

радионавигационных сигналов [8], а металлические элементы конструкции служат значимым источником переотражения сигналов и приводят к возникновению многолучёвости их распространения [9].

Проведённый анализ позволяет сделать вывод, что для рассматриваемого расстояния между промежуточным подвижным приёмником и подвижным приёмником комбинированный метод позиционирования приводит к дополнительной погрешности, не превышающей погрешности относительного кинематического позиционирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Электронный ресурс: https://www.fig.net/resources/proceedings/fig_proceedings/fig2019/ppt/ts03d/TS03D_mazurova_stolyarov_et_al_10198_ppt.pdf.
2. Антонович К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. В 2 т. Т. 2. М.: ФГУП «Картгеоцентр», 2005. 334 с.
3. Rietdorf, Anette; daub, Christopher; LOEF, Peter (2006). "Precise Positioning in Real-Time using Navigation Satellites and Telecommunication". Proceedings of the 3rd workshop on positioning, Navigation and communication. CiteSeerX 10.1.1.581.2400.

4. Simon Lightbody, Gary Chisholm. Techniques In Relative RTK GNSS Positioning // White Paper, Trimble. 2010. 6 p.

5. Куприянов А.О. Результаты динамического летного эксперимента с использованием многофункциональной автономной ГНСС/ИНС измерительной системы // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». 2019. Т. 63. № 3. С. 254–263. DOI: 10.30533/0536-101X-2019-63-3-254-263.

6. Куприянов А.О., Лева Д.Е., Морозов Д.А. Об оценке точности относительного позиционирования с использованием метода подвижной базы // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». 2019. Т. 63. № 2. С. 160–167. DOI: 10.30533/0536-101X-2019-63-2-160-167.

7. Электронный ресурс: <http://www.rtklib.com/>.

8. Куприянов А.О., Кузнецов Д.А., Морозов Д.А., Лева Д.Е. Тропосферная коррекция радиодальномерных измерений с применением цифровой модели метеорологических данных // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». 2020. Т. 64. № 1. С. 15–24. DOI: 10.30533/0536-101X-2020-64-1-15-24.

9. Куприянов А.О., Морозов Д.А., Перминов А.Ю. Методика численного определения влияния многолучёвости на кодовые и фазовые измерения по сигналам ГНСС // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». 2020. Т. 64. № 4. С. 391–398. DOI: 10.30533/0536-101X-2020-64-4-391-398.

К проблеме анализа пространственно-временных траекторий метеоров по данным односторонних оптических наблюдений

Кандидат физ.-мат. наук В.С. Усанин

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Vladimir.Usanin@kpfu.ru

Введение. Полная информация о траектории метеора может быть получена путём базисных оптических наблюдений: необходимыми являются одновременные наблюдения из двух пунктов, а большее количество наблюдательных пунктов повышает точность определения параметров траектории и позволяет оценить их погрешности, подобно уравниванию в триангуляции. Подробный обзор методов обработки базисных наблюдений метеоров дан в [1].

Длительность метеорного явления составляет около одной секунды, поэтому в отличие от триангуляции в геодезии, где объекты обычно бывают неподвижными, провести повторные наблюдения однажды наблюдавшегося метеора невозможно. Место появления метеора заранее неизвестно, поэтому для его одновременного наблюдения на нескольких станциях требуется высокий уровень координации. Несмотря на принимаемые меры, многие метеоры удаётся пронаблюдать только на одной станции. Например, одесским метеорным

патрулём с 1953 по 1993 г. было зарегистрировано более 600 базисных метеоров и несколько тысяч небазисных. Более подробно причины очень высокой доли небазисных метеоров при выполнении базисных наблюдений разобраны в [2]. Таким образом, накапливается большой объём односторонних (не базисных) наблюдений метеоров как побочного продукта базисных наблюдений. Встаёт задача разработки методов извлечения наибольшего возможного количества полезной информации из односторонних наблюдений. В частности, наибольший интерес представляет определение принадлежности метеоров к потокам как основа всех других метеорных исследований. Опытный наблюдатель легко определяет принадлежность метеора к потоку даже визуально, но для массового применения в автоматических вычислениях критерии нужно формализовать.

