МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»
Региональный научно-образовательный математический центр
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

ЛОБАЧЕВСКИЙ И XXI ВЕК

Материалы V научно-образовательной студенческой конференции, посвященной Дню рождения Н.И. Лобачевского

Казань, КФУ, 30 ноября 2018 года

Казань
2018

УДК 51
ББК 22.1
Л68

Печатается по рекомендации
Ученого совета Института математики и механики
им. Н.И. Лобачевского
Казанского (Приволжского) федерального университета

Научный редактор –
доктор педагогических наук, профессор **Л.Р. Шакирова**

Л 68 Лобачевский и XXI век: материалы V научно-образовательной студенческой конференции, посвященной Дню рождения Н.И. Лобачевского / под ред. Л.Р. Шакировой. – Казань: Изд-во Казан. ун-т, 2018. – 276 с.

В сборнике представлены материалы V Конкурса-конференции на лучшую студенческую работу «Лобачевский и XXI век» Казанского федерального университета, посвященного Дню рождения Н.И. Лобачевского. В сборник вошли работы студентов в следующих номинациях: «Лучшая научно-исследовательская работа», «Лучшая поисково-исследовательская работа», «Лучшее эссе», «Лучшая методическая разработка». В представленных проектах отражены результаты самостоятельной научной, поисковой, исследовательской деятельности студентов. Материалы сборника будут интересны и полезны студентам, школьникам и учителям.

Сборник печатается на средства Регионального научно-образовательного математического центра КФУ.

УДК 51
ББК 22.1

ОГЛАВЛЕНИЕ

Н.Н. Булич

Речь ректора Казанского Университета

Мм. Гг. и Мм. Г-ни!

Сегодня минуло сто лет со дня рождения великого русского математика Николая Ивановича Лобачевского, труды которого почитает весь образованный мир, который прославил и русскую землю, и свой родной Казанский Университет, воспитавший его и устроенный им при его жизни. Чтобы почтить своего славного деятеля, Императорский Казанский Университет, с разрешения Его Сиятельства г. Министра Народного Просвещения, постановил ознаменовать столетнюю годовщину рождения Николая Ивановича Лобачевского торжественным собранием, которое будет посвящено воспоминанию о его жизни и деятельности.

Императорский Казанский Университет счастлив тем, что встречает отовсюду живейшее сочувствие своему празднику, иллюстрацией чего, между прочим, служит многолюдное здесь собрание представителей всех образованных слоев Казанского общества. Считаю своим приятным долгом выразить Вам, Мм. Гг. и Мм. Г-ни, от имени Казанского Университета глубокую признательность за Ваше внимание к торжеству университетской корпорации и к памяти славной деятельности Николая Ивановича Лобачевского. С научными трудами его, которые завоевали ему всемирную известность и высокий почет всего мира, познакомят Вас представители математической кафедры в последующих беседах. Мне же да позволено будет познакомить высокое собрате с самыми выдающимися моментами жизни Николая Ивановича Лобачевского и его педагогической и административной деятельности.

Николай Иванович родился в Н.-Новгороде. Отец его был архитектором; но Николай Иванович скоро лишился своего отца, оставшись сиротою вместе с двумя братьями на попечении матери своей. Благодаря этому, он в самом раннем детстве познакомился с суровой нуждой бедного человека и едва ли пользовался детскими радостями. Суровая нужда заставляла преждевременно думать о трудных и серьезных задачах жизни. К великому счастью его и братьев, мать их была в состоянии служить нравственной опорой в первую пору жизни. Будучи для своего времени достаточно образованной, она обладала совершенно правильным взглядом па задачи воспитания детей. Она считала образование для своих детей высшим благом и, когда было предложено ей начальством Университета поместить детей ее на казенный счет с известными обязательствами последовательной службы, она писала: «Я охотно соглашаюсь на это и желаю детям, как можно прилагать свои старания за величайшую Государя милость, особливо для нас бедных». Под влиянием такой матери, надо думать, Николай Иванович еще в очень раннем детстве усвоил и утвердился в убеждении, что научное образование есть высшее благо для человека, к которому надо стремиться всеми силами. Это убеждение и было главным руководителем его во всей жизни. Он это показал тотчас же, как поступил в гимназию. Будучи 9 лет от роду, он с первых до последних дней пребывания в гимназии обнаруживал редкое прилежание, что, в связи с природными способностями, было причиной отличных успехов во все время гимназического курса. Талантливый, прилежный, благонравный Николай Иванович, проучившись в гимназии четыре с половиною года, уже признан был со стороны гимназического начальства достойным звания студента и 14 февраля 1807 г. переведен студентом в Университет. Выпуская Николая Ивановича, гимназия отметила имя его на стенах своего актового зала и этим увековечила его навсегда. Это был первый триумф юного школьника, наполнивший его душу счастьем. Триумф этот не мог остаться без влияния на направление мысли в последующие периоды и не остался. В гимназии уже Николай Иванович выказал особую любовь к математике, занимаясь ею с особенным прилежанием. Не будет ошибкою, если признать, что первую любовь к математике посеяли и развили в Николае Ивановиче учителя математики первой Казанской гимназии, между которыми в ту пору был Карташевский, обрисованный в воспоминаниях С.Т. Аксакова, как весьма образованный, гуманный и вообще симпатичный педагог. Стало быть, в гимназии занялась заря восходящего светила русской математической науки.

В Университете Николай Иванович Лобачевский, как значится в его формулярном списке, изучал весьма разнообразные и разнохарактерные курсы: философии, истории, географии, статистики как всеобщей, так и российской, древностей, греческого и латинского языков, российской словесности, арифметики, алгебры, геометрии, конических сечений, дифференциального, интегрального и вариационного исчислений, аналитической геометрии, механики, статики, аэростатики, гидростатики, гидравлики, физики, химии, естественной истории, технологии, права: естественного, политического и народного. Во всех названных курсах он оказал прекрасные успехи, каких только могли ожидать представители выше исчисленных кафедр. Энциклопедический характер университетского образования не помешал однако же обнаружиться раньше приобретенной особенной любви Николая Ивановича

к математике. Этому способствовало еще то обстоятельство, что преподавание математики в ту пору было поставлено наилучшим образом. Чистую математику читал Бартельс, прикладную математику — Реннер, физику — Броннер, астрономию — Литров. Все это были профессора, которые сделали бы честь любому европейскому университету того времени, которые сами были страстно преданы своей науке, с любовью и увлечением сами работали и знакомили своих слушателей с преподаваемыми ими науками. Все они скоро узнали про любовь Лобачевского к физико-математическим наукам, узнали его природные дарования и — полюбили его, особенно Бартельс. Они, можно сказать, не знали меры в своих стремлениях к развитию Лобачевского. По свидетельству проф. Янишевского, помимо официальных лекций в аудиториях, Бартельс занимался с Лобачевским у себя на дому арифметикою Гаусса, Литров — толкованием 1-го тома Лапласа, Броннер с особенной любовью занимался развитием педагогических способностей Лобачевского. Очевидно, учителя были увлечены своим учеником так же, как и он был увлечен своими учителями и их науками. В их отношениях сказалось тождество стремлений, направления мыслей и родство душ.
В этом близком нравственном общении Лобачевского с людьми чести и нравственной чистоты, всецело преданными науке и делу ее распространения в нашем отечестве, и находится разгадка всего склада жизни и деятельности Николая Ивановича Лобачевского. От своих учителей он воспринял не одни знания, но и нравственные основы жизни и под их влиянием воспитал в себе беззаветную, неизменную любовь к науке и ту же любовь ко всем ищущим света знания и правды и несравненное искусство раскрывать учащимся научные истины. Не прошло даром и штудирование остальных университетских курсов, которые не имели близкого отношения к излюбленным его предметам физико-математического образования. Здесь надобно искать основание той обширной эрудиции, благодаря которой он мог впоследствии брать на себя тяжелые и ответственные миссии — ревизовать учебные заведения и оценивать строй преподавания в ревизуемых учебных заведениях по сущей справедливости, равно как и деятельность отдельных преподавателей. Словом, результаты университетских студий Николая Ивановича Лобачевского были колоссальны: он скопил весьма значительный запас знания и сложился в деятеля науки, любящего ее беззаветно и способного распространять ее в своем отечестве, оставаясь всегда и везде высокоблагородным, честным человеком.

И вот, 10 июля 1811 года, по истечении трех с половиною лет со дня поступления в Университет, Совет Университета признает его достойным степени магистра физико-математических наук, о чем доводится до сведения г. Министра Народного Просвещения. 3-го Августа он возводится в степень магистра физико-математических наук, утверждается в службе по учебной части, и 19 Сентября того же 1811 г. объявляется ему от имени г. Министра Народного Просвещения похвала за блестящие успехи по математике. Ему в ту пору было 18 лет. Это был новый триумф в молодом возрасте Николая Ивановича Лобачевского, который наполнял душу его счастьем и сознанием высокого долга перед Университетом, воспитавшим его. Уже отселе начинается деятельность Николая Ивановича, полная великого значения и для прогресса науки, и для утверждения в нашем Университете высоких нравственных традиций университетской жизни, которые принесла с собою высокообразованные профессора-иностранцы: Бартельс, Реннер, Литров и др.

По окончании курса, 18-летний магистр, Николай Иванович Лобачевский уже разделяет труды своего учителя Бартельса, объясняя студентам, по поручению проф. Бартельса, сочинение Лапласа Mecanique celeste и Гаусса Disquisitiones arithmeticae. В 1812 г. ему уже поручают временно чтение публичного курса арифметики и геометрии. Читая этот курс, Николай Иванович обнаружил способность излагать свои лекции, при полноте содержания их, с поразительною ясностью. В 1814 г. 26 Марта, когда ему минуло 21 год от роду, по ходатайству его учителей Бартельса и Броннера и по представлению Попечителя Округа Румовского, он утверждается адъюнктом физико-математических наук и в этом звании начал преподавание чистой математики студентам физико-математического факультета. Это было вскоре после разделения Университета на факультеты, проектированного проф. Броннером по предложению Попечителя Румовского. В 1816 г. Николай Иванович утверждается уже в звании экстраординарного профессора и с этого времени занимает кафедру, чистой математики и в период времени, почти десятилетний, Николай Иванович сосредоточил все свои силы на разработке и преподавании курсов, которые ему поручали.

А поручалось ему в эту пору, помимо чтения различных отделов математики, не мало посторонних курсов. Так, после увольнения профессора Литрова в 1816 г., кафедра астрономии была замещена Симоновым, но сего последнего командировали сначала в С.-Петербург, а затем в кругосветное плавание. Преподавание астрономии и заведывание астрономической обсерваторией Николай Иванович добровольно сам принял па себя, несомненно, с целью дать возможность товарищу Симонову приготовиться к достойному прохождению службы. И это продолжалось до 19 ноября 1820 г., т.е. до возвращения проф. Симонова из командировки. В 1819 г., за отъездом за границу проф. Броннера, ему же поручили еще и чтение курсов физики — теоретической и опытной. В 1820 г. Броннер был совсем уволен от службы, а Бартельс перешел из Казанского Университета в Дерптский. Тогда Николай Иванович Лобачевский должен был один читать все отделы математики, физики и астрономии. Задача на этот раз была уже совершенно непосильная ни для кого. Через год невероятных трудов по трем кафедрам, Николай Иванович вынужден был отказаться от преподавания опытной физики. Но и без этого курса его работа была страшно велика, можно сказать была подавляющего свойства (ее выполняют ныне пять профессоров). Все эти курсы, по отзыву проф. А.Ф. Попова, который был учеником и заместителем Николая Ивановича Лобачевского, читались увлекательно и с ясностью изложения, а заведывание обсерваторией связано было и с организацией ее (он заказывал и установлял новые приборы астрономические).

Ко всему этому в 1820 г. его избрал физико-математический факультет своим деканом, в каковой должности он и утвержден 19 ноября 1820 г., и выбирался последовательно четыре раза, а в 1822 г. утвержден членом строительного комитета. В 1825 г. 8 октября, ему поручено заведывание библиотекой, а 19 февраля 1826 г. он утвержден в этой должности.

Изумительна была, по своей сложности, деятельность Николая Ивановича; и только его силы, его энергия, его любовь и преданность науке и Университету и учащейся молодежи могли побороть невероятные трудности его положения и службы. Под конец этого периода он был одинок в своих стремлениях сохранить в Университете высокие традиции, завещанные первыми и лучшими представителями науки. Характер и направление его самоотверженной деятельности составляли совершенный контраст с общим направлением современной ему университетской администрации и чуть ли не всей корпорации. Дело будущего историка характеризовать этот темный период истории Университета, в течение которого подавляющее большинство университетских деятелей как будто даже забыли о своем назначении и привели в упадок и учебно-вспомогательные учреждения, и численность учащихся, и чуть не довели до страшного исхода — закрытия Университета. Николай Иванович Лобачевский один был в ту пору неугасаемым светильником науки, честным исполнителем Монарших предначертаний, носителем и апостолом высоких просветительных начал.

К счастью Николая Ивановича Лобачевского и еще к большему счастью Казанского Университета, мрачному периоду в 1827 г. настал конец. Виновники извращения университетской жизни, по Высочайшей воле, были удалены. Явился управлять Казанским Округом Мусин-Пушкин, человек, который требовал от всех и каждого неуклонного исполнения долга и подавал в этом пример, любил Университет и поставил себе задачей поднять его и очистить некрасивую репутацию. Для выполнения своей миссии Мусин-Пушкин нашел в Николае Ивановиче Лобачевском единственного, но зато всесильного помощника. Под влиянием Мусина-Пушкина Совет избирает Николая Ивановича Ректором Университета, 30 Июня 1827 г. он утверждается, а 25 Августа вступает в должность Ректора, в которой и остается беспрерывно до назначения его Помощником Попечителя Округа в 1846 г., т. е. 19 лет.

В этот период кипучей и разносторонней деятельности Лобачевского, Университет действительно преобразился и с внешней, и с внутренней стороны. Пустовавшие кафедры замещены, библиотека приведена в образцовый порядок лично самим Николаем Ивановичем, возведены постройки для астрономической обсерватории, библиотеки, физического кабинета и химических лабораторий, устроен анатомический театр, выстроены клиники, обновлен университетский храм и все эти учреждения учебно-вспомогательные обставлены лучшим, для того времени, образом. Во всем этом Николай Иванович принимал самое деятельное, можно сказать, руководящее участие. Его занятиям, несравненной энергии, неутомимой деятельности, идеальной честности и житейской мудрости обязаны происхождением все поименованные сооружения. Не одной прочностью, не симметрией только и наружным изяществом хороши были эти учреждения, а главным образом полнотой соответствующего содержания и целесообразной организацией. Благодаря этому именно, они стали учебно-вспомогательными учреждениями, в которых могли профессора и работать, и учить. И цель достигнута.

Жизнь научная закипела в этих учреждениях, и из них вышли деятели, прославившие своими работами Казанский Университет. Достаточно назвать имена: Зинина, Бутлерова, Аристова, Ковалевского, вспомнить их труды и значение в науке, чтобы сказать: недаром Лобачевским были затрачены государственные средства. И счастлив Николай Иванович, что увидел обильные плоды своих административных усилий!

Предаваясь неусыпной деятельности, и педагогической, и административной, Николай Иванович производил обаятельное, увлекающее впечатление на своих товарищей, вызывая дружное содействие всех профессоров к подъему и научному процветанию Университета. Его дух и направление распространились на всю университетскую корпорацию. Своею жизнью Николай Иванович «дал нам поистине прекрасный неумирающий урок». Да послужит же эта высоко-честная жизнь Николая Ивановича, посвященная целиком Казанскому Университету и его устройству, вечным образцом для подражания и настоящего, и грядущих поколений университетских деятелей!

Речь проф. Н.Н. Булича над гробом Н.И. Лобачевского. Перепечатано в «Известиях Физико-математического Общества при Императорском Казанском Университете». Т. III. № 2.

Перепечатано: Празднование Императорским Казанским университетом столетней годовщины дня рождения Н.И. Лобачевского. Казань: Типо-литография Имп. Университета, 1894. – С.17–27.

I. *НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ РАБОТЫ*

О ГЕОМЕТРИИ КРИВЫХ НА ПЛОСКОСТИ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО

Бижанова С.А., Гордиенко Е.А., Салминова А.С.,
Россия, г. Оренбург,
Оренбургский государственный педагогический университет,
Физико-математический факультет
Научный руководитель: к. ф.-м. н., доцент Прояева И.В.

Аннотация. В статье рассмотрены кривые на плоскости Лобачевского, их виды и некоторые специфические свойства.

Ключевые слова: геометрия Н.И. Лобачевского, кривые на плоскости Лобачевского, пучки кривых.

GEOMETRY OF CURVES ON THE LOBACHEVSKY N.I. PLANE

Bizhanova, S.A., Gordienko E.A., Salminova A.S.,
Russia, Orenburg,
Orenburg State Pedagogical University,
Faculty of physics and mathematics
Scientific adviser: Phys.-M. D., associate Professor Proyaeva I.V..

Abstract. The article considers the curves on the Lobachevsky plane, their types and some specific properties.

Keywords: geometry of Lobachevsky N.I., curves on the Lobachevsky plane, bundles of curves.

Актуальность исследования: многие ученые, такие как Я.Л. Трайнин, И.П. Егоров, В.И. Костин и др., в разные периоды времени обращались к этой теме, но до конца она исследована не была.

Новизна исследования заключается в том, что в статье освещено появление кривых на плоскости Н.И. Лобачевского.

Цель исследования: изучить особенные свойства пучков и кривых на плоскости Лобачевского.

Лобачевский является основателем гиперболической геометрии, в которой определил три типа простейших кривых на плоскости: окружность, эквидистанта (линии равных расстояний) и орицикл (предельные линии). Эти кривые имеют некоторые сходства межу собой и наряду со специфическими обладают свойствами абсолютной геометрии.

Объект: геометрия Н.И. Лобачевского.

Предмет: кривые линии на плоскости Лобачевского.

Приведем классификацию различных видов кривых и их соответствие с различными видами пучков кривых на плоскости Лобачевского:

Разграничим пучки кривых линий абсолютной и гиперболической геометрии. Как известно, Евклид доказал существование 2-х родов пучков: пучок прямых, проходящих через одну точку и пучок параллельных прямых. Лобачевский рассматривал следующие виды пучков кривых:

- Пучок кривых первого рода – это совокупность всех кривых плоскости Лобачевского, пересекающихся в общей точке, которая называется центром пучка (рис. 1,а).
- Пучок кривых второго рода – это совокупность кривых плоскости Лобачевского, параллельных между собой в одном направлении, имеющих бесконечно удаленный центр (рис. 1, б).
- Пучок кривых третьего рода – это совокупность кривых плоскости Лобачевского, перпендикулярных одной прямой – оси пучка [рис. 1, в].

