

Научная статья  
УДК 624.07

## Оптимизация структуры трубчатых ферм

Виктория Анатольевна Зинькова<sup>1✉</sup>, Линар Салихзанович Сабитов<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Белгородский государственный технологический университет имени В. Г. Шухова  
Белгород, Россия

<sup>2</sup>Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

<sup>3</sup>Казанский государственный энергетический университет, Казань, Россия

<sup>1</sup>vikzinkova@mail.ru<sup>✉</sup>, <sup>2,3</sup>l.sabitov@bk.ru

**Аннотация.** Сформулирована стратегия оптимизации структуры трубчатых ферм как последовательное определение топологии, геометрии и параметров элементов. Цель настоящего исследования – утверждение энергетического критерия структурообразования, при котором минимуму потенциальной энергии системы соответствует минимум расходуемого материала. Установлено влияние топологических изменений в системе на качества ее функционирования. В основу положены вариационные методы синтеза несущих конструкций, используемые на стадии оптимизации геометрии фермы при построении алгоритма решения задачи. В целях исключения итерационного процесса при определении площадей сечений коэффициент уменьшения расчетного сопротивления принят из условий ограничения гибкости сжатых элементов пояса и решетки фермы. Конструктивное совершенствование полученной оптимальной физической модели трубчатой фермы произведено за счет нового бесфасоночного *K*-образного узлового соединения. Параметры оптимальной конфигурации являются основой для реального архитектурно-планировочного решения.

**Ключевые слова:** оптимизация структуры трубчатых ферм, вариационная постановка задач синтеза

Original article

## Optimization of the structure of tube trusses

Viktoriya A. Zinkova<sup>1✉</sup>, Linar S. Sabitov<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Belgorod State Technological University named after V. G. Shukhov, Belgorod, Russia

<sup>2</sup>Kazan (Volga region) Federal University, Kazan, Russia

<sup>3</sup>Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia

<sup>1</sup>vikzinkova@mail.ru<sup>✉</sup>, <sup>2,3</sup>l.sabitov@bk.ru

**Abstract.** A strategy of optimizing the structure for tubular trusses is formulated as a consistent definition of the topology, geometry and parameters of elements. The aim of the study is to approve the energy criterion of structure formation, in which the minimum of the potential energy of the system corresponds to the minimum of the consumable material. The objectives of the study are to establish the influence of topological changes in the system on the quality of its functioning. It is based on variational methods of synthesis of load-bearing structures used at the stage of optimization of the geometry of the truss when constructing an algorithm for solving the problem. In order to exclude the iterative process in determining the cross-sectional areas, the coefficient of reduction of the calculated resistance is taken from the conditions of limiting the flexibility of the compressed elements of the belt and the truss grid. The constructive improvement of the obtained optimal physical model of the tubular truss was made due to a new besfasonochnyy *K*-shaped nodal connection. The parameters of the optimal configuration are the main ones for a real architectural and planning solution.

**Keywords:** optimization of the structure of tubular trusses, variational formulation of synthesis problems

Ферма является несущей частью ряда распространенных инженерных сооружений, таких как мосты, опоры, башни, промышленные, гражданские здания [1–3].

Рационализацией структуры ферм занимались М. Леви, Дж. Максвелл, А.Дж. Мичелл [4–6], предложившие теоремы о равнонапряженных системах. Однако идея остается невоплощенной, поскольку сжатые и растянутые элементы конструкции находятся в различных условиях с точки зрения устойчивости равновесия.

Проблема проектирования стержневых систем оставалась неразрешимой долгие годы несмотря на меняющиеся критерии и подходы к осуществлению оптимального проектирования.

Проектный критерий является следствием вариационного принципа структурного синтеза, имеющего методологическое единство с принципами Лагранжа и Кастильяно и получающего обобщение в направлении выбора конфигурации и материала [7] вследствие стационарности функционала, положенного в основу решения оптимизационной задачи.

Оптимальная конструкция – это система, подчиненная нормативным установкам в отношении прочности, деформативности, устойчивости равновесия. Конфигурация включает топологию, геометрию и размеры поперечных сечений. Топология предусматривает систему и направления объединения узлов с целью создания кинематически неизменяемого комплекса. Узлы в конструкции занимают определенную позицию и отражают ее геометрию. Размеры поперечных сечений стержней вычисляют на заключительном этапе.

При анализе напряженно-деформированного состояния конструкции используется расчетная схема с упрощениями и гипотезами. Модель проектной задачи разделяет параметры расчета на директивные и проектные, подлежащие определению.

