

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ И ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ

Марина ФАЛИЛЕЕВА, доцент кафедры теории и технологий преподавания математики и информатики Института математики и механики им. Н.И.Лобачевского Казанского Федерального университета

Современная действительность предъявляет к учителю математики требования высокой методической и предметной подготовки в тех разделах, которые ранее имели отношение к олимпиадной математике. Данные требования определяются потребностями учащихся и условиями повышения квалификации самого учителя. Одним из таких трудных разделов стало решение уравнений и неравенств с параметрами в части С Единого государственного экзамена. Нельзя не сказать о том, что ни в одном учебном пособии для учащихся общеобразовательных учреждений нет методики обучения решению уравнений и неравенств с параметрами. С одной стороны, это может иметь следующее основание: уравнения и неравенства с параметрами — это более общий случай изучаемых в школе уравнений и неравенств, соответственно и методы решения не отличаются от методов решения уравнений без параметров. Но, с другой стороны, школьная методика на 90% обеспечивает развитие репродуктивного уровня деятельности, а решение задач с параметрами даже невысокого уровня сложности требует опыта продуктивной учебной деятельности. Любой учитель понимает, что опыт продуктивной деятельности необходимо формировать как можно раньше, но каким образом? Как заложить основу видения решения задачи в более общем виде? Здесь на помощь учителю может прийти использование частных случаев при решении уравнений и неравенств с параметрами. Причем в данном случае, частные случаи¹ рассматривают как вспомогательное средство к решению задач с параметрами.

Использование частных случаев при решении задач с параметрами позволяет учителю осуществлять плавный переход от решения задач без параметров к задачам с параметрами и проводить качественную актуализацию по решению уравнений, неравенств и их систем; по исследованию функций; по решению текстовых задач. Кроме этого, данная методика позволяет как в средних, так и в старших классах сформировать понятие задачи с параметром, т.е. определять вид уравнения при различных значениях параметра и метод его решения. Более подробно основные аспекты использования частных случаев при решении уравнений и неравенств с параметрами представлены в ранее опубликованных материалах [1]. Мы остановимся на использовании частных случаев при подготовке учащихся старших классов к Единому государственному экзамену.

¹ Прилагательное «частный» имеет различные значения, но нас интересует толкование этого слова в смысле «представляющий собою какую-либо отдельную часть, подробность, деталь чего-либо» (Д. Ушаков).

Напомним, что уравнение (неравенство) с параметром — это множество уравнений (неравенств) определенных видов. Например, общий вид уравнения с одной переменной и одним параметром и таков:

$$F(x, a) = 0. \quad (1)$$

К этому виду относятся уравнения различных степеней (линейные, квадратные, кубические и др.), дробно-рациональные, показательные, тригонометрические и другие с одной неизвестной и одним параметром.

На примере решения следующей задачи обратим внимание на некоторые ключевые аспекты работы с частными случаями.

Задача 1. Найдите все значения a , для каждого из которых неравенство $ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$ выполняется для всех $x > 0$.

Прежде чем, начать решать пример, необходимо задать следующий вопрос: Будет ли неравенство $ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$ выполняться для всех $x > 0$ в случаях, если: $a = -2$; $a = 0$, $a = 2$?

Ответы на этот вопрос можно разместить в таблице следующим образом (табл. 1):

Таблица 1.

Если	Частные случаи		
	$a = -2$,	$a = 0$,	$a = 2$.
то неравенство примет вид	$-4x^2 - 4x - 5 > 0$	$-4x + 1 > 0$	$2x^2 - 4x + 4 > 0$
Неравенство	квадратичное	линейное	квадратичное
Введем функцию	$f(x) = -4x^2 - 4x - 5$	$f(x) = -4x + 1$	$f(x) = 2x^2 - 4x + 4$
График $f(x)$ —	парабола, ветви которой направлены вниз	прямая	парабола, ветви которой направлены вверх
Найдем нули функции, т.е. решим $f(x) = 0$:	$-4x^2 - 4x - 5 = 0$, $D/4 = -6$, $D < 0$, нулей функции нет	$-4x + 1 = 0$, $x = \frac{1}{4}$ — нуль функции	$2x^2 - 4x + 4 = 0$, $D/4 = -10$, $D < 0$, нулей функции нет
Функция имеет	отрицательные значения при любом значении x	положительные значения при $x < \frac{1}{4}$	положительные значения при любом значении x
Вывод: неравенство для всех $x > 0$	выполняться не будет	выполняться не будет	будет выполняться