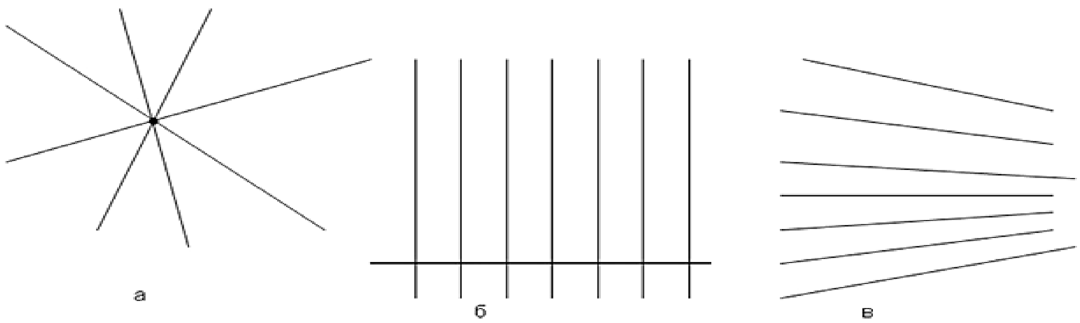


Рис. 1

Исходя из определений, можно сделать вывод, что по 2-м кривым определяется их принадлежность к пучку. Рассмотрим на плоскости Лобачевского пучок кривых линий первого, второго или третьего вида. На прямых a, b отметим точки A Є a и B Є b. Соединив точки, получим прямую AB, образующую с прямыми a, b 4 угла. Отметим углы, являющиеся внутренними (рис. 2).

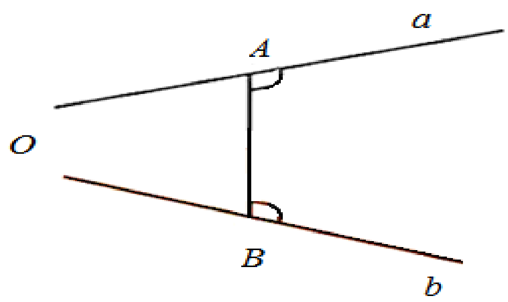


Рис. 2

Поскольку они равны между собой, то точки A и B назовем соответствующими друг другу на *a* и *b*. Тогда справедливо равенство:

$$OA = OB.$$

Если A и B – соответствующие точки на прямых пучка третьего рода, то на этих прямых точки равноудалены от оси пучка и образуют полупрямоугольник CABD (рис. 3).

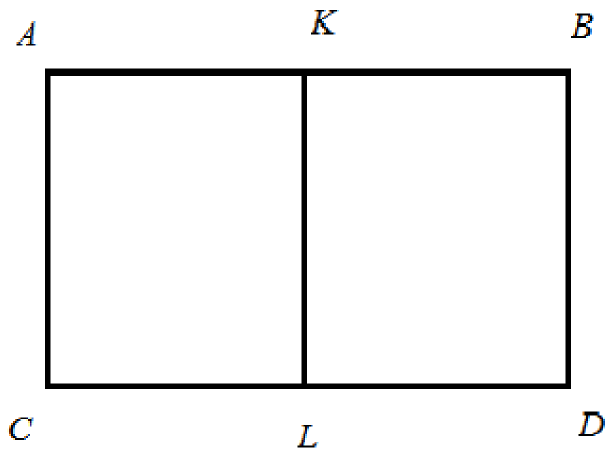


Рис. 3

Следовательно, AC = BD.

Заметим, что соответствующие точки A и B симметричны относительно биссектрисы полосы, т.к. по отношению к ней прямые *a* и *b* также считаются симметричными друг другу. Для пучка первого рода – это биссектриса угла AOB, для второго – прямая, по отношению к которой они являются симметричными друг другу. Для случая пучка кривых третьего рода биссектриса полосы 2-х прямых AC и BD– общий перпендикуляр KL обоих оснований полупрямоугольника CABD. Отметим также, что во всех случаях биссектриса полосы принадлежит своему пучку. Для первого рода это явно однозначно, для второго доказательство выводится, для третьего следует из теоремы о принадлежности трех прямых одному пучку:

Теорема: Перпендикуляры, проведенные из середин сторон треугольника, принадлежат одному из пучков первого, второго или третьего рода [1; с.99].

По определению И.П. Егорова совокупность точек на кривых пучка первого, второго или третьего рода, соответствующих данной точке, называется простейшей кривой линией [1; с.101]. Учитывая вышеизложенное, приходим к выводу, что точки простейшей кривой равноправны, т.е. простейшая кривая не зависит от выбора точки на ней. Окружностью, эквидистантой и орициклом называют простейшие кривые пучков первого, третьего и второго рода соответственно (рис. 4). Последние являются незамкнутыми линиями. Заметим, что линии равных расстояний на плоскости Евклида являются прямыми, что допускает верность 5го постулата, которому противоречит теория Лобачевского [2; с.163].

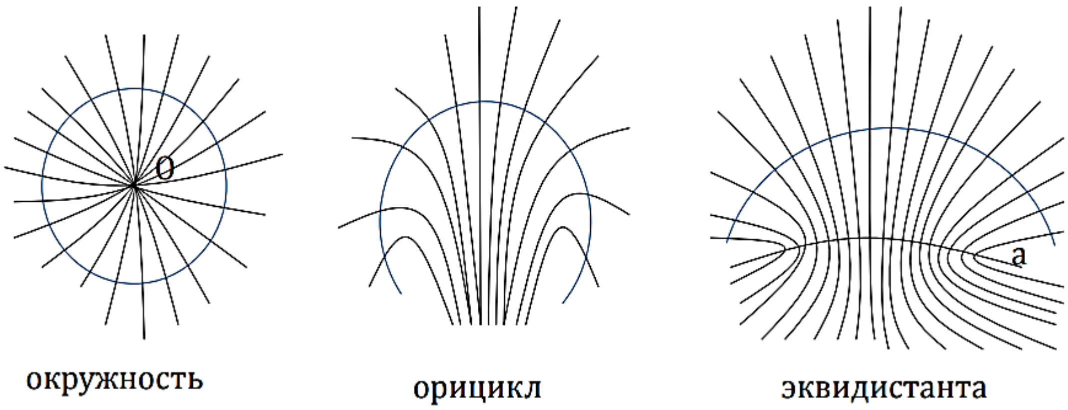


Рис. 4

Особую значимость в этой области исследований Лобачевского составляют несколько свойств орициклов. Например, любые два орицикла на плоскости Лобачевского равны; предельные линии равны между собой, т.е. одну линию можно совместить перемещением с другой предельной линией.

На предельной линии отметим 3 точки A, B, C, для которых применимо понятие «лежать между». Тогда B назовем «лежащей между» A и C, т.к. кривые *a* и *c*, «разделенные» кривой *b*, лежат в разных полуплоскостях. Рассмотрим данное понятие с помощью углов. Если между точками A и C лежит точка B, то угол BCO > угла ACO, верно и обратное (рис. 5). Таким образом, можно ввести понятие предельной дуги. Совокупность «обычных» точек и всех тех, которые могут «лежать между», называют дугой предельной линии.

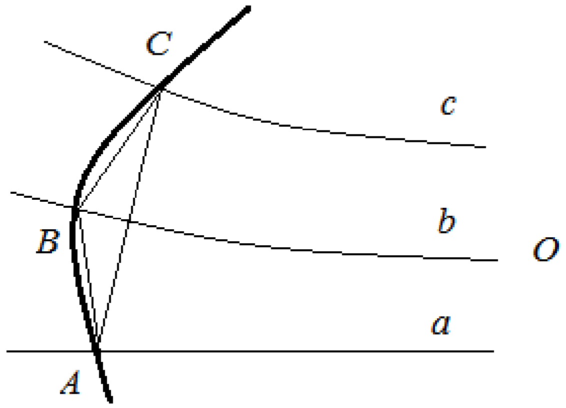


Рис. 5

Поскольку кривые в геометрии Н.И. Лобачевского нашли своё конкретное осуществление в образах геометрии Евклида, то они перестали быть «воображаемыми», а значит, имеют такое же реальное значение, как и в абсолютной геометрии.

Литература

1. Егоров И.П. Основания геометрии: Учебное пособие для студентов-заочников 3 курса физ.-мат. фак. пед. институтов. – М.: Просвещение, 1984. – 144 с.

2. Костин В.И. Основания геометрии. Второе издание. – М.: государственное учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР, 1948. – 304 с.

ВООБРАЖАЕМАЯ ГЕОМЕТРИЯ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО

Веркашанцева О.А., Латыпова А.Н.,
Россия, г. Оренбург,
Оренбургский государственный педагогический университет,
Физико-математический факультет
Научный руководитель: к. ф.-м. н., доцент Прояева И.В.

Аннотация. В статье представлен обобщенный обзор моделей и основных фигур в геометрии Лобачевского. А так же путь, который проложил Лобачевский к созданию воображаемой геометрии.

Ключевые слова: геометрия Н.И. Лобачевского, геометрия Евклида, воображаемая геометрия.

GEOMETRY OF CURVES ON THE LOBACHEVSKY N.I. PLANE

Verkashantseva O.A., Latypova A.N.,
Russia, Orenburg,
Orenburg State Pedagogical University,
Faculty of physics and mathematics
Scientific adviser: Phys.-M. D., associate Professor Proyaeva I.V..

Abstract. The article presents a generalized review of models and basic figures in Lobachevsky geometry. As well as the path that Lobachevsky laid to the creation of imaginary geometry.

Keywords: geometry N.I. Lobachevsky, Euclidean geometry, imaginary geometry.

Актуальность исследования: как и многие ученые, Н.И. Лобачевский размышлял о недоказуемости пятого постулата Евклида. Анализируя неудачные попытки доказать его, Лобачевский допустил существование другой геометрии. В дальнейшем эта геометрия определила развитие математики и других наук.

Новизна исследования заключается в том, что в статье освещено появление воображаемой геометрии и ознакомление с ней.

Цель исследования: показать, что кроме геометрии, изучаемой в школе, существует и другая, отличная от евклидовой.

Объект: геометрия Н.И. Лобачевского.

Предмет: обобщенный обзор воображаемой геометрии.

Геометрия Лобачевского является особым, заслуживающим внимания разделом современной геометрии. На первый взгляд она проста и понимаема, но чтобы разобраться в ней, нужно обладать абстрактным воображением.

Как и все выдающиеся математики XIX века Лобачевский размышлял о доказательстве пятого постулата евклидовой геометрии. Проанализировав все неудачные попытки доказательства аксиомы параллельности, он высказал в своей работе «О началах геометрии» смелое предположение о ее недоказуемости. Лобачевский утверждал, что постулат, противоположный постулату Евклида, допускает существование геометрии, такой же содержательной, как и обыкновенная. На основе этого русский математик создал собственную геометрию и назвал ее воображаемой [1; с.16].

Изучая и сравнивая геометрии двух вышесказанных авторов, можно убедиться в их схожести, а именно в идентичности первых четырех постулатов. Лобачевский был согласен с тем, что через две любые точки можно провести прямую, что эта прямая может быть бесконечна, что можно провести окружность с произвольным радиусом через любой центр, и что все прямые углы между собой равны. Единственное отличие геометрии Лобачевского от евклидовой геометрии в том, что пересечение двух непараллельных прямых не обязательно. Иначе говоря, через точку, не лежащую на данной прямой, проходят, по крайней мере, две прямые, лежащие с данной прямой в одной плоскости и не пересекающие ее (рис. 1).

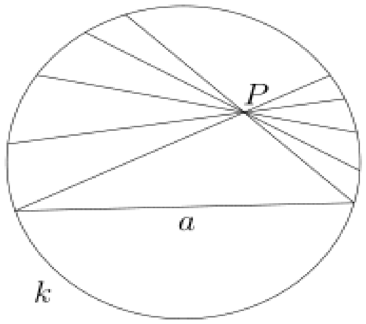
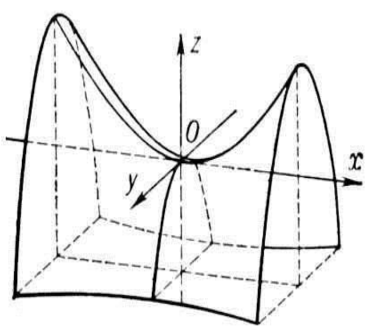


Рис.1

Сущность геометрии Лобачевского состоит в том, что он рассматривает не плоскость, как в геометрии Евклида, а гиперболическое пространство, то есть оно не плоское, а имеет отрицательную кривизну. Теоретически представить это пространство сложно. Чтобы его понять, нужно изобразить наглядно. Моделью такого пространства являются геометрические тела, похожие на седло (гиперболический параболоид) [рис.2] и воронку (псевдосфера) (рис.3).



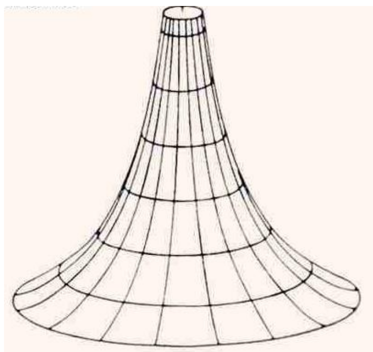


Рис.2 Рис.3

В нашем пространстве такая геометрия не существует, так как кривизна поверхности стремится к нулю. Следовательно, привычные для нас геометрические фигуры выглядят иначе.

В воображаемой геометрии не существует подобных фигур, сумма углов любого треугольника меньше двух прямых, перпендикуляры к прямой ультрапараллельны, то есть бесконечно расходятся, существует зависимость между углами и длиной сторон треугольника и т.д. [2; с.89].

Из школьного курса известно, что сумма углов треугольника равна 180°. Лобачевский же утверждал, что сумма углов прямолинейного треугольника может быть меньше 180° (рис.4).

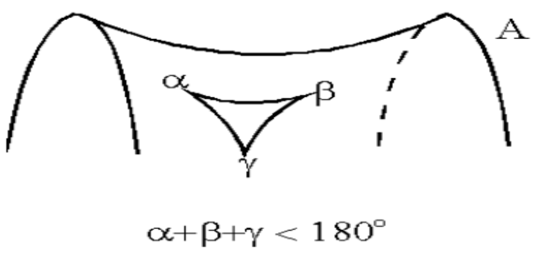


Рис.4

Это связано с тем, что стороны треугольника стремятся стать параллельными друг другу

В воображаемой геометрии так же существуют правильные многоугольники, с помощью которых можно замостить плоскость Лобачевского. Примером такого замощения является модель Пуанкаре, называемая «паркетом» (рис.5).

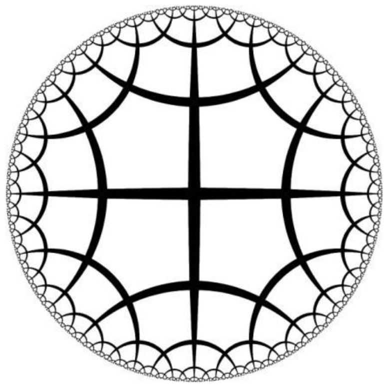


Рис.5

В дальнейшем были предложены и другие модели геометрии Лобачевского. С помощью этих моделей была показана непротиворечивость геометрии Лобачевского. Это имело огромное значение для развития математики и других наук. Геометрия Лобачевского оказала большое влияние на развитие научного мировоззрения. Она определила на долгие годы дальнейшие направления исследований в математике.

Литература

1. Н. И. Лобачевский. Полное собрание сочинений в пяти томах. – М.: ГИТТЛ, 1951. – 536 с.

2. Егоров И.П. Основания геометрии: Учебное пособие для студентов-заочников 3 курса физ.-мат. фак. пед. институтов. – М.: Просвещение, 1984. – 144 с.

КОНСТРУКТИВНЫЕ ЗАДАЧИ НА ПЛОСКОСТИ ЛОБАЧЕВСКОГО

Глебова А.А.,
Россия, г. Москва,
Московский педагогический государственный университет,
Математический факультет
Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент Гусева Н.И.

Аннотация. В статье приводятся задачи на построение на плоскости Лобачевского, решаемые методом пересечений, которые наглядно выявляют различия между Евклидовой геометрией и геометрией Лобачевского. В геометрии Лобачевского существует задачи, которые не могут быть решены в Евклидовой геометрии, есть классические задачи абсолютной геометрии, которые имеют более простое решение средствами геометрии Лобачевского, чем геометрии Евклида.

Ключевые слова: геометрия Лобачевского, конструктивные задачи

CONSTRUCTIVE PROBLEMS ON THE LOBACHEVSKY PLANE

Glebova A.A.,
Russia, Moscow,
Moscow State Pedagogical University,
The mathematics faculty
Scientific adviser: Phys.-M.D., associate professor Guseva N.I.

Abstract. The article presents the problems on construction on the Lobachevsky plane, solved by the method of intersections, which reveal more deeply the differences between the Euclidean geometry and the Lobachevsky geometry. In

Lobachevsky geometry, there are problems that cannot be solved in Euclidean geometry, there are classical problems of absolute geometry, which have a simpler solution by means of Lobachevsky geometry than Euclidean geometry.

Keywords: Lobachevsky geometry, constructive problems.

Геометрические построения берут начало от V в. до н.э. В то время ограничивались двумя инструментами: циркулем и линейкой. Причина предпочтения таких инструментов объясняется тем, что этих инструментов достаточно для построения прямой и окружности – единственных плоских кривых плоскости Евклида, обладающих постоянной кривизной и составляющих набор основных фигур плоскости Евклида.

В геометрии Лобачевского увеличивается число плоских кривых постоянной кривизны: прямая, окружность, орицикл и эквидистанта, следовательно, увеличивается набор необходимых инструментов. Добавляются орициркуль, с помощью которого можно построить орицикл, проходящий через данную точку и с данной осью, и гиперциркуль, предназначенный для построения эквидистанты, проходящей через данную точку и с данной базой эквидистанты.