Топология как новое направление в геометрии появилась в середине XIX века, ставшее одним из главных факторов развития математики и механики. Предметом топологии является изучение свойств геометрических фигур,

сохраняющихся при их преобразованиях с убыванием метрических характеристик. В строительной механике преобразования выражаются перемещениями точек, от которых зависит деформация и, как следствие физического закона, напряженное состояние.

В работе [8] показано, как преобразование топологии влияет на напряженно-деформированное состояние, содержатся оптимизационные теоремы для шарнирных систем и примеры их использования.

Значительный интерес представляет принцип снабжения материалом областей силового поля, сформулированный В. Ру [9] и отражающий оптимальное распределение материала, синхронное силовому полю.

Остановимся на упомянутом энергетическом критерии [7] и запишем уравнение Лагранжа в линейно-упругой задаче в виде

$$J = \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 l_i}{2E \phi_i^2 A_i}, \quad (1)$$

где  $n$  – число стержней;  $l_i$  и  $A_i$  – длина и площадь поперечного сечения  $i$  стержня;  $N_i$  – продольное усилие;  $E$  – модуль Юнга;  $\phi_i$  – коэффициент уменьшения расчетного сопротивления  $R$ .

Коэффициент  $\phi_i$  назначается по нормам в соответствии с ограничением гибкости сжатых стержней решетки и пояса фермы.

Площади сечений  $A_i$  должны иметь определенные минимальные радиусы инерции, в итоге

$$A_i = \frac{N_i}{\phi_i R}, \quad (2)$$

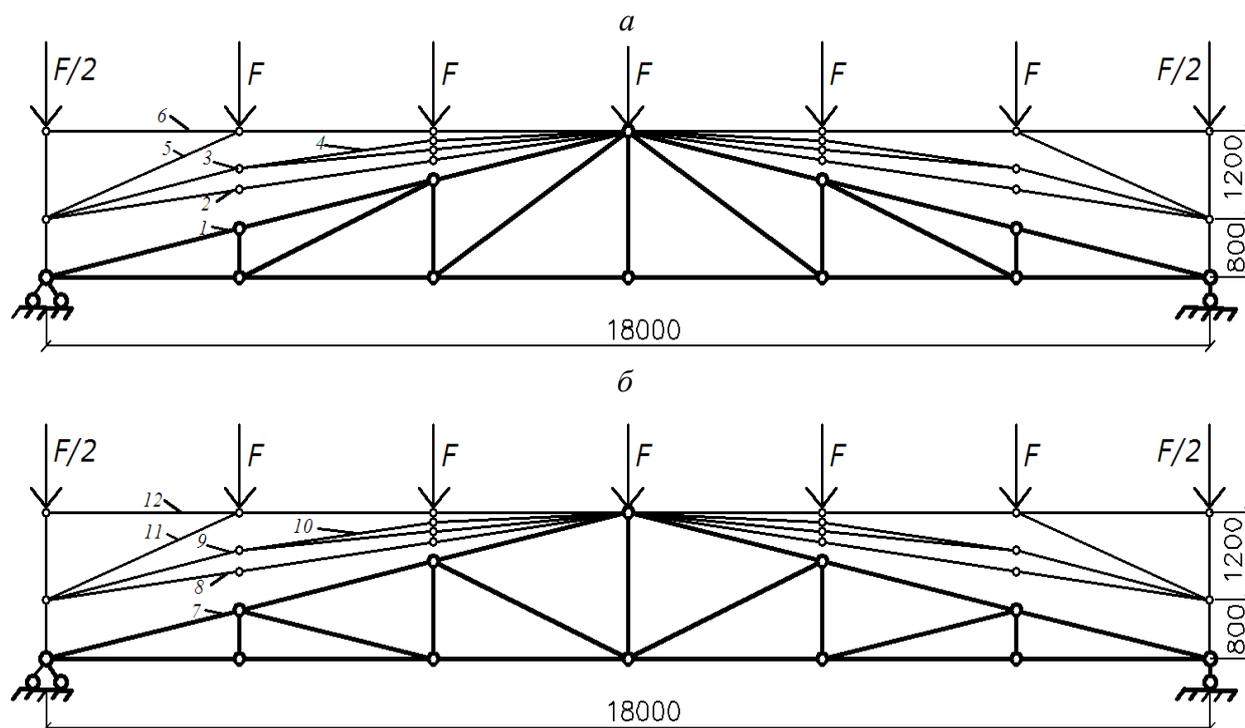
что отражается в формуле (1) как

$$J = \frac{R}{2E} \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{\phi_i}. \quad (3)$$

Рассмотрим стальную 6-панельную ферму пролетом  $l = 18$  м, нижний пояс которой расположен горизонтально (рис. 1, а, б).

