от щели.

Дано:  $b=1\text{ мкм}=10^{-6}\text{ м}$ ,  $v=3,65\text{ Мм/с}=3,65\cdot 10^6\text{ м/с}$ ,  $L=10\text{ см}=0,1\text{ м}$ .

Найти:  $x=?$

**Решение.** Учитывая волновые свойства электрона, можно использовать условия дифракции света на щели.

$$b \sin \varphi = (2k+1)\lambda/2$$

условие максимума,  $k=1$ .

Т.к.  $b \ll L$ , то  $\varphi \rightarrow 0$  (угол дифракции мал). Тогда  $\sin \varphi \approx \text{tg } \varphi$ .

Из рисунка:  $\text{tg } \varphi = x/2L$ ,

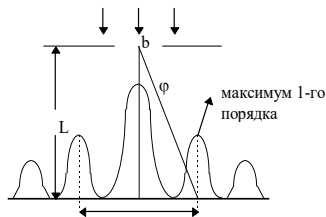
а из условия максимума  $\sin \varphi = 3\lambda/2b$ .

Тогда:  $x/2L = 3\lambda/2b$ ; откуда:  $x = 3\lambda L/b$ ,

где  $\lambda = h/mv$  - длина волны де Бройля, соответствующая электрону с импульсом  $mv$ , причем  $v \ll c$  (классический случай). Окончательно произведя подстановки, получим:  $x = 3hL/mvb$ .

$x = 3 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 0,1 / (9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3,65 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6}) = 6 \cdot 10^{-5} (\text{м}) = 0,06 (\text{мм})$ .

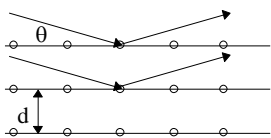
**Ответ:** 0,06 мм.



**Задача 5.** Узкий пучок нейтронов падает на естественную грань монокристалла алюминия под углом скольжения  $5^\circ$ . Расстояние между атомными плоскостями, параллельными данной грани монокристалла равно 0,2 нм. Какова энергия и скорость нейтронов, для которых в данном направлении наблюдается максимум первого порядка? Какая температура соответствует этой скорости нейтронов.

Дано:  $\theta=5^\circ$ ,  $d=2/10^{-10}\text{ м}$ ,  $k=1$ ,  $m_n=1,67 \cdot 10^{-27}\text{ кг}$

Найти:  $E_k=?$   $v=?$   $T=?$



$$\lambda_s = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$$

Из опытов  $\lambda_B = 10^{-10}\text{ м}$ , то есть  $\lambda_B \approx 10^{-10}\text{ м}$  и сравнима с длиной волны рентгеновских лучей. Поэтому можно использовать формулу Вульфа-Брегга, определяющую максимумы при дифракции рентгеновских лучей на кристаллах:

$2d \sin \theta = k\lambda$ ,  $k=1$  по условию.

$$\lambda = 2d \sin \theta, \quad 2d \sin \theta = \frac{h}{\sqrt{2mE_K}}; \quad h^2 = 8d^2 m E_K \sin^2 \theta$$

$$E_K = \frac{h^2}{8d^2 m E_K \sin^2 \theta} \Rightarrow 2d \sin \theta = h/mv, \quad \Rightarrow v = \frac{h}{2dm \sin \theta}.$$

Считая нейтрон подобным молекуле одноатомного газа со средней кинетической энергией поступательного (теплового) движения  $E_K = \frac{3}{2} kT$ ,

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К - постоянная Больцмана.  $T = 2E_K/3k$

$$E_K = \frac{6,63^2 \cdot 10^{-68}}{8 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 4,10^{-20} \cdot 0,087^2} = 1,08 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 0,675 \text{ (эВ)}$$

$$v = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 0,4 \cdot 10^{-20} \cdot 0,087} = 1,13 \cdot 10^4 \text{ (м/с)}$$

$$T = \frac{2 \cdot 1,08 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} = 5,2 \cdot 10^3 \text{ (К)}.$$

Ответ:  $E_K = 0,675$  эВ,  $v = 1,13 \cdot 10^4$  м/с,  $T = 5200$  К.

**Задача 6.** Маятник движется со скоростью 3 м/с, масса его 0,1 кг. Какая будет неточность в определении координаты груза маятника, если точность определения импульса  $\Delta P_x = 10^{-6} P_x$  ?

Дано:  $v = 3$  м/с,  $m = 0,1$  кг,  $\Delta P_x = 10^{-6} P_x$

Найти:  $\Delta x = ?$

**Решение.** Если считать, что движение маятника происходит вдоль оси ОХ, то по соотношению Гейзенберга  $\Delta P_x \Delta x \geq \hbar$ , где  $\hbar = h/2\pi$

Т.к.  $\Delta P_x = 10^{-6} P_x$ , а  $P_x = mv$ , то  $\Delta x \geq h/2\pi \cdot 10^{-6} mv$ .

$\Delta x \geq 6,63 \cdot 10^{-34} / (2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1 \cdot 3) = 3,5 \cdot 10^{-28}$  (м). **Ответ:**  $\Delta x \geq 3,5 \cdot 10^{-28}$  м.

### Задачи для самостоятельного решения.

3.1. Найти длину волны: 1) электрона, летящего со скоростью  $10^8$  см/с; 2) атома водорода, движущегося со скоростью, равной средней квадратичной скорости при температуре 300К; 3) шарика массой 1 г, движущегося со скоростью 1 см/с.

3.2. Найти длину волны де Бройля для электрона, прошедшего разность потенциалов  $U_1 = 1$ В;  $U_2 = 100$  В.

3.3. Решить предыдущую задачу для пучка протонов.

3.4. Электрон, движущийся со скоростью 5000 км/с, попадает в однородное ускоряющее поле напряженностью 10 В/см. Какое расстояние должен пройти электрон в поле, чтобы длина волны де Бройля стала равной 1 ангстрему?

3.5. Вычислить длину волны де Бройля  $\lambda$  для протона, движущегося со скоростью  $v = 0,6c$  ( $c$  – скорость света в вакууме).

3.6. Найти длину волны де-Бройля для электрона, кинетическая энергия которого равна 1)  $10 \text{ эВ}$ , 2)  $1 \text{ МэВ}$ .

3.7. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов  $200 \text{ В}$ , имеет длину волны де-Бройля  $2,02 \text{ пм}$ . Найти массу частицы, если известно, что заряд ее численно равен заряду электрона.

3.8. Составить таблицу значений длин волн де Бройля для электрона, движущегося со скоростью, равной  $2 \cdot 10^8$ ;  $2,2 \cdot 10^8$ ;  $2,4 \cdot 10^8$ ;  $2,6 \cdot 10^8$ ;  $2,8 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ .

3.9. Скорость так называемых тепловых нейтронов, средняя кинетическая энергия которых близка к средней энергии атомов газа при комнатной температуре,  $2,5 \text{ км/с}$ . Найти длину волны для таких нейтронов.

3.10. В телевизионной трубке проекционного аппарата электроны разгоняются до скорости  $10^8 \text{ м/с}$ . Определить длину волны катодных лучей без учета и с учетом зависимости массы от скорости.

3.11. а) Чему равна релятивистская масса электрона, длина которого  $0,0420 \text{ \AA}$ ? б) Из соотношения  $E = hc / \lambda = mc^2$  можно найти эффективную массу фотона ( $m^* = h / \lambda c$ ). Чему равна эффективная масса фотона, длина волны которого  $0,0420 \text{ \AA}$ .

3.12.  $\alpha$ -частица движется по окружности радиусом  $8,3 \text{ мм}$  в однородном магнитном поле, напряженность которого  $18,9 \text{ кА/м}$ . Найти длину волны де-Бройля для  $\alpha$ -частицы.

3.13. Найти длину волны де Бройля для  $\alpha$ -частицы, нейтрона и молекулы азота, движущихся со средней квадратичной скоростью при температуре  $25^\circ\text{C}$ .

3.14. Поток летящих параллельно друг другу электронов, имеющих скорость  $v=10^6 \text{ м/с}$ , проходит через щель ширины  $b=0,1 \text{ мм}$ . Найти ширину центрального дифракционного максимума, наблюдаемого на экране, отстоящем от щели на расстоянии  $l=10 \text{ см}$ .

3.15. Узкий пучок монохроматических электронов падает нормально на поверхность монокристалла никеля. В направлении, составляющем угол в  $55^\circ$  с нормалью к поверхности, наблюдается максимум отражения четвертого порядка при энергии электронов  $E_k=180 \text{ эВ}$ . Вычислить соответствующее значение межплоскостного расстояния.

3.16. На грань некоторого кристалла под углом  $60^\circ$  к ее поверхности падает параллельный пучок электронов, движущихся с одинаковой скоростью. Определить скорость электронов, если они испытывают интерференционное отражение первого порядка. Расстояние между атомными плоскостями кристалла равно  $0,2 \text{ нм}$ .

3.17. Пучок нейтронов, получаемых в результате ядерной реакции, падает на кристалл с периодом решетки  $1.5 \text{ \AA}$ . Определите скорость нейтронов, если брэгговское отражение первого порядка наблюдается, когда угол скольжения равен  $30^\circ$ .

3.18. На грань кристалла никеля падает под углом  $64^\circ$  к поверхности грани параллельный пучок электронов, движущихся с одинаковой скоростью. Принять расстояние между соответствующими плоскостями, параллельными грани кристалла,  $d=200 \text{ пм}$ . Пользуясь уравнением Вульфа-Брегга, найти скорость электронов, если они испытывают интерференционное отражение 1-го порядка.

3.19. Положение центра шарика с массой  $10^{-3} \text{ кг}$  и положение электрона известно с точностью до  $10^{-4} \text{ м}$ . Найти наименьшую ошибку, с которой при этом можно определить скорость шарика и скорость электрона.

3.20. Неопределенность скорости электронов, движущихся вдоль оси абсцисс, составляет  $\Delta v=10^2 \text{ м/с}$ . Какова при этом неопределенность координаты  $x$ , определяющей местоположение электрона?

3.21. Молекулы водорода участвуют в тепловом движении при  $T=300 \text{ К}$ . Найти неопределенность координаты  $\Delta x$  молекул водорода.

3.22. Неточность в определении местоположения частицы, движущейся вдоль оси  $x$ , равна длине волны де Бройля для этой частицы. Найти относительную неточность в определении ее скорости.

3.23. Неточность при измерении координаты электрона, движущегося по прямолинейной траектории, равна  $10 \text{ \AA}$ . Рассчитайте неточность в определении: а) импульса; б) скорости; в) кинетической энергии этого электрона.