Так как у геометрии Евклида и Лобачевского есть общая часть – абсолютная геометрия, то задачи на построение на плоскости Лобачевского можно разбить на 3 класса:

1. Задачи абсолютной геометрии, решаемые методами абсолютной геометрии (как и у Евклида). Например, построение треугольника по трем сторонам;
2. Задачи абсолютной геометрии, решаемые другими методами.

Например, построение прямоугольного треугольника по катету и противолежащему углу.

3. Задачи, невозможные на плоскости Евклида. Например, построение прямоугольного треугольника по двум острым углам.

Ряд классических построений, которые невозможны на евклидовой плоскости, в плоскости Лобачевского в некоторых случаях допускают простое решение. Например, построение треугольника по трем углам. Эта задача неразрешима в Евклидовой геометрии, но в геометрии Лобачевского она решается, так как в геометрии Лобачевского треугольник определен, если известны его углы.

Как и в Евклидовой геометрии, в геометрии Лобачевского существуют постулаты построений, выражающие возможность выполнения (виртуально) тех или иных операций при помощи выбранного набора инструментов. Так же выделяют простейшие построения, которые проводятся один раз и на которые в дальнейшем ссылаются при решении более трудоемких задач.

Задача на построение в общем виде звучит следующим образом.

Дано конечное множество основных данных (построенных) фигур и описано свойство, характеризующее искомую фигуру F. Требуется, используя постулаты построения (и, возможно, простейшие построения),получить конечное множество основных построенных фигур, содержащих фигуру F.[1]

Рассмотрим примеры некоторых задач, решаемых с помощью линейки, циркуля, орициркуля и гиперциркуля.

Пример 1. Построить косоугольный треугольник ΔABC по $h_a, h_c, \angle B$, где h_a, h_c – высоты треугольника, опущенные из вершин A и C соответственно.[3]

Решение.

Дано: отрезки a, b, угол β. Построить ΔABC: $h_a = a, h_c = b, \angle CBA = \beta$.

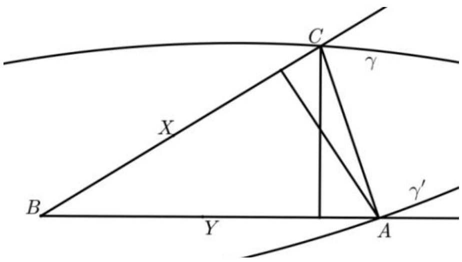


Рис. 1. Пример 1

Анализ. Пусть задача решена и ΔABC искомый. Построив угол, равный данному, и приняв его стороны за базы двух эквидистант с высотами, равными данным отрезкам, получим, что вершины A и C искомого треугольника определяются пересечением эквидистанты и соответствующей стороны угла. Задача, таким образом, сводится к построению двух эквидистант γ, γ' с базами на сторонах заданного угла и высотами, равными заданным отрезками соответственно.

Построение.

1. Строим $\angle XBY = \beta$.

2. Строим эквидистанту γ с базой BY и высотой b в полуплоскости, с границей BY, содержащую точку X. Находим $C = BX \cap \gamma$.

3. Строим эквидистанту γ' с базой BX и высотой a в полуплоскости, с границей BX, содержащую точку Y. Находим $A = BY \cap \gamma'$.

ΔABC – искомый.

Доказательство.

В ΔABC: $h_a = a$ (построение 4, 5), $h_c = b$ (построение 2, 3),

$\angle CBA = \beta$ (построение 1).

Исследование.

Если построить угол, равный данному, то все следующие пункты построения всегда выполнимы и однозначны. В пунктах 3 и 5 рассматривается пересечение эквидистант с соответствующей стороной угла (с лучом). Это пересечение определяет в точности одну точку так как на стороне угла есть только одна точка, отстоящая от другой стороны на величину, равную высоте эквидистанты. Следовательно, задача имеет единственное решение. Другой выбор исходного угла определяет треугольник равный построенному и не приводит к новым решениям.

Пример 2. К данной кривой γ из внешний точки A провести касательную: а) для окружности (O, r); б) для эквидистантыγ с базой a; в) для орицикла γ с осью CC'[2].

Решение (пункт б).

Дано: эквидистанта γ с базой a, точка A: $A \notin \gamma$(A – внешняя для γ). Построить p: $A \in \gamma, p$ – касательная к γ.

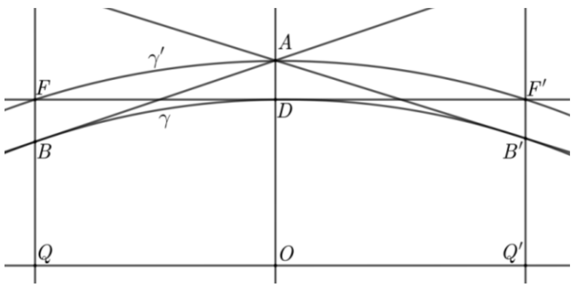


Рис. 2. Пример 2 б

Анализ. Пусть задача решена и AB искомая касательная. Задача сводится к нахождению точки B – точки касания. Опустим перпендикуляр OA на базу эквидистанты γ. Построим эквидистанту γ' с той же базой и высотой AO и проведем касательную к эквидистанте γ в точке D – точке пересечения γ с AO; точки F, F'- точки пересечения построенной касательной с эквидистантой γ'. С помощью этих точек находим точки касания B и B' как пересечения заданной эквидистанты и высот, проведенных через точки F и F'.

Построение.

1. Строим OA перпендикулярно базе a. Находим $D = \gamma \cap OA$.
2. Строим $DF \perp OA$. Это касательная к γ в точке A.

3. Строим γ' с базой a и высотой OA. Находим $\{F, F'\} = \gamma' \cap DF$.

4. Строим $FQ \perp a$. Находим $B = FQ \cap \gamma$.

5. Строим $F'Q \perp a$. Находим $B' = F'Q \cap \gamma$.

AB, AB'– искомые касательные.

Доказательство.

Рассмотрим двупрямоугольники $OABQ$ и $ODFQ$: $OA \cong QF$ (построение 4, 6), $OD \cong QB$ (построение 7), QO – общая. Следовательно, по признаку равенства двупрямоугольников: $OABQ \cong QFDO$. Так как $\angle D$ – прямой (построение 1,2), то $\angle B$ – прямой, следовательно, по признаку касательной AB – касательная к γ.

Исследование.

Если построить эквидистанту γ' с данной базой и высотой AO, то все следующие пункты построения выполнимы. Так как расстояние от прямой DF до базы QQ' эквидистанты γ' меньше ее высоты AO, то прямая DF пересекает эквидистанту γ' в двух точках $\{F, F'\}$ (построение 5), следовательно, у эквидистанты существует две касательные, проходящие через точку A.

Пример 3. Построить окружность данного радиуса r, проходящую через данную точку M и касающуюся данного орицикла.[3]

Решение.

Дано: орицикл γ, точка M. Построить окружность ω с радиусом r, $M \in \omega$, ω касается γ

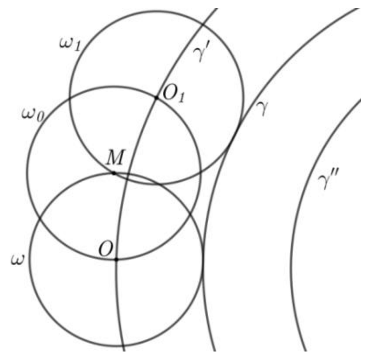


Рис. 3. Пример 3

Анализ. Пусть задача решена и $\omega(O, r)$ искомая окружность. Задача сводится к нахождению центра окружности O, определяемого как пересечение окружности $\omega_1(M, r)$ и орицикла γ', концентрического с орициклом γ (это орициклы с одним пучком параллельных прямых) и отстоящего от него на величину r.

Построение.

1. Строим $\omega_0(M, r)$.

2. Строим γ': на любой оси пучка от точки орицикла γ откладываем отрезок равны r и строим орицикл γ', проходящий через полученную точку. Находим $\{O, O_1\} = \omega_0(M, r) \cap \gamma'$.

4. Строим $\omega(O, r)$, $\omega_1(O_1, r)$.

$\omega(O, r)$ и $\omega_1(O_1, r)$ искомые.

Доказательство.

Радиусы ω и ω_1 равны отрезку r (построение 4), $\omega(O, r)$ и $\omega_1(O_1, r)$ касаются орицикла γ так как их центры O, O_1 принадлежат γ'- множество точек, отстоящих отγна расстояние r.

Исследование.

Построение окружности $\omega_0(M, r)$ с центром в данной точке и заданного радиуса однозначно. Множество точек отстоящих от γ на расстояние r, определяет два орицикла: γ'и γ''.

1) Если точка M не принадлежит орициклу γ, то только один из них, например γ', расположен по одну сторону с точкой M от орицикла γ. (При этом, точка M, возможно, принадлежит γ'). γ'' при этом, не имеет пересечений с окружностью $\omega_0(M, r)$ так как они разделены орициклом γ.

Возможны случаи:

а. Расстояние от точки M до орицикла γ $\rho(M, \gamma) > 2r$. В этом случае пересечение $\omega_0(M, r) \cap \gamma'$ пусто (построение 3) и задача не имеет решения.

б. $\rho(M, \gamma) = 2r$. В построении 3 пересечение $\omega_0(M, r) \cap O$ определяет одну точку O. Вэтом случае окружность $\omega_0(M, r)$ определяет единственное решение задачи.

в. $\rho(M, \gamma) < 2r$. В построении 3 пересечение $\omega_0(M, r) \cap \gamma' = \{O, O_1\}$ содержит две точки, которые определяют два решения задачи. (этот случай представлен на рисунке).

2) Если точка M принадлежит орициклу γ, то есть является точкой касания, то восстановив в точке M перпендикуляр к касательной орицикла γ и отложив на нем отрезок OM равный r, получим центр единственной в этом случае искомой окружности.

Таким образом, в зависимости от расположения данных фигур, задача имеет два, одно или не имеет решение.

Пример 4.

Построить кривую по заданным двум точкам A и B и касательной m в одной из них: а) для окружности; б) для эквидистанты; в) для орицикла.

Решение. (пункт б)

Дано: точки A, B, прямая m, $B \in m$. Построить эквидистанту γ:

$A \in \gamma, B \in \gamma, m$ касательная к γ в точке B.

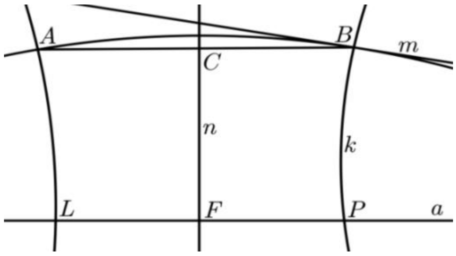


Рис. 4. Пример 4

Анализ. Пусть задача решена и γ искомая эквидистанта. Задача сводится к построению базы a эквидистанты. Серединный перпендикуляр любой хорды эквидистанты является ее осью, следовательно, серединный перпендикуляр n хорды AB – ось. С другой стороны, так как касательная перпендикулярна к оси пучка, проведенной в точку касания, то перпендикуляр k прямой m – тоже ось. Так как база a является общим перпендикуляром всех прямых пучка расходящихся прямых эквидистанты, то следовательно, база a есть общий перпендикуляр двух расходящихся прямых: n и k.

Построение.

1. Строим отрезок AB.
2. Строим серединный перпендикуляр n к AB.
3. Строим k: $B \in k, k \perp m$.

4. Построим общий перпендикуляр двух расходящихся прямых a: $a \perp k, a \perp n$

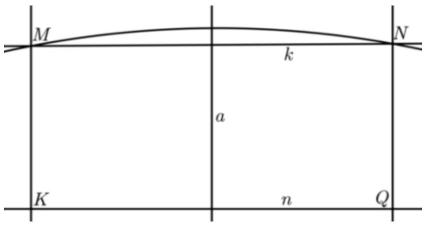


Рис 5. Пример 4

a. Из произвольно точки $M \in k$ проводим прямую MK: $MK \perp n$

b. Строим эквидистанту γ': n –база, MK – высота. Находим $\{M, N\} = \gamma' \cap k$.

c. Из $N \in k$ проводим прямую NQ: $NQ \perp n$.

d. Строим a – серединный перпендикуляр MN. a является общим перпендикуляром к n и k, так как по построению $MKNQ$ – четырехугольник

Саккери с основанием KQ, следовательно, по свойству четырехугольника Саккери, если $a \perp n$, то $a \perp k$.

e. Если в пункте а. $MK \perp k$, то MK является общим перпендикуляром к n и k.

5. Строим эквидистанту γ: $B \in \gamma$,a – база γ.

γ – искомая эквидистанты.

Доказательство.

1. Точка $B \in \gamma$ (построение 5).
2. m – касательная к γ (построение 3).
3. Опустим из точки A перпендикуляр на a. Рассмотрим два трипрямоугольника $ACFL$ и $BCFP$ (построение 2, 3, 4). CF – общая сторона, $AC = CB$ (построение 1), следовательно $ACFL \cong BCFP$ (по признаку равенства трипрямоугольников), следовательно,з $AL = BP = h$, значит $A \in \gamma$.
4. a – база эквидистанты (построение 4)

Исследование.

Построение прямой перпендикулярной к двум расходящимся прямым однозначно, следовательно задача имеет одно решение.

В работе представлены примеры задач третьего типа. Существует множество других задач такого типа. Большая подборка таких задач содержится в книге Несторович Н.М. "Геометрические построение в плоскости Лобачевского" и в книге Смогоржевский А.С. "Геометрические построение в плоскости Лобачевского".

Подобные задачи позволяют увидеть аналогии в решении задач на построения на плоскостях Евклида и Лобачевского и убедится в различиях, возникающих при замене аксиомы Евклида аксиомой Лобачевского.

Литература

1. Гусева Н.И., Денисова Н.С., Тесля О.Ю. Сборник задач по геометрии. Ч.2 – М.: Кнорус, 2012.
2. Несторович Н.М. Геометрические построение в плоскости Лобачевского. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1951.
3. Смогоржевский А.С. Геометрические построение в плоскости Лобачевского. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1951.

ГЕОМЕТРИЯ РЕАЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА

Годовова А.С.,
Россия, г. Оренбург,
Оренбургский государственный педагогический университет,
Физико-математический факультет
Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент И.В. Прояева

Аннотация. В статье приводится описание геометрических свойств реального пространства с точки зрения геометрии и физики и рассматривается возможность применения геометрий Евклида и Лобачевского к реальному пространству.

Ключевые слова: геометрия Лобачевского, геометрия Евклида, модели Вселенной, реальное пространство.

GEOMETRY OF THE REAL SPACE

Godovova A.S.,
Russia, Orenburg,
Orenburg state pedagogical University,
The physics and mathematics faculty
Scientific adviser: Phys.-M. D., associate Professor I.V.Proyeva

Abstract. In the article we describe geometrical properties of the real space by geometry and physics and analyze possibility of using Euclidean and Lobachevsky geometries for the real space.

Keywords: Lobachevsky geometry, Euclidean geometry, models of the Universe, the real space.

Наше пространство обычно считают плоским, евклидовым. На чём основано это убеждение? Нельзя ли проверить, нет ли у него на самом деле кривизны?

Представим себя двумерными существами, которые живут на сфере. О кривизне своего пространства мы узнали, исследуя сумму углов своих треугольников, причем треугольники должны быть достаточно большими, чтобы кривизна нашего мира стала заметна. Ведь и кривая поверхность Земли почти не отличается от плоскости, если размеры треугольников много меньше земного радиуса. Сумма углов таких треугольников с большой точностью равна двум прямым и поэтому в малом геометрия любой кривой поверхности – геометрия Евклида. Отличия геометрий проявляются, только когда размеры треугольников становятся сравнимыми с радиусом кривизны пространства.

Но мы живем в трёхмерном мире. Чтобы узнать, имеет ли он кривизну, нужно измерить сумму углов достаточно больших треугольников. Если эта сумма будет отличаться от двух прямых, то наше пространство обладает кривизной [6, с. 9].

Объектом исследования выступает реальное пространство.

Предмет исследования: возможность применения геометрий Евклида (коло 325 года до н. э. – до 265 года до н. э.) и Николая Ивановича Лобачевского (1792-1856 гг.) к реальному пространству.

Впервые вопрос о применимости геометрии Лобачевского к изучению свойств реального пространства был поставлен в первые десятилетия XIX века Иоганном Карлом Фридрихом Гауссом (1777-1855 гг.). Удовлетворяют ли аксиоме параллельности Евклида реальные прямые и точки? Так как эту аксиому трудно проверить на практике, Гаусс решил проверить предложение, эквивалентное аксиоме. Можно доказать, что предложение «Сумма углов хотя бы одного треугольника меньше $180°$» эквивалентно аксиоме Лобачевского. Из этого и из теоремы Лежандра о сумме углов треугольника «В абсолютной геометрии сумма углов треугольника не больше $180°$» следует, что аксиома параллельных эквивалентна предложению «Существует хотя бы один треугольник, сумма углов которого равна $180°$». Так существует ли такой треугольник? Для ответа на этот вопрос Гаусс в окрестностях Гёттингена рассмотрел треугольник со сторонами, равными примерно 50 км, и вершинами в вершинах трёх гор и постарался весьма точно измерить градусные меры углов этого треугольника и найти их сумму. Но ощутимых результатов он не получил, так как отклонение полученной суммы от $180°$ было в пределах точности измерений. Таким образом, Гауссу не удалось ни доказать, ни опровергнуть гипотезу о том, что аксиома параллельных прямых имеет место в реальном пространстве [5]. Может, есть другой метод доказательства?