Существующие в настоящее время критерии определения принадлежности метеоров к потокам методом односторонних наблюдений систематизи-

рованы в [3]. Основные из них — угловое расстояние от теоретического радианта потока до большого круга метеора и соотношение теоретической и наблюдаемой угловых скоростей метеора. Оба эти критерия работают плохо если поле зрения камеры близко к радианту потока: все наблюдаемые метеоры будут иметь малые угловые расстояния их больших кругов от теоретического радианта, а их теоретические угловые скорости будут неустойчивы к малым смещениям истинных радиантов относительно теоретического. Кроме того, критерии имеют разную размерность, что затрудняет определение их условных предельных значений и веса одного критерия относительно другого. Следовательно, нужно найти новый единый критерий, хорошо работающий близ радианта.

В [4] приведены принципы обратной трассировки метеора для определения радианта при заданной скорости входа потока в атмосферу Земли. Однако не сформулирована возможность применения расстояния этого вычисленного условного радианта от теоретического радианта потока как критерия принадлежности метеора к потоку и не дан полный набор необходимых формул. В данной работе эти недостатки будут восполнены.

Постановка проблемы. Пусть в результате наблюдений метеора получены следующие данные: t — момент времени наблюдения; α_s и δ_s — прямое восхождение и склонение начала метеора; α_E и δ_E — прямое восхождение и склонение конца метеора; z_s — зенитное расстояние начала метеора; ω_s — угловая скорость метеора в начале. Пусть также известны значения следующих постоянных: μ_\oplus — геоцентрическая гравитационная постоянная; R_\oplus — радиус Земли (геоида) в точке наблюдения; H_O — высота наблюдательного пункта над уровнем моря.

Требуется проверить принадлежность наблюдавшегося метеора к потоку, для которого известны следующие параметры из каталога: $\lambda_{\odot p}$ — долгота Солнца, соответствующая максимуму потока, α_{Rp} и δ_{Rp} — прямое восхождение и склонение радианта потока в максимуме; $\frac{d\alpha_R}{d\lambda_\odot}$ и $\frac{d\delta_R}{d\lambda_\odot}$ — дрейф радианта потока по прямому восхождению и склонению; V_g — геоцентрическая скорость потока. Проверку произведём путём вычисления углового расстояния радианта метеора при условии равенства скорости метеора скорости потока от радианта потока.

Методика и результаты исследования. Задача решается с применением методов геодезической астрономии. В метеорной астрономии принято задавать положение Земли на орбите через

долготу Солнца. Процедура перехода от времени t к долготе Солнца λ_\odot является громоздкой, но стандартной [5–7]. Найдём прямое восхождение и склонение радианта потока для долготы Солнца, соответствующей моменту наблюдения метеора:

$$\alpha_R = \alpha_{Rp} + (\lambda_\odot - \lambda_{\odot p}) \frac{d\alpha_R}{d\lambda_\odot};$$

$$\delta_R = \delta_{Rp} + (\lambda_\odot - \lambda_{\odot p}) \frac{d\delta_R}{d\lambda_\odot}.$$

Если требуется более высокая точность, то нужно учесть также по известным формулам зенитное притяжение и суточную аберрацию радианта, но это значительно усложнит вычисления.

В результате ускорения гравитационным притяжением Земли, к моменту входа в атмосферу поток будет иметь скорость

$$V_S = \sqrt{V_g^2 + \frac{2\mu_\oplus}{R_\oplus + H_S}}.$$

Для высоты начала метеоров над уровнем моря существуют различные эмпирические формулы, например, [4] $H_S \approx 0,625V_S + 76$ км, при этом необходимо убедиться, что начало метеора действительно находится в поле зрения. Последние две формулы составляют систему уравнений для определения V_S и H_S .