3.24. Время существования возбужденного состояния ядер имеет порядок  $10^{12} \text{ с}$ . Какова неопределенность энергии  $\Delta E$  квантов, испускаемых ядрами?

#### IV. Элементы квантовой механики.

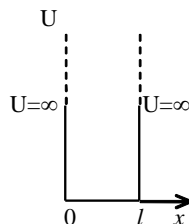
1. Уравнение Шредингера для стационарных состояний:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0,$$

где  $\psi$  – волновая функция,  $E$  – полная энергия частицы,  $U$  – ее потенциальная энергия.  $\Delta$  оператор Лапласа

$$\left( \Delta\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \right).$$

Для частицы, находящейся в бесконечно глубоком одномерном ящике решение уравнения Шредин-



гера ( $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0$ ) имеет вид:

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi n x}{l}\right),$$

где  $n=1,2,3,\dots$ ,  $l$  – ширина ящика,  $x$  – координата ( $0 < x < l$ ).

Энергия частицы в потенциальной яме тоже оказывается квантованной и принимает значения:

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2},$$

где  $l$  – ширина ящика.

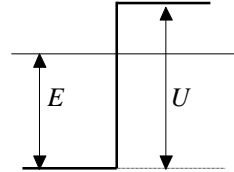
Для потенциальной ямы, форма которой определяется потенциальной энергией  $U = \frac{kx^2}{2}$ , решение уравнения Шредингера имеет вид:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \nu$$

2. Если имеется потенциальный барьер, энергия которого выше полной энергии частицы, то существует вероятность обнаружить частицу за потенциальным барьером. В этом случае решение уравнения определяет коэффициент прозрачности барьера:

$$T = 16 \frac{E}{U} \left(1 - \frac{E}{U}\right) \exp\left(-\frac{2e}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)}\right),$$

где  $E$  – полная энергия частицы,  $U$  – высота потенциального барьера.



### Примеры решения задач.

*Задача 1.* Электрон находится в одномерном бесконечно глубоком потенциальном ящике шириной  $l$ . Вычислить наименьшую разность двух соседних энергетических уровней (в электрон-вольтах) электрона в двух случаях: 1)  $l=10$  см, 2)  $l=1$  нм.

Дано: 1)  $l=10$  см, 2)  $l=1$  нм.

Найти:  $\Delta E$  – ?

*Решение.* В потенциальном ящике существуют уровни энергии части, значения которых определяются:  $E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2}$  ( $n=1,2,3,\dots$ ).

Так как отношение уровней энергии  $E_1:E_2:E_3=1:4:9,\dots$ , то наименьшая разность уровней:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{4\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}.$$

Произведя вычисления, найдем для двух случаев:

1)  $\Delta E = 1,8 \cdot 10^{-35} \text{ Дж} = 1,1 \cdot 10^{-16} \text{ эВ}$ ;

2)  $\Delta E = 1,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,1 \text{ эВ}$ .

**Задача 2.** Задача о потенциальном барьере служит хорошей аппроксимацией для задачи об электроны в металле, находящемся вблизи его поверхности. Вычислите вероятность прохождения электрона с энергией 1 эВ сквозь потенциальный барьер высотой 4 эВ, если ширина барьера равна 0,2 нм.

Дано:  $U = 4 \text{ эВ}$ ,  $E = 1 \text{ эВ}$

Найти:  $T$ ?

Решение: Из уравнения для коэффициента прозрачности

$$T = 16 \frac{E}{U} \left(1 - \frac{E}{U}\right) \exp\left(-\frac{2e}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)}\right).$$

получим:

$$T \approx 16 \left(\frac{1 \text{ эВ}}{4 \text{ эВ}}\right) \left(1 - \frac{1 \text{ эВ}}{4 \text{ эВ}}\right) \exp\left[-\frac{2,2 \cdot 10^{-10} \text{ м}}{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}} \sqrt{29,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}(4-1) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}}\right] \approx 0,084.$$

Следовательно, только около восьми электронов с энергией 1 эВ из каждых ста пройдут сквозь барьер.

### Задачи для самостоятельного решения.

4.1. Волновая функция  $\psi(x) = A_n \sin\left(\frac{2\pi n x}{l}\right)$  определена только в области

$0 \leq x \leq l$ . Используйте это условие для оценки постоянной  $A_n$ .

4.2. Пусть частицей является электрон, помещенный в ящик длиной 0,2 нм. Определите: а) наименьшее возможное значение энергии  $E_1$ , которую может иметь частица (в электрон-вольтах); б) разность между наименьшей энергией  $E_1$  и следующим, более высоким значением  $E_2$ , т.е.  $\Delta E = E_2 - E_1$ ; в) длину волны фотона с энергией  $\Delta E$ .

4.3. Для электрона, помещенного в ящик длиной 0,2 нм, вычислите: а) неточность в определении импульса электрона, находящегося внутри ящика (в процентах).

4.4. Найдите приближенное значение  $n$ : а) для электрона, находящегося в ящике длиной 5 Å и движущегося со скоростью  $7,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ ; б) молекулы кислорода ( $m = 5,3 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$ ), помещенной в ящик длиной 1 мкм и движущейся со скоростью 460 м/с.

4.5. Маятник в первом приближении представляет собой гармонический осциллятор. Определите энергию нулевых колебаний для маятника длиной 10 м, находящегося в гравитационном поле Земли.

4.6. Чему равна частота колебаний электрона, нулевая энергия которого 15 эВ? Каково следующее допустимое значение энергии для электрона?

4.7. Если электроны с энергией 1 эВ падают на потенциальный барьер, высота которого 8 эВ (что соответствует работе выхода из металла), то сколько электронов пройдет сквозь этот барьер, если его толщина  $5 \text{ \AA}$  ?

4.8. Электроны захвачены поверхностью металлической пластины на глубину  $3 \text{ \AA}$ . Какова вероятность выхода электронов из пластины, если потенциальный барьер равен 8,0 эВ, а энергия электронов равна: а) 1 эВ; б) 4 эВ; в) 7 эВ?

4.9.  $\alpha$ -Частица захватывается ядром, радиус которого  $r_0 = 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ м}$ . Какова вероятность выхода  $\alpha$ -частицы из ядра, если ее энергия равна: а) 2 МэВ; б) 1 МэВ? Потенциальный барьер на поверхности ядра равен 4 МэВ.

### **V. Модели строения атома.** **Атом водорода по Резерфорду-Бору.**

1. Первая модель строения атома - модель Томсона (1903 г.). Атом представляет собой равномерно заполненный положительным зарядом шар, внутри которого находятся электроны в равновесном состоянии. Эта модель не удовлетворяла физику по многим вопросам, поэтому продолжались поиски других моделей.

2. Вторая модель – модель строения атома Резерфорда предложена на основе опытов по рассеянию  $\alpha$ -частиц. Атом состоит из положительно заряженного ядра, вокруг которого по замкнутым орбитам движутся 3. Планетарная модель атома не соответствовала законам классической физики. Н.Бор сформулировал постулаты и правило отбора, которые позволяли объяснить стабильность атомов и линейчатый характер спектров этих атомов.

*1 постулат Бора:* атомы и атомные системы могут длительное время находиться в определенных стационарных состояниях, не излучая и не поглощая энергию. Энергии этих состояний составляют дискретный ряд значений  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ .

*2 постулат Бора:* при переходе атома из одного состояния  $E_n$  в другое  $E_m$  поглощается или излучается квант энергии

$$h\nu = E_n - E_m.$$



*Правило отбора:* из всех возможных состояний в атоме реализуются только те, для которых момент импульса электронов ( $mvr$ ) кратен постоянной Планка (отнесенной к  $2\pi$ ):

$$mvr = n\hbar$$

где  $n=1,2,\dots$  - главное квантовое число.

3. Спектр атома водорода линейчатый. При этом группы линий образуют серии в ультрафиолетовой, видимой и инфракрасной областях спектра. Длины волн этих линий можно определить по обобщенной формуле Бальмера:

$$\nu' = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $\nu'$ -волновое число,  $R=1,09 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  - постоянная Ридберга,  $m=1,2,\dots$ ;  $n=m+1, m+2, \dots$ . При  $m=1$  - серия Лаймана,  $m=2$  - серия Бальмера,  $m=3$  - серия Пашена,  $m=4$  - серия Брэкета,  $m=5$  - серия Пфунда.

5. Элементарная теория атома водорода. Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра (протона). Радиусы стационарных орбит электрона:

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{ke^2 m}.$$

При  $n=1$   $r_1 = \frac{\hbar^2}{ke^2 m}$  - радиус первой боровской орбиты:  $r_1 = 0,53 \text{ \AA}$ .

$$r_n = n^2 r_1.$$

Энергии стационарных состояний атома водорода:

$$E_n = -\frac{ke^2}{2r_n} = -\frac{k^2 e^4 m}{2n^2 \hbar^2}.$$

При  $n=1$   $E_1 = -\frac{k^2 e^4 m}{2\hbar^2}$  - энергия основного состояния.  $E_n = E_1/n^2$ .

$$E_1 = -21,9 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = -13,6 \text{ эВ},$$

$$E_2 = -13,6/4 = -3,4 \text{ эВ},$$

$$E_3 = -13,6/9 = -1,5 \text{ эВ},$$

$$E_4 = -13,6/16 = -0,85 \text{ эВ},$$

$$E_5 = -13,6/25 = -0,545 \text{ эВ}.$$

6. Схема энергетических уровней атома водорода.

На диаграмме показано происхождение различных серий спектра. Тип серии определяется главным квантовым числом  $n$  энергетического уровня, на который происходит переход.



### Примеры решения задач.

**Задача 1.** Определить границы спектральной области, в которой лежат линии серии Бальмера.

**Решение.** Длины волн линий, принадлежащих серии Бальмера, определяются по формуле Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $n=3,4,\dots$  Тогда границы серии найдем при  $n_1=3$  и  $n_2 \rightarrow \infty$ .

$$1/\lambda_1 = R(1/2^2 - 1/3^2) = 5R/36; \quad \lambda_1 = 36/5R.$$

$$1/\lambda_2 = R(1/2^2 - 1/\infty^2) = R/4; \quad \lambda_2 = R/4$$

$$\lambda_1 = 36/(5 \cdot 1,09 \cdot 10^7) = 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ (м)}; \quad \lambda_2 = 4/1,09 \cdot 10^7 = 3,67 \cdot 10^{-7} \text{ (м)}.$$

$$\text{Ответ: } \lambda_1 = 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}; \quad \lambda_2 = 3,67 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

**Задача 2.** Определить, во сколько раз увеличится радиус орбиты электрона у атома водорода, находящегося в основном состоянии, при возбуждении его квантом с энергией 12,09 эВ.

