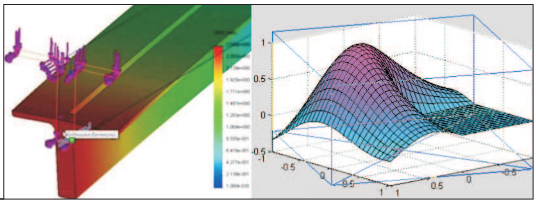
НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ



УДК 697.442.8.001.24

А.Г. БАГОУТДИНОВА, Я.Д. ЗОЛОТОНОСОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ДИАМЕТРА ТРУБНОГО И МЕЖТРУБНОГО ПРОСТРАНСТВА В АППАРАТЕ С ВИНТОВЫМ ТЕПЛООБМЕННЫМ ЭЛЕМЕНТОМ

Результаты экспериментов по определению гидравлического сопротивления и количества переданного через теплообменную поверхность тепла, как известно, обобщаются критериальными уравнениями, в которых в качестве характерного размера используется эквивалентный диаметр. В работе описывается методика вычисления эквивалентного диаметра трубного и межтрубного пространства в аппарате типа «труба в трубе» с винтовым теплообменным элементом. Результаты данной работы могут быть использованы при проектировании и расчетах нового теплообменного оборудования.

Ключевые слова: эквивалентный диаметр, теплообменный аппарат, винтовая труба, винтовая спираль, объем, поверхность.

Введение. Впервые понятие эквивалентного диаметра было введено при выводе уравнения Дарси–Вейсбаха для определения гидравлического сопротивления трубопроводов. В настоящее время этот параметр используется для расчета широкого класса аппаратов теплообмена, включая кожухотрубные теплообменники, теплообменники с оребренными трубами, компактные пластинчато-ребристые, пластинчато-змеевиковые теплообменники, а также для определения гидравлического радиуса элементов и насадок массообменной аппаратуры [1].

Под гидравлическим радиусом понимают отношение площади свободного сечения канала, через которое протекает жидкость, к смоченному периметру [2]

$$r = \frac{S}{P},$$

где S – площадь сечения потока жидкости;

P – смоченный периметр.

Для круглой трубы с внутренним диаметром d и значит площадью свободного сечения $S = \frac{\pi d^2}{4}$ при сплошном заполнении его жидкостью $P = \pi d$, откуда гидравлический радиус

$$r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\pi d} = \frac{d}{4}.$$

Диаметр, выраженный через гидравлический радиус, представляет собой эквивалентный диаметр: $d = d_{eqv} = 4r$.

Следовательно,

$$d_{eqv} = \frac{4S}{P}. \tag{1}$$

Таким образом, эквивалентный диаметр равен диаметру гипотетической трубы круглого сечения, для которого отношение площади S к смоченному периметру P то же, что и для данной трубы некруглого сечения [2].

Умножив числитель и знаменатель на длину трубы, формулу (1) можно записать в виде

$$d_{eqv} = \frac{4V}{F}, \tag{2}$$

где V – объем трубного пространства;

F – площадь смоченной поверхности.

В настоящее время одним из наиболее распространенных типов теплообменного оборудования являются теплообменники трубчатого типа. Для повышения эффективности таких аппаратов авторами предлагается использовать в качестве теплообменных элементов винтовые трубы [3].