Рассмотрим схему наблюдения начала метеора S из пункта O на поверхности Земли (рис. 1). Применим к плоскому треугольнику OST (где T — центр Земли) теорему косинусов:

$$(R_\oplus + H_S)^2 = (R_\oplus + H_O)^2 + r_s^2 - 2(R_\oplus + H_O)r_s \cos(180^\circ - z_s).$$

Отсюда наклонная дальность начала метеора:

$$r_s = -(R_\oplus + H_O) \cos z_s + \sqrt{(R_\oplus + H_S)^2 - (R_\oplus + H_O)^2 \sin^2 z_s}.$$

Предположив, что скорость метеора равна ско-

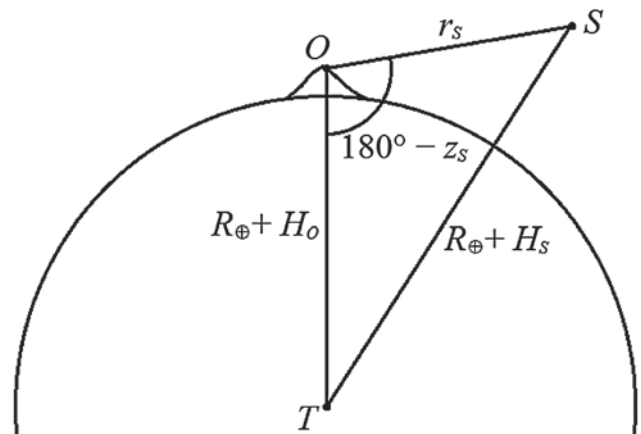


Рис. 1. Схема наблюдения начала метеора из пункта на поверхности Земли

рости потока, имеем [4] $\sin \omega_s = \frac{V_s \sin \psi}{r_s}$, откуда получаем элонгацию начала метеора от радианта при условии равенства скорости метеора скорости потока

$$\psi = \arcsin\left(\frac{r_s \sin \omega_s}{V_s}\right) \text{ или } \psi = 180^\circ - \arcsin\left(\frac{r_s \sin \omega_s}{V_s}\right).$$

Рассмотрим теперь схему расположения на небесной сфере начала метеора S и конца метеора E относительно Северного полюса мира P (рис. 2). Применим к сферическому треугольнику EPS сферическую теорему косинусов сторон:

$$\begin{aligned} \cos l &= \cos(90^\circ - \delta_E) \cos(90^\circ - \delta_S) + \sin(90^\circ - \delta_E) \sin(90^\circ - \delta_S) \cos |\alpha_E - \alpha_S|, \\ \cos(90^\circ - \delta_S) &= \cos(90^\circ - \delta_E) \cos l + \sin(90^\circ - \delta_E) \sin l \cos x, \end{aligned}$$

откуда найдём вспомогательные величины — угловую длину метеора и сферический угол Северный полюс мира – конец метеора – начало метеора:

$$\begin{aligned} l &= \arccos(\sin \delta_E \sin \delta_S + \cos \delta_E \cos \delta_S \cos(\alpha_E - \alpha_S)), \\ x &= \arccos\left(\frac{\sin \delta_S - \sin \delta_E \cos l}{\cos \delta_E \sin l}\right). \end{aligned}$$

Продолжим отрезок большого круга метеора назад за точку начала метеора на величину условной элонгации (рис. 3). Получим условный радиант метеора C . Применим к сферическому треугольнику CEP сферическую теорему косинусов сторон:

$$\begin{aligned} \cos(l + \psi) &= \cos(90^\circ - \delta_E) \cos(90^\circ - \delta_C) + \sin(90^\circ - \delta_E) \sin(90^\circ - \delta_C) \cos |\alpha_E - \alpha_C|, \\ \cos(90^\circ - \delta_C) &= \cos(90^\circ - \delta_E) \cos(l + \psi) + \sin(90^\circ - \delta_E) \sin(l + \psi) \cos x, \end{aligned}$$