Дано:  $E_1 = 13,6 \text{ эВ}; \Delta E = \varepsilon = 12,09 \text{ эВ}$

Найти:  $r_n/r_1 = ?$

**Решение.** По теории Бора радиусы круговых орбит, соответствующие различным квантовым состояниям, зависят от главного квантового числа  $n$ :  $r_n = n^2 h^2 / 4\pi^2 k e^2 m$ . Поэтому при переходе атома из основного состояния ( $n=1$ ) в возбужденное состояние с квантовым числом  $n$  радиус орбиты электрона возрастает в  $n^2$  раз. Отсюда следует, что необходимо определить главное квантовое число, соответствующее возбужденному состоянию атома.

По второму постулату Бора:  $\Delta E = \varepsilon = \Delta E = E_1 - E_n$ . Отсюда  $E_n = E_1 - \Delta E$ , а  $E_n = E_1/n^2$ ;  $n^2 = E_1/E_n$ .  $n^2 = 13,6/1,51 = 9$

Тогда  $r_n/r_1 = n^2 = 9$ .

**Ответ:**  $r_n/r_1 = 9$ .

**Задача 3.** Вычислить первый потенциал возбуждения водорода.

Дано:  $E_1 = 13,6 \text{ эВ} = 21,76 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$

Найти:  $\varphi = ?$

**Решение.** Согласно постулатам Бора, возбуждение атома водорода - это переход его из основного состояния с энергией  $E_1$  в состояние с энергией  $E_n$ . Для этого потребуется энергия  $h\nu = \Delta E = E_1 - E_n$ . По условию задачи данную энергию получим за счет электрического поля, то есть  $\Delta E = e\varphi$ , где  $e$  - заряд электрона. Первый потенциал соответствует переходу электрона с первой стационарной орбиты на вторую или переход атома из состояния с энергией  $E_1$  в состояние с энергией  $E_2$ .  $e\varphi = E_1 - E_2$ . Так как  $E_2 = E_1/n^2 = E_1/4$ , то  $e\varphi = E_1 - E_1/4 = 3E_1/4$ .  $\varphi = 3E_1/4e$ .

**Ответ:**  $\varphi = 10,2 \text{ В}$ .

**Задача 4.** Атомарный водород освещается ультрафиолетовым излучением с длиной волны  $1,03 \cdot 10^{-7}$  м. Определите, какие спектральные линии появятся в спектре водорода.

Дано:  $\lambda = 1,03 \cdot 10^{-7}$  м;  $E_1 = 13,6$  эВ  $= 21,76 \cdot 10^{-19}$  Дж.

Найти:  $\lambda_i = ?$

**Решение.** Согласно второму постулату Бора атом водорода, поглощая квант света с энергией  $\varepsilon = h\nu = hc/\lambda$ , перейдет из основного состояния с энергией  $E_1$  в возбужденное состояние с энергией  $E_n$ . Определим энергию  $E_n$  и соответствующее этой энергии главное квантовое число  $n$ .

$$h\nu = hc/\lambda = E_n - E_1; E_n = E_1 + hc/\lambda.$$

$$E_n = 21,76 \cdot 10^{-19} - 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 1,03 \cdot 10^{-7} = 2,54 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} = 1,5 \text{ (эВ)}.$$

Т.к.  $E_n = E_1/n^2$ ; то  $n^2 = E_1/E_n = 13,6/1,51 = 9$ , и  $n=3$ . Атом водорода перешел в возбужденное состояние с энергией  $E_3$  (главное квантовое число  $n=3$ ). Здесь возможны переходы:  $E_3 \rightarrow E_1$ ,  $E_3 \rightarrow E_2$ ,  $E_2 \rightarrow E_1$ . По второму постулату Бора  $hc/\lambda = E_1 - E_n$ , следовательно:

$$1) hc/\lambda_1 = E_3 - E_1; \lambda_1 = hc/(E_3 - E_1);$$

$$2) hc/\lambda_2 = E_3 - E_2; \lambda_2 = hc/(E_3 - E_2);$$

$$3) hc/\lambda_3 = E_2 - E_1; \lambda_3 = hc/(E_2 - E_1).$$

Но  $E_1 = -13,6$  эВ,  $E_2 = -13,6/4 = -3,4$  эВ,  $E_3 = -13,6/9 = -1,5$  эВ.

$$\lambda_1 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / (-1,5 + 13,6) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,027 \cdot 10^{-7} \text{ (м)};$$

$$\lambda_2 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / (-1,5 + 3,4) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 6,542 \cdot 10^{-7} \text{ (м)};$$

$$\lambda_3 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / (-3,4 + 13,6) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,218 \cdot 10^{-7} \text{ (м)}.$$

Линии с длиной волны  $\lambda_1$  и  $\lambda_3$  соответствуют серии Лаймана (ультрафиолетовая область), а линия с длиной волны  $\lambda_2$  - серии Бальмера (красная линия в видимой области спектра).

**Задача 5.** Квант света с энергией 15 эВ выбивает электрон из атома водорода, находящегося в нормальном состоянии. С какой скоростью будет двигаться электрон вдали от ядра?

Дано:  $\varepsilon = 15$  эВ,  $E_1 = -13,6$  эВ

Найти:  $v = ?$

**Решение.** Для выбивания электрона из атома водорода требуется энергия  $\Delta E = E_1 - E_\infty$  (энергия ионизации), где  $E_\infty = 0$ . По закону сохранения энергии - энергия кванта света идет на ионизацию атома и на сообщение электрону кинетической энергии  $E_k = mv^2/2$ :  $\varepsilon = \Delta E + mv^2/2$ . Отсюда:

$$v = (2(\varepsilon - E_1)/m)^{1/2}.$$

$$v = (2(15 - 13,6) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}) / 9,1 \cdot 10^{-31})^{1/2} = 7 \cdot 10^5 \text{ (м/с)}. \text{ Ответ: } v = 7 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

### **Задачи для самостоятельного решения.**

5.1. Предположим, что для описания движения электрона в атоме водорода используется планетарная модель. Радиус круговой орбиты

электрона равен  $0,53 \text{ \AA}$ . Рассчитайте: а) угловую частоту электрона; б) его линейную скорость; в) его кинетическую энергию (в электрон-вольтах); г) потенциальную энергию (в электрон-вольтах); д) полную энергию (в электрон-вольтах).

5.2. Электрон движется по второй орбите атома водорода. Найдите длину волны де Бройля.

5.3. На какой орбите скорость электрона атома водорода равна  $734 \text{ км/с}$ ?

5.4. В планетарной модели атома радиус круговой орбиты электрона равен  $0,53 \text{ \AA}$ , линейная скорость электрона составляет приблизительно  $2,2 \text{ м/с}$ . Найдите: а) центростремительное ускорение; б) силу, сообщающую центростремительное ускорение; в) электростатическую силу притяжения между протоном и электроном. Какой вывод можно сделать из сравнения этих двух сил?

5.5. Вычислить для атомарного водорода длины волн и энергию фотонов границ серии Брэкета? Какая это область спектра?

5.6. Во сколько раз увеличится радиус орбиты электрона у атома водорода, находящегося в основном состоянии, при возбуждении его фотоном энергией  $12,09 \text{ эВ}$ .

5.7. Наибольшая длина волны спектральной линии серии Бальмера равна  $656,3 \text{ нм}$ . Определите по этой длине волны наибольшую длину волны в серии Лаймана.

5.8. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны  $121,5 \text{ нм}$ . Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода.

5.9. Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

5.10. Какую наименьшую скорость должен иметь электрон, чтобы при соударении с невозбужденным атомом водорода вызвать излучение хотя бы одной линии спектра водорода? Вычислить длину волны этой линии.

5.11. Фотон с энергией  $16,5 \text{ эВ}$  выбил электрон из невозбужденного атома водорода. Какую скорость будет иметь электрон вдали от ядра атома?

5.12. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной атомарным водородом. Постоянная решетки равна  $5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ . Какому переходу электрона соответствует спектральная линия, наблюдаемая при помощи этой решетки в спектре пятого порядка под углом  $41^\circ$ ?

5.13. Исследуемый с помощью спектроскопа свет от водородной разрядной трубки падает перпендикулярно на дифракционную решетку, содержащую  $590$  штрихов на  $1 \text{ мм}$ . При этом угол отклонения красной

линии ( $H_\alpha$ ) серии Бальмера составляет  $\theta=23^\circ$ . Рассчитайте: а) длину волны линии  $H_\alpha$ ; б) Постоянную Ридберга.

5.14. Длина волны головной линии серии Лаймана и границы серии Бальмера в спектре атомарного водорода соответственно равны 121,5 нм и 365 нм. Известны, кроме того, значения скорости света и постоянной Планка. Вычислить на основании этих данных энергию ионизации атома водорода.

5.15. Атомарный водород, возбужденный светом определенной длины волны, при переходе в основное состояние испускает только три спектральные линии. Определить длины волн этих линий и указать, каким сериям они принадлежат.

5.16. Один из возбужденных атомов водорода при переходе в основное состояние испустил последовательно два кванта с длинами волн  $\lambda_1=128,18$  нм,  $\lambda_2=105,57$  нм. Какое число спектральных линий можно наблюдать, если все атомы водорода получили одинаковую энергию?

5.17. Квант света с энергией 15 эВ выбивает электрон из атома водорода, находящегося в нормальном состоянии. С какой скоростью будет двигаться электрон вдали от ядра?

5.18. Определить напряженность поля ядра на первой боровской орбите.

5.19. В покоящемся атоме водорода электрон перешел с пятого энергетического уровня в основное состояние. Какую скорость приобрел атом за счет испускания фотона.

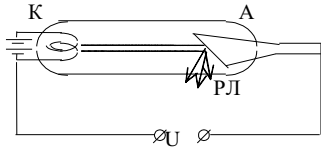
5.20. В атоме водорода электрон переходит из состояния с энергией связи 0,54 эВ в состояние с энергией возбуждения 10,2 эВ. а) Определите квантовые числа, соответствующие этим состояниям. б) Рассчитайте длину волны испущенного фотона. в) К какой спектральной серии принадлежит эта линия?

5.21. Фотон с энергией 12,1 эВ, поглощенный атомом водорода, находящимся в основном состоянии, переводит атом в возбужденное состояние. Каково квантовое число этого состояния?

5.22. При переходе электрона водородного атома с одной из возможных орбит на другую, более близкую к ядру, энергия атома уменьшается на 1,892 эВ. Определить длину волны излучения.

## VI. Тормозное и характеристическое рентгеновское излучение.

1. Рентгеновские лучи образуются при торможении быстрых электронов.

