

Министерство образования и науки Российской Федерации
Сибирское отделение Российской Академии наук
Национальный исследовательский Томский государственный университет
Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
ООО «ТОМИОН»

ФИЗИКА ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

*Материалы XIV Международной Школы молодых ученых
«Физика окружающей среды» им. А.Г. Колесника
2–4 ноября 2020 г., г. Томск*

Scientific & Technical Translations



ИЗДАТЕЛЬСТВО

Томск – 2020

УДК 551.508; 551.510; 551.521
Ф48

Физика окружающей среды: материалы XIV Международной Школы молодых ученых «Физика окружающей среды» им. А.Г. Колесника. – Томск : STT, 2020. – 118 с.

ISBN 978-5-93629-654-3

Сборник включает статьи участников XIV Международной Школы молодых ученых «Физика окружающей среды» им. А.Г. Колесника. Обсуждаются результаты теоретических и экспериментальных исследований по следующим направлениям: физика атмосферы, ионосферы и магнитосферы, физика солнечно-земных связей, физическая экология, распространение электромагнитных волн в атмосфере, ионосфере и океане, физика и химия атмосферного аэрозоля, радиация и климат, физические основы, методы и аппаратура оптического, радиоволнового и акустического зондирования окружающей среды.

Для специалистов в области физики, оптики атмосферы и океана, радиофизики, метеорологии и экологии.

УДК 551.508; 551.510; 551.521

Рецензенты:

Матвиенко Г.Г. – докт. физ.-мат. наук, профессор, ИОА СО РАН;
Колесник С.А. – канд. физ.-мат. наук, доцент, ТГУ.

ISBN 978-5-93629-654-3

© Авторы, 2020
© Томский государственный университет, 2020
© Дизайн, макет, STTTM, 2020

ЭВОЛЮЦИЯ И СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СОЛИТОНОВ УРАВНЕНИЯ GNLS В НЕСТАЦИОНАРНЫХ И НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

В.Ю. Белашов¹, Е.С. Белашова², О.А. Харшиладзе³

¹К(П)ФУ, Россия, 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 18, vybelashov@yahoo.com

²КНИТУ-КАИ, Россия, 420111, г. Казань, ул. К. Маркса, 10, bel_lena@mail.ru

³ТГУ им. И. Джавахишвили, Грузия, 0179, г. Тбилиси, пр-т Чавчавадзе, 1,
oleg.kharshiladze@gmail.com

В рамках модели обобщенного 3D нелинейного уравнения Шредингера (3-GNLS) изучается эволюция и взаимодействие солитонов в нестационарных и неоднородных средах, что имеет важные приложения в физике плазмы и нелинейной оптике при описании турбулентности, волнового коллапса и оптической самофокусировки, а также в теории сверхпроводимости и физике низких температур, динамике гравитационные волны на поверхности глубокой невязкой жидкости и др. Аналитически получены условия устойчивости решений и численно изучены случаи устойчивой и неустойчивой (с образованием бризеров) эволюции импульсов различной формы, а также взаимодействие 2- и 3-импульсных структур. Результаты могут быть полезны в физике ионосферной и магнитосферной плазмы, нелинейной оптике и других областях физики.

Если в системе ВК¹ [1, 2] $\partial_t u + \hat{A}(t, u)u = f$, $f = \sigma \int_{-\infty}^x \Delta_{\perp} u dx + f'$, $\Delta_{\perp} = \partial_y^2 + \partial_z^2$ оператор имеет вид $\hat{A}(t, u) = i[\gamma|u|^2 - \beta \partial_x^2] + \alpha/2$, она представляет собой 3-мерное (3D) обобщенное нелинейное уравнение Шредингера (3-GNLS) [3]:

$$\partial_t u + i\gamma|u|^2 u - i\beta \partial_x^2 u + (\alpha/2)u = \sigma \int_{-\infty}^x \Delta_{\perp} u dx + f', \quad (1)$$

где $\alpha, \beta, \gamma = \varphi(t, x, y, z)$, $f' = f'(t, x, y, z)$ и $(\alpha/2)u$ описывает диссипативные эффекты, а u есть огибающая волнового пакета (импульса). Уравнение описывает динамику огибающей модулированных нелинейных волн и импульсов (волновых пакетов) в средах с дисперсией и имеет многочисленные важные приложения в физике плазмы (например, описывает распространение ленгмюровских волн в горячей плазме) и нелинейной оптике (распространение световых импульсов в кристаллах, оптоволокне и плоских оптических волноводах). Уравнение (1) используется и в других областях физики – таких, например, как теория сверхпроводимости и физика низких температур (в частности, обычное уравнение NLS есть упрощенная 1D форма уравнения Гинзбурга-Ландау [4], введенного ими при описании сверхпроводимости), гравитационные волны малой амплитуды на поверхности глубокой невязкой жидкости и др. Отметим, что 3D уравнение (1) не является полностью интегрируемым, и его аналитические решения в общем случае не известны. Однако, с использованием подходов, развитых в [1] для других уравнений системы ВК, мы можем исследовать устойчивость решений уравнения 3-GNLS, а динамику взаимодействия солитоноподобных структур изучать численно. Решение такой задачи является целью настоящей работы.