Директивные узлы относятся в основном к нижнему поясу, еще один узел задан, чтобы выразить высоту  $h = 2$  м.

В изменении топологии участвуют 22 узла, расположенные на границах панелей [10]. Для каждой панели назначен один раскос, нисходящий или восходящий.



**Рис. 1. Ферма с меняющейся топологией (а – восходящие, б – нисходящие раскосы) и геометрией.**

**Figure 1. A truss with a changing topology (a – ascending, b – descending braces) and with a geometry.**

В итоге имеем 12 вариантов однопролетных ферм различной конфигурации на шарнирных опорах.

В узлы верхних поясов приложена нагрузка  $F = 70$  кН, модуль продольной упругости  $2,1 \cdot 10^5$  МПа, расчетное сопротивление  $R = 240$  МПа.

В целях упрощения итерационного процесса расчета принимаем  $\varphi = 0,75$ , что в дальнейшем подкрепляется сечением сжатых стержней с минимальным радиусом инерции.

Используя формулу (1) и выражение

$$V = \sum A_i l_i \quad (4)$$

для объема материала, вычислим основные показатели ферм.

Фермы с нисходящими раскосами уступают фермам с восходящими раскосами. Остановимся на наиболее привлекательных вариантах № 5

$$J = 10,65 \text{ кДж}; V = 0,078 \text{ м}^3$$

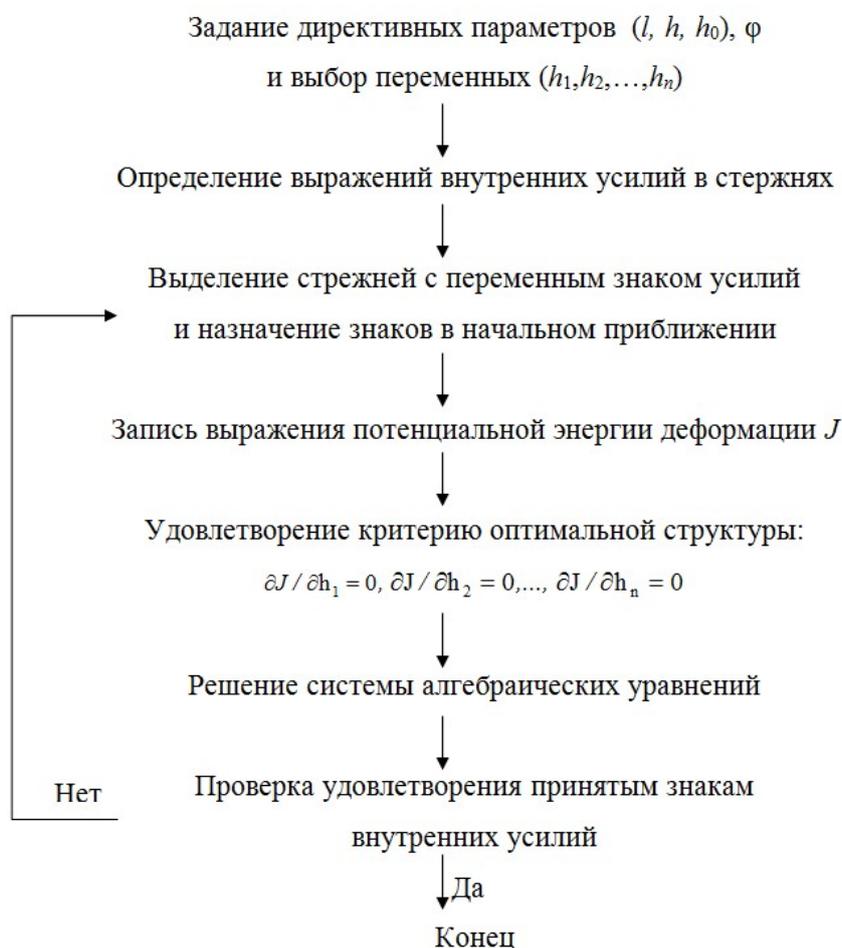
и № 6

$$J = 10,72 \text{ кДж}; V = 0,078 \text{ м}^3.$$

Наиболее экономичной является вариант фермы № 5, что можно объяснить большей укомплектованностью ее верхнего пояса. Вариант фермы № 6 имеет более длинный сжатый вертикальный стержень в опорном узле.