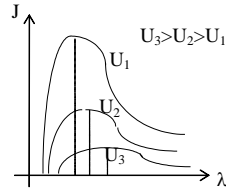


Электроны, вылетевшие из катода за счет термоэлектронной эмиссии, разгоняются в электрическом поле между катодом и анодом. При торможении электронов часть их энергии  $\frac{mv^2}{2} = eU$

превращается в энергию излучения в виде рентгеновских лучей.

2. Свойства рентгеновских лучей: а) большая проникающая способность, б) вызывают почернение фотопленки, в) вызывают ионизацию газов, г) вызывают люминесценцию (свечение) некоторых веществ.

По природе рентгеновские лучи - это электромагнитные волны с длиной волны  $\lambda \approx 10^{-10}$  м. Волновая природа рентгеновских лучей подтверждается опытами по дифракции их на кристаллах и тонких пленках.



3. Если разность потенциалов, приложенная к рентгеновской трубке,  $U \approx 10 \div 50$  В, то спектр рентгеновского излучения сплошной (тормозное излучение), но имеет коротковолновую границу. Наличие коротковолновой границы объясняется квантовыми свойствами рентгеновского излучения. Энергия минимального кванта излучения определяется

энергией электрона:  $h\nu = \frac{hc}{\lambda} = eU$ , где  $U$  - разность потенциалов, приложенных к рентгеновской трубке.

4. При больших напряжениях  $U$  спектр излучения линейчатый (характеристическое излучение). Линии в этом спектре объединяются в группы (серии: К, L и т.д.). При этом энергия тормозных электронов идет на выбивание электронов из внутренних слоев атома анода. Переходы электронов из высших слоев на вакантные места низших слоев и дают линии излучения определенной серии.



Длины волн линий любой серии определяются по закону Мозли:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где  $R$  - постоянная Ридберга,  $\sigma$  - постоянная экранирования (для К-серии  $\sigma=1$ );  $n_1$  и  $n_2$  - главные квантовые числа, характеризующие энергетические уровни, между которыми происходит переход (для К-серии  $n_1=1, n_2=2,3, \dots$ , для L-серии  $n_1=2, n_2=3,4, \dots$ ).

### Примеры решения задач.

**Задача 1.** Рентгеновская трубка работает под напряжением 40 кВ. Найдите коротковолновую границу рентгеновского спектра.

Дано:  $U=40\text{кВ}=4\cdot 10^4\text{В}$

Найти:  $\lambda_{\min} = ?$

**Решение.** Коротковолновая граница тормозного рентгеновского излучения определяется из условия: минимальная энергия фотона определяется кинетической энергией электрона, испытавшего торможение

$$h\nu_{\min}=E_{\kappa}; E_{\kappa}=eU.$$

Т.к.  $v = \frac{c}{\lambda}$ , то  $\frac{hc}{\lambda_{\min}} = eU..$  Отсюда  $\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}$ .

$$\lambda_{\min} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^4} = 0,31 \cdot 10^{-10} \text{ (м)} = 0,31 \text{ (Å)}. \quad \text{Ответ: } \lambda_{\min} = 0,31 \text{ Å}.$$

**Задача 2.** Из какого вещества изготовлен антикатод рентгеновской трубки, если длина волны  $K_{\alpha}$ -линии характеристического спектра равна 0,076 нм?

Дано:  $\lambda_{K_{\alpha}}=0,076 \text{ нм}=7,6 \cdot 10^{-11}\text{м}; R=1,09 \cdot 10^7\text{м}^{-1}$ .

Найти:  $Z=?$

**Решение.** Длины волн линий данной серии характеристического рентгеновского спектра определяются по закону Мозли:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

Для К-серии  $\sigma=1, n_1=1$ . Для линий  $K_{\alpha}$   $n_2=2$ . Поэтому

$$\frac{1}{\lambda_{K_{\alpha}}} = R(Z - 1)^2 \left( 1 - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} R(Z - 1)^2; \quad (Z - 1)^2 = \frac{4}{3\lambda_{K_{\alpha}} R}.$$

$$Z = 1 + \sqrt{\frac{4}{3\lambda_{K_{\alpha}} R}}. \quad \text{Отсюда } Z = 1 + \sqrt{\frac{4}{3 \cdot 0,76 \cdot 10^{-10} \cdot 1,09 \cdot 10^7}} = 41$$

Из таблицы Менделеева определяем, что этот порядковый номер соответствует элементу ниобию.

**Задача 3.** Найти постоянную экранирования L-серии рентгеновских лучей, если известно, что при переходе электрона в атоме вольфрама с M на L слой испускаются рентгеновские лучи с длиной волны 143 пм.

Дано:  $n_1=2, n_2=3, \lambda=143 \text{ пм}=143 \cdot 10^{-12} \text{ м}, Z=74$

Найти:  $\sigma=?$

*Решение.* По закону Мозли:

$$\frac{1}{\lambda_{L_\alpha}} = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{5}{36} R(Z - \sigma)^2.$$

$$(Z - \sigma)^2 = \frac{36}{5R\lambda_{L_\alpha}}, \quad \sigma = Z - \frac{6}{\sqrt{5R\lambda_{L_\alpha}}} = 6.$$

*Ответ:*  $\sigma=6$ .

### ***Задачи для самостоятельного решения.***

6.1. Определить наибольшую скорость электронов, которые тормозятся на антикатоде рентгеновской трубки, если наименьшая длина волны сплошного спектра рентгеновского излучения равна  $5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ .

6.2. Определить скорость электрона в рентгеновской трубке, прошедшего разность потенциалов 10 кВ.

6.3. Определить скорость электронов, падающих на антикатод рентгеновской трубки, если минимальная длина волны  $\lambda_{\min}$  в сплошном спектре излучения равна 1 пм.

6.4. Определить коротковолновую границу сплошного спектра рентгеновского излучения, если рентгеновская трубка работает под напряжением 30 В?

6.5. Вычислить наибольшую длину волны в K-серии характеристического излучения скандия ( $Z=21$ ).

6.6. Определить энергию фотона, соответствующего линии  $K_\alpha$  в характеристическом спектре марганца

6.7. Рентгеновская трубка работает под напряжением 1 МВ. Определить наименьшую длину волны рентгеновского излучения.

6.8. Вычислить длину волны и энергию фотона, принадлежащего  $K_\alpha$ -линии в спектре характеристического рентгеновского излучения платины  $Z=78$ .

6.9. Наименьшая длина волны сплошного спектра рентгеновских лучей, полученного в результате торможения электронов на антикатоде рентгеновской трубки 0,5 нм. Какова наибольшая скорость электронов?

6.10. Антикатод рентгеновской трубки бомбардируется электронами, скорость которых 100 Мм/с. Определить максимальную частоту излучения в сплошном рентгеновском спектре с учетом зависимости релятивистской массы электрона от скорости его движения.



6.11. Антикатоде рентгеновской трубки молибденовый. Найти минимальную разность потенциалов, которую необходимо приложить к трубке, чтобы в спектре рентгеновского излучения появилась линия К-серии молибдена. Постоянная экранирования для К-серии  $\sigma=1$ .

6.12. Найти длину волны  $K_{\alpha}$ -линии алюминия.

6.13. Если известно, что длина волны  $K_{\alpha}$ -линии железа равна 193 пм, подсчитать длину волны  $K_{\alpha}$ -линии меди.

6.15. Определить интервал длин волн между  $K_{\alpha}$ -линией и коротковолновой границей сплошного рентгеновского спектра с медным антикатодом при напряжении 20 кВ.

6.16. Найти постоянную экранирования  $\sigma$  для L-серии рентгеновских лучей, если известно, что при переходе в атоме вольфрама с M- на L-слой испускаются рентгеновские лучи с длиной волны 143 пм.

6.17. При переходе электрона в атоме с L- на K-слой испускаются рентгеновские лучи с длиной волны 78,8 пм. Какой это атом? Для К-серии постоянная экранирования  $\sigma=1$ .

## VII. Радиоактивность. Строение атомного ядра.

1. Радиоактивное излучение – испускание  $\alpha$ -,  $\beta$ -,  $\gamma$ -лучей радиоактивными элементами. По природе:  $\alpha$ -лучи – это ядра атомов гелия с зарядом  $q_{\alpha}=+2e$ , движущиеся со скоростями  $v_{\alpha}\approx 10^7$  м/с;  $\beta$ -лучи – это быстрые электроны с  $v\approx c$ ;  $\gamma$ -лучи – это электромагнитные волны с  $\lambda=10^{-10}\div 10^{-13}$  м.

2. Закон радиоактивного распада:

$$N=N_0 e^{-\lambda t}$$

где  $N$ -число нераспавшихся ядер радиоактивного элемента в момент времени  $t$ ;  $N_0$  - исходное число ядер радиоактивного элемента;  $\lambda$  - постоянная радиоактивного распада.

3. Период полураспада  $T_{1/2}$  - время, за которое распадается половина ядер любого количества вещества:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

4. Среднее время жизни радиоактивного элемента (время, за которое число не распавшихся ядер уменьшилось в  $e$  раз)

$$\tau = 1/\lambda.$$

5. Активность радиоактивного элемента определяет число ядер, распавшихся за единицу времени:

$$a = \frac{dN}{dt} = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = a_0 e^{-\lambda t}. \quad [a]=\text{Бк} \quad (1 \text{ Бк} = 1 \text{ расп/с})$$

6. Символическое обозначение ядер  $X_Z^A$ .  $Z$  – порядковый номер элемента в таблице Менделеева (число протонов в ядре),  $A$  – массовое число (число протонов и нейтронов в ядре, т.е. число нуклонов). Тогда число нейтронов в ядре  $n=A - Z$ .

7. Дефект массы - это разность масс покоя нуклонов, входящих в состав ядра, и массы покоя ядра:

$$\Delta m = [Zm_p + (A-Z)m_n] - M_{\text{я}}$$

8. Энергия связи нуклонов в ядре – энергия, которую надо затратить, чтобы разделить ядро на составляющие его нуклоны, не сообщая им кинетическую энергию:

$$\Delta E = \Delta m c^2,$$

где  $c$  – скорость света,  $\Delta m$  – дефект массы. Если энергия выражена в мегаэлектрон-вольтах (МэВ), а масса в атомных единицах, то  $c^2 = 931,4$  МэВ/а.е.м.

9. Удельная энергия связи (энергия связи на нуклон)

$$E_{\text{уд}} = \Delta E / A.$$

### Примеры решения задач.

*Задача 1.* Определить во сколько раз удельная активность урана  $U^{238}$  меньше удельной активности  $Ra^{226}$ .