откуда найдём прямое восхождение и склонение условного радианта метеора:

$$\begin{aligned} \alpha_C &= \alpha_E - \operatorname{sgn}(\sin(\alpha_E - \alpha_S)) \arccos\left(\frac{\cos(l + \psi) - \sin \delta_E \sin \delta_C}{\cos \delta_E \cos \delta_C}\right); \\ \delta_C &= \arcsin(\sin \delta_E \cos(l + \psi) + \cos \delta_E \sin(l + \psi) \cos x). \end{aligned}$$

Применим к сферическому треугольнику CPR (рис. 4), где R — радиант потока, сферическую теорему косинусов сторон:

$$\cos \Delta = \cos(90^\circ - \delta_C) \cos(90^\circ - \delta_R) + \sin(90^\circ - \delta_C) \sin(90^\circ - \delta_R) \cos |\alpha_C - \alpha_R|,$$

откуда найдём предлагаемый критерий принадлежности метеора к потоку — угловое расстояние условного радианта метеора от радианта потока:

$$\Delta = \arccos(\sin \delta_C \sin \delta_R + \cos \delta_C \cos \delta_R \cos(\alpha_C - \alpha_R)).$$

Заключение. Представленный критерий принадлежности метеоров к потокам по данным односторонних оптических наблюдений Δ объединяет в себе информацию как о направлении движения метеора, так и о его скорости, не требует введения априорных весов для совмещения критериев с различающимися размерностями, не имеет особенностей вблизи радианта потока.

Работа выполнена за счёт средств субсидии (проект № 0671-2020-0052), выделенной Казанскому федеральному университету для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности.

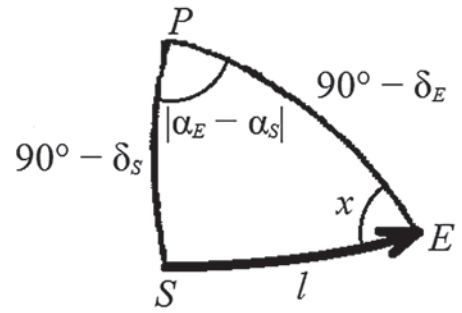


Рис. 2. Схема расположения метеора на небесной сфере относительно Северного полюса мира

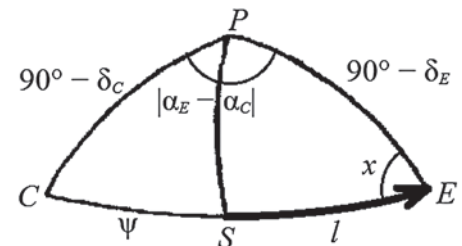


Рис. 3. Схема расположения метеора и его условного радианта на небесной сфере относительно Северного полюса мира

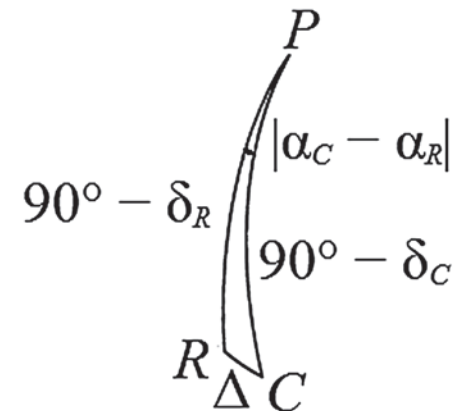


Рис. 4. Схема расположения условного радианта метеора и радианта потока на небесной сфере относительно Северного полюса мира

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дмитриев В.М.* Метод определения орбиты метеорных тел и его программная реализация // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъёмка». 2015. № 5. С. 17–22.
2. *Gorbanev Y.M.* Odessa television meteor patrol // Odessa Astronomical Publications. 2009/2010. V. 19. P. 60–67.
3. *Леонов В.А.* Определение принадлежности метеоров к потокам методом односторонних наблюдений // Астрономический вестник. 2010. Т. 44. № 2. С. 135–149.