Не приняты в расчет малые отклонения величин  $V$  с нулевыми усилиями, происходящие в результате обеспечения материалом стержней, а также построения их узлов.

Рассмотрим процесс оптимизации геометрии фермы, используя топологию. Представим алгоритм вариационной задачи синтеза (рис. 2).



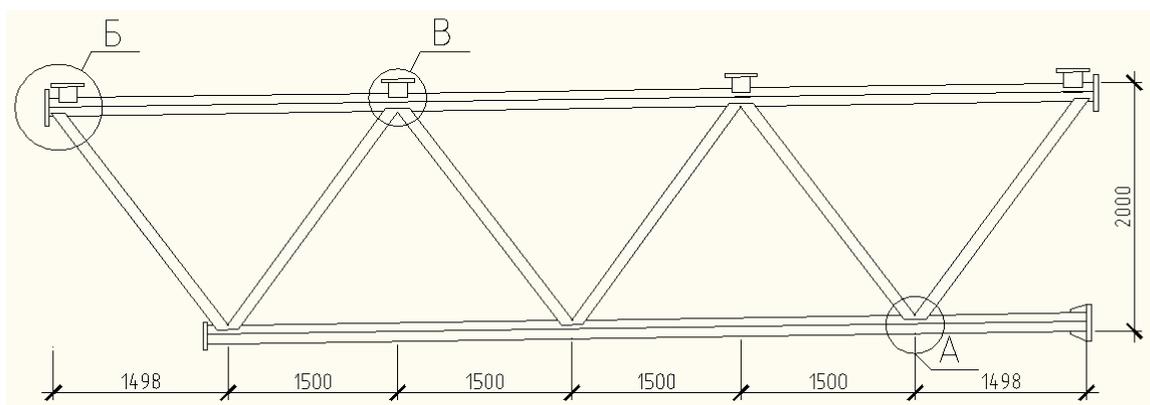
**Рис. 2. Алгоритм геометрии задачи оптимизации структуры фермы.**  
**Figure 2. The geometry algorithm of the farm structure optimization problem.**

В качестве варьируемых параметров рассмотрим высоты 2-й и 3-й слева и справа стоек  $h_1$  и  $h_2$ . Предусмотрен итерационный расчет, вызванный перенесением растянутого стержня в число сжатых и обратным явлением.

Из условий минимума функционала (1)  $\delta J/\delta h_1 = 0$ ,  $\delta J/\delta h_2 = 0$  получаем систему уравнений для размеров стоек:  $h_1 = 2,32$  м;  $h_2 = 3,64$  м.

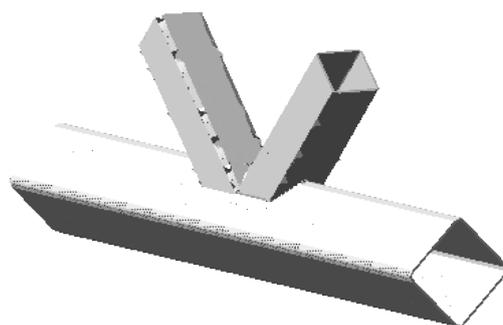
Величина  $J = 10,11$  кДж у варианта фермы № 6 меньше, чем у варианта № 5 на 5,4%. Однако полученная ферма может остаться невостребованной по конструктивным соображениям.

Для дальнейшего совершенствования структуры стальной фермы использована гипотеза возможности оптимизации трубчатых ферм за счет числа сокращения сжатых стержней. При назначении решетки без сжатых стоек (рис. 3) оказалось, что потенциальная энергия деформации уменьшилась на 7%, а объем материала – на 24% по сравнению с вариантом № 6.



**Рис. 3. Оптимальная трубчатая ферма.**  
**Figure 3. Optimal tubular truss.**

Традиционная конструкция трубчатой фермы совершенствовалась за счет бесфасоночного *K*-образного узлового соединения (рис. 4) [11].



**Рис. 4. Оптимальное бесфасоночное узловое соединение.**  
**Figure 4. Optimal faceless nodal connection.**

Пояса фермы выполнены из трубчатого профиля квадратного сечения. Элементы решетки могут быть квадратного или прямоугольного сечения. Поперечное сечение нижнего пояса повернуто таким образом, что выглядит как ромб с диагональю в плоскости фермы. Элементы решетки в месте соединения с поясом имеют сквозной *V*-образный вырез в соответствии

с геометрией примыкания. Крепление каждого из элементов решетки к поясу производится как по линиям  $V$ -образных вырезов, так и по боковым граням.

