УДК 532.546

# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О КИСЛОТНОЙ ОБРАБОТКЕ НЕФТЯНОГО ПЛАСТА С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА КОНТРОЛЬНЫХ ОБЪЕМОВ

Т.Р. ЗАКИРОВ

Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, г. Казань E-mail: Timurz0@mail.ru

# SOLUTION OF A PROBLEM ON ACID PROCESSING OF OIL LAYER WITH APPLICATION OF A METHOD OF CONTROL VOLUMES

## T.R. ZAKIROV

Institute of Mechanics and Engineering KazSC RAS, Kazan

#### Summary

В представленной работе рассматривается двухфазная изотермическая фильтрация несжимаемых несмешивающихся жидкостей в неоднородном недеформируемом пористом пласте. Моделируется кислотное воздействие на пласт. Сформулированная задача решается конечно-элементным методом контрольных объемов. Получены численные результаты, характеризующие эффективность кислотного воздействия на пласт.

Ключевые слова: двухфазная изотермическая фильтрация, несжимаемая жидкость, пористый пласт, кислотное воздействие, МКЭ

Ключевые слова: теорема существования, вариационные неравенства, нелинейный закон фильтрации, мягкая оболочка, точечный источник.

### Summary

In the presented work the two-phase isothermal filtration of incompressible immiscible fluids in nonuniform not deformable porous layer is considered. Acid impact on layer is simulated. The formulated problem is solved by a final and element method of control volumes. The numerical results characterizing efficiency of acid impact on layer are received

**Key words:** Keywords: two-phase isothermal filtration, incompressible liquid, porous layer, acid influence, finite element method.

## Введение

Одним из основных параметров пластовой системы, влияющим на дебиты скважин и на скорость движения фаз в нефтяной залежи, является коэффициент проницаемости. Для повышения производительности скважин и в качестве метода повышения нефтеотдачи широко применяются различные технологии кислотной обработки пластов.

В большинстве известных математических моделей кислотного воздействия на нефтяные пласты используется взаимосвязь между пористостью и проницаемостью коллектора в виде формул Козени-Кармана, в которых изменения пористости определяются по количеству породы, растворенной в кислоте. В представленной работе для описания изменения фильтрационно-емкостных характеристик пласта используется модель идеальной пористой среды в виде пучка капилляров различных радиусов, которая ставится в соответствие реальной пористой среде. При этом предполагается, что и реальная пористая среда, и среда в виде пучка капилляров характеризуются одной и той же функцией распределения пор по размерам.

В последнее время широкое применение к задачам механики сплошных сред получил метод контрольных объемов (control volume method) и его модификации. Основа метода заключается в том, что область течения разбивается на множество ячеек — контрольных (control volume) или конечных объемов — с последующим интегрированием (усреднением) законов сохранения по объемам ячеек [1–3]. В настоящей работе сформулированная задача решается конечно-элементным методом контрольных объемов.

### 1. Постановка задачи

Рассматривается двухфазная изотермическая фильтрация несжимаемых несмешивающихся жидкостей в неоднородном недеформируемом пористом пласте. Моделируется кислотное воздействие на пласт, при этом считается, что концентрация кислоты мала.

Без учета капиллярных и гравитационных сил законы фильтрации для двух фаз можно записать в виде [4]:

- уравнений неразрывности для нефти и воды

$$\frac{\partial(mS_w)}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{U}_w) = q_w,\tag{1}$$

$$\frac{\partial(mS_o)}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{U}_o) = q_o, \tag{2}$$

- уравнения неразрывности для кислоты

$$\frac{\partial (mS_wC)}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{U}_c) = -mS_w\chi_C J_V C + q_w C, \tag{3}$$

- уравнений движения для нефти и воды

$$\mathbf{U}_{\alpha} = -K_{\alpha} \mathbf{grad}(\mathbf{P}),\tag{4}$$

уравнения движения для кислоты

$$\mathbf{U}_c = C \mathbf{U}_w \,. \tag{5}$$

В последнем уравнении предполагается, что кислота переносится со скоростью несущей ее фазы. В приведенных выше уравнениях под индексами "o" и "w" подразумевается нефтяная и водная фазы,  $U_{\alpha}$  – скорость фильтрации фазы  $\alpha$ , P – давление в фазах,  $S_{\alpha}$  – насыщенность пористого тела фазой  $\alpha$  ( $S_o + S_w = 1$ ), C – концентрация кислоты, m – пористость,  $K_{\alpha} = kf_{\alpha}/\mu_{\alpha}$ , k – абсолютная проницаемость,  $\mu_{\alpha}$  – динамическая вязкость,  $f_{\alpha}$  – функция относительной фазовой проницаемости,  $\chi_C$  – стехиометрический коэффициент химической реакции,  $J_V$  – объемная константа реакции,  $q_{\alpha}$  – точечный источник фазы, моделирующий работу скважины.