Рассмотрим прямоугольный треугольник в плоскости Лобачевского и Евклида. Ниже приведены основные тригонометрические формулы прямоугольного треугольника $\triangle ABC$ плоскости Лобачевского, где $AB = c$ – гипотенуза, $BC = a$ и $AC = b$ – катеты, $\angle A = \alpha$ и $\angle B = \beta$, k – радиус кривизны пространства [1, с. 288-291].

$$\cosh\frac{c}{k}=\cosh\frac{a}{k}\cosh\frac{b}{k} \qquad 1)$$

$$\tanh\frac{b}{k}=\tanh\frac{c}{k}\cos\alpha \qquad 2)$$

$$\sinh\frac{a}{k}=\sinh\frac{c}{k}\sin\alpha \qquad 3)$$

$$\tanh\frac{a}{k}=\sinh\frac{b}{k}\tan\alpha \qquad 4)$$

$$\sinh\frac{c}{k}\cos\alpha=\sinh\frac{b}{k}\cosh\frac{a}{k} \qquad 5)$$

$$\cosh\frac{c}{k}=\cot\alpha\cot\beta \qquad 6)$$

$$\cos\alpha=\cosh\frac{a}{k}\sin\beta \qquad 7)$$

$$\cosh\frac{c}{k}=\cosh\frac{a}{k}\cosh\frac{b}{k} \qquad 8)$$

А также вспомним разложения гиперболических синуса и косинуса в ряд.

$$\sinh x=x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\frac{x^7}{7!}+\cdots \qquad 9)$$

$$\cosh x=1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^6}{6!}+\cdots \qquad 10)$$

Рассмотрим геометрию достаточно малой области пространства Лобачевского и докажем, что в этой случае формулы (1)-(8) дают почти те же результаты, что и соответствующие тригонометрические формулы прямоугольного треугольника $\triangle ABC$ плоскости Евклида.

$$c^2=a^2+b^2, b=c\cos\alpha\,, a=c\sin\alpha \qquad 11)$$

Пусть $\frac{a}{k},\frac{b}{k},\frac{c}{k}$ – достаточно малые величины, тогда используя разложение (10) гиперболического косинуса в ряд, формулу (1) можно записать так:

$$1+\frac{1}{2}\left(\frac{c}{k}\right)^2\approx\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{a}{k}\right)^2\right)\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{b}{k}\right)^2\right)$$
$$\approx 1+\frac{1}{2}\left(\frac{b}{k}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{a}{k}\right)^2+\frac{1}{4}\frac{a^2b^2}{k^4} \qquad 12)$$

Умножим на $2k^2$.

$$c^2 - a^2 - b^2 \approx \frac{1}{2}\frac{a^2b^2}{k^2} \qquad 13)$$

Если, например, $\frac{a}{k} < \frac{1}{10^5}, b < 1$, то ясно, что $c^2 - a^2 - b^2 < \frac{1}{2\cdot 10^{10}}$. Разность $c^2 - a^2 - b^2$ близка к нулю, то есть в достаточно малых областях пространства Лобачевского теорема Пифагора даёт практически тот же результат, что и формула (1). Аналогично, можно показать, что вторая и третья из формулы (9) дают практически тот же результат, что и формулы (2) и (3).

Воспользуемся следующей теоремой и рассмотрим дефекты треугольников в достаточно малой области пространства Лобачевского.

Теорема 1. Дефект δ прямоугольного треугольника с катетами a и b вычисляется по формуле

$$\sin\delta = \frac{\sinh\frac{a}{k}\sinh\frac{b}{k}}{1+\cosh\frac{a}{k}\cosh\frac{b}{k}} \qquad 14)$$

Подставим в формулу (14) приближенные значения для $\cosh\frac{a}{k}$ и $\sinh\frac{a}{k}$ с учётом разложений (9) и (10) и отбросим члены, содержащие коэфициент k^4 в знаменателе.

$$\sin\delta \approx \frac{\frac{a}{k}\cdot\frac{b}{k}}{1+1\cdot 1} = \frac{ab}{2k^2} \qquad 15)$$

Так как $\lim_{\delta\to 0}\frac{\sin\delta}{\delta} = 1$, то для достаточно малой области пространства Лобачевского $\sin\delta$ можно заменить через δ, и мы получим формулу

$$\delta = \frac{ab}{2k^2} \qquad 16)$$

Если, например, $\frac{a}{k} < 0{,}0001$, $\frac{b}{k} < 0{,}0001$, то $\delta < \frac{1}{200000000} \approx 0{,}001''$ [1, с. 318-319]. Практически такие углы не могут быть обнаружены, поэтому в достаточно малой области пространства Лобачевского можно пользоваться соответствующими формулами пространства Евклида.

Из этого обстоятельства всё же нельзя заключить, что в реальном пространстве геометрия Евклида более полно отражает геометрические свойства пространства. Это может быть связано со слишком большой величиной константы k по сравнению с размерами астрономических фигур. Учёные не исключают возможность решения вопроса о том, какая из геометрий наиболее полно отражает геометрические свойства реального пространства, не с помощью метрических измерений в рамках самой геометрии, а другими методами.

В теории относительности считается, что изучение геометрии реального пространства нельзя отделить от массы, которой она заполнена. Гравитационное взаимодействие определяется силами тяготения, существующими между всеми физическими объектами, начиная от элементарных частиц и кончая галактиками. Единственной характеристикой, которой должны обладать тела для того, чтобы они притягивались друг к другу, является масса. Она же служит мерой гравитационного взаимодействия.

Кривая в пространстве-времени, описывающая движение тела, в теории относительности называется мировой линией. При отсутствии гравитационного поля все тела движутся по прямым линиям (как в трёхмерном пространстве, так и в четырёхмерном пространстве-времени). При наличии гравитационного поля мировые линии перестают быть прямыми, хотя и остаются геодезическими. Этот гениальный вывод сделал Альберт Эйнштейн (1879-1955 гг.) в 1916 году. Тогда, согласно Эйнштейну, отклонение тел от прямолинейных траекторий объясняется лишь наличием кривизны у нашего пространства-времени.

Гравитационное поле создается массой, или, что то же самое, энергией. Следовательно, гравитационное поле само должно служить источником дополнительного гравитационного поля. Возникает следующий вопрос. Если наше пространство-время обладает кривизной, создаваемой телами большой массы, то и свет должен двигаться не по прямым линиям – линии распространения света должны искривляться вблизи больших масс. Эксперименты указывают на то, что в окрестности больших масс действительно имеет место искривление траекторий света, которое количественно полностью соответствует уравнениям общей теории относительности [3, с. 52].

Общая теория относительности породила большое количество различных моделей Вселенной. Первым основным теоретическим развитием общей теории относительности после работ Эйнштейна стала модель Вселенной, которую создал Александр Александрович Фридман (1888-1925 гг.) в 1922 году. Модель Фридмана описывает однородную изотропную в общем случае нестационарную Вселенную с веществом, обладающую положительной, нулевой или отрицательной постоянной кривизной [4, с. 384]. Первые данные, подтверждающие гипотезу однородности и изотропии, были получены в 1929 году американским астрономом Эдвином Пауэллом Хабблом (1889-1953 гг.). Благодаря открытию американскими астрономами Арно Алланом Пензиасом (р.1933) и Робертом Ратбун Уилсоном (1914-2000 гг.) реликтового излучения в

1965 году основное положение, на которое опирался Фридман, можно считать экспериментально обоснованным.

Кривизна реального пространства не постоянна, но близка к ней, и, значит, фридмановская модель достаточно хорошо описывает реальное пространство в рамках общей теории относительности [3, с. 53].

Плотность вещества во Вселенной очень близка к критической, но всё же меньше неё. В областях скопления больших масс материи геометрия Лобачевского применима с большой точностью. Значения k различны в зависимости от скопления масс в различных областях пространства, то есть геометрия реального пространства моделирована материей, которой она заполнена. Согласно этой теории евклидова геометрия и геометрия Лобачевского с постоянным k во всём пространстве, является упрощенной картиной реального пространства. Такой гипотезы достаточно для большинства практических приложений [2].

Кривизна нашего реального пространства очень мала, поэтому с большой точностью можно считать его плоским пространством с обычной, евклидовой геометрией. Однако у треугольников космических размеров суммы углов могут быть меньше чем $180°$, поэтому изучение геометрии Лобачевского является весьма актуальной задачей.

Литература

1. Атанасян, Л.С. Геометрия Лобачевского: Кн. для учащихся / Л.С. Атанасян. – М.: Просвещение, 2001. – 336 с.

2. Ефимов, Н.В. Высшая геометрия / Н.В. Ефимов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 584 с.

3. Кадомцев, С.Б. Геометрия Лобачевского и физика / С.Б. Кадомцев. Изд. 2-е, испр. – М.: Издательство ЛКИ, 2007. – 72 с.

4. Мизнер, Ч. Гравитация / Ч. Мизнер, К. Торн, Дж. Уилер / Под редакцией В.Б. Брагинского, И.Д. Новикова. Пер. с англ. А.А. Рузмайкина. Т.2 – М.: Издательство «Мир», 1977. – 264с.

5. Норден, А.П. Гаусс и Лобачевский / А.П. Норден // Историко-математические исследования. – Вып. 9, – 1956.

6. Смородинский, Я.А. Геометрия Лобачевского и теория относительности / Я.А. Смородинский, Е.Л. Сурков. – М.: «Знание», 1971. – 64 с.

ТРАЕКТОРИИ ПУЧКОВ В ПРОЕКТИВНОЙ МОДЕЛИ ПЛОСКОСТИ ЛОБАЧЕВСКОГО

Заборонок А.В.,
Россия, г. Москва,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский педагогический государственный университет»
Научный руководитель: доц. каф. геометрии Тесля О.Ю.

Аннотация. Представлен результат исследования вида траекторий пучков прямых в проективной модели плоскости Лобачевского с применением ИГС GeoGebra, аналитическим методом обоснована интерпретация эквидистанты в этой модели.

Ключевые слова: плоскость Лобачевского, проективная модель, пучки, траектории, эквидистанта.

BUNCH TRAJECTORIES IN THE PROJECTIVE MODEL OF THE LOBACHEVSKY PLANE

Zaboronok A.V.,
Russia, Moscow,
Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Moscow Pedagogical State University"
Scientific advisor: Assoc. kaf. geometry Teslya O. Y.

Abstract. Presents the result of the study of the type of bunch trajectories of straight lines in the projective model of the Lobachevsky plane with the use of the DGS GeoGebra; the interpretation of the equidistant in this model is proved by an analytical method.

Keywords: Lobachevsky plane, projective model, bunches, trajectories, equidistant.

В курсе геометрии математического факультета педагогического университета, будущие учителя математики изучают основы планиметрии Лобачевского, а также знакомятся с моделями Пуанкаре и Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. В силу ограниченности времени, отдельные вопросы интерпретации объектов плоскости Лобачевского в моделях остаются неизученными. В данной работе изучается вопрос об интерпретации траекторий пучков прямых в проективной модели плоскости Лобачевского, приводится доказательство аналитическим методом интерпретации эквидистанты в этой модели.

Основные сведения о плоскости Лобачевского и о построении ее проективной модели подробно представлены в [1], [2] и [3].

Коротко напомним те сведения, которые необходимы для дальнейшего изложения.

На плоскости Лобачевского определены три случая взаимного расположения прямых: *пересекающиеся*, *параллельные* и *расходящиеся*. Соответственно, существуют три типа пучков прямых: *пучки параллельных* (в одном направлении) *прямых*, *пучки пересекающихся* (в одной точке – *центре пучка*) *прямых* и *пучки расходящихся* (перпендикулярных одной прямой – *базе пучка*) *прямых*. Центр любого пучка пересекающихся прямых, а также точки, принадлежащие базе любого пучка расходящихся прямых, называются *особыми точками* плоскости относительно соответствующего пучка. Точки плоскости, не являющиеся особыми, называются *обыкновенными точками*.

Зафиксируем на плоскости обыкновенную точку M относительно некоторого пучка $\mathcal{L}$. На множестве всех обыкновенных точек плоскости введем *отношение эквивалентности* Δ следующим образом: любые две точки находятся в отношении Δ тогда и только тогда, когда они либо совпадают, либо симметричны относительно какой-либо прямой пучка $\mathcal{L}$. Тогда множество всех обыкновенных точек плоскости разбивается на классы эквивалентности, которые называются *траекториями пучка* $\mathcal{L}$. Фиксированной точке M соответствует ровно одна такая траектория. В [2; с. 196-208], изучаются траектории пучков прямых на плоскости и их общие свойства. Траекторией пучка пересекающихся прямых является *окружность*, центр которой совпадает с центром пучка. Траекторией пучка расходящихся прямых является *эквидистанта*, база которой совпадает с базой этого пучка. Траектория пучка параллельных прямых называется *орициклом*. Каждая прямая пучка называется осью соответствующей траектории. Из определения траекторий следует, что ось траектории является ее осью симметрии.

Для построения проективной модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского в проективной плоскости фиксируется овальная линия (абсолют), и точками плоскости Лобачевского называются все внутренние точки относительно абсолюта. Каждая проективная прямая, пересекающая абсолют в двух различных вещественных точках, порождает хорду, которая объявляется прямой плоскости Лобачевского. Прямые в модели пересекаются, если соответствующие им проективные прямые пересекаются во внутренней точке абсолюта. Прямые в модели параллельны, если соответствующие им проективные прямые пересекаются в точке, принадлежащей абсолюту. Прямые в модели расходятся, если соответствующие им проективные прямые пересекаются вне абсолюта. В этой модели перпендикулярные прямые представляются теми хордами абсолюта, которые принадлежат проективным прямым, каждая из которых проходит через полюс другой. (Подробно о построении модели можно прочитать в [3; с.279-298]).

Договоримся об обозначениях: прямую в модели плоскости Лобачевского будем обозначать, например, так: UV. При этом понимаем, что точки U и V принадлежат абсолюту. Для обозначения соответствующей проективной прямой добавим скобки: (UV).

В связи с изучением проективной модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского возникает вопрос: какими фигурами проективной геометрии интерпретируются окружность, эквидистанта и орицикл? В учебной литературе ответ на этот вопрос не представлен. Для выдвижения гипотезы был проведен компьютерный эксперимент в интерактивной геометрической среде (ИГС) GeoGebra.

В качестве абсолюта выбирается эллипс γ, задается некоторый пучок прямых и фиксируется обыкновенная точка M (внутренняя относительно γ), через которую должна пройти траектория заданного пучка. Далее, будем строить точки, «симметричные» M относительно прямых пучка. С целью построения «симметричных» точек относительно прямых пучка определено, что «осевая симметрия» с осью UV в модели – это инволютивная гиперболическая гомология с осью (UV) на проективной плоскости. Для возможности быстрого построения «симметричных» точек создан новый инструмент, позволяющий строить образ точки при гиперболической гомологии с данной осью.

В ходе эксперимента была выдвинута следующая гипотеза: в двух случаях траекторией пучка является некоторая овальная линия полностью состоящая из внутренних точек абсолюта в случае пучка пересекающихся прямых (рис.1), либо расположенная внутри абсолюта и касающаяся его в одной точке в случае пучка параллельных прямых (рис.2). В случае пучка расходящихся прямых овальная линия, расположенная внутри абсолюта и касающаяся его в двух точках, определяющих базу, соответствует двум эквидистантам, симметричным относительно базы (рис.3). Из курса проективной геометрии известно, что овальная линия определяется или пятью точками общего положения, или четырьмя точками общего положения и касательной в одной из них, или тремя точками общего положения и касательными в двух из них [3; с.82]. В ИГС GeoGebra имеется инструмент, позволяющий строить конику по пяти точкам, поэтому визуально гипотеза была подтверждена.

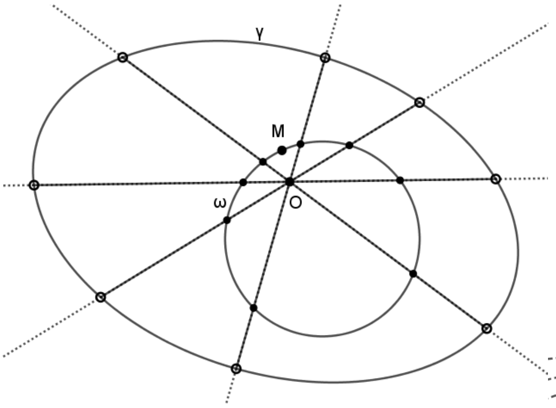


Рис.1

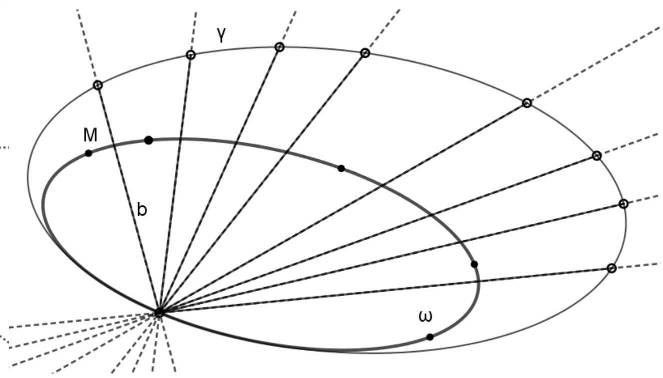


Рис.2

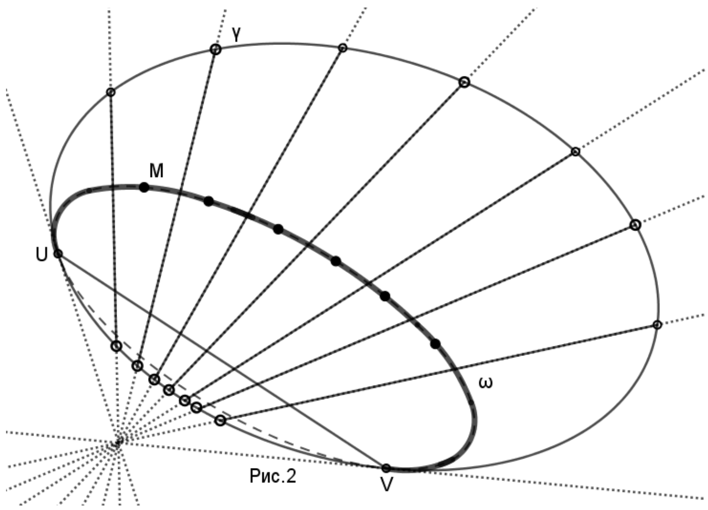


Рис.3

В научной литературе интерпретация траекторий пучков представлена в книгах [4] и [5].

В [5; с. 339] автор использует свойства коллинеаций проективной плоскости, отличных от гомологий, имеющих инвариантную прямую и инвариантную точку (полюс данной прямой) и переводящих абсолют в себя. В зависимости от случаев расположения этих прямой и точки относительно абсолюта, коллинеации интерпретируются как движения на плоскости Лобачевского вдоль некоторых кривых (именно, окружности, эквидистанты и орицикла).

В [4; с.307] автор изучает гомологии, ось и центр которых взаимно полярны относительно абсолюта. От положения центра гомологии относительно абсолюта зависит, какой пучок прямых фиксируется. Абсолют и его образ (*цикл*) при такой гомологии оказываются «симметричными» относительно любой прямой фиксированного пучка, т.е. цикл и есть ортогональная траектория этого пучка. Отмечается, что «всякий цикл, как и прямая, может скользить сам по себе без деформации», а это значит, что «цикл, как и прямая, есть кривая постоянной кривизны» [4; с.309].