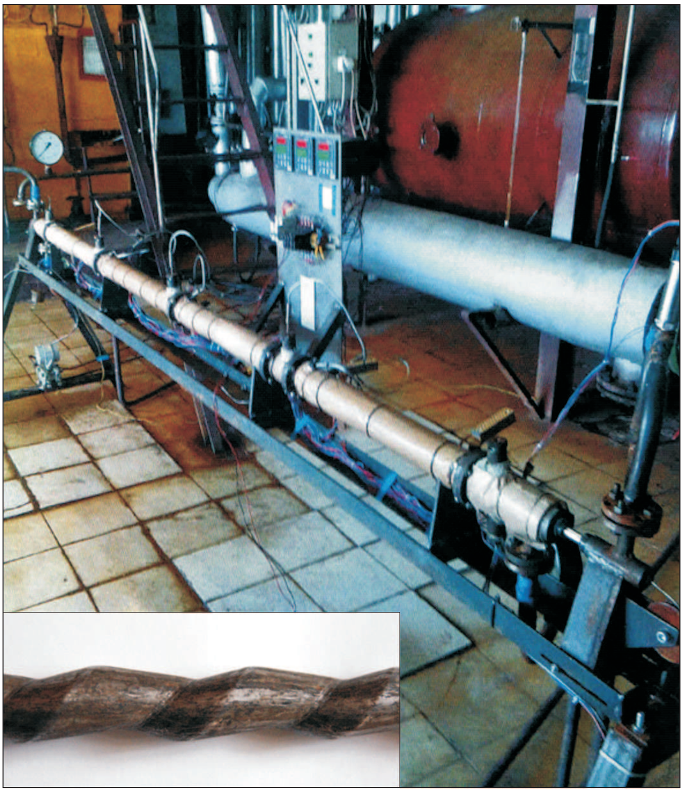


Рис. 1. Общий вид экспериментальной установки

В работе [4] проведена оценка степени развития поверхности ψ предлагаемых теплообменных элементов по сравнению с поверхностью гладкой трубы. Показано, что этот параметр при определенных геометрических соотношениях принимает значения от 1,4 до 2. Так как при $\psi > 1{,}15$ поверхность считается эффективной, то винтовые трубы могут быть успешно использованы в качестве теплообменных элементов трубчатых теплообменников [5].

В работе [6] описана технология производства винтовых труб методом ротационной ковки. Для определения коэффициентов теплоотдачи в винтовых теплообменных элементах в котельной г. Елабуга (Республика Татарстан) смонтирована специальная экспериментальная установка (рис. 1).

Основным узлом установки является теплообменник типа «труба в трубе», теплообменный элемент которого выполнен в виде винтовой трубы.

Разработана методика экспериментальных исследований, а результаты эксперимента, как известно, обобщаются критериальными уравнениями, в которых в качестве определяющего геометрического размера используется эквивалентный диаметр. В связи с этим возникла необходимость разработки алгоритма определения эквивалентного диаметра трубного и межтрубного пространства в аппарате типа «труба в трубе» с винтовым теплообменным элементом.

1. Эквивалентный диаметр трубного пространства. Поверхность винтовой трубы (рис. 2), образованной движением треугольника (рис. 3) вдоль винтовой линии, расположенной на круговом цилиндре радиуса r_0, записывается в виде [7]:

$$\vec{r} = (r_0 + \alpha s + h)\cos t\vec{i} + (r_0 + \alpha s + h)\sin t\vec{j} + (bt + s)\vec{k}, \quad 0 \le t \le 2\pi n, \quad -l_d \le s \le l_k,$$

где n – число витков винтовой линии;
$l = l_d + l_k$ – длина одного модуля трубы;
$b = l/(2\pi)$ – параметр винтовой линии;
$f_{(s)} = \alpha s + h$ – образующая линия;

$$\alpha = \begin{cases} \dfrac{h}{l_d}, & -l_d \le s \le 0, \\ -\dfrac{h}{l_k}, & 0 \le s \le l_k. \end{cases}$$

Вычислим геометрические характеристики одного модуля винтовой трубы. Запишем параметрические уравнения модуля винтовой трубы в виде:

$$\begin{cases} x = r\cos t \\ y = r\sin t, \quad 0 \le r \le r_0 + \alpha s + h, \quad 0 \le t \le 2\pi, \quad -l_d \le s \le l_k. \\ z = bt + s \end{cases}$$

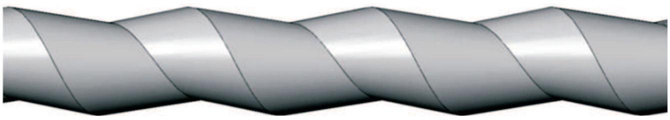


Рис. 2. Винтовая труба

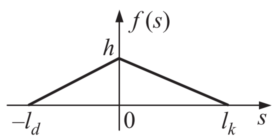


Рис. 3. Образующая линия

Для определения объема тела воспользуемся формулой [8]

$$V = \iiint_V dxdydz.$$

Вычислим якобиан преобразования декартовых координат x, y, z в криволинейные r, t, s

$$J(r,s,t) = \begin{vmatrix} \cos t & 0 & -r\sin t \\ \sin t & 0 & r\cos t \\ 0 & 1 & b \end{vmatrix} = -r.$$

