Рекурсия

Аида ГАЙНЕТДИНОВА,
КФУның хисаплау математикасы һәм мәгълүмати технологияләр институты директоры урынбасары, доцент

Равил ҺАДИЕВ,
КФУның хисаплау математикасы һәм мәгълүмати технологияләр институтының теоретик кибернетика кафедрасы өлкән укытучысы

Информатикадан күп кенә мәсьәләләрне чишкәндә, рекурсия ысулларын кулланып була.

Катлаулы мәсьәләне чишү өчен шул ук җиңелрәк формадагы мәсьәләнең чишелешен куллану рекурсия яки кабат шул ук ысулны куллану дип атала. Мәсәлән, факториалны санау.

N ! = 1 * 2 * 3 * ... * (N - 2) * (N - 1) * N = N*(N1)!=N*((N-1)*(N-2)!)

0!=1!=1

Мәсьәләне чишү программасы

Pascal	Python	C++

Function
f(n:integer):integer;
Begin
If n<2 then f:=1
Else f:=n*f(n–1)
End;
	def f(n) :
	if n<2 :
	return 1
	else: return
	n*f(n–1)
		int f(int n) {
		if(n<2) return
		1;
		else return
		n*f(n–1)

Фибоначчи санын санау

F(0)=F(1)=1.

F(i)=F(i-1)+F(i-2) i>1 булганда.

Мәсьәләне чишү программасы

Pascal	Python	C++

Function
f(n:integer):integer;
Begin
If n<2 then f:=1
Else f:=f(n–1)+f(n–2)
End;
	def f(n) :
	if n<2 :
	return 1
	else :
	return f(n-2)+
	f(n-1)
		int f(int n) {
		if(n<2) return 1;
		else
		return
		f(n–2)+f(n–1);

1 нче бирем. Ничә натураль x саны $10011011_2 < x < 237_8$ шартына туры килә?

Чишү:

Сигезлектәге 237 санын рекурсия белән унлыкка күчерәбез.

C (2 3 7 , 8) = C (2 3) * 8 + 7 = (C(2)*8+3)*8+7=(2*8+3)*8+7=159.

Икелектәге 10011011 санын рекурсия белән унлыкка күчерәбез.

C(10011011,2)= C(1001101,2)*1+1= (C(100110,2)*2+1)*2+1=

((C(10011,2)*2+0)*2+1)+1=(((((1*2+ 0)*2+0)*2+1)*2+1)*2+0)*2+1)*2+1=155

155 < x < 159.

Шул арада 159–155–1=3 сан.

155 < 156, 157, 158 < 159.

Җавап: 3.

11 нче бирем.

I вариант

Түбәндә өч телдә бер F рекурсив алгоритмның программасы язылган. F(6) язып чыгарган саннарны җавапка языгыз. Саннарның язылыш тәртибен саклагыз. Саннар арасында бушлык калдырмагыз.

C++	Паскаль	Python

void F(int n) {
if (n > 2) {
F(n–1);
F(n/3)
std::cout << n+1;
}
}
	procedure
	F(n:integer)
	begin
	if n >2 then begin
	F(n–1)
	F(n div 3)
	write(n+1)
	end
	end;
		def F(n):
		if n >2:
		F(n–1)
		F(n//3)
		print(n+1,
		end='')

Чишү:

F(6):{F(5): {F(4): {F(3):

{F(2): – берни эшләми}

{F(1): – берни эшләми}

«4» бастыра}

{F(1): – берни эшләми}

«5» бастыра}

{F(1): – берни эшләми}

«6» бастыра}

{F(2): – берни эшләми}

«7» бастыра}

Җавап: 4567.

БДИ: информатика һәм ИКТ

II вариант

Python
def F(n):
if n >2:
print(n+1, end='')
F(n−1)
F(n//3)

Чишү:

F(6): «7» бастыра}
{F(5): «6» бастыра}
{F(4): «5» бастыра
{F(3): «4» бастыра
{F(2): – берни эшләми},
{F(1): – берни эшләми}}
F(1): – берни эшләми}}
{F(1): – берни эшләми}
{F(2): – берни эшләми}}

Җавап: 7654.

III вариант

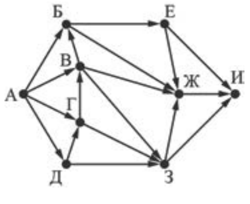
Python
def F(n):
print(n+1, end='')
if n >2:
F(n−1)
F(n//3)

Чишү:

F(6): «7» бастыра}
{F(5): «6» бастыра}
{F(4): «5» бастыра
{F(3): «4» бастыра
{F(2): – «3» бастыра, берни эшләми}
{F(1): – «2» бастыра, берни эшләми}}
{F(1): – «2» бастыра, берни эшләми}}
{F(1): – «2» бастыра, берни эшләми}
{F(2): – «3» бастыра, берни эшләми}}

Җавап: 765432223.

15 нче бирем. 1. Рәсемдә А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И шәһәрләре арасындагы юллар схемасы бирелгән. Ике шәһәр арасындагы юлны ук күрсәткән юнәлештә генә узып була. Ничә төрле юл белән А дан И га узып булыр?