Таким образом, оптимизация структуры ферм сопряжена с появлением дополнительных неизвестных, связанных с размерами элементов конструкции. Предложенный алгоритм решения задачи оптимизации структуры фермы не имеет итерационной сложности. Дополнительный эффект создает устройство бесфасоночного  $K$ -образного узлового соединения.

### Список источников

1. Optimal geometrical parameters of trihedral steel support's cross section / I.R. Badertdinov, I.L. Kuznetsov, N.F. Kashapov, I.R. Gilmanshin, L.S. Sabitov // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. (412). P. 012005.
2. Optimal engineering of rod spatial construction / S.V. Klyuev, A.J. Abakarov, R.V. Lesovik, K.A. Muravyov, R.Dz. Tatlyev // Journal of Computational and Theoretical Nanoscience. 2019. Т. 16. № 1. P. 200–203.
3. Юрьев А.Г., Зинькова В.А., А. Э.-К. Солиман. Проектировочный расчет фермы // Строительные материалы и изделия. 2019. Т. 2. № 1. С. 37–44.
4. *Levy M.* La statique graphique et ses applications aux constructions. Paris: Gauthier-Villars, 1886. 460 p.
5. *Maxwell J.C.* On the calculation of the equilibrium and stiffness of frames // The Scientific Papers of James Clerk Maxwell. 1890. Vol. 2. P. 175–177.
6. *Michell A.G.M.* The limits of economy of material in framestructures // Philosophical Magazine and Journal of Science. 1904. Vol. 8. Ser. 6. № 47. P. 589–597.
7. Юрьев А.Г. Вариационные принципы строительной механики. Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2002. 90 с.
8. *Мажид К.И.* Оптимальное проектирование конструкций / Пер. с англ. В.И. Дорофеева; под ред. М.А. Колтунова. М.: Высшая школа, 1979. 239 с.
9. *Roux W.* Gesammelte Abhandlungen uber Entwicklungsmechanik der Organismen. Bd. 1-2. Leipzig, 1985. 854 с.
10. Юрьев А.Г., Зинькова В.А., Смоляго Н.А., Яковлев О.А. Оптимизация структуры металлических ферм // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2017. № 7. С. 41–45.
11. Пат. 2329361 РФ. Узловое бесфасоночное соединение трубчатых элементов фермы (варианты) / В.А. Зинькова, А.А. Соколов // БИПМ. 20.07.2008.

## References

1. Badertdinov I.R., Kuznetsov I.L., Kashapov N.F., Gilmanshin I.R., Sabitov L.S., IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018, (412), p. 012005.
2. Klyuev S.V., Abakarov A.J., Lesovik R.V., Muravyov K.A., Tatlyev R.Dz., Journal of Computational and Theoretical Nanoscience, 2019, vol. 16, no. 1, pp. 200–203.
3. Yuryev A.G., Zinkova V.A., A.E.-K. Soliman, *Stroitelnyye materialy i izdeliya*, 2019, vol. 2, no. 1, pp. 37–44.
4. Levy M., La statique graphique et ses applications aux constructions, Paris, 1886, 460 p.
5. Maxwell J.C., The Scientific Papers of James Clerk Maxwell, 1890, vol. 2, pp. 175–177.
6. Michell A.G.M., Philosophical Magazine and Journal of Science, 1904, vol. 8, ser. 6, no. 47, pp. 589–597.
7. Yuryev A.G., *Variatsionnyye printsipy stroitelnoy mekhaniki* (Variational principles of construction mechanics), Belgorod, 2002, 90 p.
8. Majid K.I., Optimum design of structures, London, 1974, 237 p.
9. Roux W., *Gesammelte Abhandlungen uber Entwickelungsmechanik der Organismen*, Bd. 1-2, Leipzig, 1985, 854 p.
10. Yuryev A.G., Zinkova V.A., Smolyago N.A., Yakovlev O.A., *Vestnik Belgorodskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta imeni V.G. Shukhova*, 2017, no. 7, pp. 41–45.
11. Zinkova V.A., Sokolov A.A., *Uzlovoye besfasonochnoye soyedineniye trubchatykh elementov fermy (varianty)*, Nodal besfasonochnyy connection of tubular truss elements (variants), Pat. 2329361 RU, BIUM, 20.07.2008.

Статья поступила в редакцию 07.10.2022; одобрена после рецензирования 12.10.2022; принята к публикации 12.10.2022.

The article was submitted 07.10.2022; approved after reviewing 12.10.2022; accepted for publication 12.10.2022.