Тогда

$$V = \iiint_V |J(r,s,t)|\, drdsdt = \int_0^{2\pi} dt \int_{-l_d}^{l_k} ds \int_0^{r_0+\alpha s+h} rdr = \int_0^{2\pi} dt \int_{-l_d}^{0} \frac{(r_0+\alpha s+h)^2}{2} ds +$$
$$+\int_0^{2\pi} dt \int_0^{l_k} \frac{(r_0+\alpha s+h)^2}{2} ds = \frac{\pi}{3}(l_d+l_k)(3r_0^2+3r_0h+h^2) = \frac{\pi l}{3}(3r_0^2+3r_0h+h^2). \qquad (3)$$

Формулу (3) можно записать в виде

$$V = \frac{\pi l}{3}(r_0^2 + (r_0+h)^2 + r_0(r_0+h)).$$

Это означает, что объем одного модуля винтовой трубы равен объемам усеченных конусов, формирующих прямой конфузорно-диффузорный элемент.

Для вычисления площади поверхности, заданной параметрическими уравнениями $x = x(s,t)$, $y = y(s,t)$, $z = z(s,t)$, используем формулу [8]

$$S = \iint_D \sqrt{EF - G^2}\, dsdt\ ,$$

где

$$E = \left(\frac{\partial x}{\partial s}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial s}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial s}\right)^2, \quad F = \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^2,$$

$$G = \frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial s}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial s}\frac{\partial z}{\partial t}.$$

Так как поверхность винтовой трубы описывается уравнениями

$$x = (r_0+\alpha s+h)\cos t, \quad y = (r_0+\alpha s+h)\sin t, \quad z = bt+s,$$

то

$$E = \alpha^2+1, \ F = (r_0+\alpha s+h)^2 + b^2, \ G = b.$$

Тогда

$$S = \iint_D \sqrt{(\alpha^2+1)((r_0+\alpha s+h)^2+b^2)-b^2}\, dsdt =$$

$$= \int_0^{2\pi} dt \int_{-l_d}^{l_k} \sqrt{(\alpha^2+1)((r_0+\alpha s+h)^2+b^2)-b^2}\, ds =$$

$$= \frac{2\pi\sqrt{\alpha^2+1}}{\alpha} \int_{-l_d}^{l_k} \sqrt{(r_0+\alpha s+h)^2 + \frac{\alpha^2 b^2}{\alpha^2+1}}\, d(r_0+\alpha s+h).$$

Воспользуемся формулой

$$\int\sqrt{x^2+a^2}\,dx=\frac{1}{2}\left(x\sqrt{x^2+a^2}+a^2\ln\left|x+\sqrt{x^2+a^2}\right|\right)+C.$$

Тогда

$$S=\frac{\pi\sqrt{\alpha^2+1}}{\alpha}\left((r_0+\alpha s+h)\sqrt{(r_0+\alpha s+h)^2+\frac{\alpha^2b^2}{\alpha^2+1}}\right)\Bigg|_{-l_d}^{0}+$$

$$+\frac{\pi\alpha b^2}{\sqrt{\alpha^2+1}}\ln\left|r_0+\alpha s+h+\sqrt{(r_0+\alpha s+h)^2+\frac{\alpha^2b^2}{\alpha^2+1}}\right|\Bigg|_{-l_d}^{0}+$$

$$+\frac{\pi\sqrt{\alpha^2+1}}{\alpha}\left((r_0+\alpha s+h)\sqrt{(r_0+\alpha s+h)^2+\frac{\alpha^2b^2}{\alpha^2+1}}\right)\Bigg|_{0}^{l_k}+$$

$$+\frac{\pi\alpha b^2}{\sqrt{\alpha^2+1}}\ln\left|r_0+\alpha s+h+\sqrt{(r_0+\alpha s+h)^2+\frac{\alpha^2b^2}{\alpha^2+1}}\right|\Bigg|_{0}^{l_k}.$$