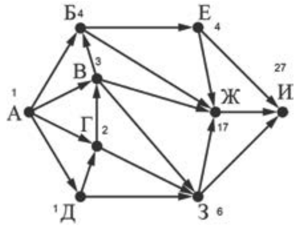
Чишү:

И га юллар З дан, Ж дан я Е дан килә. Шуңа юл саны P(И)= P(З)+ P(Ж)+P(Е)=3*P(Б)+P(В)+2*P(З)=3*P(Б)+P(В)+2*(P(Д)+P(Г)+P(В))=3*(P(А)+P(В))+P(В)+2*(P(Д)+P(Г)+P(В))=3*P(А)+6*P(В)+2*P(-Г)+2*P(Д)=5*P(А)+6*(P(А)+P(Г))+2*P(-Г)=11*P(А)+8*P(Г)=11*P(А)+8*(P(Д)+P(А))=27*P(А)=27

P(А)=1

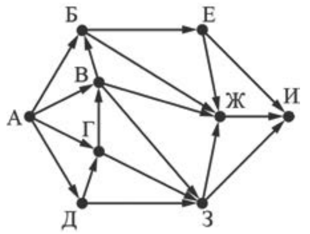
Җавап: 27.

Икенче чишү ысулы граф буенча

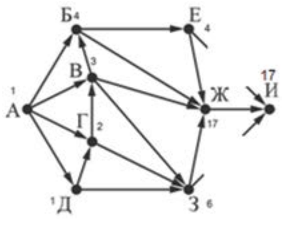


Җавап: 27.

15 нче бирем. 2. Рәсемдә А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И шәһәрләре арасындагы юллар схемасы бирелгән. Ике шәһәр арасындагы юлны ук күрсәткән юнәлештә генә узып була. Ж аша уза торган ничә төрле юл белән А дан И га узып булыр?



ЕИ белән ЗИ уклары аша баручы юллар Ж аша үтми. Шуңа күрә бу укларны бетерәбез дә икенче чишү ысулы буенча графта чишәбез.



Җавап: 27.

22 нче бирем. 1. Башкаручы экранда булган санны үзгәртә.

Башкаручы ике боерыкны үти ала:

1. Берне кушу.
2. Икегә тапкырлау.

Беренче боерык экранда булган санга 1 не куша, икенчесе 2 гә тапкырлый. Бер тәртиптә язылган боерыклар башкаручының программасы була. Төрле траекторияле ничә программа 1 саныннан башлап 10 санын ясый?

Программа эшләгәндә, экранда язылып барган саннар программа санау траекториясе була. Мәсәлән, программа 121 7 санын эшкәртә башласа, траекториясе 8, 16, 17 саннарыннан тора.

Чишү:

Каралган гамәлләрдән 10 я 9+1, я 2*5 була. Шуңа программа троекториясе саны S(10)=S(9)+S(5).

S(10)=S(9)+S(5)=S(8)+S(4)=S(7)+S(4)+S(4)=S(6)+2*S(4)=S(5)+S(3)+2*S(4)=S(4)+S(2)+2*S(4)=3*S(4)+S(2)=3*(S(3)+S(2))+S(2)=7*S(2)=7*(S(1)+S(1))=14*S(1)=14

S(1)=1

Җавап: 14.

Таблица белән чишү:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S	1	2	2	4	4	6	6	10	10	14

Җавап: 14.

22 нче бирем. 2. Башкаручы экранда булган санны үзгәртә.

Башкаручы ике боерыкны үти ала:

1. Берне кушу.
2. Икегә тапкырлау.

Беренче боерык экранда булган санга 1 не куша, икенчесе 2 гә тапкырлый. Бер тәртиптә язылган боерыклар башкаручының программасы була. Төрле траекторияле ничә программа 1 саныннан башлап, 5 санын күрсәтеп баручы 12 санын ясый?

Программа эшләгәндә, экранда язылып барган саннар програма санау траекториясе була. Мәсәлән, программа 121 7 санын эшкәртә башласа, траекториясе 8, 16, 17 саннарыннан тора.

Чишү:

1 дән 5 кә кадәр программа троекториясе санын саныйбыз. Аннары 5 тән 12гә кадәр.

n	1	2	3	4	5			
S	1	2	2	4	4			
n	5	6	7	8	9	10	11	12
S	4	4	4	4	4	8	8	12

Җавап: 12.

22 нче бирем. 3. Башкаручы экранда булган санны үзгәртә.

Башкаручы ике боерыкны үти ала:

1. Берне кушу.
2. Икегә тапкырлау.

Беренче боерык экранда булган санга 1 не куша, икенчесе 2 гә тапкырлый. Бер тәртиптә язылган боерыклар башкаручының программасы була. Төрле траекторияле ничә программа 1 саныннан башлап, 3 санын күрсәтеп баручы, 7 санын уздырып баручы, 16 санын ясый?

Программа эшләгәндә, экранда язылып барган саннар программа санау траекториясе була. Мәсәлән, программа 121 7 санын эшкәртә башласа, траекториясе 8, 16, 17 саннарыннан тора.

Чишү:

1 дән 3 кә кадәр программа траекториясе санын саныйбыз. Траекториягә 7 кермәгәч, S(7)=0. Аннары 3 тән 16 кә кадәр саныйбыз.

n	1	2	3											
S	1	2	2											
n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
S	2	2	2	4	0	2	2	4	4	8	8	8	8	10

Җавап: 10.