¹ Belashov-Karpman system

Исследование устойчивости решений. Запишем (1) с $\alpha = 0$ в гамильтоновой форме:

$$\partial_t u = \partial_x (\delta H / \delta u), \quad (2)$$

где $H = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\gamma}{2} |u|^4 + \beta u u^* \partial_x \varphi + \frac{1}{2} \sigma (\nabla_{\perp} \partial_x w)^2 \right] d\mathbf{r}$ – гамильтониан, имеющий смысл энергии системы, $\partial_x^2 w = u$, $\varphi = \arg(u)$. Используя метод анализа трансформационных свойств гамильтониана, подробно изложенный для уравнений системы ВК в [1], исследуем устойчивость 2D и 3D решений уравнения (1). При этом задача для (2) формулируется в виде вариационного уравнения $\delta(H + \nu P_x) = 0$, $P_x = \frac{1}{2} \int u^2 d\mathbf{r}$, смысл которого состоит в том, что все финитные решения (2) есть стационарные точки гамильтониана H при фиксированном значении проекции импульса P_x . В соответствии с теоремой Ляпунова об устойчивости, в динамической системе точки, которые соответствуют минимуму или максимуму гамильтониана H , являются абсолютно устойчивыми.

Рассматривая деформации H , $u(x, r_{\perp}) \rightarrow \zeta^{-1/2} \eta^{-1} u(x/\zeta, \mathbf{r}_{\perp}/\eta)$, $\zeta, \eta \in \mathbb{C}$, сохраняющие проекцию импульса P_x , запишем гамильтониан в виде: $H(\zeta, \eta) = a \zeta^{-1} \eta^{-2} + b \zeta^{-1} - c \zeta^2 \eta^{-2}$, где $a = (\gamma/2) \int |u|^4 d\mathbf{r}$, $b = \beta \int u u^* \partial_x \varphi d\mathbf{r}$, $c = (\sigma/2) \int (\nabla_{\perp} \partial_x w)^2 d\mathbf{r}$. Из необходимых условий экстремума $\partial_{\zeta} H = 0$, $\partial_{\eta} H = 0$ найдем его координаты: $\zeta_0 = -ac^{-1}$, $\eta_0 = \left[-ab^{-1} (1 + a^2 c^{-2}) \right]^{1/2}$, где $b < 0$, если $\eta \in \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$, поскольку $a > 0$, $c > 0$ по определению, и $b > 0$, если $\eta \in \mathbb{C}$. Далее, решая систему неравенств, представляющую собой достаточные условия минимума H в точке (ζ_i, η_i) , получим, что при $b < 0$ (положительная нелинейность) $a/c < d = (2\sqrt{2})^{-1} \sqrt{13 + \sqrt{185}} \Rightarrow H > -3bd/(1 + 2d^2)$ – гамильтониан ограничен снизу. При $b > 0$ (отрицательная нелинейность): замена $b \rightarrow -b$ эквивалентна замене $y \rightarrow -iy$, $z \rightarrow -iz$ и $H < -3bd/(1 + 2d^2)$ и H снизу не ограничен (ограничен сверху). Итак, мы доказали возможность существования в модели 3-NLS устойчивых решений и определили области значений коэффициентов (характеристик среды), когда 3D солитоны будут устойчивыми.

Численное исследование эволюции и взаимодействия GNLS-солитонов. Численное исследование эволюции и динамики взаимодействия солитоноподобных структур уравнения 3-GNLS проводилось нами с использованием методов, разработанных и детально описанных в [1].

В качестве иллюстрации на рис. 1 представлен результат при $\sigma = 0$ (1D случай) для начального условия в виде импульсов огибающей:

$$u(x, 0) = A \exp[-(x-5)^2/l] + A \exp[-(x+5)^2]$$

в простейшем случае уравнения NLS с β , $\gamma = \text{const}$ (стационарная среда); $\alpha, f' = 0$ при отрицательной нелинейности, $\beta > 0$. При этом $b > 0$ и гамильтониан $H > 3bd/(1+2d^2)$, а значит условие устойчивости $H < 3bd/(1+2d^2)$ не выполняется, и мы наблюдаем рассеяние импульсов со временем.