Учитывая, что $\alpha=\dfrac{h}{l_d}$ при $-l_d\le s\le 0$ и $\alpha=-\dfrac{h}{l_k}$ при $0\le s\le l_k$, получим

$$S=\frac{\pi\sqrt{h^2+l_d^2}}{h}\left((r_0+h)\sqrt{(r_0+h)^2+\frac{h^2b^2}{h^2+l_d^2}}-r_0\sqrt{r_0^2+\frac{h^2b^2}{h^2+l_d^2}}\right)+$$

$$+\frac{\pi\sqrt{h^2+l_k^2}}{h}\left((r_0+h)\sqrt{(r_0+h)^2+\frac{h^2b^2}{h^2+l_k^2}}-r_0\sqrt{r_0^2+\frac{h^2b^2}{h^2+l_k^2}}\right)+\qquad(4)$$

$$+\frac{\pi hb^2}{\sqrt{h^2+l_k^2}}\ln\left|\frac{r_0+h+\sqrt{(r_0+h)^2+\frac{h^2b^2}{h^2+l_k^2}}}{r_0+\sqrt{r_0^2+\frac{h^2b^2}{h^2+l_k^2}}}\right|+$$

$$+\frac{\pi hb^2}{\sqrt{h^2+l_d^2}}\ln\left|\frac{r_0+h+\sqrt{(r_0+h)^2+\frac{h^2b^2}{h^2+l_d^2}}}{r_0+\sqrt{r_0^2+\frac{h^2b^2}{h^2+l_d^2}}}\right|.$$

При $b=0$ формула (4) преобразуется к виду

$$S=\pi(2r_0+h)\left(\sqrt{h^2+l_d^2}+\sqrt{h^2+l_k^2}\right),$$

что совпадает с известной формулой площади поверхности прямого конфузорно-диффузорного элемента.

Введем обозначения: $R_0 = r_0 + h,\ L_d = \sqrt{h^2 + l_d^2},\ L_k = \sqrt{h^2 + l_k^2}$.

Тогда формулы (3), (4) можно записать в виде:

$$V = \frac{\pi l}{3}(r_0^2 + r_0 R_0 + R_0^2); \tag{5}$$

$$S = \frac{\pi}{h}\left(R_0\sqrt{R_0^2 L_d^2 + h^2 b^2} - r_0\sqrt{r_0^2 L_d^2 + h^2 b^2} + \right.$$
$$\left. + R_0\sqrt{R_0^2 L_k^2 + h^2 b^2} - r_0\sqrt{r_0^2 L_k^2 + h^2 b^2} \right) +$$
$$+ \frac{\pi h b^2}{L_k}\ln\left| \frac{R_0 + \sqrt{R_0^2 + \dfrac{h^2 b^2}{L_k^2}}}{r_0 + \sqrt{r_0^2 + \dfrac{h^2 b^2}{L_k^2}}} \right| + \frac{\pi h b^2}{L_d}\ln\left| \frac{R_0 + \sqrt{R_0^2 + \dfrac{h^2 b^2}{L_d^2}}}{r_0 + \sqrt{r_0^2 + \dfrac{h^2 b^2}{L_d^2}}} \right|. \tag{6}$$

Эквивалентный диаметр трубного пространства

$$d_{eqv} = \frac{4V}{S},$$

где V, S вычисляются по формулам (5), (6).

2. Эквивалентный диаметр межтрубного пространства. Площадь смоченной поверхности с учетом толщины стенки δ определяется по формуле

$$S_0 = 2\pi R l + S_1, \tag{7}$$

где S_1 вычисляется по формуле (6) при $r_0 = r_1,\ R_0 = R_1$, здесь $r_1 = r_0 + \delta$, $R_1 = R_0 + \delta$.

Объем межтрубного пространства с учетом толщины стенки δ

$$V_0 = \pi R^2 l - \frac{\pi l}{3}(3(r_0 + \delta)^2 + 3(r_0 + \delta)h + h^2). \tag{8}$$

Тогда эквивалентный диаметр межтрубного пространства

$$D_{eqv} = \frac{4V_0}{S_0},$$

где S_0 и V_0 вычисляются по формулам (7), (8).

3. Расчет эквивалентных диаметров в аппарате типа «труба в трубе» с винтовым теплообменным элементом. Геометрические размеры (мм) указаны на рис. 4.