Поскольку при исследовании интересующего нас вопроса авторы используют неизвестные из стандартного курса проективной геометрии термины и утверждения, было решено найти самостоятельное решение с использованием аналитического метода [3; с.25-85].

Наиболее понятным для реализации метода представляется случай пучка расходящихся прямых: сама конфигурация подсказывает выбор проективного репера, относительно которого будут составляться уравнения абсолюта, координатных прямых, записываться формулы «симметрии».

Идея доказательства следующая: рассмотрим любую прямую (ось) пучка расходящихся прямых с базой A_1A_2, выберем некоторую обыкновенную точку M и зададим овальную линию γ точками M, A_1 и A_2 и касательными к γ в точках A_1 и A_2, и проверим, что эта овальная линия: 1) состоит из внутренних точек абсолюта; 2) симметрична относительно оси; 3) ее уравнение не зависит от выбора оси, но зависит от координат точки M.

Проективный репер R выбираем следующим образом: A_1 и A_2 – точки, определяющие базу пучка расходящихся прямых, A_3 – полюс прямой (A_1A_2) (точка, в которой пересекаются проективные прямые, соответствующие прямым пучка). Единичная точка E выбирается на абсолюте произвольно (рис.4). Координаты точек репера определяются стандартным образом: $A_1\{1;0;0\}$, $A_2\{0;1;0\}$, $A_3\{0;0;1\}$, $E\{1;1;1\}$.

С учетом принадлежности точек A_1, A_2 и E абсолюту γ, сопряженности пар точек A_1, A_3 и A_2, A_3 относительно γ, получаем уравнение абсолюта γ:

$$x_3{}^2 - x_1x_2 = 0\,. \qquad (1)$$

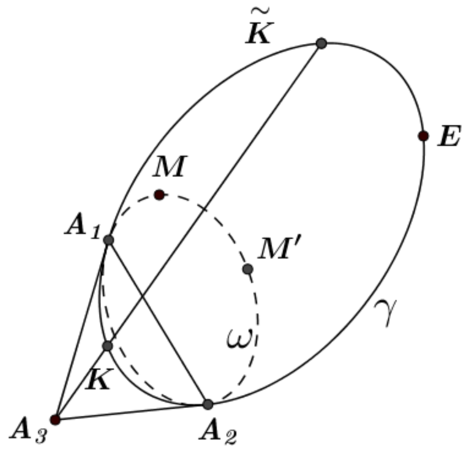


Рис. 4

Определим аналитическое условие, задающее внутреннюю область абсолюта γ. Так как точка A_3 – внешняя и для ее координат ${x_3}^2 - x_1x_2 > 0$, то координаты внутренних точек будут удовлетворять условию:

$$ {x_3}^2 - x_1x_2 < 0. \qquad (2)$$

Возьмем любую точку K, принадлежащую абсолюту γ, но не совпадающую с точками A_1 и A_2. Тогда ее координаты k_1, k_2, k_3 не равны нулю. Пусть $k_3 = 1$, $k_1 = k, k_2 = \frac{1}{k}$.

Найдем уравнение прямой (A_3K): $x_1 - k^2x_2 = 0$.

Прямая (A_3K) пересекает абсолют γ в двух точках K и $\widetilde{K}$. Чтобы определить координаты $\widetilde{K}$, составим систему

$\begin{cases} x_1 = k^2x_2 \\ x_1x_2 = {x_3}^2 \end{cases}$, откуда $\widetilde{K}\left\{k; \frac{1}{k}; -1\right\}$.

Составим формулы гомологии с осью (A_3K). Потребуем, чтобы репер $R = (A_1, A_2, A_3, E)$ при этой гомологии переходил в репер $R' = (A_2, A_1, A_3, E')$, где $E'\{a; b; c\}$ – некоторая точка абсолюта γ. Такая гомология переводит абсолют в себя, а на множестве внутренних точек индуцируется преобразование, которое интерпретируется как «осевая симметрия» с осью $K\widetilde{K}$.

Учитывая инвариантность точки K, после согласования матрицы преобразования, получим следующие формулы:

$$\begin{aligned} \rho x_1' &= k^2x_2 \\ \rho x_2' &= \frac{1}{k^2}x_1 \\ \rho x_3' &= x_3. \end{aligned} \qquad (3)$$

Легко проверить, что эта гомология переводит внутренние точки относительно абсолюта γ также во внутренние точки:

$$(x_3')^2 - x_1'x_2' = \frac{1}{\rho^2}(x_3^2 - x_1x_2) < 0.$$

Возьмем теперь внутреннюю точку абсолюта $M\{m_1;\ m_2;\ m_3\}$, не принадлежащую базе A_1A_2. Прямая (A_1A_2) относительно выбранного репера задается уравнением $x_3 = 0$, поэтому $m_3 \neq 0$. Пусть $M\{m_1;\ m_2;\ 1\}$. Поскольку точка M – внутренняя точка абсолюта, то $m_1m_2 > 1$.

Найдем образ M' точки $M\{m_1;\ m_2;\ 1\}$ при заданной гомологии. Согласно формулам (3), $M'\left\{k^2m_2;\ \frac{1}{k^2}m_1;\ 1\right\}$.

Точки M и M' лежат в одной «полуплоскости» относительно базы A_1A_2.

Чтобы проверить это, найдем точку N пересечения прямых (MM') и (A_1A_2) и покажем, что она является внешней точкой абсолюта:

$N\left\{m_1 - k^2m_2;\ m_2 - \frac{1}{k^2}m_1; 0\right\}$, $\left(km_2 - \frac{1}{k}m_1\right)^2 > 0$.

Найдем уравнение овальной линии ω, проходящей через точки M, A_1, A_2 и имеющей касательные (A_1A_3) и (A_2A_3):

$$\omega\colon {x_3}^2 - \frac{1}{m_1m_2}x_1x_2 = 0. \qquad (4)$$

Покажем, что все точки этой овальной линии ω – внутренние относительно абсолюта γ. Действительно, для любой ее точки $P\{p_1; p_2; p_3\}$

${p_3}^2 - \frac{1}{m_1m_2}p_1p_2 = 0.$

В силу неравенства $m_1m_2 > 1$, получаем, что $p_1p_2 > 0, \frac{1}{m_1m_2} < 1$, поэтому

$p_1p_2 > \frac{1}{m_1m_2}p_1p_2$, откуда $-p_1p_2 < -\frac{1}{m_1m_2}p_1p_2$, а значит,

${p_3}^2 - p_1p_2 < {p_3}^2 - \frac{1}{m_1m_2}p_1p_2.$

Правая часть неравенства равна нулю, поэтому ${p_3}^2 - p_1p_2 < 0$, т.е. P – внутренняя точка относительно γ.

Подстановкой координат точки $M'\left\{k^2m_2;\ \frac{1}{k^2}m_1;\ 1\right\}$ в уравнение ω, легко проверяется, что точка M' принадлежит этой овальной линии.

Итак, при «осевой симметрии» относительно любой прямой пучка расходящихся прямых овальная линия ω переходит в себя, причем ее точки, лежащие в одной полуплоскости относительно базы пучка, переходят в точки той же полуплоскости. Это позволяет считать линию ω (без двух точек касания с γ) объединением двух «эквидистант», симметричных относительно базы A_1A_2.

Проведенное аналитическим методом исследование интерпретации эквидистанты в проективной модели плоскости Лобачевского не выходит за рамки изучаемого в вузе курса проективной геометрии, а, значит, доступно для изучения каждому студенту.

В настоящее время ведется поиск аналитического доказательства интерпретаций орицикла и окружности в проективной модели плоскости Лобачевского.

Литература

1. Геометрия: в 2 ч. – Ч. 2: учебное пособие / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. – 2-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2017. – 422 с.
2. Геометрия 2: учебное пособие для вузов / С. Л. Атанасян, В. Г. Покровский, А. В. Ушаков; под ред. С. Л. Атанасяна. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 544 с.
3. Геометрия: учеб. пособие для студ. Учреждений высш. пед. проф. образования: в 2 т. Т 2 /[Н.И. Гусева, Н.С. Денисова, Л.А. Игнаточкина и др.]. – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 448 с.
4. Комиссарук А.М. Проективная геометрия в задачах. – Минск: Вышэйшая школа, 1971. – 319 с.
5. Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия. Изд. 8-е. Учебник для пед.ин-тов. – М.: «Просвещение», 1969. – 368 с.

МЕТРИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ В ПРАВИЛЬНЫХ И ПОЛУПРАВИЛЬНЫХ МНОГОГРАННИКАХ ПРОСТРАНСТВА ЛОБАЧЕВСКОГО

Збутович И.В., Карпухина А.Д.,
Россия, г. Елабуга,
Елабужский институт Казанского федерального университета,
Научный руководитель: к. ф.-м. н., доцент Костин А.В.

Аннотация. В работе были получены соотношения для радиуса вписанной и полувписанной сфер правильного тетраэдра, а также выведено соотношение для ребра усеченного тетраэдра через длину ребра правильного тетраэдра.

Ключевые слова: тетраэдр, радиус вписанной сферы, пространство Лобачевского, полуправильный многогранник.

METRIC RELATIONS IN REGULAR AND SEMIREGULAR POLYTOPES OF THE LOBACHEVSKY SPACE

Zbutovich I. V., Karpukhina, A. D.,
Russia, Elabuga,
Elabuga Institute of Kazan Federal University,
Scientific supervisor: candidate of physico-M. SC., associate Professor Kostin A.V.

Abstract. In this paper, the relations for the radius of the inscribed sphere of a regular tetrahedron were obtained, and the relation for the edge of a truncated tetrahedron through the length of the edge of a regular tetrahedron was derived.

Keywords: tetrahedron, inscribed sphere radius, Lobachevsky space, semi-regular polyhedron.

1.Усеченный тетраэдр

Отсечем от правильного тетраэдра 4 тетраэдра таким образом, чтобы образовался многогранник, у которого 4 грани – правильные шестиугольники, а другие 4 – правильные треугольники. Такой многогранник, у которого все грани – правильные многоугольники, называется полуправильным.

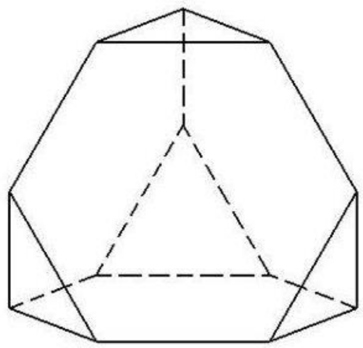
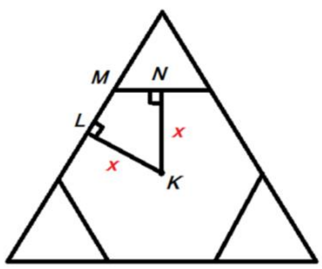


Рис. 1

Найдем длину ребра усеченного тетраэдра при условии, что длина ребра исходного тетраэдра равна a. Пусть x – радиус окружности, вписанной в шестиугольную грань.



Четырехугольник KLMN является двупрямоугольником II рода [2].

Мы знаем, что $\angle LKN = \frac{\pi}{3}$; $LD = \frac{a}{2}$.

В треугольнике DLK:

$$th\frac{DL}{\rho} = sh\frac{KL}{\rho} \cdot tg DKL$$

$$th\frac{a}{2\rho} = sh\frac{x}{\rho} \cdot tg\frac{\pi}{3}$$

$$sh\frac{x}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{3}}\, th\frac{a}{2\rho}$$

Так как KLMN – двупрямоугольник II рода, то для него справедлива следующая формула:

$$\boxed{ch\frac{\text{LK}}{\rho} \cdot th\frac{\text{NK}}{\rho} = sh\frac{\text{LK}}{\rho} \cdot \cos(\text{LKN}) + th\frac{\text{LM}}{\rho} \cdot \sin(\text{LKN})}$$

Пусть сторона правильного шестиугольника равна y. Тогда:

$$ch\frac{x}{\rho} \cdot th\frac{x}{\rho} = sh\frac{x}{\rho} \cdot \frac{1}{2} + th\frac{y}{\rho} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Преобразуя, получим:

$$\frac{1}{2}\, sh\frac{x}{\rho} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot th\frac{y}{2\rho}$$

$$th\frac{y}{2\rho} = \frac{1}{\sqrt{3}}\, sh\frac{x}{\rho}$$

Так как $\boxed{sh\frac{x}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{3}}\, th\frac{a}{2\rho}}$, то:

$$th\frac{y}{2\rho} = \frac{1}{3}\, th\frac{a}{2\rho}$$

$$y = 2\rho \cdot arth(\tfrac{1}{3}\, th\tfrac{a}{2\rho}) \qquad (1)$$

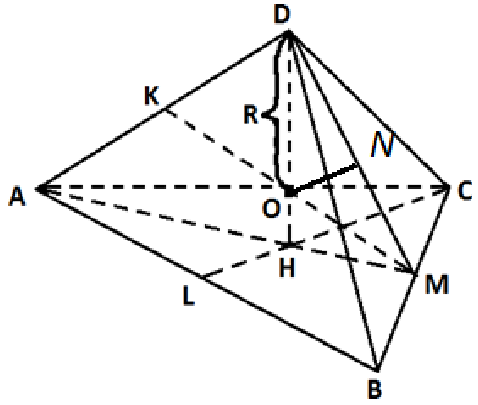
Мы получили выражение ребра получившегося полуправильного многогранника через сторону a данного правильного тетраэдра. Теперь рассмотрим предельный случай, когда вершины тетраэдра являются бесконечно удаленными точками. Ребра тетраэдра при этом станут параллельными прямыми. Если вершина исходного тетраэдра уйдут в бесконечность, то в (1):

$$th\frac{a}{2\rho} \xrightarrow[a\to\infty]{} 1$$

И в предельном случае получим:

$$\text{y} = 2\rho \cdot arth(\frac{1}{3})$$

2. Радиус вписанной сферы правильного тетраэдра.



В тетраэдре DABC: DH – высота, MK-биссектриса двугранного угла между гранью DBC и плоскостью основания. Значит, точка O пересечения MK и DH является центром как вписанной, так и описанной сфер.

DO = R – радиус описанной сферы, OH = r – радиус вписанной сферы.

В работе [4] был найден радиус R описанной сферы:

$$\operatorname{sh}\frac{R}{\rho}=\sqrt{\frac{3}{2}}\operatorname{sh}\frac{a}{2\rho}$$

В евклидовом пространстве в треугольнике ADM MK пересекает высоту тетраэдра в соотношении 1:3, т.е. $\frac{\text{OH}}{\text{DO}}=\frac{1}{3}$. Значит, в евклидовом пространстве $\frac{r}{R}=\frac{1}{3}$. И в треугольнике OND $\cos\text{DON}=\cos\beta=\frac{1}{3}$. Угол DON будет совпадать с соответствующим углом в пространстве Лобачевского. Используя это, получим связь радиусов вписанной и описанной сфер правильного тетраэдра в пространстве Лобачевского: $\operatorname{th}\frac{r}{\rho}=\frac{1}{3}\operatorname{th}\frac{R}{\rho}$.

Нам известен $\operatorname{sh}\frac{R}{\rho}$, найдем $\operatorname{ch}\frac{R}{\rho}$. Из основного гиперболического тождества:

$$\operatorname{ch}\frac{R}{\rho}=\sqrt{1+sh^2\frac{R}{\rho}}=\sqrt{1+\frac{3}{2}sh^2\frac{a}{2\rho}}$$

$$\operatorname{th}\frac{r}{\rho}=\frac{\frac{1}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}\,sh\frac{a}{2\rho}}{\sqrt{1+\frac{3}{2}sh^2\frac{a}{2\rho}}}=\frac{sh\frac{a}{2\rho}}{\sqrt{6(1+\frac{3}{2}sh^2\frac{a}{2\rho})}}=\frac{sh\frac{a}{2\rho}}{\sqrt{6+9sh^2\frac{a}{2\rho})}}$$

Найдем предельное значение радиуса вписанной сферы, при этом ребра тетраэдра будут параллельны, и ∠DON в этом случае станет углом параллельности отрезка ON = r.

Формула для угла параллельности $\Pi(x)$ отрезка x:

$$\boxed{\operatorname{tg}\frac{\Pi(x)}{2}=e^{-\frac{x}{\rho}}}$$

$\Pi(x)=\beta=\angle\text{DON}$

$$tg^2\frac{\beta}{2}=\frac{1-\cos\beta}{1-\cos\beta}=\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}=\frac{1}{\sqrt{2}},\qquad \frac{1}{\sqrt{2}}=e^{-\frac{r}{\rho}}$$

$$r=\rho\ln\sqrt{2}$$

Таким образом, числовые значения радиуса вписанной сферы правильного тетраэдра удовлетворяют неравенствам:

$$0 < r < \rho\, arth \frac{sh \frac{a}{2\rho}}{\sqrt{6 + 9sh^2 \frac{a}{2\rho})}}$$

3. Радиус полувписанной сферы.

Сфера называется полувписанной в многогранник, если она касается всех его ребер. На рисунке радиусом будет OK. Обозначим OK = r_1, ∠DOK =α. $\sin\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $\cos = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

$$\mathrm{th}\frac{R}{\rho}\cos\alpha = \mathrm{th}\frac{OK}{\rho}$$

$$\mathrm{th}\frac{r_1}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{th}\frac{R}{\rho}$$

$$th\frac{r_1}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{3}}\, 3\mathrm{th}\frac{r}{\rho} = \sqrt{3}\, th\frac{r}{\rho} = \frac{\sqrt{3}\, sh\frac{a}{2\rho}}{\sqrt{6 + 9sh^2 \frac{a}{2\rho})}}$$

Найдем предельное значение.

$$\lim_{R\to\infty} th\frac{r_1}{S} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

При $R\to\infty$, $r_1 \to arth\frac{1}{\sqrt{3}}$, значит, значения радиуса полувписанной сферы правильного тетраэдра удовлетворяют неравенствам:

$$0 < r_1 < \rho\, arth\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Косинус угла между гранями правильного тетраэдра пространства Лобачевского будет изменяться в пределах от $\frac{1}{3}$ до $\frac{1}{2}$. При этом к $\frac{1}{3}$ он стремится при стремлении длины ребра к нулю, а к $\frac{1}{2}$ – при стремлении длины ребра к бесконечности.