Дано:  $\mu_1 = 238 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,  $T_1 = 4,5 \cdot 10^9$  лет,  $\mu_2 = 226 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,  $T_2 = 1,5 \cdot 10^3$  лет

*Найти:*  $a_{02} / a_{01} = ?$

*Решение.* Активность радиоактивного элемента изменяется по закону:

$$a = \lambda N_0 e^{-\lambda t},$$

где  $\lambda N_0$  - начальная (или удельная) активность при  $t=0$ .

$\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$  - постоянная радиоактивного распада;

$N_0 = (m/\mu) N_A$  - первоначальное число атомов в момент времени  $t=0$ ,

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль $^{-1}$  - число Авогадро.

$$\text{Тогда} \quad a_{02} / a_{01} = \lambda N_{02} / \lambda N_{01} = \mu_1 T_1 / \mu_2 T_2 .$$

$$a_{02} / a_{01} = 238 \cdot 10^{-3} \cdot 4,5 \cdot 10^9 / (226 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^3) \approx 3 \cdot 10^6 .$$

*Задача 2.* Масса радиоактивного изотопа натрия  $Na_{11}^{25}$  равна  $0,248 \cdot 10^{-6}$  кг. Период полураспада  $T=62$  с. Чему равна начальная активность препарата и его активность через 10 минут?

Дано:  $m=0,248 \cdot 10^{-6}$  кг;  $T_{1/2}=62$  с;  $t=10$  мин= $600$  с;  $\mu=25 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

*Найти:*  $a_0 = ?$   $a = ?$

*Решение.* Активность изотопа  $a = \lambda N_0 \exp(-\lambda t)$ .

Начальную активность определяем, полагая  $t=0$ :

$$a_0 = \lambda N_0,$$

где  $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$  - постоянная радиоактивного распада;  $N_0 = (m/\mu)N_A$  - первоначальное число атомов в момент времени  $t=0$ .

$$\text{Тогда} \quad a_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{\mu} N_A$$

$$a_0 = 0,693 \cdot 0,248 \cdot 10^{-6} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} / (62 \cdot 25 \cdot 10^{-3}) = 6,67 \cdot 10^6 (\text{с}^{-1})$$

Т.к.  $a = a_0 e^{-\lambda t}$ , а  $e^{\ln 2} = 2$ , то  $a = a_0 2^{-t/T_{1/2}}$ ,  $a = 8,15 \cdot 10^3 (\text{с}^{-1})$ .

$$\text{Ответ: } a = 8,15 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

**Задача 3.** Дефект массы ядра  $N_7^{15}$  равен 0,12396 а.е.м. Определить массу атома.

$$\text{Дано: } \Delta m = 0,12396 \text{ а.е.м. } m_p = 1,00783 \text{ а.е.м.}, m_n = 1,00867 \text{ а.е.м.}$$

$$\text{Найти: } M_{\text{ат}} = ?$$

*Решение.* По определению дефект массы ядра

$$\Delta m = [Zm_p + (A-Z)m_n] - M_{\text{я}}$$

По условию  $Z=7$ ;  $A=15$ .  $M_{\text{я}} \approx M_{\text{ат}}$ ;

$$M_{\text{ат}} = Zm_p + (A-Z)m_n - \Delta m.$$

$$M_{\text{ат}} = 7 \cdot 1,00783 + 8 \cdot 1,00867 - 0,12396 = 15,00486 \text{ (а.е.м.)}$$

$$\text{Ответ: } M_{\text{ат}} = 15,00486 \text{ а.е.м.}$$

**Задача 4.** Вычислить дефект масс и энергию связи ядра бора  ${}_5\text{B}^{11}$  и удельную энергию связи:

$$\text{Дано: } {}_5\text{B}^{11}$$

$$\text{Найти: } \Delta m = ? \quad \Delta E = ? \quad E_{\text{уд}} = ?$$

*Решение.* Дефект массы ядра  $\Delta m = [Zm_p + (A-Z)m_n] - M_{\text{ат}}$ .

$$Z=5, A-Z=6,$$

$$\Delta m = (5 \cdot 1,00783 + 6 \cdot 1,00867 - 11,60093) \text{ а.е.м.} = 0,08186 \text{ а.е.м.}$$

$$\Delta E = \Delta m c^2 = 0,08186 \text{ а.е.м.} \cdot 931,4 \text{ МэВ/а.е.м.} = 76,2 \text{ МэВ.}$$

$$E_{\text{уд}} = \Delta E / A.$$

$$E_{\text{уд}} = 76,2 \text{ МэВ} / 11 \text{ нукл.} = 6,9 \text{ МэВ/нукл.}$$

$$\text{Ответ: } \Delta m = 0,08186 \text{ а.е.м.}, \Delta E = 76,2 \text{ МэВ}, E_{\text{уд}} = 6,9 \text{ МэВ/нукл}$$

### Задачи для самостоятельного решения.

7.1. Скорость распада в начальный момент времени составляла 450 расп/мин. Определите скорость распада по истечении половины периода полураспада.

7.2. Сколько атомов распадается за один год в 1 г урана  ${}_{92}\text{U}^{238}$  (период полураспада урана  $4,5 \cdot 10^9$  лет).

7.3. Постоянная распада  $\lambda$  рубидия  $\text{Rb}^{89}$  равна  $0,00077 \text{ с}^{-1}$ . Определить его период полураспада.

7.4. Какая часть начального количества атомов радиоактивного актиния  $\text{Ac}^{225}$  останется через 5 сут? 15 сут?

7.5. Сколько атомов радона распадается за время  $\Delta t=1$  сут из  $N=10^6$  атомов?

7.6. Период полураспада радиоактивного нуклида равен 1 ч. Определить среднюю продолжительность жизни  $\tau$  этого нуклида.

7.7. За время  $t=1$  сут активность изотопа уменьшилась от  $a_1=118$  ГБк до  $a_2=7,4$  ГБк. Определить период полураспада этого нуклида?

7.8. За какое время произойдет распад полония  $Po_{84}^{210}$  массой 2 мг, если в начальный момент его масса 0,2 ?

7.9. Определить активность фосфора  $P^{32}$  массой 1 мг.

7.10. Найти массу  $m_1$  урана  $U^{238}$ , имеющего такую же активность, как стронций  $Sr^{90}$  массой  $m_2=1$  мг.

7.11. Определить начальную активность радиоактивного магния массой 0,2 мкг, а также активность по истечении времени 1 час. Предполагается, что все атомы изотопа радиоактивны.

7.12. В ампулу помещен радон, активность которого  $a_0=14,8 \cdot 10^9$  Бк. Через какое время после наполнения ампулы активность радона будет  $a=2,22 \cdot 10^9$  Бк ?

7.13. Найти число протонов и нейтронов, входящих в состав ядер трех изотопов магния: 1)  $Mg_{12}^{24}$ , 2)  $Mg_{12}^{25}$ , 3)  $Mg_{12}^{26}$ .

7.14. Определить атомные номера, массовые числа и химические символы ядер, которые получатся, если в ядрах  $He_2^3, Be_4^7, O_8^{15}$  протоны заменить нейтронами, а нейтроны – протонами.

7.15. Определить дефект массы и энергию связи ядра атома тяжелого водорода.

7.16. Вычислить энергию связи ядер  $H_1^3$  и  $He_2^3$ . Какое из этих ядер более устойчиво?

7.17. Вычислить дефект массы и энергию связи изобаров  $_{10}Ne^{20}$  и  $_{9}F^{20}$ , а также определить энергию связи, приходящуюся на один нуклон. Массы нейтральных атомов неона и фтора соответственно равны 19,992 и 20,000 а.е.м.

7.18. Определить удельную энергию связи ядра  $C_6^{12}$ .

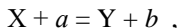
7.19. Сравнить энергию связи, приходящуюся в среднем на один нуклон, в ядрах дейтерия  $H_1^2$ , железа  $Fe_{26}^{56}$ , ксенона  $Xe_{54}^{131}$  и урана  $U_{92}^{238}$ .

7.20. Какую наименьшую энергию связи нужно затратить, чтобы разделить ядро углерода  $He_2^4$  на две одинаковые части ?

7.21. Определить наименьшую энергию связи, необходимую для разделения ядра углерода  $C_6^{12}$  на три одинаковые части.

### VIII. Ядерные реакции.

1. Ядерные реакции – взаимодействие ядер между собой или ядер с элементарными частицами с образованием новых ядер и новых частиц. Условная запись ядерной реакции:



где  $X$  – исходное ядро,  $a$  – частица-снаряд,  $Y$  – новое ядро,  $b$  – новая частица.

2. Ядерные реакции подчиняются законам сохранения: заряда, масс, энергии, импульса.

3. Ядерные реакции происходят с выделением или поглощением энергии. Энергия ядерной реакции определяется как разность кинетических энергий вновь образованных и исходных частиц. По закону сохранения энергии:

$$m_x c^2 + m_a c^2 + E_{кx} = m_y c^2 + m_b c^2 + E_{кy} + E_{кb}.$$

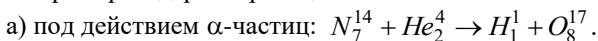
Обозначим  $Q = E_{кy} + E_{кb} - E_{кx}$  – энергетический выход реакции:

$$Q = [(m_x + m_a) - (m_y + m_b)] c^2.$$

Если  $Q > 0$  - реакция экзотермическая (с выделением энергии).

Если  $Q < 0$  - реакция эндотермическая (с поглощением энергии).

4. Примеры ядерных реакций:



г) цепная ядерная реакция - деление тяжелых ядер под действием нейтронов;

д) термоядерная реакция - слияние легких ядер:



#### Примеры решения задач.

**Задача 1.** Какой изотоп образуется из радиоактивного тория  $Th_{90}^{292}$  в результате четырех  $\alpha$ - и двух  $\beta$ -распадов.

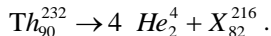
**Дано:**  $X_Z^A = Th_{90}^{292}$

**Найти:**  $Y = ?$

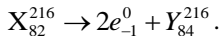
**Решение.** 1. При  $\alpha$ -распаде ядро теряет  $\alpha$ -частицу ( ${}_2He^4$ ) и превращается в новое ядро, порядковый номер и массовое число которого определяется по законам сохранения:  $X_Z^A \rightarrow He_2^4 + Y_{z-2}^{A-4}$ .

При  $\beta$ -распаде ядро теряет электрон:  $X_Z^A \rightarrow e_{-1}^0 + Y_{z+1}^A$ .