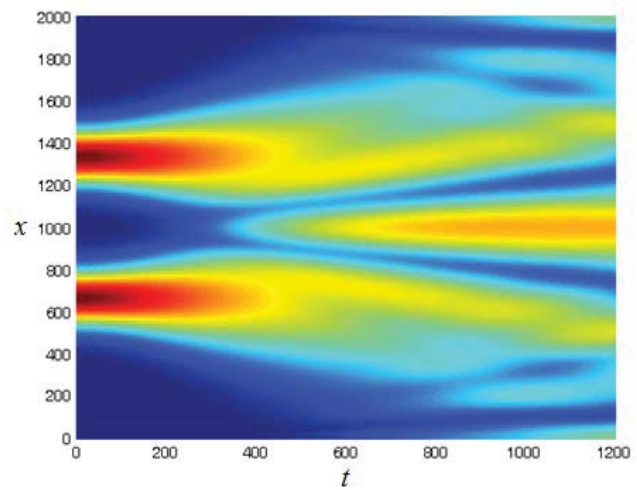


Рис. 1. Эволюция 2-импульсного возмущения огибающей при $A=1, l=4; \beta=0.5, \gamma=0$

Когда же условие устойчивости для отрицательной нелинейности $H < 0 < -3bd/(1+2d^2)$ удовлетворено, мы наблюдаем стабилизацию решения, причем в случае одиночного начального импульса и $\gamma \sim -0.5 < 0$ происходит формирование солитона, а при достаточно сильной отрицательной нелинейности ($\gamma = -1$) – возникают квазиустойчивые солитоноподобные пульсации типа бризеров.

На рис. 3 представлены два примера эволюции гауссова импульса в нестационарной среде при отрицательной нелинейности, когда условие $H < -3bd/(1+2d^2)$ выполняется. При этом наблюдается возникновение мощных устойчивых пульсаций типа бризеров.

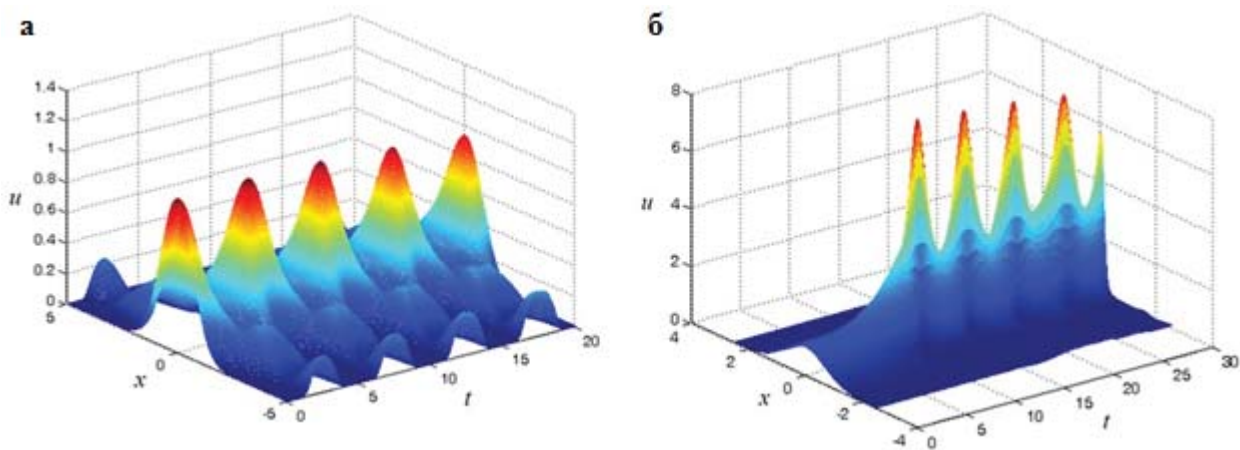


Рис. 3. Эволюция гауссова импульса огибающей в нестационарной среде при $\alpha, f' = 0$: а) $\beta = 0.5, \gamma = -1 + 0.01 \sin 2\pi t$; б) $\gamma = -1, \beta(t) = -0.5$ при $t \leq 5$ и $\beta(t) = 0.5(1 + 0.2 \sin 2\pi t)$ при $t > 5$.