При оптимально заданных значениях параметра частные случаи показывают, что данное неравенство с параметром — это семейство неравенств различных видов, содержащими переменной. Так, при $a = 0$ оно принимает вид линейного неравенства, при остальных — квадратичного. Если $a = -2$ и $a = 0$, исходное неравенство не выполняется для любого положительного x ; если $a = 2$, то выполняется.

Такой способ формулы: Какие результаты с параметрами отрицательных $D < 0$, то как будет выглядеть $D \geq 0$? Какие свойства при полдет выглядеть в случае $a > 0$?

$$f(x); a > 0; D$$

Рис. 1.

Ответы на вид графика (рис. 1) пр Все это по для выпол $x > 0$ необх уравнения либо был ном усло отрицате то совоку

$$\begin{cases} a > 0 \\ D < 0 \\ a > 0 \\ D \geq 0 \\ x_1 \leq \\ x_2 \leq \end{cases}$$

Дискр + 1 = 0,

тельным


тема в с

Найд

$$x_2 =$$

$a > 0$ в распол функции ни при Отв

АЙЛЫК ИЖТИМАГЫЙ-ПЕДАГОГИК ЧАМ ФАЕННИ-ЕДАБИ ГОМУЛТАТАР
 ЖУРНАЛЫ
 ОЕШТИРУЧЫСИ: «ТАТМЕДИА» АЧЫК АКЦИОНЕРЛИК ЖАМГАТЫ
 НОЯБРЬ, 2012 ел
 1913 елдан чыга
 № 11 (921)



Messaruf
 ПРОСВЕЩЕНИЕ

ЭЧТӘЛЕК

ВРЕМЯ И ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПОЛИТИКА

ХАДИУЛЛИН И. Мы создали школу хороших уроков 3

ТУГАН ТӘЛ ЧӘМ ӘДӘБИЯТ

НАРЫЙКОВА Р. Тарихлардан килгән хакыйкәт 7
 СӘЛХОВА Р. Катнаш галим проблемалары 9
 Укучыларның белемен тикшерерәз 12

Рус мәктәпләрендә татар балаларына

Контроль эш текстлары 17
 ЗАКИРОВА Г. Сыфат фигурлы 19
 ГАРЗОВА Ф. «Сүз» темасын кабатлау 22
 ВАЛИЕВА Л. «Ана долгасы» 24

Рус телле балаларга — татар телле чам әдәбияты

НӘЖМЕТДИНОВА А. Шәкәрә — нәсел арачы 26
 САМАТОВА Ф. «Нәтижеләр арачы» 28

РУССКОЕ СЛОВО

ГАЛИАХМЕТОВА Л. «Слабое звено» 30
 Тексты контрольных работ для V — IX классов 33

ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

ЗАКИРОВА Н. «Christmas Party» 35

Мәктәпчә тәрбия

ГАБДРАХМАНОВА Я. Керпәгә булак 37
 ПАРАНИНА Э. Перспективный план работы с использованием интеграции 38

БАШЛАНГЫЧ МӘКТӘП

СӘРДӘИЕВА И. Уку күнекмәсе үсеш 40
 ХӘЙРУЛЛИНА А. Ижади шахәс тәрбияләу 41
 Укучыларның белемен тикшерерәз 42

Гыйлем дөнъясында

ИКCANОВА Ә. Ин кәдәрәгә ва ин бәһәлә мирас 47
 СӘМИГУЛЛИН Т. Мәсрәләләр чышәрәгә әйрәнәдәз 50
 ФАЛИЛҖЕЕВА М. Частные случаи и задания с параметрами 52

-нда журна
 -к, төрләр
 тларның эш
 -гарышлан-
 лар белән
 нәтәс вид
 темасы ал-
 -лиген бил-
 -лына язды