2. При четырех  $\alpha$ -распадах заряд уменьшается на 8 единиц, а массовое число на 16:



При двух  $\beta$ -распадах заряд увеличивается на 2 единицы, массовое число остается неизменным:



*Ответ:*  $\text{Y}_{84}^{216} = \text{Po}_{84}^{216}$  - полоний.

*Задача 2.* При бомбардировке азота  $N_7^{14}$  нейтронами из образовавшегося ядра выбрасывается протон. Написать реакцию. Полученное ядро оказывается  $\beta$ -радиоактивным. Написать реакцию.

*Решение.* Согласно законам сохранения заряда и масс:



*Задача 3.* Вычислить энергию реакции  $\text{Be}_4^9 + \text{H}_1^2 \rightarrow \text{He}_2^4 + \text{Li}_3^7 + Q$

*Решение.* Энергетический выход ядерной реакции

$$Q = [(m_{\text{Be}} + m_{\text{H}}) - (m_{\text{He}} + m_{\text{Li}})]c^2,$$

где  $m_{\text{Be}}c^2$ ,  $m_{\text{H}}c^2$ , - энергии покоя исходных ядер и ядер продуктов реакции.

$$Q = 931,4 \text{ МэВ/а.е.м.} \cdot [(9,013 + 2,01474) \text{ а.е.м.} - (4,00388 + 7,01823) \text{ а.е.м.}] = 931,4 \text{ МэВ/а.е.м.} \cdot (11,02774 - 11,02211) \text{ а.е.м.} = 7,11 \text{ МэВ.}$$

*Ответ:*  $Q = 7,11 \text{ МэВ.}$

*Задача 4.* Какая масса урана  $U_{92}^{235}$  расходуется в сутки на атомной электростанции мощностью 5000 кВт? К.п.д. принять равным 17%. Считать, что при каждом акте распада выделяется энергия 200 МэВ.

*Дано:*  $P = 5 \cdot 10^6 \text{ Вт}$ ,  $Q_1 = 200 \text{ МэВ} = 2 \cdot 10^8 \text{ эВ} = 3,2 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}$ ;  $\eta = 0,17$ ;  $\mu = 235 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ ;  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ ;  $t = 24 \text{ ч} = 86400 \text{ с}$ .

*Найти:*  $m = ?$

*Решение.* К.п.д. электростанции:  $\eta = A_{\text{пол}} / A_{\text{зат}}$ ,

где  $A_{\text{пол}}$  - полезная работа:  $A_{\text{пол}} = P \cdot t$ ;  $A_{\text{зат}}$  - затраченная энергия, выделяющаяся при распаде ядер, содержащихся в массе  $m$  урана:  $A_{\text{зат}} = Q_1 \cdot N$ ,

а  $N = (m/\mu)N_A$  - число распавшихся ядер.

$$\eta = \frac{P t \mu}{Q_1 m N_A}. \text{ Отсюда } m = \frac{P t \mu}{Q_1 \eta N_A}$$

$$m = 5 \cdot 10^6 \cdot 8,64 \cdot 10^4 \cdot 235 \cdot 10^{-3} / (0,17 \cdot 3,2 \cdot 10^{-11} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}) = 31 \cdot 10^{-3} \text{ (кг)} = 31 \text{ г.}$$

*Задача 5.* Ядро урана  $U_{92}^{235}$  при делении освобождает энергию 200 МэВ. При взрыве урановой бомбы успевает прореагировать около 1,5 кг

урана. Какова масса эквивалентной тротиловой бомбы, если теплотворная способность тротила 4,1 МДж/кг?

Дано:  $Q_1=200$  МэВ= $3,2 \cdot 10^{-11}$  Дж,  $m_1=1,5$  кг,  $\mu=235 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,  $N_A=6,02 \cdot 10^{23}$  моль $^{-1}$ ,  $q=4,1$  МДж/кг= $4,1 \cdot 10^6$  Дж/кг.

Найти:  $m_2=?$

*Решение.* При делении ядер урана, содержащихся в массе  $m_1$ , выделяется энергия  $Q=Q_1 \cdot N$ , где  $N=(m_1/\mu)/N_A$ , т.е.  $Q=(Q_1 m_1/\mu)/N_A$ .

При взрыве тротиловой бомбы выделяется энергия  $Q'=qm_2$ , где  $q$  - количество теплоты, выделяющееся при сгорании 1 кг тротила. По условию  $Q=Q'$ :

$$\frac{Q_1 m_1 N_A}{\mu} = q m_2.$$

Отсюда:  $m_2 = \frac{Q_1 m_1 N_A}{\mu q}$ ;  $m_2 = \frac{3,2 \cdot 10^{-11} \cdot 1,5 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{235 \cdot 10^{-3} \cdot 4,1 \cdot 10^6} = 3 \cdot 10^7$  (кг) = 30000 (т).

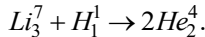
*Ответ:*  $m_2=30000$  т.

**Задача 6.** Протоны, ускоренные разностью потенциалов 6,8 МВ, бомбардируют неподвижную литиевую мишень. При столкновении протона с ядром изотопа лития  ${}_3\text{Li}^7$  образуются две  $\alpha$ -частицы, разлетающиеся симметрично по отношению к направлению пучка протонов. Определить кинетическую энергию и угол разлета  $\alpha$ -частиц.

Дано:  $U=6,8$  МВ= $6,8 \cdot 10^6$  В;  $q_p=1,6 \cdot 10^{-19}$  =  $q_e$ .

Найти:  $E_{\alpha\alpha}=?$   $\varphi=?$

*Решение.* Запишем ядерную реакцию взаимодействия протонов с ядрами лития:



По закону сохранения энергии для этой реакции:

$$E_{\text{кН}} + m_{\text{H}} c^2 + m_{\text{Li}} c^2 = 2 m_{\text{He}} c^2 + E_{\text{к}\alpha}$$

При этом  $E_{\text{кН}}$  - кинетическая энергия протона. Найдем эту энергию из

условия:  $E_{\text{кН}}=q_p U$ . Тогда  $E_{\text{к}\alpha} = \frac{q_p + c^2 (m_{\text{H}} + m_{\text{Li}} + 2m_{\text{He}})}{2}$

$E_{\text{к}\alpha} = [6,8 \text{ МэВ} + 931,4 (\text{МэВ}/\text{а.е.м.}) (1,007825 + 7,016 - 2 \cdot 4,0026) \text{ а.е.м.}] / 2 = 12$  МэВ.

Угол разлета  $\alpha$ -частиц найдем из закона сохранения импульса:

$$\vec{P}_{\text{H}} = \vec{P}_{\alpha} + \vec{P}_{\alpha}.$$

В проекции на  $Ox$ :  $P_{\text{H}} = 2 P_{\alpha} \cos(\varphi/2)$ .

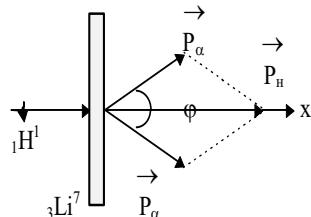
Сравним кинетическую энергию  $\alpha$ -частицы с ее энергией покоя:

$$m_{\text{He}} c^2 = 4,0026$$

$$\text{а.е.м.} \cdot 931,4 \text{ МэВ}/\text{а.е.м.} = 3,7 \cdot 10^3 \text{ МэВ.}$$

$E_{\text{к}\alpha} \ll m_{\text{He}} c^2$ , т.е.  $\alpha$ -частица нерелятивист-

ская. Поэтому  $P_{\alpha} = \sqrt{2m_{\alpha} E_{\text{к}\alpha}}$ , и



$$P_H = \sqrt{2m_H E_{K_H}} .$$

$$\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m_H E_{kH}}{m_\alpha E_{k\alpha}}}$$

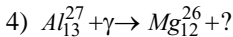
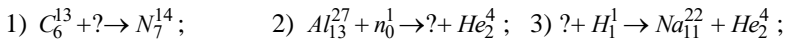
$$\cos(\varphi/2) = (1,0078.6,8/4,0026.12)^{0,5} / 2 = 0,188,$$

$$\varphi/2 = 79^\circ ; \varphi = 158^\circ$$

Ответ:  $\varphi = 158^\circ$ .

### Задачи для самостоятельного решения.

8.1. Написать недостающие обозначения в ядерных реакциях:



8.2. Французские ученые Ирэн и Фридерик Жолио-Кюри, открывшие искусственную радиоактивность, подвергли бомбардировке  $\alpha$ -частицами бор  $B_5^{10}$ , алюминий  $Al_{13}^{27}$  и магний  $Mg_{12}^{24}$ . Написать ядерные реакции.

8.3. Какой изотоп образуется из радиоактивного тория  $Th_{90}^{232}$  в результате четырех  $\alpha$ - и двух  $\beta$ -распадов.

8.4. Ядро изотопа висмута  $Bi_{83}^{210}$  получилось из другого ядра после одного  $\alpha$ -распада и одного  $\beta$ -распада. Что это за ядро?

8.5. В какой элемент превращается  $U_{92}^{239}$  после двух  $\beta$ -распадов и одного  $\alpha$ -распада?

8.6. В результате захвата  $\alpha$ -частицы ядром изотопа  $N_7^{14}$  образуется неизвестный элемент и протон. Написать реакцию и определить неизвестный элемент.

8.7. Элемент тория  $Th_{90}^{232}$  в результате радиоактивного распада превращается в изотоп свинца  $Pb_{82}^{208}$ . Сколько  $\alpha$ - и  $\beta$ - частиц выбрасывает при этом каждый атом?

8.8. Радиоактивный элемент нептуния  $Np_{93}^{241}$ , являющиеся родоначальником искусственно полученного радиоактивного семейства нептуния, в результате распада превращается в стабильный изотоп висмута  $Bi_{83}^{209}$ . Найти число  $\alpha$ - и  $\beta$ -распадов.

8.9. При бомбардировке изотопа лития  $Li_3^6$  дейтонами образуются две  $\alpha$ -частицы. При этом выделяется энергия, равная 22,3 МэВ. Зная массы дейтона и  $\alpha$ -частицы, найти массу изотопа лития  $Li_3^6$



8.10. Ядро урана  $U_{92}^{238}$ , испуская  $\alpha$ -частицу с энергией 4,2 МэВ, превращается в ядро тория  $Th_{90}^{234}$ . Определить массу атома тория, если масса атома  $U_{92}^{238}$  равна 238,05353 а.е.м.

8.11. Выделяется или поглощается энергия при следующих ядерных реакциях:  
 1)  $N_7^{14} + He_2^4 \rightarrow O_8^{17} + H_1^1$ ;      2)  $Li_3^6 + H_1^1 \rightarrow He_2^4 + He_2^3$ ;  
 3)  $Li_3^7 + He_2^4 \rightarrow B_5^{10} + n_0^1$ ?