Литература

1. Лаптев Б.Л. Н.И. Лобачевский и его геометрия: пособие для учащихся / Б.Л. Лаптев. – М.: ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1976. – 112 с.

2. Макаров В. С., Макаров П. В., Дамиан Ф. Л. О полуправильных многогранниках пространства Лобачевского // Труды XIII Всероссийской (с международным участием) научной школы "Математические исследования в естественных науках". Геологический институт КНЦ РАН, Кольское отделение и Комиссия по истории РМО Апатиты, 2016. – С. 64-75.

3. Несторович Н.М. Геометрические построения в плоскости Лобачевского / Н.М. Несторович. – М.-Л.:ГИТТЛ, 1951. – 304 с.

4. Сорокина А.А. Метрические соотношения простейших правильных многогранников пространства Лобачевского / Лобачевский и XXI век. Материалы IV учебно-научной студенческой конференции. – Казань: К(П)ФУ, 2017. – С. 290-297.

О НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТИ ПЛАНИМЕТРИИ Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО В МОДЕЛИ КЭЛИ-КЛЕЙНА

Салминова А.С., Бижанова С.А., Гордиенко Е.А.,
Россия, г. Оренбург,
Оренбургский государственный педагогический университет,
Физико-математический факультет
Научный руководитель: к.ф.-м.н, доцент. Прояева И.В.

Аннотация. В данной статье рассматривается доказательство непротиворечивости планиметрии Н. И. Лобачевского с помощью модели Кэли-Клейна.

Ключевые слова: аксиомы, модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского, аксиоматика Лобачевского, аксиоматика Евклида.

ON THE CONSISTENCY OF PLANIMETRY N. I. LOBACHEVSKY IN THE CAYLEY-KLEIN MODEL

Salminova A. S., Bizhanova S.A., Gordienko E.A.,
Russia, Orenburg,
Orenburg state pedagogical University,
The physics and mathematics faculty
Scientific adviser: Phys. – M. D., associate Professor Proyaeva I.V.

Abstract. This article considers the proof of the consistency of planimetry N. I. Lobachevsky using the Cayley-Klein model.

Keywords: axiom, model Cayley-Klein plane of Lobachevsky, Lobachevsky's axioms, the axioms of Euclid.

Актуальность исследования: долгое время вопрос о непротиворечивости планиметрии Н. И. Лобачевского (1792–1856) был открыт. Многие ученые пытались доказать факт непротиворечивости планиметрии Лобачевского [1]. Создание модели Кэли-Клейна решило эту задачу. С этого момента геометрия Лобачевского перестала быть «воображаемой» и стала такой же реальной, как геометрия Евклида.

Новизна исследования заключается в кратком изложении моментов доказательства планиметрии Лобачевского на модели Кэли-Клейна.

Цель исследования: рассмотреть особенности доказательства непротиворечивости планиметрии Н. И. Лобачевского в модели Кэли-Клейна.

Объект исследования: геометрия Лобачевского.

Предмет исследования: доказательство непротиворечивости планиметрии Лобачевского.

Геометрия – одна из древнейших математических наук. Она строится из простейших геометрических понятий: точка, прямая, плоскость, движение. К такому выводу пришли ученые, изучая такие свойства предметов, как формы, размеры и взаимное расположение.

Все геометрические истины выводятся из утверждений, которые строятся на основных геометрических понятиях и называются аксиомами, принимающимися без доказательства.

Древнегреческий математик Евклид, живший в III веке до н.э., логически обосновал и привел в систему все разрозненные геометрические знания, которые были накоплены к тому времени. В своей книге «Начала», которая до XIX пользовалась огромной популярностью, Евклид излагает геометрию следующим образом: вначале указывает основные геометрические понятия, постулаты или аксиомы, на основании которых затем выводит все теоремы геометрии.

Тысячелетние рассуждения над геометрией Евклида показывают, что его построение геометрии имеет ряд недостатков:

- неполный набор аксиом, который требует добавления еще нескольких;
- некоторые аксиомы, скорее, являются не аксиомами, а описаниями, которые следует совсем выпустить;
- отсутствуют доказательства первых простейшие теоремы, существуют не доказанные утверждения, содержащиеся в теоремах, но не являющиеся аксиомами.

Д. Гильберт [2] и Ф. Шур [3] предложили две аксиоматики евклидовой геометрии, в которых отсутствуют указанные недостатки, в то же время в них выполняются условия независимости аксиом.

В планиметрии Евклида используются 7 основных понятий: точки, прямые, движения, которые называются элементами, и соотношения связи, порядка, соответствия точек и прямых при движениях.

Аксиомы евклидовой планиметрии – это 20 утверждений, которые устанавливают связь между выше упомянутыми элементами и соотношениями. Выделяют 5 групп аксиом:

I. Аксиомы связи:

1. Через любые 2 точки проходит прямая.
2. Такая прямая – единственная.
3. На любой прямой лежат, по крайней мере, две точки.
4. Какую бы прямую не взять, существует точка, на ней не лежащая.

II. Аксиомы порядка:

1. Если точка B лежит между точками A и C, то она лежит на прямой AC.
2. Если точка B лежит между точками A и C, то она лежит и между точками C и A.
3. Если A и B — две точки прямой, то на этой прямой всегда есть хотя бы одна точка C, такая, что точка B лежит между A и C.
4. Из трех их точек A, B, C прямой не более одной лежит между двумя другими.
5. (Аксиома Паша) Если точки A, B, C не лежат на одной прямой и прямая a не проходит ни через одну из этих точек и пересекает отрезок AB, то она не пересекает один из отрезков AC или BC.

III. Аксиомы движения:

1. Если задано движение∂, то при нем любая данная точка плоскости A переходит в одну определенную ее точку A'.
2. При заданном движении ∂ в любую точку плоскости A' переходит некоторая ее точка A.
3. При заданном движении ∂точки A и B переходят в разные точки A' и B'.
4. Произведение любых двух движений есть снова некоторое движение: $\partial_1 * \partial_2 = \partial_3$.
5. Всякое движение ∂ имеет обратное движение ∂^{-1}.
6. При движении сохраняется порядок точек.

7. Если даны два репера, то существует движение, совмещающее первый репер со вторым.

8. Такое движение только одно.

9. Если дано движение ∂, то при нем любая прямая α плоскости переходит одну вполне определенную прямую a', а именно в ту, на которой лежат образы точек прямой a.

IV. Аксиома непрерывности (аксиома Дедекинда):

1. Если все точки прямой как угодно разбить на два такие класса I и II, что любая точка класса II лежит правее любой I, то либо в классе I есть самая правая точка, и тогда в классе II нет самой левой, либо, наоборот, в классе II есть самая левая точка, и тогда в классе I нет самой правой.

V. Аксиома о параллельной:

1. Если a – некоторая прямая и B – некоторая точка, на ней не лежащая, то есть не больше одной прямой b, проходящей через точку B и не пересекающей прямую a.

Евклидовой планиметрией называется совокупность всевозможных лемм, теорем, следствий и т.д., которые выводятся из 20 аксиом.

В начале XIX века Н. И. Лобачевский поставил цель – построить альтернативную геометрию, в которой верна аксиома:

если а – некоторая прямая и В – некоторая точка, на ней не лежащая, то через эту точку можно провести по крайней мере две разные прямые b и b, не пересекающие прямой а [5; с.24].

Аксиоматика планиметрии Лобачевского отличается от аксиоматики планиметрии Евклида только одной аксиомой: вместо аксиомы о параллельной Евклида применяется аксиома о параллельных Лобачевского.

Теорема: *аксиоматика планиметрии Лобачевского непротиворечива, если непротиворечива аксиоматика геометрии Евклида.*

Аксиоматика называется непротиворечивой, если, опираясь на набор аксиом и используя правила логики, нельзя прийти к противоречию.

Исходя из этой теоремы, можно сделать вывод: *если аксиоматика Евклида непротиворечива, то в планиметрии Евклида нельзя доказать пятый постулат Евклида.*

В течении 2 тысяч лет математики всего мира пытались вывести V постулат из остальных аксиом, но их попытки не увенчались успехом. Одной из идей было доказательство «от противного», т.е. прийти к противоречию, если предположить верным отрицание постулата.

Воспользуемся методом «от противного»:

1. Пусть V постулат Евклида доказывается, как теорема, на основе 1-19 аксиом его планиметрии.

2. Так как эти аксиомы являются аксиомами «абсолютной» планиметрии и входят в аксиоматику Лобачевского, то эта теорема имеет место быть и в его планиметрии.

3. Между выведенной теоремой и аксиомой о параллельных самого Лобачевского получаем противоречие, которое показывает, что его аксиоматика является противоречивой!!!

4. Делаем вывод, что, если бы был доказан V постулат Евклида, то это послужило бы доказательством противоречивости его геометрии.

Докажем теорему, используя модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Данную модель в 1859 году построил английский математик Артур Кэли, однако, он не заметил ее связь с неевклидовой геометрией. Лишь в 1871 году немецкий математик Ф. Х. Клейн математически оформил и опубликовал модель геометрии Лобачевского, элементами которой являются объекты и соотношения Евклидовой геометрии.

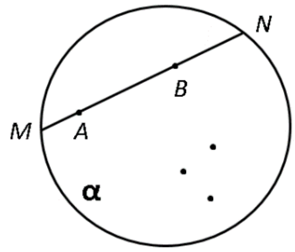


Рис. 1

В качестве точек плоскости Лобачевского будут выступать внутренние точки некоторого круга α, прямых – хорды этого круга без концов, движений – преобразования Λ круга α в себя (рис.1).

Проверим, выполняются ли аксиомы Лобачевского на модели Кэли-Клейна.

I. Аксиомы связи очевидны.

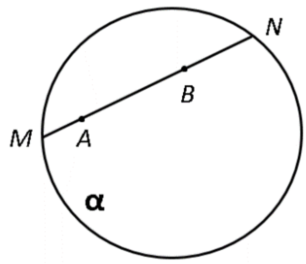


Рис. 2

В качестве примера рассмотрим первую и вторую аксиомы: *через любые две внутренние точки круга α проходит некоторая хорда этого круга. Такая хорда проходит только одна (рис.2).*

II. Первые четыре аксиомы порядка очевидны, а пятую можно вывести из аксиомы Паша, если учитывать, что если две точки являются внутренними точками круга, то и все точки, которые соединяют их отрезок, также внутренние точки круга.

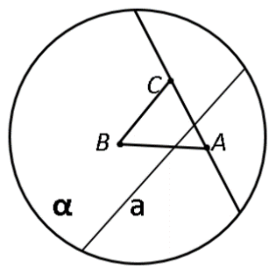


Рис. 3

Если внутренние точки круга A, B, C, не лежат на *одной и той же хорде круга, и хорда a не проходит ни через одну из них и пересекает отрезок AB, то она пересекает еще хоть один из отрезков AC или BC (рис.3).*

III. Аксиомы движения так же являются очевидными, так как являются теоремами о преобразованиях Λ круга α в себя [4; с.454].

IV. Аксиома непрерывности для хорды вытекает из той же аксиомы для прямой на евклидовой плоскости, если дополнить хорду в обе стороны до прямой.

V. Аксиома о параллельных (Лобачевского) очевидна, если представить её на чертеже.

Если a — некоторая хорда и B — некоторая внутренняя точка круга α, на ней не лежащей, то имеется больше одной хорды, проходящей через точку B и не пересекающей хорды a (рис.4).

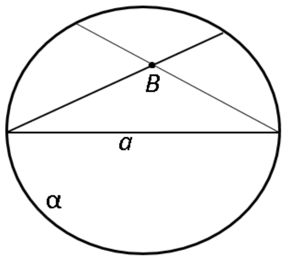


Рис. 4

Данная «модель» иллюстрирует тот факт, что из аксиом плоскости Лобачевского не выводятся противоречащие друг другу следствия.

Когда вводилась аксиоматика плоскости Лобачевского, то назывались ее элементы и соотношения и требовалось, чтобы соотношения между элементами удовлетворялись двадцати аксиомам.

Теперь в евклидовой геометрии нашлись такие объекты, соотношения между которыми удовлетворяют тем же двадцати аксиомам.

Если бы аксиомы Лобачевского были противоречивы, то, пользуясь объектами и соотношениями евклидовой геометрии, можно было бы вывести факты, которые противоречат друг другу. Это означало бы, что сама евклидова геометрия противоречива.

Идея доказательства теоремы заключается в том, чтобы смоделировать рассматриваемую аксиоматику в какой-нибудь математической системе, которая является непротиворечивой.

Непротиворечивость же геометрии Евклида в свою очередь основана на непротиворечивости арифметики действительных чисел.

Литература

1. История математики. Том первый с древнейших времен до начала нового времени. [Текст]/ Под ред. А.П. Юшкевича – М.: «Наука», 1970. – С. 353.

2. Гильберт Д. Основания геометрии.[Текст]/ Перевод с немецкого под редакцией А. В. Васильева – Л.: «Сеятель», 1923. – 152 с.

3. Шур Ф. Основания геометрии / Ф. Шур. – Лейпциг: Б. Г. Теубнер, 1909.

4. Лобачевский Н.И. Избранные труды по геометрии [Текст]/ по ред. П. С. Александрова, Б. Н. Делоне, П. К. Рашевского. – Москва: Издательство Академии Наук СССР, 1956. – 596 с.

5. Делоне Б. Н. Краткое изложение доказательства непротиворечивости планиметрии Лобачевского [Текст]/ Б. Н. Делоне. – М.: Изд-во АН СССР, 1953. – 125 с.

ДВИЖЕНИЯ ПЛОСКОСТИ ЛОБАЧЕВСКОГО

Фролова М.В.,
Россия, г. Санкт-Петербург,
Российский государственный педагогический университет
им. А.И. Герцена,
Факультет математики
Научный руководитель: доцент Ходот Т.Г.

Аннотация. В статье исследуются разные виды движений плоскости Лобачевского. Для каждого из них доказаны теоремы о разложении в композиции осевых симметрий, рассмотрены вопросы, связанные с неподвижными точками и инвариантными кривыми.

Ключевые слова: движение плоскости Лобачевского, сдвиг, поворот вокруг бесконечно удаленной точки, орицикл, эквидистанта.

MOTIONS OF THE LOBACHEVSKY PLANE

Frolova M.V.,
Russia, St. Petersburg,
The Herzen State Pedagogical University of Russia,
Faculty of Mathematics
Scientific adviser: Associate Professor Khodot T.G.

Abstract. The article to explore the types of motions of the Lobachevsky plane. Theorems are proved on decomposition in the composition of axial symmetries for each type of motion, considered issues related to fixed points and invariant curve.

Keywords: motion of the Lobachevsky plane, shift, rotation around the infinitely distant point, horocycle, equidistant curve.

Проблема: изучение вопросов, не входящих в учебную программу педагогических вузов по теме «Движения плоскости Лобачевского»

Объект: движения плоскости Лобачевского

Достигнутый уровень решения проблемы: изучена сформулированная тема и систематизированы новые знания в этой области.

Элементы новизны результатов: доказан ряд теорем, не имеющихся в доступной литературе.

Область применения полученных результатов: доказанные теоремы могут стать основой для решения вопроса о классификации движений плоскости и пространства Лобачевского.

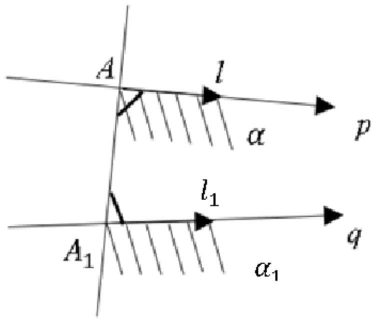
Введение

Как известно, в геометрии Лобачевского выполняются аксиомы абсолютной геометрии, в том числе *аксиома и теорема подвижности* плоскости: «Для любых двух плоских флагов F и F_1 существует движение плоскости, отображающее флаг F на флаг F_1, и такое движение единственное». Естественно, что все определения и теоремы общие для евклидовой плоскости и плоскости Лобачевского, формулируются и доказываются одинаково. В частности, это касается осевой симметрии и поворота плоскости. Поэтому мы начнем рассматривать движения плоскости Лобачевского с *поворота вокруг бесконечно удаленной точки и сдвига.*

Поворот плоскости Лобачевского вокруг бесконечно удаленной точки

Определение 1. Множество всех прямых, параллельных друг другу в одном направлении, называется *пучком параллельных прямых,* или *параболическим* пучком. Бесконечно удаленная точка, определенная этим пучком, называется *центром* пучка. Прямые пучка называются *осями* пучка.

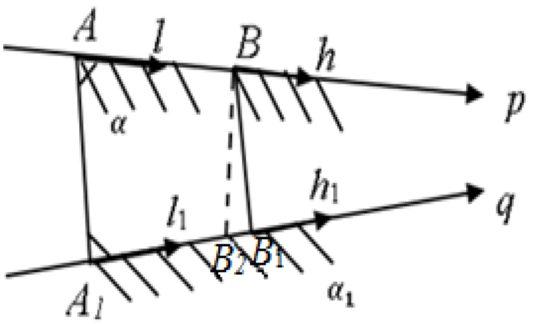
Определение 2. Пусть даны две прямые p и q параболического пучка и точка A на прямой p. Рассмотрим два флага $F_1(A,l,\alpha)$ и $F_2(A_1,l_1,\alpha_1)$, где AA_1 – секущая равного наклона к прямым p и q, точки A и A_1 принадлежат p и q



соответственно; l– луч прямой p с началом в точке A, параллельный q; α–полуплоскость, ограниченная прямой p и содержащая прямую q; α_1 –полуплоскость с границей q, не содержащая прямую p, l_1 – луч прямой q с началом в A_1 параллельный p. Движение, отображающее флаг F_1 во флаг F_2, называется *поворотом плоскости вокруг бесконечно удаленной точки.* Такой поворот будем обозначать R_∞.

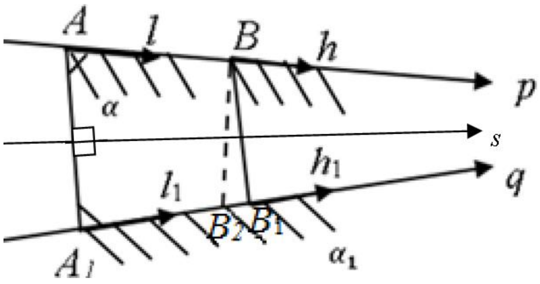
Теорема 1. Повороты вокруг бесконечно удаленной точки, определенные двумя прямыми параболического пучка и разными точками на одной из этих прямых, являются одним и тем же движением.

