Труды Математического центра имени Н.И.Лобачевского

Том 45

ТРУДЫ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦЕНТРА
ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО

ТОМ 45

ЛОБАЧЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ – 2012

Материалы XI молодежной школы-конференции

(Казань, 1 – 6 ноября 2012 г.)

Казанское математическое общество
2012

А. А. Саламатин

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

Arthouse131@rambler.ru

АПРОБАЦИЯ МОДЕЛИ СВЕРХКРИТИЧЕСКОЙ ЭКСТРАКЦИИ МАСЛА ИЗ МОЛОТОГО РАСТИТЕЛЬНОГО СЫРЬЯ В БИДИСПЕРСНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Экологичность процесса сверхкритической флюидной экстракции (СФЭ) масла из растительного сырья, а также высокое качество конечного продукта вызывают повышенный интерес к детальному теоретическому изучению данного явления. Как правило, зернистый слой моделируется в монодисперсном приближении, а для молотых семян (частиц) используют модель сужающегося ядра (SC - shrinking core) [1, 2].

Применение SC-модели к расчету экстракции масла из семян масличных культур показало, что схема, в целом, верно описывает динамику извлечения масла из частиц зернистого слоя. Однако явно выраженный двухстадийный характер экстракции, наблюдаемый в ряде экспериментов, с высоким начальным темпом извлечения и последующим резким замедлением выхода масла приводит к необходимости расширения модели SC на случай полидисперсного зернистого слоя.

Математическая модель СФЭ в полидисперсном приближении сводится к системе двух уравнений относительно неизвестных функций $R(t, z, a)$ (радиус сужающегося ядра) и $C(t, z)$ (концентрация масла в поровом пространстве аппарата):

$$\theta_0(a - R)\frac{R}{a}\frac{\partial R}{\partial t} = -D(\theta_* - C), \tag{1}$$

$$v\frac{\partial C}{\partial z} = -(1-m)\theta_0 \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{R}{a}\right)^3 f(a)da. \qquad (2)$$

Здесь t – время, z – пространственная координата, отсчитываемая от входного сечения вдоль оси экстрактора, e – пористость зернистого слоя, v – скорость фильтрации флюида, a – радиус сферических частиц слоя, D – эффективный коэффициент диффузии, θ_0 – отношение массы начальных запасов масла в частице к ее объему, θ_* – равновесная концентрация масла во флюиде, $f(a)$ – плотность распределения частиц по размерам.

Сформулированная задача при любом выборе функции $f(a)$ допускает аналитическое решение относительно функции $Y(t)$ – количество экстрагированного к моменту времени t масла.

Особый интерес представляет бимодальное приближение засыпки, когда функция $f(a)$ имеет два локальных максимума, один из которых лежит в области характерных значений a и представляет основную фракцию частиц в засыпке, а второй – в области малых значений a. По предположению, он соответствует неровностям поверхности крупных частиц (увеличение удельной поверхности), наличию разрушенных вследствие помола семян клеток (часть масла становится легкоизвлекаемой) и присутствию мелкодисперсных частиц – "пыли", попавшей в засыпку вместе с крупной (основной) фракцией.

Именно бимодальное приближение позволило с высокой точностью описать наблюдаемый двухстадийный характер процесса экстракции масла из косточек абрикоса [Ozkal и др., 2005], семян тыквы [Salgin и др., 2011] и подсолнечника [Fiori, 2011]. Для этого случая в представляющем основной практический интерес диапазоне умеренных времен получена асимптотика для $Y(t)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Goto M., Roy B.C., Hirose T. *Shrinking-core leaching model for supercritical fluid extraction* // J. of Supercritical Fluids – 1996. – Т. 9. – С. 128–133.

2. Егоров А.Г., Мазо А.Б., Максудов Р.Н. *Экстракция полидисперсного зернистого слоя молотых семян масличных культур сверхкритическим диоксидом углерода* // Теор. основы хим. технологии – 2010. – Т. 44. – № 5. – С. 128–133.

Н. Сафонкин

Лицей "Вторая школа", Москва, Россия

nikita2809@mail.ru

О СВОЙСТВЕ АДДИТИВНОСТИ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА

Целочисленным интегралом $\mathbb{Z}\int\limits_a^b f(x)\,dx$ *функции* f *по отрезку* $[a,b]$ называется количество точек с целочисленными координатами под графиком функции f (без учета точек на оси Ox). Целью данной работы является изучение *свойства аддитивности* целочисленного интеграла, т.е. аналога равенства

$$\int\limits_a^b (f(x)+g(x))\,dx = \int\limits_a^b f(x)\,dx + \int\limits_a^b g(x)\,dx.$$

Имеет место следующая

Теорема 1. *Имеет место асимптотика*

$$\mathbb{Z}\int\limits_0^n \alpha x^k\,dx \sim \frac{\alpha}{k+1}\cdot n^{k+1} \quad \textit{при } n\to\infty.$$