8.12. Ядро лития  $Li_3^7$ , захватывая протон, распадается на две  $\alpha$ -частицы. Написать ядерную реакцию и определить энергию, выделяющуюся при этой реакции.

8.13. Ядро бериллия  $Be_4^9$ , захватывая дейтрон, превращается в ядро бора  $B_5^{10}$ . Написать уравнение реакции и определить выделяющуюся энергию.

8.14. В реакции  $N_7^{14}(\alpha, p)$  кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы равна 7,7 МэВ. Найти, под каким углом к направлению движения  $\alpha$ -частицы вылетает протон, если известно, что его кинетическая энергия равна 5,7 МэВ.

8.15. При взрыве водородной бомбы протекает термоядерная реакция образования гелия из дейтерия и трития. 1. Написать ядерную реакцию. 2. Найти энергию, выделяющуюся при этой реакции. 3. Какую энергию можно получить при образовании 1 г гелия?

8.16. Сколько энергии можно получить при расщеплении урана  $U_{92}^{235}$  массой 1 г, если при расщеплении каждого ядра урана выделяется энергия 200 МэВ?

8.17. Мощность уранового реактора 1 МВт. Сколько урана  $U_{92}^{235}$  потребляет он за час, если при делении каждого ядра урана выделяется энергия 200 МэВ.

8.18. Определить энергию, выделяющуюся при образовании из протонов и нейтронов гелия массой 1 г, если при образовании одного ядра гелия выделяется энергия 27,3 МэВ.

\*      \*  
\*

**Работа выхода электронов из металла, эВ.**

Вольфрам	4,5	Натрий	2,5	Цезий	1,97
Железо	4,75	Никель	5	Цинк	4
Калий	2,2	Платина	5,29		
Литий	2,3	Серебро	4,7		

**Длина волны, определяющая границу К-серии рентгеновских лучей для различных материалов антикатада, нм.**

Вольфрам	17,8	Платина	15,8	Серебро	48,4
Золото	15,3	Медь	138		

**Массы некоторых изотопов, а.е.м.**

${}_1\text{H}^1$	1,00783	${}_4\text{Be}^9$	9,01218	${}_{13}\text{Al}^{27}$	26,98154
${}_1\text{H}^2$	2,01410	${}_5\text{B}^{10}$	10,01294	${}_{14}\text{Si}^{30}$	29,97377
${}_1\text{H}^3$	3,01605	${}_5\text{B}^{11}$	11,00931	${}_{20}\text{Ca}^{40}$	39,96257
${}_2\text{He}^3$	3,01603	${}_6\text{C}^{12}$	12,0	${}_{27}\text{Co}^{56}$	55,93984
${}_2\text{He}^4$	4,00260	${}_7\text{N}^{13}$	13,00574	${}_{29}\text{Cu}^{40}$	62,92960
${}_3\text{Li}^6$	6,01512	${}_7\text{N}^{14}$	14,00307	${}_{48}\text{Cd}^{112}$	111,90276
${}_3\text{Li}^7$	7,01600	${}_8\text{O}^{17}$	16,99913	${}_{80}\text{Hg}^{200}$	199,96832
${}_4\text{Be}^7$	7,01693	${}_{12}\text{Mg}^{23}$	22,99413	${}_{92}\text{U}^{235}$	235,04393
${}_4\text{Be}^8$	8,00531	${}_{12}\text{Mg}^{24}$	23,98504	${}_{92}\text{U}^{238}$	238,05353

**Массы покоя электрона и ядер**

$m_{\text{эл}} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} = 0,00055 \text{ а.е.м.};$       $m_{\text{прот}} = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,00728 \text{ а.е.м.}$   
 $m_{\text{нейтр}} = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,00867 \text{ а.е.м.};$       $m_{\text{дейтон}} = 3,35 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 2,01355 \text{ а.е.м.};$   
 $m_{\alpha} = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 4,00149 \text{ а.е.м.}$

**Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов.**

$\text{Ca}_{20}^{45}$	164 сут	$\text{Ra}_{88}^{226}$	1590 лет
$\text{Sr}_{38}^{90}$	28 лет	$\text{U}_{92}^{235}$	$7,1 \cdot 10^8$ лет
$\text{Po}_{84}^{210}$	138 сут	$\text{U}_{92}^{238}$	$4,5 \cdot 10^9$ лет
$\text{Rn}_{86}^{222}$	3,82 сут		

**Ответы**

**1.1.**  $T=5750\text{K}$ ; **1.2.**  $200\text{K}$ ; **1.3.** Увеличится в 16 раз; **1.4.**  $T_2=290\text{K}$ . **1.5.**  $W=0,46\text{Дж}$ . **1.6.**  $\eta=1-\sigma T^4 S/p=0,71$ . **1.7.**  $a=0,953$ . **1.8.**  $0,5\text{ мкм}$  – область видимого спектра. **1.9.**  $m=5\cdot 10^9\text{кг}$ . **1.10.**  $1\text{ мкм}$ –инфракрасная область. **1.11.**  $7,5\text{ кВт}$ . **1.12.** В 3,3 раза,  $565\text{ K}$ . **1.13.**  $360\text{ нм}$ , в 3,1 раза. **1.14.**  $99\text{ мин}$

**2.1.** а)  $\varepsilon \approx 2\text{эВ}$ ; б)  $\varepsilon \approx 12,4\text{эВ}$ . **2.2.** а)  $4,4\cdot 10^{-36}\text{кг}$ ; б)  $\approx 8,8\cdot 10^{-32}\text{кг}$ ; в)  $1,8\cdot 10^{30}\text{кг}$ . **2.3.**  $\varepsilon=1,15\cdot 10^{-13}\text{Дж}$ ,  $m=1,38\cdot 10^{-30}\text{ кг}$ ,  $p=4,1\cdot 10^{-22}\text{кг}\cdot\text{м}/\text{с}$ . **2.4.**  $1,4\text{ км}/\text{с}$ . **2.5.**  $0,51\text{ МэВ}$ . **2.6.**  $2,35\cdot 10^{-32}\text{ кг}$ . **2.7.**  $A_{\text{вых}}/\varepsilon=0,6=60\%$ . **2.8.** Имеем  $h\nu=A+m\nu^2/2$ . Для того, чтобы возник фотоэффект, необходимо, чтобы  $h\nu>A$ , то есть  $\nu>A/h$ . Но  $\nu=c/\lambda$  и, следовательно, для возникновения фотоэффекта длина волны падающего света должна удовлетворять неравенству  $\lambda<hc/A$ . В опытах Столетова  $\lambda\leq 295\text{ нм}$ , откуда нетрудно, что  $A=4,2\text{ эВ}$ . **2.9.**  $517\text{ нм}$ ,  $540\text{ нм}$ ,  $620\text{ нм}$ ,  $660\text{ нм}$ . **2.10.**  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eUm_e}} = 5,6\cdot 10^{-10}$

м. **2.11.**  $\lambda_{\text{max}}=0,6222\cdot 10^{-6}\text{ м}<0,7\cdot 10^{-6}\text{ м}$ , нет. **2.12.**  $13,2\cdot 10^{14}\text{ с}^{-1}$ ,  $2,48\text{ эВ}$ . **2.13.**  $e=1,6\cdot 10^{-19}\text{ Кл}$ . **2.14.**  $2,3\text{ эВ}$ . **2.15.**  $4,5\text{ эВ}$ ,  $9,1\cdot 10^5\text{ м}/\text{с}$ ,  $3,8\cdot 10^{19}\text{Дж}$ . **2.16.**  $U = \frac{hc}{\lambda e} = 1,24\cdot 10^3\text{ В}$ . **2.17.**  $1,75\text{ В}$ . **2.18.**  $6,6\cdot 10^{-34}\text{ Дж}\cdot\text{с}$ . **2.19.**  $N=9\cdot 10^{15}$ . **2.20.**

1)  $46,6\text{ мкПа}$ ; 2)  $23,3\text{ мкПа}$ . **2.21.**  $p = \frac{N(1+R)}{Sc} = 54\text{ мкПа}$ . **2.22.**  $120\text{ кэВ}$ . **2.23.**  $1,32\cdot 10^{-15}\text{ м}$ . **2.24.**  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = -2\lambda_0 \sin^2 \frac{\varphi}{2} = -1,2\cdot 10^{-12}\text{ м}$ . **2.25.**  $\Delta\lambda = 2\lambda_0$ ;  $4,8\text{ пм}$  и  $2,6\cdot 10^{-15}\text{ м}$ . **2.26.**  $\lambda' = \lambda + 2\lambda_0 \sin^2 \frac{\varphi}{2} = 59,9\text{ пм}$

**3.1.**  $\lambda_3=0,73\text{ нм}$ ;  $\lambda_{\text{н}}=144\text{ пм}$ ;  $\lambda_{\text{ш}}=6,62\cdot 10^{-29}\text{ м}$ , то есть волновые свойства шарика обнаружить невозможно. **3.2.**  $1,23\text{ нм}$ ,  $0,123\text{ нм}$ . **3.3.**  $29\text{ пм}$ ,  $2,9\text{ пм}$ . **3.4.**  $d=7,9\text{ см}$ . **3.5.**  $1,76\cdot 10^{-15}\text{ м}$ . **3.6.** 1)  $10\text{ эВ}$ , 2)  $1\text{ МэВ}$ . ( $12,2\text{ пм}$ ,  $0,87\text{ пм}$ . **3.7.**  $1,67\cdot 10^{-27}\text{ кг}$ . **3.8.**  $2,70\text{ пм}$ ,  $2,25\text{ пм}$ ,  $1,82\text{ пм}$ ,  $1,39\text{ пм}$ ,  $0,925\text{ пм}$ . **3.9.**  $160\text{ пм}$ . **3.10.**  $7,3\text{ пм}$ ;  $6,9\text{ пм}$ . **3.11.**  $5,25\cdot 10^{-30}\text{ кг}$ ;  $5,24\cdot 10^{-31}\text{ кг}$ . **3.12.**  $10\text{ пм}$ . **3.13.**  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{3kTm}}$ ;  $73\text{ пм}$ ,  $145\text{ пм}$ ,  $28\text{ пм}$ . **3.14.**  $\Delta x = 1,5\text{ мкм}$ . **3.15.**  $d = 2\cdot 1\cdot 10^{-10}$

м. **3.16.**  $2,1\text{ Мм}/\text{с}$ . **3.18.**  $\frac{\hbar}{m\lambda} = \frac{k\hbar}{2dm\sin\varphi} = 2\text{ Мм}/\text{с}$ . **3.19.**  $\Delta v_1 = 1,05\cdot 10^{-27}\text{ м}/\text{с}$ ;

$\Delta v_2 = 1,15\text{ м}/\text{с}$ . **3.20.**  $\Delta x \geq \hbar / m\Delta v$ ;  $\Delta x \geq 1,16\cdot 10^{-6}\text{ м}$ . **3.21.**  $\Delta x \geq \frac{\hbar}{\sqrt{3mkT}} = 1,62\cdot 10^{-11}\text{ м}$ . **3.23.** а)  $1,05\cdot 10^{-25}\text{ кг}\cdot\text{м}/\text{с}$ ; б)  $1,15\cdot 10^5\text{ м}/\text{с}$ , в)  $6,02\cdot 10^{-21}\text{ Дж}$ . **3.24.**  $\Delta E = 6,6\cdot 10^{-4}\text{ эВ}$ .