После несложных преобразований для определения полей давления, насыщенности и концентрации кислоты получим следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial(m)}{\partial t} - \operatorname{div}(K\operatorname{grad}(\mathbf{P})) = q, \tag{6}$$

$$\frac{\partial(mS_w)}{\partial t} - \operatorname{div}(FK\operatorname{grad}(\mathbf{P})) = Fq, \tag{7}$$

$$\frac{\partial (mS_wC)}{\partial t} - \operatorname{div}(CFK\operatorname{grad}(\mathbf{P})) = -mS_w\chi_C J_V C + qFC,$$
(8)

где  $K = K_0 + K_w$ ,  $F = K_w/K - функция Баклея-Леверетта, <math>q = q_o + q_w - суммарный дебит скважины.$ 

Будем считать, что для начального момента времени известно распределение водонасыщенности:  $S(x, y, z, 0) = S^0(x, y, z).$ 

На нагнетательных скважинах будем считать известным давление, насыщенность и концентрацию кислоты.

На добывающих скважинах будем считать заданным забойное давление.

Внешнюю границу Г зоны фильтрации считаем непроницаемой:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0.$$

Для того, чтобы описать изменения фильтрационно-емкостных характеристик пласта, воспользуемся одной из основных характеристик микронеоднородности пористой среды — функцией распределения пор по размерам  $\varphi$ . При взаимодействии кислоты с породой размеры пор будут меняться. Будем считать, что при этом количество пор остается неизменным. Тогда для функции распределения пор по размерам можно записать уравнение:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(u_r\varphi) = 0, \tag{9}$$

где  $u_r$  — скорость изменения радиуса пор. В начальный момент t = 0 распределение пор по размерам в каждой точке пласта будем считать известным:  $\varphi(r, 0) = \varphi^0(r)$ .

Уравнение реакции взаимодействия кислоты с поверхностью цилиндрического капилляра выглядит следующим образом:

$$J_V u_m \pi r^2 (C_{in} - C_{out}) \Delta t = \rho_m 2 \pi r L \Delta r, \tag{10}$$

где  $u_m$  — средняя скорость фильтрации,  $C_{in}$  и  $C_{out}$  — массовые концентрация кислоты на входе и на выходе из капилляра соответственно,  $J_V$  — объемная константа химической реакции,  $\rho_m$  — плотность породы, L — длина капилляра, r — радиус капилляра.

В представленной работе рассматривается гипотеза, согласно которой капилляры в пучке могут быть заняты либо нефтью, либо водой, но доля капилляров радиуса *r*, занятых *i*-й фазой, пропорциональна насыщенности образца фазой.

Через образец длиной единичного поперечного сечения  $\Delta l$  под действием перепада давления  $\Delta P$  в единицу времени пройдет жидкости в объеме

$$Q = |U| = \left(\frac{K_0}{\mu_0} + \frac{K_w}{\mu_w}\right) \frac{\Delta P}{\Delta l}.$$
(11)

Рассмотрим капилляр радиуса *r*. Связь между средней скоростью движения однофазной жидкости в канале и перепадом давления выражается уравнением Хагена-Пуазейля [5]

$$u_m = \frac{r^2}{8\zeta\mu_w} \,\frac{\Delta P}{\Delta l},$$

где  $\zeta$  — извилистость капилляров, устанавливающая соответствие между реальным образцом и пучком капилляров. После несложных математических преобразований получим:

$$u_m = \frac{|U|r^2}{8\zeta \left(\frac{K_0}{\mu_0} + \frac{K_w}{\mu_w}\right)\mu_w}.$$
(12)

Подставляем уравнение (12) в уравнение (10) и, после математических преобразований, имеем:

$$u_r = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{J_V(C_{in} - C_{out})}{2L\rho_m} \frac{|U|}{8\zeta \left(\frac{K_0}{\mu_0} + \frac{K_w}{\mu_w}\right)\mu_w} r^3.$$
 (13)

Изменение динамической пористости, вызванное структурными изменениями порового пространства, оценим, представив пористость для текущего момента времени в виде произведения  $m = \bar{m}m^0$ , где  $m^0 -$  пористость пласта до кислотного воздействия,  $\bar{m} - \phi$ актор изменения пористости:

$$\bar{m} = \int_{0}^{\infty} r^2 \varphi dr / \int_{0}^{\infty} r^2 \varphi^0 dr.$$
(14)

Изменение абсолютной проницаемости оценим, также представив проницаемость для текущего момента времени k(x, y, z, t) в виде произведения:  $k = \bar{k}k^0$ , где  $k^0$  – проницаемость пласта до кислотного воздействия,  $\bar{k}(x, y, z, t)$  – фактор остаточного сопротивления, который определим, воспользовавшись моделью параллельных капилляров и законом Пуазейля

$$\bar{k} = \int_{0}^{\infty} r^4 \varphi dr / \int_{0}^{\infty} r^4 \varphi^0 dr.$$
(15)

#### 2. Пример расчета

Рассмотрена разработка залежи нефти по пятиточечной системе заводнения.