Доказательство.



Пусть даны две прямые p и q и различные точки A и B на прямой p. задающие повороты: $R_{\infty_1}: F_1(A,l,\alpha) \rightarrow F_2(A_1,l_1,\alpha_1)$ и $R_{\infty_2}: F_3(B,h,\alpha) \rightarrow F_4(B_1,h_1,\alpha_1)$.

Пусть для определенности луч h содержится в луче l. Рассмотрим отображение флага $F_3(B,h,\alpha)$ при одном и при другом движениях и покажем, что образы этого флага совпадут. Понятно, что $R_{\infty_2}: F_3(B,h,\alpha) \rightarrow F_4(B_1,h_1,\alpha_1)$. Рассмотрим поворот вокруг бесконечно удаленной точки, определенный прямыми p и q и точкой A на прямой p. При этом повороте точка A отобразится в точку A_1, луч l в луч l_1, точка B, принадлежащая лучу l, – в точку B_2, принадлежащую лучу l_1, а луч h с началом в точке B отобразится в луч h_1 с началом в точке B_2, причем отрезки AB и A_1B_2 равны (так как поворот вокруг бесконечно удаленной точки – движение), полуплоскость α отобразится в полуплоскость α_1.

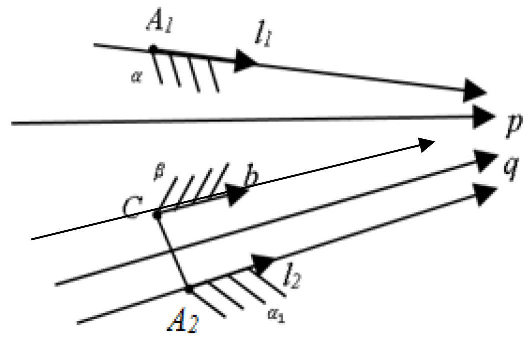


Заметим, что BB_2 – секущая равного наклона к прямым p и q. Проведем прямую s– ось симметрии прямых p и q.

Так как отрезок AA_1 –секущая равного наклона к прямым p и q, то s перпендикуляр к AA_1. Так как отрезки AB и A_1B_2 равны, и симметрия с осью s отобразит прямую p в прямую q, то B_2 есть образ точки B при этой симметрии относительно прямой s. Тогда углы CBB_2 и BB_2L равны. Значит B_2 совпадает с B_1. Получается флаг$F_3(B,h,\alpha)$ отобразился во флаг $F_4(B_1,h_1,\alpha_1)$ и при движении R_{∞_1} тоже. Значит, в соответствии с теоремой подвижности плоскости, повороты вокруг бесконечно удаленной точки, определенные двумя прямыми пучка параллельных прямых и разными точками на одной из этих прямых, являются одним и тем же движением.

Теорема 2. Любой поворот вокруг бесконечно удаленной точки может быть представлен композицией двух осевых симметрий относительно прямых параболического пучка, причем одна из этих осей может быть выбрана произвольно.

Доказательство. Пусть дан поворот вокруг бесконечно удаленной точки, определенный лучами l_1 и l_2 и точками A_1 и A_2: $R_{\infty 1}: F_1(A_1, l_1, \alpha) \rightarrow F_2(A_2, l_2, \alpha_1)$. И пусть p – произвольная прямая параболического пучка, определенного

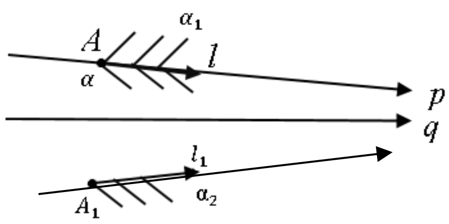


прямыми l_1и l_2. Рассмотрим симметрию с осью р. При этой симметрии точка A_1 отобразится в точку C, луч l_1 отобразится в луч b, полуплоскостьα отобразится в полуплоскость β. Затем рассмотрим симметрию относительно серединного перпендикуляр отрезка A_2C– прямой q.

При этой симметрии точка C отобразится в точку A_2, луч b отобразится в луч l_2, полуплоскость β отобразится в полуплоскость α. Таким образом, композиция симметрий с параллельными осями есть поворот вокруг бесконечно удаленной точки.

Теорема 3.(обратная к теореме 2)

Композиция двух симметрий с параллельными осями есть поворот вокруг бесконечно удаленной точки.



Доказательство. Пусть даны q и p – параллельные прямые. Выберем произвольную точку A на прямой p. Рассмотрим флаг $F_1(A,l,\alpha)$, определенный, точкой A на прямой p, лучом l с началом в точке A, направленным в сторону параллельности, и полуплоскость $\alpha,$ограниченную прямой p, которая содержит прямую q. Построим флаг, симметричный флагу F_1 относительно прямой p. При этой симметрии точка A и луч l отобразятся в себя, полуплоскость α – в полуплоскость α_1, дополнительную к α. Затем рассмотрим симметрию с осью q. Обозначим A_1 образ точки A, луч l_1 образ луча l, полуплоскость α_2 образ α_1 – при этой симметрии. Таким образом, флаг $F_1(A,l,\alpha)$ отобразится во флаг $F_2(A_1,l_1,\alpha_2)$. Отрезок AA_1 является секущей равного наклона, так как симметрия сохраняет углы. Итак, композиция симметрий с параллельными осями q и p есть поворот вокруг бесконечно удаленной точки.

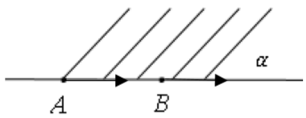
Определение 3. Точка плоскости называется *неподвижной при движении*, если при этом движении она совпадает со своим образом.

Теорема 4. Поворот вокруг бесконечно удаленной точки не имеет неподвижных точек.

Доказательство. Проведем доказательство от противного. Предположим, что при данном повороте вокруг бесконечно удаленной точки найдется неподвижная точка A. Проведем через точку A ось p параболического пучка, определяющего данный поворот. В соответствии с теоремой 2 существует прямая q данного пучка такая, что данный поворот представим композицией двух осевых симметрий с осями p и q. При симметрии относительно оси p точка A неподвижна, так как принадлежит этой оси. А при симметрии относительно оси q точка A неподвижной не является, так как не лежит на прямой q, так как оси симметрий принадлежат параболическому пучку. Полученное противоречие доказывает теорему.

Сдвиг плоскости Лобачевского

Определение 4. Пусть заданы упорядоченная пара точек A и B и одна из полуплоскостей, ограниченных прямой AB. *Сдвигом* T_{AB} называется движение плоскости, при котором точка A отображается в точку B, луч AB – в луч, дополнительный к лучу BA (будем его обозначать $[AB)^C$), а полуплоскость α – на себя. То есть T_{AB}: $F_1(A, [AB), \alpha) \rightarrow F_2(B, [AB)^C, \alpha)$.



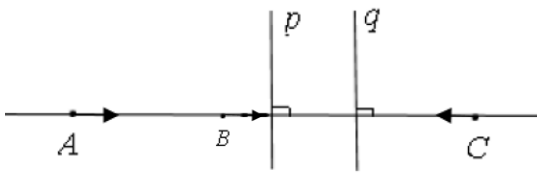
Теорема 5. Пусть лежащие на одной прямой отрезки AB и CD равны. Если одни из лучей [AB) или [CD) содержит другой, то сдвиги T_{AB} и T_{CD}являются одним и тем же движением.

Доказательство. Пусть равные отрезки AB и CD принадлежат прямой l. Докажем, что сдвиг T_{AB} совпадает с сдвигом T_{CD}. Для этого рассмотрим образ флага $F(C, [CD), \alpha)$при одном и при другом сдвиге. Ясно, что при сдвигеT_{CD}флаг $F(C, [CD), \alpha)$ отобразится на флаг $F_1(D, [DC)^C, \alpha)$. А при сдвиге T_{AB} точка A отобразится в точку B, точка C отобразится в точкуD_1, причем отрезки AB и CD_1 равны, луч CD_1 отобразится в луч, дополнительный к лучу D_1C, полуплоскость α отобразится на себя. Заметим, что так как отрезок AB равен отрезку CD и отрезок AB равен отрезку CD_1, то точки D и D_1 совпадают. Таким образом, сдвиг T_{AB} тоже отобразил флаг $F(C, [CD), \alpha)$ во флаг $F_1(D, [DC)^C, \alpha)$. Значит, в соответствии с теоремой подвижности плоскости, рассматриваемые сдвиги совпадают.■

Определение 5. Множество всех прямых плоскости, перпендикулярных одной прямой l, называется *пучком расходящихся прямых, или гиперболическим* пучком. При этом прямая l называется *базой* пучка. Прямые пучка называются *осями* пучка.

Теорема 6. Всякий сдвиг $\mathrm{T_{AB}}$ плоскости может быть представлен композицией двух осевых симметрий относительно прямых, перпендикулярных отрезку *AB,* причем одна из этих прямых может быть выбрана произвольно.

Доказательство. Пусть дан сдвигT_{AB}, при котором точка A отображается в точку B, луч AB отображается в луч, дополнительный к лучу *BA,* а полуплоскость α переходит в себя, то есть $F_1(A, [AB), \alpha) \to F_2(B, [\mathrm{AB})^{\mathrm{C}}, \alpha)$



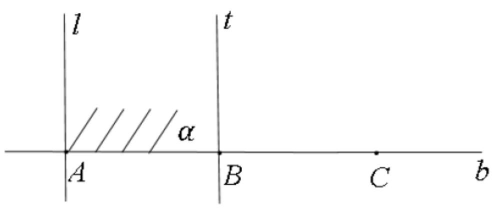
Рассмотрим симметрию относительно произвольной прямой p, перпендикулярной к прямой AB.

При этой симметрии точка A отобразится в точку C, луч AB– луч CA, а полуплоскость α– в себя. Затем рассмотрим симметрию относительно серединного перпендикуляра q отрезка BC. При этой симметрии точка C отобразится в точку B, луч, дополнительный к лучу CA –в луч, дополнительный к лучу BA, полуплоскость α– в себя. Таким образом, при композиции симметрий с осями*ри* q образ флага F(A,[AB),α) есть флаг $\mathrm{F_1(B,[BA)^c,\alpha)}$. То есть это отображение есть сдвиг T_{AB}.■

Теорема 7. (обратная к теореме 6)

Композиция двух осевых симметрий относительно осей гиперболического пучка есть сдвиг.

Доказательство. Пусть даны две прямые l и t из гиперболического пучка. Они имеют общий перпендикуляр b.



Пусть t пересекает b в точке B, а l пересекает b в точке A. Рассмотрим флаг $F_1(A, [AB), \alpha)$. При симметрии относительно прямой l точка A и полуплоскость α отобразятся на себя, а луч AB отобразится на луч, дополнительный к лучу AB. При симметрии относительно прямой t точка A отобразится в точку C, луч *AB,* в луч CB, полуплоскость α в себя .Получается композиция симметрий с осями l и t есть сдвиг.

Теорема 8. Всякий сдвиг плоскости не имеет неподвижных точек.

Доказательство. Аналогично доказательству теоремы 4.

Инвариантные кривые при движениях плоскости Лобачевского

Определение 6. Множество всех прямых, проходящих через данную точку, называется *пучком пересекающихся прямых* или *эллиптическим* пучком. Общая точка прямых пучка называется его *центром.* Прямые пучка называются *осями* пучка.

В геометрии Лобачевского, как и в геометрии Евклида, эллиптический пучок связан со всеми концентрическими окружностями, центры которых совпадают с центром пучка, причем со всеми концентрическими окружностями с центром в O связан один и тот же пучок. Кроме окружности, появляются новые кривые: эквидистанта и орицикл. Подобно тому, как с эллиптическим пучком прямых связано множество всех концентрических окружностей, центры которых совпадают с центром пучка, так и с гиперболическим пучком связано множество всех эквидистант с общей базой, являющейся базой гиперболического пучка, а с параболическим пучком связано множество всех орициклов, определенных этим пучком.

Все эти три кривые обладают общими свойствами, доказательство которых сейчас не приводится.

Каждая из этих трех кривых

1) в любой своей точке имеет касательную, перпендикулярную прямой соответствующего пучка, проходящей через точку касания;

2) является множеством секущих равного наклона к прямым соответствующего пучка;

3) при симметрии относительно оси своего пучка отображается в себя;

4) отображается на себя при одном из рассмотренных в работе движений: окружность – при повороте вокруг своего центра (рис. 1а), эквидистанта – при сдвиге вдоль её базы (рис. 1б), орицикл – при повороте вокруг бесконечно удаленной точки, определенной его осями (рис. 1в); (в таком случае говорят, что кривая *инвариантна* относительно соответствующего движения).

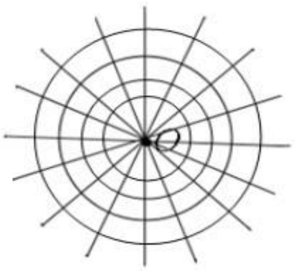


Рис. 1а

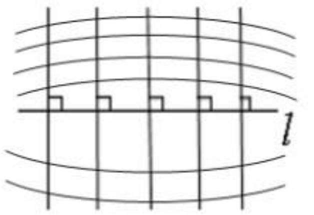


Рис. 1б

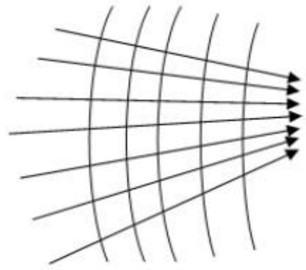


Рис. 1в

Литература

1. Атанасян Л.С. Геометрия Лобачевского / Л.С. Атанасян. – М.: Просвещение, 2001. – С.16-19, 78-91, 96-111, 144-163.

2. Каган В.Ф. Основания геометрии, т.I / В. Ф. Каган. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. – С. 240-265.

3. Ефимов Н.В. Высшая Геометрия / Н.В. Ефимов – М.: Наука, 1978. – С. 90-106, 119-129.

II. *ПОИСКОВО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ РАБОТЫ*

СРЕДА ВИРТУАЛЬНОЙ РЕАЛЬНОСТИ КАК СРЕДСТВО ВИЗУАЛИЗАЦИИ ГЕОМЕТРИИ ЛОБАЧЕВСКОГО

Баранова В.А.,
Россия, г. Уссурийск,
Дальневосточный федеральный университет, Школа педагогики
Научный руководитель: к.п.н., доц. Жигалова О.П.

Аннотация. В работе обобщен опыт визуализации геометрии Лобачевского с использованием современных технологий. Авторами рассмотрен вопрос об использовании виртуальной реальности в визуализации геометрии Лобачевского.

Ключевые слова: геометрия Лобачевского, визуализация геометрии Лобачевского, виртуальная реальность.

A VIRTUAL REALITY ENVIRONMENT AS A MEANS OF VISUALIZATION OF THE LOBACHEVSKY GEOMETRY

Baranova V.A.,
Russia, Ussuriisk,
Far Federal University, School of Education
Scientific supervisor: candidate of pedagogic Sciences,
Associate Professor, Zhigalova O.P.

Abstract. The paper summarizes the experience of visualization of Lobachevsky geometry using modern technologies. The authors consider the use of virtual reality in the visualization of Lobachevsky geometry.

Keywords: Lobachevsky geometry, visualization of Lobachevsky geometry, virtual reality.

Наше сознание настроено на восприятие мира в трех измерениях (четвертое измерение – время). Однако в математике пространство может иметь любое количество измерений. Неевклидова геометрия имеет определяющее значение для теории относительности А. Эйнштейна, согласно которой пространство и время искривляются под действием гравитационного поля. Для нашего восприятия это является контр интуитивным. «Вы можете об этом подумать, но вам не удастся это представить, пока воочию это не увидите», – говорит физик из Университета Джорджии в Атланте Элизабет Мацумото [1].

В данной работе рассмотрен вопрос, ориентированный на обоснование возможности визуализации геометрии Лобачевского с использованием современных технологий.

Визуализация или образное представление геометрии Лобачевского, как создание наглядной модели неевклидового пространства, выступает не только важнейшим элементом популяризации и дальнейшего развития геометрии Лобачевского, но и способна открыть новые горизонты ее применения. Однако данная проблема до сих пор не решена поскольку остается не до конца ясным существуют ли вообще технологии, способные визуализировать геометрию Лобачевского максимально реалистично, достоверно и понятно.

Предметом исследования выступает область визуализации геометрии Лобачевского. Объектом исследования является область приложения виртуальной реальности к проектированию неевклидовой геометрии Лобачевского. Цель работы: разрешить вопрос о возможности применения технологий дополненной реальности к визуализации неевклидовой геометрии Лобачевского.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих задач:

1. Изучить основные положения геометрии Лобачевского, отличные от геометрии Евклида.

2. Определить концептуальные споры, связанные с несостоятельностью геометрии Лобачевского.

3. Рассмотреть попытки визуализации неевклидового пространства.

4. Выявить возможности применения виртуальных миров к созданию искривленных пространств.

5. Обобщить полученную информацию.

В процессе работы использованы методы теоретического исследования источников научной и технической литературы: анализ, систематизация, обобщение.

1. Новая геометрия. Научная деятельность Н.И. Лобачевского, доставившая ему бессмертную славу создателя новой, неевклидовой геометрии, относится к проблеме о началах геометрии. Построение геометрии, независимой от аксиомы (постулата) Евклида о параллельных прямых и данное этим построением первое доказательство логической независимости аксиомы о параллельных прямых от других аксиом, положенных в основании геометрии, составляет главное научное достижение великого геометра. В "Началах" Евклида (ок. 365 − ок. 300 до н. э.) содержится утверждение, называемое пятым постулатом или 11-ой аксиомой (в зависимости от принимаемой классификации). Согласно этой аксиоме при пересечении пары параллельных прямых третьей прямой сумма внутренних углов равна двум прямым углам (рис.1). Однако было давно замечено, что значительное число геометрических теорем не основано на этом утверждении, которое само по себе не имеет элементарного вида. Отсюда возникло предположение, что это утверждение непосредственно следует из остальных аксиом, положенных в основании геометрии Евклида. В результате длительного упорного изучения этого вопроса Н.И. Лобачевский пришёл к убеждению: наряду с геометрией, основанной на постулате Евклида, можно построить и другую геометрическую систему, независимую от этого постулата. Он отказался от пятого постулата, принимавшегося на протяжении более чем 2000 лет, и в основу новой геометрии положил другую аксиому: через находящуюся вне прямой точку можно провести в их общей плоскости не менее двух прямых, не пересекающихся с данной прямой (рис.2). В результате Н.И. Лобачевский в своих геометрических построениях не пришёл ни к какому противоречию [3, с.93].