**4.1.**  $A_n = \sqrt{\frac{2}{l}}$ . **4.2.** а) 0,939 МэВ; б) 2,82 МэВ; в)  $4,4 \cdot 10^{-13}$  м. **4.5.**  $3,35 \cdot 10^{-34}$  Дж;  $2,09 \cdot 10^{-15}$  эВ. **4.7.**  $2,19 \cdot 10^{-6}$ . **4.8.** а)  $4,28 \cdot 10^{-4}$ ; б)  $8,2 \cdot 10^{-3}$ ; в) 0,0805. **4.9.** а)  $0,145 \text{ \AA}$ ; б)  $0,0106 \text{ \AA}$ .

**5.1.** а)  $4,12 \cdot 10^{16}$  рад/с; б)  $2,19 \cdot 10^6$  м/с; в) 13,6 эВ; г) -27,2 эВ; д) 13,6 эВ. **5.2.** 670 пм. **5.3.**  $k = e^2 / (2\epsilon_0 h v k) = 3$ . **5.4.** а)  $9,15 \text{ м/с}^2$ , б)  $8,33 \cdot 10^{-30}$  Н,  $8,2 \cdot 10^{-8}$  Н. Электрон поворачивает свой спин в ядре. **5.5.**  $E_{\min} = 0,5$  эВ;  $E_{\max} = 0,545$  эВ;  $\lambda_{\min} = 2,5 \cdot 10^{-6}$  м;  $\lambda_{\max} = 2,28 \cdot 10^{-6}$  м; область инфракрасная. **5.6.**

$$n = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{E}{chk}}} = 3 \frac{r_1}{r_1} = \left(\frac{n}{k}\right)^2 = 9. \quad \mathbf{5.7.} \lambda = 1,215 \cdot 10^{-7} \text{ м.} \quad \mathbf{5.8.} r = 0,212 \text{ нм.} \quad \mathbf{5.9.} 12,1$$

эВ. **5.10.**  $1,9 \cdot 10^6$  м/с;  $\lambda = 1,216 \cdot 10^{-7}$  м. **5.11.** 1 Мм/с. **5.12.** переход  $3 \rightarrow 2$  или  $E_3 \rightarrow E_2$ . **5.13.** а)  $6560 \text{ \AA}$ , б)  $365 \text{ \AA}$ . **5.14.**  $E_i = 13,6$  эВ. **5.15.** Серия Лаймана, 121,6 нм, 102,6 нм; серия Бальмера 656,3 нм. **5.16.** 5. **5.17.**  $7 \cdot 10^5$  м/с. **5.18.**  $5,13 \cdot 10^4$  В/м. **5.19.** 4,12 м/с. **5.20.** а) 5,2; б)  $4340 \text{ \AA}$ ; в) Серия Бальмера. **5.21.** 3. **5.22.**  $\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 656,6$  нм.

**6.1.**  $v = 2,9 \cdot 10^7$  м/с. **6.2.** 59,3 Мм/с. **6.3.** 21 Мм/с. **6.4.** 41 пм. **6.5.** 304 пм. **6.6.**  $Z = 25$ . **6.7.** 1,24 пм. **6.8.** 20,5 пм, 60,5 кэВ. **6.9.** 29,5 Мм/с. **6.10.** Из  $\frac{mv^2}{2} = h\nu$  найдем  $v = \frac{m_0 v^2}{2\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 7,3 \cdot 10^{18}$  Гц. **6.11.**  $U = 23$  кВ. **6.12.** 843 пм.

**6.13.** 154 пм. **6.15.**  $\Delta\lambda = 92$  пм. **6.16.** Переход электрона с M- на L-слой соответствует значениям  $n_1 = 2$  и  $n_2 = 3$ ; порядковый номер вольфрама в таблице Менделеева  $z = 74$ . Подставляя эти значения в формулу Мозли, найдем  $\sigma = 5,5$ . **6.17.**  $Z = 40$ , цирконий.

**7.1.**  $dN/dt = 300$  расп/мин. **7.2.**  $N = 3,9 \cdot 10^{11}$  атомов. **7.3.** 15 мин. **7.4.** 0,71; 0,36. **7.5.**  $\Delta N = 1,67 \cdot 10^5$  сут $^{-1}$ . **7.6.** 1,44 года. **7.7.** 6 ч. **7.8.** 2 сут. **7.9.** 10,5 ТБк.

**7.10.**  $m_2 = m_1 \frac{\mu_2 T_2}{\mu_1 T_1} = 425$  кг. **7.11.**  $a = \frac{a_0}{2 \frac{T_1}{T_2}} = 8,05 \cdot 10^{10}$  Бк. **7.12.** 10,4 сут. **7.13.**

$Z = 12$ ;  $N_1 = 12$ ;  $N_2 = 13$ ;  $N_3 = 14$ . **7.14.**  $H_1^3, Li_3^7, N_7^{15}$ . **7.15.** 0,00240 а.е.м. 2,23 МэВ. **7.16.** 8,5 МэВ, 7,7 МэВ; для определения степени устойчивости определяют удельную энергию связи ядер: ядро  $H_1^3$  более устойчиво, чем  $He_2^3$ . **7.17.**  $\Delta m_1 = 0,1725$  а.е.м.,  $\Delta m_2 = 0,1658$  а.е.м.,  $E_1 = 160,6$  МэВ,

$E_2=154,4\text{МэВ}$ ;  $w_1=8,0\text{МэВ/нукл}$ ;  $w_1=7,7\text{МэВ/нукл}$ . **7.18.**  $7,68\text{ МэВ/нукл}$ .  
**7.19.**  $1,12\text{ МэВ/нукл}$ ,  $8,80\text{ МэВ/нукл}$ ,  $8,43\text{ МэВ/нукл}$ ,  $7,56\text{ МэВ/нукл}$ . **7.20.**  
 $23,8\text{ МэВ}$ . **7.21.**  $7,26\text{ МэВ}$

**8.1.** 1)  $H_1^1$ , 2)  $Na_{11}^{24}$ , 3)  $Mg_{12}^{25}$ , 4)  $H_1^1$ . **8.3.**  $Po_{84}^{216}$  полоний. **8.4.**  $Po_{84}^{214}$ . **8.5.**  
 $U_{92}^{235}$ . **8.6.** изотоп  $O_8^{17}$ . **8.7.** 6, 4. **8.8.** 8; 6. **8.9.**  $m_L=6,017\text{а.е.м.}$  **8.10.**  
 $234,04643\text{ а.е.м.}$  **8.11.** 1)поглощается; 2)выделяется; 3)поглощается. **8.12.**  
 $18,14\text{ МэВ}$ . **8.13.**  $Be_4^9 + H_1^2 \rightarrow (B_5^{11}) \rightarrow B_5^{10} + n_0^1$ ,  $4,36\text{ МэВ}$ . **8.14.**  $\varphi=32^\circ$ . **8.15.**  
 $Q=17,6\text{ МэВ}$ ,  $W=11,8\cdot 10^4\text{ кВт.ч}$ . **8.16.**  $5,13\cdot 10^{23}\text{МэВ}$ . **8.17.**  $44\text{ г}$ . **8.18.**  
 $4,1\cdot 10^{23}\text{ МэВ}=658\text{ ГДж}$

\*            \*  
 \*

### Список литературы.

1. И.В.Савельев. Курс общей физики. Т.3. – М.:”Наука”, 1982.
2. Д.В.Сивухин. Общий курс физики. Атомная и ядерная физика. Ч.1.– М.:”Наука”, 1988.
3. Ф.А.Королев. Курс физики. Оптика, атомная и ядерная физика. – М.,1974.
4. Б.М.Яворский, А.А.Детлаф. Курс физики. Т.3. –М.: Просвещение, 1971.
5. Е.М.Гершензон, Н.Н.Малов, В.С.Эткин. Курс общей физики. Оптика и атомная физика.– М.:”Наука”, 1972.
6. В.Акоста и др. Основы современной физики.–М.: Просвещение, 1981.
7. А.Г.Чертов, А.А.Воробьев Задачник по физике.– М.:”Высшая школа”, 1981.
8. В.С.Волькенштейн. Сборник задач по общему курсу физики. –М.: ”Наука”, 1985.
9. О.И.Горбунова, А.М.Зайцева, С.Н.Красиков. Задачник-практикум по общей физике. Оптика, атомная физика. –М.: ”Просвещение”, 1977.
10. Д.И.Сахаров. Сборник задач по физике. – М.: ”Просвещение”, 1979.
11. И.Е.Иродов.Задачи по общей физике. М.:”Наука”, 1988.
12. М.С.Цедрик. Сборник задач по курсу общей физики. – М.: ”Просвещение”, 1989.

**Оглавление**

Введение.	3
1. Тепловое излучение. Законы излучения абсолютно черного тела.	4
2. Квантовые свойства излучения	9
3. Волновые свойства частиц.	15
4. Элементы квантовой механики.	21
5. Модель строения атома. Атом водорода по Резерфорду-Бору.	24
6. Тормозное и характеристическое излучение.	30
7. Радиоактивность. Строение атомного ядра.	33
8. Ядерные реакции.	37
Приложения	42
Ответы	43
Список литературы	45

Акулинина Александра Васильевна, Латипов Загир Азгарович, Сабирова  
Файруза Мусовна.

Задачник-практикум по курсу общей физики.  
Квантовая физика.

(Учебно-методическое пособие для студентов физико-математического  
факультета педвуза и учителей физики.)

\* \* \*

Технический редактор Сабирова Ф.М.

Договор № \_\_\_\_\_. Сдано в печать 29.12.04 г. Формат 84x108/82. Объем 3 п.л.  
Тираж 300 экз. Отпечатано 3.01.05 г. Типография ЕГПУ.

Издательство ЕГПУ. 423630, г.Елабуга, ул.Казанская, 89.