Имеем:

$$R = 0{,}032\ \text{м};\ r_0 = 0{,}0065\ \text{м};\ h = 0{,}003\ \text{м};\ \delta = 0{,}0015\ \text{м};\ l_d = 0{,}015\ \text{м};\ l_k = 0{,}03\ \text{м}.$$

Вычислим

$$l = l_d + l_k = 0{,}045\ \text{м};\qquad R_0 = r_0 + h = 0{,}0095\ \text{м};$$

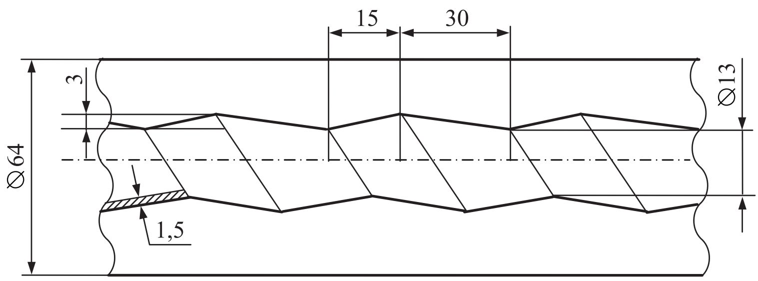


Рис. 4. Аппарат типа «труба в трубе» с винтовым теплообменным элементом

$$L_d = \sqrt{h^2 + l_d^2} = 0{,}0153 \text{ м}; \quad L_k = \sqrt{h^2 + l_k^2} = 0{,}0301 \text{ м}; \quad b = \frac{0{,}045}{2\pi} \approx 0{,}007166 \text{ м};$$

$$V = \frac{\pi l}{3}(r_0^2 + r_0 R_0 + R_0^2) = 9{,}1538 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3; \quad S = 0{,}0023 \text{ м}^2;$$

$$V_0 = \pi R^2 l - \frac{\pi l}{3}(3(r_0 + \delta)^2 + 3(r_0 + \delta)h + h^2) = 1{,}319 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3;$$

$$S_1 = 0{,}0027 \text{ м}^2; \quad S_0 = 2\pi R l + S_1 = 0{,}0118 \text{ м}^2.$$

Тогда эквивалентный диаметр трубного пространства

$$d_{eqv} = \frac{4V}{S} = 0{,}016 \text{ м}.$$

Эквивалентный диаметр межтрубного пространства

$$D_{eqv} = \frac{4V_0}{S_0} = 0{,}045 \text{ м}.$$

Выводы. Предложены формулы для вычисления эквивалентного диаметра трубного и межтрубного пространства в аппарате типа «труба в трубе» с винтовым теплообменным элементом. Результаты данной работы могут быть использованы при проектировании и расчетах нового теплообменного оборудования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Фраас А., Оцисик М. Расчет и конструирование теплообменников. М.: Атомиздат, 1971.
2. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии: учеб. для вузов. М.: Альянс, 2014. 752 с.
3. Пат. 119452 Российская Федерация. Теплообменный элемент / А.Я. Золотоносов, Я.Д. Золотоносов, А.Г. Багоутдинова, И.И. Осыка, № 2012109355/06; заявл. 12.03.12; опубл. 20.08.2012, Бюл. № 23.
4. Багоутдинова А.Г., Золотоносов Я.Д., Посохин В.Н. Математическое моделирование винтовых теплообменных элементов // Изв. вузов. Строительство. 2014. № 8. С. 41–46.
5. Письменный Е.Н., Баранюк М.М., Featured Вознюк М.М. Равноразвитые поверхности теплообмена и методика численных исследований их теплогидравлических характеристик // Пром. теплотехника. 2012. Т. 34, № 1. С. 45–54.

6. Пат. 2542865 Российская Федерация. Способ изготовления витых труб типа «конфузор-диффузор» / А.Я. Золотоносов, Я.Д. Золотоносов, Н.М. Шарипов, Д.З. Миннигареев, А.А. Матюшко, А.Г. Багоутдинова, М.Н. Яхнев. № 2013116659/02; заявл. 04.11.13; опубл. 20.10.14, Бюл. № 6.
7. Багоутдинова А.Г., Вачагина Е.К., Золотоносов Я.Д. Математическое моделирование труб с винтовой поверхностью теплообмена // Изв. КГАСУ. 2017. № 4. С. 237–244.
8. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. 8-е изд. М.: Физматлит, 2003. 864 с.