4. *Arlt R.* The software “Radiant” // WGN, the Journal of the International Meteor Organization. 1992. V. 20. № 2. P. 62–69.
5. *Arlt R.* Solar longitudes for 2017 // WGN, the Journal of the International Meteor Organization. 2016. V. 44. № 6. P. 179–180.
6. *Steyaert C.* Calculating the solar longitude 2000.0 // WGN, the Journal of the International Meteor Organization. 1991. V. 19. № 2. P. 31–34.
7. *Meeus J.* Astronomical algorithms second edition. Richmond: Willmann-Bell, Inc., 1998. 477 p.

Сравнение результатов статического позиционирования в режиме PPP по сигналам ГЛОНАСС, GPS

Студент С.М. Павлов

Московский государственный университет геодезии и картографии
Semen36344@yandex.ru

Введение. Одно из перспективных направлений пространственно-координатного обеспечения связано с интенсивно развивающимся способом высокоточного автономного определения положения объекта с использованием точных эфемерид и коррекций частотно-временных параметров – Precise Point Positioning (PPP) [1]. Одно из главных преимуществ метода — он не требует наличия базовой станции и/или подписки на сервисы спутниковой дифференциальной коррекции. Согласно источнику [2] точность определения координат по методике PPP в настоящее время может достигать от нескольких миллиметров до 1,5 см по каждой плановой координате и около 2 см — по геодезической высоте при обработке результатов суточных сеансов измерений. Данные результаты достигаются при использовании корректирующей информации из различных источников, получаемых из сети интернет.

В качестве корректирующей информации могут использоваться локальные [3] или глобальные ионосферные карты формата IONEX (The Ionosphere Map Exchange), отображающие полное электронное содержание в ионосфере Земли [4], точные эфемериды космических аппаратов (КА) ГНСС [5, 6], поправки часов КА ГНСС [7], дифференциальные кодовые задержки спутников и приёмника [8], параметры вращения Земли [9]. Влияние тропосферной задержки может быть устранено с применением специальных тропосферных моделей, описанных в статье [10]. Влияние многолучёвости может быть ослаблено путём использования аппаратуры, оснащённой технологиями подавления многолучёвости, или выбора оптимального положения принимающей антенны. [11].

В настоящее время известно о нескольких реализациях метода PPP:

без разрешения целочисленной неоднозначности фазовых измерений (PPP). Стандартный метод высокоточного абсолютного определения местоположения, точность местоопределения которого может составлять 1–3 см;

с разрешением целочисленной неоднозначности фазовых измерений (PPP-AR).

Цель и описание работы. В настоящее время наиболее распространённый вариант реализации метода PPP — использование только системы GPS. Вместе с этим, исследования, в том числе проведенные за рубежом, показали, что PPP-позиционирование целесообразно в комплексе со спутниками GPS использовать спутники ГЛОНАСС. Во-первых, это позволит увеличить число наблюдаемых спутников, повысить точность и ускорить разрешение неоднозначности. Во-вторых, решение по ГЛОНАСС может использоваться в качестве независимой проверки решения GPS, что улучшает контроль качества.

Целью проведённого исследования было сравнение координат определяемого пункта, полученных при позиционировании методом PPP по каждой спутниковой группировке в отдельности, с позиционированием методом PPP при совместной работе спутниковых группировок ГЛОНАСС+GPS, а также со статическим позиционированием.

Для достижения данной цели была поставлена задача выполнить:

- сеанс статических измерений;
- постобработку сырых данных одного сеанса наблюдений в статическом режиме;
- сбор корректирующей информации для спут-