Расчеты выполнены для фрагмента пласта, представляющего собой в плане прямоугольную область размером 300 × 300 м, ограниченную непроницаемыми границами. Толщина пласта 1 м. Нагнетательная скважина зададавлась в нижнем левом узле, а добывающая — в правом верхнем. На скважинах поддерживаются постоянные значения забойного давления  $P_{in} = 120 \text{ MI} \text{ A}$ ,  $P_{out} = 20 \text{ MI} \text{ A}$ . Начальная проницаемость пласта  $k = 0.025 \text{ мкм}^2$ . Начальная пористость пласта m = 0.15, динамические вязкости нефти и воды  $\mu_o = 25 \text{ мI} \text{ A} \times \text{ с и } \mu_w = 1 \text{ мI} \text{ A} \times \text{ с соответственно. Полагалось, что в начальный$ момент времени функции распределения пор по размерам представляет собой распределение Гаусса сминимальным диаметром пор 10 мкм, максимальным — 50 мкм и дисперсией 5 мкм.

Функции относительных фазовых проницаемостей были приняты в следующем виде:  $f_w = A_w(S - S_{min})^{P_w}/(S_{max} - S_{min})^{P_w}$ ,  $f_o = A_o(S_{max} - S)^{P_o}/(S_{max} - S_{min})^{P_o}$ , где  $A_w = 0.1$ ,  $P_w = 3$ ,  $A_o = 1$ ,  $P_o = 3$ ,  $S_{min} = 0.2$  насыщенность пласта связанной водой,  $1 - S_{max} = 0.2$  – насыщенность пласта остаточной нефтью.

Шаг по времени составлял 0.025 сут. Вычисления выполнялись на сетке из  $101 \times 101$  узлов.

Моделировалось кислотное воздействие как на окрестность нагнетательной скважины, так и на прискважинную зону добывающей. Считалось, что кислота поступает в пласт с закачиваемой водой. Сначала проводилась обработка добывающей скважины, для чего в добывающую скважину осуществлялось нагнетание водывместе с кислотой, а из нагнетательной скважины отбиралась нефть. После завершения обработки добывающей скважины режимы скважин менялись на противоположенные. Моделировалось кислотное воздействие, как на окрестность нагнетательной скважины, так и на прискважинную зону добывающей. Считалось, что кислота поступает в пласт с закачиваемой водой.

Сначала проводилась обработка добывающей скважины, для чего в добывающую скважину осуществлялось нагнетание воды вместе с кислотой, а из нагнетательной скважины отбиралась нефть. После завершения обработки добывающей скважины режимы скважин менялись на противоположенные. На рис. 1 показана функция распределения пор по размерам для трех моментов времени в точке с координатами (1, 1). Вследствие химической реакции кислоты с поверхностью капилляра его радиус увеличивается, что отражается в смещении графика функции распределения в сторону больших радиусов.

Одним из основных параметров, напрямую влияющий на скорость процессов фильтрации в нефтяной залежи, является коэффициент проницаемости На рис. 2 показано поле абсолютной проницаемости до и после кислотной обработки пласта на три момента времени.

Начальный дебит нефти 2 м<sup>3</sup>/сут. Численный эксперимент прерывался при дебите добывающей скважины по нефти менее 0.15 м<sup>3</sup>/сут или обводненности продукции более 98%. В случае обычного заводнения ограничение по дебиту достигалось при обводненности продукции скважины 94%, а после кислотного воздействия — при обводненности 98%.

Об эффективности кислотного воздействия можно судить по рис. 3, на котором коэффициент извлечения нефти (КИН) в случае кислотной обработки пласта сравнивается с КИН при обычном заводнении. На этом же рисунке показан КИН для случаев, когда воздействию кислоты подвергались зоны только вблизи добывающей и только вблизи нагнетательной скважины. Как видно из графика, закачка раствора



Рис. 1: Изменение функция распределения пор по размерам в результате кислотной обработки



Рис. 2: Поле абсолютной проницаемости до и после кислотной обработки.

кислоты в нагнетательную скважину совместно с кислотной обработкой окрестности пласта добывающей скважины позволила увеличить КИН на 4%.

## 3. Заключение

В работе представлена новая математическая модель вытеснения нефти водой с применением кислотного воздействия на пласт, в которой для описания изменения фильтрационно-емкостных характеристик коллектора использована модель идеальной пористой среды в виде пучка капилляров различных радиусов. Получены численные результаты, характеризующие эффективность кислотного воздействия на пласт. Показано, что для получения максимального эффекта кислотную обработку пласта необходимо



Рис. 3: КИН для различных вариантов применения кислотной обработки.

проводить как в окрестности нагнетательной, так и в окрестности добывающей скважины.

# Список литературы

- 1. **Флетчер Р.** Численные методы на основе метода Галеркина: Пер. с англ. М: Мир, 1988. 352 с.
- 2. Taniguchi N., Kobayashi T. Method on the Unstructured Grid System // Computers Fluids. 1991. V. 19, № 3/4. P. 287–295.
- 3. Li B., Chen Z., Huan G Control volume function approximation methods and their applications to modeling porous media flow // Advances in Water Resources. 2003. V. 26. P. 435–444.
- 4. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. — М.: Недра, 1984. — 207 с.
- 5. **Лойцянский Л.Г.** Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 848 с.