Багоутдинова Альфия Гиззетдиновна, канд. техн. наук, доц.;
E-mail: bagoutdinova@rambler.ru
Казанский (Приволжский) федеральный университет
Золотоносов Яков Давидович, д-р техн. наук, проф.
Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Получено 16.01.18

Bagoutdinova Alfiya Gizzetdinovna, PhD, Ass. Professor;
E-mail: bagoutdinova@rambler.ru
Kazan (Volga region) Federal University (KFU), Russia
Zolotonosov Yakov Davidovich, DSc, Professor
Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE), Russia

THE DEFINITION OF THE EQUIVALENT DIAMETER OF PIPE AND ANNULUS IN THE APPARATUS WITH A SPIRAL HEAT-EXCHANGING ELEMENT

The results of experiments to determine the hydraulic resistance and the amount of heat transmitted through the heat exchange surface are known to be generalized by criterion equations in which the equivalent diameter is used as the characteristic size. The paper describes the method of calculating the equivalent diameter of the tube and tube space in the apparatus of the «pipe in a pipe» with a screw heat exchanger element. The results of this work can be used in the design and calculation of innovative intensified heat exchange equipment.

Keywords: equivalent diameter, heat exchanger, screw pipe, screw spiral, volume, surface.

REFERENCES

1. Fraas A., Otsisik M. Raschet i konstruirovanie teploobmennikov [Calculation and design of heat exchangers]. Moscow, Atomizdat, 1971. (in Russian)
2. Kasatkin A.G. Osnovnye protsessy i apparaty khimicheskoy tekhnologii: uchebnik dlya vuzov [Basic processes and devices of chemical technology: Textbook for universities]. Moscow, Al'yans, 2014. 752 p. (in Russian)
3. Pat. 119452 Russian Federation. Teploobmennyy element [The heat exchange element]. A.Ya. Zolotonosov, Ya.D. Zolotonosov, A.G. Bagoutdinova, I.I. Osyka No. 2012109355/06; appl. 12.03.12; publ. 20.08.2012, Bull. No. 23. (in Russian)
4. Bagoutdinova A.G., Zolotonosov Ya.D., Posokhin V.N. Matematicheskoe modelirovanie vintovykh teploobmennykh elementov [Mathematical modeling of helical heat exchange elements]. Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo [News of Higher Educational Institutions. Construction]. 2014. No. 8. Pp. 41–46. (in Russian)

5. P i s ' m e n n y y E.N., B a r a n y u k M.M., V o z n y u k M.M. Ravnorazvitye poverkhnosti teploobmena i metodika chislennykh issledovaniy ikh teplogidravlicheskikh kharakteristik [Equalized heat transfer surfaces and the technique of numerical studies of their thermo hydraulic characteristics]. Promyshlennaya teplotekhnika [Industrial heat Engineering]. 2012. Vol. 34. No. 1. Pp. 45–54. (in Russian)
6. Pat. 2542865 Russian Federation. Sposob izgotovleniya vitykh trub tipa «konfuzor-diffuzor» [Method of production of twisted pipes of the confuser-diffuser type]. A.Ya. Zolotonosov , Ya.D. Zolotonosov, N.M. Sharipov, D.Z. Minnigareev, A.A. Matyushko, A.G. Bagoutdinova, M.N. Yakhnev. No. 2013116659/02; appl. 04.11.13; publ. 20.10.14, Bull. No. 6. (in Russian)
7. B a g o u t d i n o v a A.G., V a c h a g i n a E.K., Z o l o t o n o s o v Ya.D. Matematicheskoe modelirovanie trub s vintovoy poverkhnost'yu teploobmena [Mathematical modeling of pipes with a helical heat exchange surface] Izvestiya KGASU. [News of the KSUAE]. 2017. No. 4. Pp. 237–244. (in Russian)
8. F i k h t e n h o l ' z G.M. Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya [A course of differential and integral calculus]. Moscow, Fizmatlit, 2003. 864 p. (in Russian)