Пример взаимодействия солитоноподобных начальных импульсов вида

$$u(x, 0) = A [\text{sch}(x) + \text{sch}(x - s/2) + \text{sch}(x + s/2)], \quad u(x, 0) = A [\text{sch}(x - s/2) + \text{sch}(x + s/2)]$$

(3)

при отрицательной нелинейности в рамках модели GNLS приведен на рис. 4, 5, соответственно. В первом случае условие устойчивости не выполняется, и мы наблюдаем вначале возникновение одного мощного импульса из 3-импульсного начального возмущения и далее его распад на два импульса малой амплитуды. Во втором случае условие устойчивости выполнено, и наблюдается устойчивая эволюция 2-импульсного возмущения. Нами было также установлено, что при слабой отрицательной нелинейности, когда условие устойчивости выполняется, переход от устойчивой эволюции к режиму устойчивых пульсаций (бризеров) происходит при уменьшении расстояния s между импульсами в (3). Детальному исследованию эволюции и взаимодействия 2D и 3D импульсов в модели 3-GNLS посвящена работа [3] (см. также [5] и цитируемые там работы).

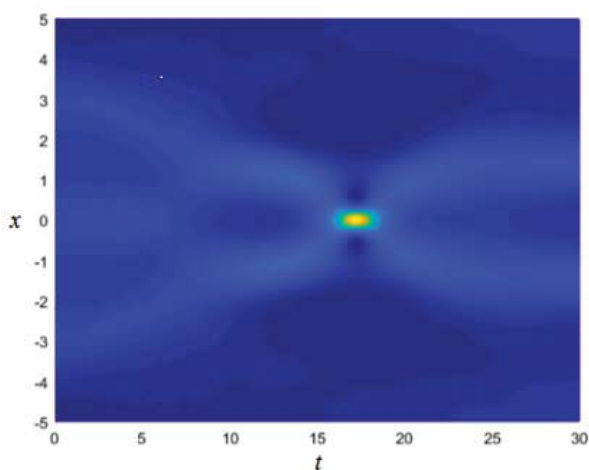


Рис. 4. Взаимодействие трех импульсов GNLS (стационарная среда) при $\gamma=-1$, $\beta = 0.25$.

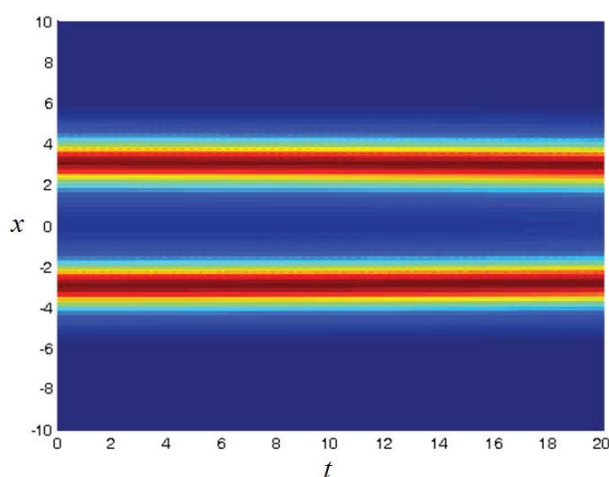


Рис. 5. Отсутствие взаимодействия импульсов GNLS (стационарная среда) при $\gamma=-1$, $\beta=0.05$.

Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной в рамках государственной поддержки Казанского федерального университета в целях повышения его конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров, а также была поддержана Национальным научным фондом Грузии им. Шота Руставели (SRNF) (грант № FR17 252).

ЛИТЕРАТУРА

1. Belashov V.Yu., Vladimirov S.V. Solitary waves in dispersive complex media. Theory, simulation, applications. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag GmbH & Co. KG, 2005. 303 p.
2. Belashov V.Yu., Belashova E.S., Kharshiladze O.A. Problem of stability of the multidimensional solutions of the BK class equations in space plasma // Adv. Space Res. – 2018. – V. 62. – P. 65–70.
3. Belashov V.Yu., Kharshiladze O.A., Rogava J.L. Interaction of multidimensional NLS solitons in nonuniform and nonstationary medium // 2019 Russ. Open Conf. on Radio Wave Propag., Kazan Federal Univ., Russia, July 1–6, 2019. Proc. IEEE Xplore Dig. Lib. – 2019. – P. 535–538.
4. Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д. К теории сверхпроводимости // ЖЭТФ. – 1950. – Т. 20. – С. 1064–1967.

5. Белашов В.Ю., Харшиладзе О.А., Белашова Е.С. Динамика солитонов обобщенного уравнения NLS в неоднородной и нестационарной среде: эволюция и взаимодействие // Геомагн. и аэроном. – 2020 (в печати).