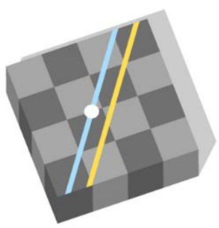


Рис. 1

Рис. 2

2. Непризнание новой геометрии. В России среди широкой публики сочинения Н.И. Лобачевского встречали грубые осуждения и оскорбительные насмешки, исходившие даже от образованнейших современников [3, с.96]. Они отказывались признавать «новую геометрию» Лобачевского, ссылаясь на то, что он просто чудак-ученый.

Так, известный революционер-демократ и первоначально несостоявшийся магистр Санкт-Петербургского университета, Н.Г. Чернышевский (1828−1889), писал своим сыновьям из ссылки: «… над Лобачевским смеялась вся Казань». При этом Чернышевский вопрошал: «Что такое «кривизна луча» или «кривое пространство»? Что такое геометрия без аксиомы параллельных линий»? Позволяя себе издевательски глумиться и шутить, он сравнивает это с 2возведением сапог в квадраты» и «извлечением корней из голенищ», говоря, что это столь же нелепо, как «писать по-русски без глаголов» (С. Гиндикин).

М.В. Остроградский (1801−1861), будучи «узким специалистом, способным … давать верную оценку успехам науки только в разработанных уже областях, но никак ни в тех, которые составляли её новейшие приобретения» посчитал, что геометрия Лобачевского непонятна и вряд ли будет иметь будущее [3, с.96] (Бобынин Виктор Викторович – приват-доцент Московского ун-та, первый в России историк математики, один из авторов и сотрудников Энциклопедического словаря Брокгауза и Ефрона).

Действительно, если в евклидовой геометрии мы можем достаточно просто представить себе расположение фигур, линий, прямых, то вообразить, например, параллельные прямые в неевклидовом пространстве довольно трудно. Это связано с тем, что неевклидова геометрия выходит за рамки нашего привычного представления, как следствие, мы отказываемся это принимать.

Таким образом, не последнюю роль в непризнании геометрии Лобачевского сыграла невозможность визуализации неевклидового пространства.

3. Попытки визуализации неевклидового пространства. Н.И. Лобачевскому при жизни так и не удалось получить признание своей геометрии ни в Казани, ни вообще в России. Стремясь найти единомышленников за рубежом, он посылает свои работы для публикации в Берлин, где в 1837 и 1840 гг. были опубликованы его работы. Однако обе эти работы почти четверть века оставались незамеченными и не оценёнными. Только К.Ф. Гаусс, ознакомившись с ними, высоко оценил их [3, с.98].

После признания геометрии Лобачевского у математиков появился интерес в создании моделей фигур неевклидовой геометрии. Неоднократно предпринимались попытки ее визуализации, однако ранее неевклидовые геометрии были чисто математическими абстракциями.

Появление новых технологий дало толчок в представлении «новой геометрии». Так, в 1980-х математик Билл Торнтон революционизировал исследования 3D-геометрии, представив, что путешествует по ним. С тех пор математики начали создавать анимационные модели и даже симуляторы полетов, которые позволяют представить, как бы вы чувствовали себя внутри неевклидового пространства.

Но неевклидовое пространство имеет одни из самых странных фактов: объемы и площади в нем растут намного быстрее относительно радиуса. Если в пространстве Евклида площадь растет в квадратной пропорции к радиусу, а объем – в кубической, то в гиперболическом пространстве отношения между ними экспоненциальные. Это означает, что в то же расстояние можно «втиснуть» гораздо больше пространства [1]. То есть 3D моделирование не может в полной мере отразить неевклидово пространство, поэтому возникает необходимость использования другой технологии, которая смогла бы учесть столь странный факт. Возникает закономерный вопрос: существуют ли другие технологии, которые бы дали возможность воссоздать неевклидовое пространство более реалистично?

В результате поиска новых технологий, которые бы могли исправить недостатки 3D моделирования, выяснилось, что возможно использовать виртуальную реальность для этих целей.

4. Возможности виртуальной реальности. Виртуальная реальность — это генерируемая с помощью компьютера трехмерная среда, с которой пользователь может взаимодействовать, полностью или частично в неё погружаясь [4].

Согласно проведенному отбору по ключевым словам «виртуальная реальность», на сайте Google trends за последние 5 лет по всему миру наблюдается характерный интерес к теме «виртуальная реальность» [2]. Если 17 ноября 2013 года интерес не превосходил и 20 баллов, то 15 июля он достиг максимальной отметки в 100 баллов. Это означает, что виртуальная реальность востребована в современном мире и интерес к ней только будет расти. В результате чего можно предположить, что данная технология будет только совершенствоваться, а это значит, что в скором будущем появится возможность с помощью виртуальной реальности визуализировать неевклидово пространство.

На данный момент виртуальная реальность отличается от всех других технологий тем, что она способна поддерживать у пользователя ощущение реальности происходящего, обеспечить взаимодействие со средой, вовлечь в процесс как мозг, так и тело пользователя, воздействуя на максимально возможное число органов чувств. Она предоставляет возможность исследовать большой детализированный мир, а значит появляется возможность преодолеть, тот факт, что объемы и площади в гиперболическом пространстве растут намного быстрее относительно радиуса. Это приведет к созданию реалистичной и достоверной модели неевклидова пространства.

Какие же перспективы откроются, если геометрия Лобачевского будет визуализирована?

Во-первых, это приведет к возникновению интереса к геометрии Лобачевского. Большинство людей смогут представить себе, как выглядит неевклидово пространство, а значит «новая геометрия» не будет больше казаться абсурдной. Мы сможем создавать фигуры геометрии Лобачевского, а это значит, что наше восприятие их изменится, и мы сможем достичь нового функционала у этих объектов.

Во-вторых, откроются новые горизонты и для самой виртуальной реальности. В новых областях и в тех, в которых она уже используется: обучение (VR используется для моделирования среды тренировок), наука (VR позволяет улучшить и ускорить исследование молекулярного и атомного мира), медицина, промышленный дизайн и архитектура, игры и развлечения.

Выводы. На основании всего изученного можно сделать вывод, что исследования в области визуализации геометрии Лобачевского являются актуальными и перспективными в наше время. Виртуальная реальность дает нам возможность воссоздать неевклидово пространство, что в полной мере будет способствовать дальнейшему развитию и становлению геометрии Лобачевского.

Данная поисково-исследовательская работа является лишь началом. Мы выяснили возможности достоверного воссоздания искривленного пространства. На пути к визуализации «новой геометрии» предстоит следующий этап работы, связанный с разработкой механизмов проектирования моделей геометрии Лобачевского в среде виртуальной реальности и создании ситуаций погружения в нее человека. Данный этап работы будет реализован на базе лаборатории педагогической психофизиологии ДВФУ.

Литература

1. VR-погружение в искривленное пространство [Электронный ресурс] / Innotech новости технологий. – 2017. – Режим доступа: http://innotechnews.com/innovations/1570-vr-pogruzhenie-v-iskrivlennoe-prostranstvo: . – (Дата обращения: 10.10.2018).

2. Виртуальная реальность [Электронный ресурс]/ Google trends.- Режим доступа: https://trends.google.ru/trends/explore?date=today%205-y&q=виртуальная%20реальность (Дата обращения: 09.11.2018)

3. Н. Н. Макеев, Творец неевклидовой геометрии (к 185-летию открытия геометрии Лобачевского) // ВЕСТНИК ПЕРМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.- 2015

4. Что такое виртуальная реальность: свойства, классификация, оборудование — подробный обзор области [Электронный ресурс]/Troger. – 2017. – Режим доступа: https://tproger.ru/translations/vr-explained/ (Дата обращения: 15.10.2018)

ПОЧЕМУ Я ИЗУЧАЮ Л.Б. МОДЗАЛЕВСКОГО?

Гатауллина Г.С.,
Россия, г. Елабуга,
Елабужский институт Казанского федерального университета,
факультет математики и естественных наук
Научный руководитель: к.п.н., доцент Гильмуллин М.Ф.

Аннотация. В работе представляется одна из страниц жизни известного архивиста 1930-1950 годов Л.Б. Модзалевского, связанная с Елабугой. История жизни известного исследователя биографии Н.И. Лобачевского представляет интерес в связи с его пребыванием в Казани и Елабуге в период работы над книгой «Материалы для биографии Н.И. Лобачевского».

Ключевые слова: Лобачевский, Материалы для биографии, Лев Борисович Модзалевский, эвакуация в Елабугу.

WHY I'M STUDYING L.B. MODZALEVSKY?

Gataullina G.S.
Russia, Elabuga
Elabuga Institute of Kazan Federal University
Faculty of mathematics and natural sciences
Scientific chief: Gilmullin M.F., Ph. D. in Pedagogic, Associate Professor

Abstract. In that work one of the related to Elabuga pages of life of archivist L.B. Modzalevsky famous in 1930-1950 is presented. The life story of the famous researcher of N.I. Lobachevsky biography is of interest in connection with his stay in Kazan and Elabuga during the work on the book «Materials for the biography of N.I. Lobachevsky».

Keywords: Lobachevsky, Materials for the biography, Lev Borisovich Modzalevsky, evacuation to Elabuga.

120-летие Елабужского института КФУ, которое отмечается в этом году, выдвигает особые требования к изучению жизни и творчества известных личностей, связанных с определенными периодами развития вуза. Одним из таких личностей является Лев Борисович Модзалевский – талантливый ученый – историк русской литературы, сделавший многое для изучения творчества самых великих людей России: Ломоносова, Пушкина.

Нас привёл к Л.Б. Модзалевскому Николай Иванович Лобачевский [1]. При поиске материалов к 225-летнему юбилею Н.И. Лобачевского мы обратились к известному фундаментальному труду «Материалы для биографии Н.И. Лобачевского. Издательство АН СССР. 1948» [2] (Рис. 1.). Составителем и редактором этой книги является Л.Б. Модзалевский, известный советский литературовед, пожалуй, самый известный архивист 30-50 гг.


А К А Д Е М И Я Н А У К
СОЮЗА СОВЕТСКИХ СОЦИАЛИСТИЧЕСКИХ РЕСПУБЛИК
ТРУДЫ КОМИССИИ ПО ИСТОРИИ АКАДЕМИИ НАУК СССР
Под общей редакцией академика С. И. Вавилова

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ БИОГРАФИИ
Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО

Собрал и редактировал
Л. Б. МОДЗАЛЕВСКИЙ

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА 1948 ЛЕНИНГРАД

Рис 1. Модзалевский Л.Б. Материалы для биографии Н.И. Лобачевского

Большой труд Л.Б. Модзалевского возник по инициативе Комиссии по истории Академии наук СССР (КИАН) во время эвакуации значительной части Академии в г. Казань в 1942 г. Находясь в Казани, члены КИАН считали долгом Комиссии помочь делу изучения жизни и деятельности создателя неевклидовой геометрии. На 827 страницах этой книги опубликованы 622 документа, различные воспоминания о Н.И. Лобачевском, богатый справочный материал. Автор пишет, что материалы для книги собирались им преимущественно в Казани в течение 1943-1945 гг. [2, с.27]. Но нам удалось установить, что он начинал изучать эти материалы еще раньше, в 1942 г., когда он впервые попал в Казань, а потом в Елабугу.

Рис. 2. Лев Борисович Модзалевский

Так кто же такой разносторонний историк – Лев Борисович Модзалевский?

Лев Модзалевский родился 27 июля 1902 г. в Санкт-Петербурге в семье известного историка литературы и пушкиниста, одного из основателей Пушкинского Дома (с 1930 г. – Институт русской литературы АН СССР, ИРЛИ) Бориса Львовича Модзалевского (1874–1928).

15 (28) декабря 1905 г. по инициативе ряда деятелей русской культуры Николаем II был подписан указ об основании Пушкинского Дома, как хранилища рукописей Александра Сергеевича Пушкина и великих людей его эпохи. Основной фонд Пушкинского Дома собрал Б.Л. Модзалевский, который был директором Пушкинского Дома в 1922-1924 гг.

Борис Львович Модзалевский родился в семье выдающегося педагога, директора Тифлисской женской гимназии, Льва Николаевича Модзалевского (1837-1896). Он является автором трудов по истории и педагогике, известен как детский писатель и поэт, соавтор классической хрестоматии К.Д. Ушинского «Родное слово» (1864). Таким образом, род Модзалевских является одним из известных родов России. Многое о жизни и творчестве нескольких поколений знаменитых Модзалевских можно узнать из биографической книги Татьяны Львовны Модзалевской, дочери Льва Борисовича [3].

Лев Борисович получил хорошее домашнее воспитание. Он с детства обучался французскому языку и игре на фортепиано. В 1910 г. Лев поступил в приготовительный класс гимназии К.И. Мая. Завершил среднее образование он уже при советской власти в 1919 г. В 1922 г. поступил на факультет общественных наук Петроградского университета, который окончил в 1925 г.

С 1926 г. Лев Модзалевский стал вести научную работу в Архиве Академии наук. После смерти отца (1928) получил место научного сотрудника Пушкинского Дома.

В 1933 г. Президиум АН СССР утвердил Л.Б. Модзалевского членом Пушкинской Комиссии. Фактически, он стал первым штатным хранителем Пушкинского рукописного фонда. Здесь он работал до последних дней жизни, совмещая свою деятельность с работой в Комиссии по истории Академии наук СССР и в Архиве АН СССР. В его научные интересы входили архивоведение, источниковедение, пушкиноведение, текстология, библиография и генеалогия. Его научные работы посвящены творчествам А.К. Толстого, Л.Н. Толстого, А.С. Пушкина, М.В. Ломоносова, М.Ю. Лермонтова и др. В 1935 г. Лев Борисович получил учёную степень кандидата филологических наук.

Начало Великой Отечественной войны и страшный первый год блокады до июля 1942 г. Л.Б. Модзалевский пережил в городе на Неве. Вместе с ним оставалась жена Евгения Алексеевна Модзалевская.

В первые месяцы войны Л.Б. Модзалевский продолжал работать в Архиве. Также одновременно с этим Лев Борисович был призван в ополчение и по вечерам учился строевой науке. Это были тяжелые времена. Все больше и больше людей, а среди них и сотрудники Архива, с трудом выживали.

12 октября 1941 г. Л.Б. Модзалевский был временно уволен из Пушкинского Дома (ИРЛИ) по сокращению штатов, но продолжал работать в Архиве АН СССР. В конце декабря Лев Борисович очень обессилел, и ему разрешили работать дома. Он приходил в Архив только в дни своего дежурства.

К весне 1942 г. состояние членов семьи было ужасающим. Зима с середины ноября до конца января 1942 г. была самым тяжелым временем в блокадном Ленинграде. А в начале апреля наступили самые тяжелые дни. Заболел Л.Б. Модзалевский – цинга, слабость, и к тому же он простудился, и его на тяжелой обыкновенной грузовой тележке повезли в больницу на медицинский осмотр.

В июле 1942 г. Л.Б. Модзалевский был эвакуирован вместе с семьей из Ленинграда в Казань с эшелоном АН СССР. Далее из-за тяжелой болезни жены им пришлось уехать в Елабугу, чтобы поправить ее здоровье [3, с.46-47; 4, с.247].

В Елабуге Л.Б. Модзалевский с семьей прожил зиму-весну 1943 г. по ул. Азина, д. 109 (Рис. 3. Это новый дом на том месте). Он продолжал работать по мере своих сил. В Архиве Российской Академии наук хранится письмо Льва Борисовича на имя академика Сергея Ивановича Вавилова. Оно отправлено из Елабуги 4 февраля 1943 г. В письме он беспокоился о том, что работа над биографией математика Н.И. Лобачевского, которую он начал было в Казани, застопорилось. Также он сообщает Вавилову, что согласился на предложение эвакуированного в Елабугу Воронежского университета читать лекции по истории русской литературы XVIII века, а также возглавить кафедру литературы. «Взятые на меня обязательства по университету до конца учебного года не дают мне возможности и думать о выезде из Елабуги теперь же» [3, с.47].

Рис. 3. Дом по улице Азина, 109 в г. Елабуга

В сентябре 1943 г. они окончательно переехали в Казань. В 1943-1944 гг. он исполнял обязанности ученого секретаря Музейной и Архивной Комиссий при Президиуме АН и совершал инспекционные поездки из Казани в Москву, Томск, Новосибирск и Свердловск, куда были перевезены библиотека Пушкинского Дома, большой комплект рукописей, музейных экспонатов, ценнейших книг.

В мае 1944 г. семья Модзалевских возвратилась в Ленинград. В июне 1945 г. Л.Б. Модзалевский был награжден орденом «Знак почета» и медалями «За оборону Ленинграда» и «За доблестный труд в Великой Отечественной войне 1941-1945 гг.».

В 1947 г. в Пушкинском Доме Л.Б. Модзалевский защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора филологических наук «Ломоносов и его литературные отношения в Академии наук».

26 июня 1948 г. Л.Б. Модзалевский трагически погиб при невыясненных обстоятельствах по дороге в Москву, куда он был командирован для изучения автографов А.С. Пушкина.

Последние его труды касались материалов к биографии Н.И. Лобачевского. Материалы для данного сборника, к составлению которого Модзалевский приступил по предложению С.И. Вавилова, собирались им преимущественно в Казани – городе, в котором протекала вся многообразная жизнь и деятельность Лобачевского. Модзалевским были пересмотрены прежде всего материалы богатейших архивов Казанского университета и попечителя Казанского учебного округа, а также остатки архива Казанского экономического общества. Особую роль в содействии и улучшении работы Л.Б. Модзалевского сыграли В.Ф. Каган – советский математик, профессор МГУ; профессора Казанского университета Н.Г. Чеботарев, П.А. Широков, Б.Л. Лаптев и др.

В предисловии ответственный редактор С.И. Вавилов пишет, что материалы, собранные, избранные и комментированные Л.Б. Модзалевским, во многом по-новому освещают научную, педагогическую, организационную и личную жизнь Н.И. Лобачевского.

Например, из материалов, имеющих частное происхождение, можно указать на переписку попечителя Казанского учебного округа Магницкого с ректором университета профессором Г.Б. Никольским за 1821-1823 гг. Выдержки из переписки показывают истинное отношение авторов переписки к Лобачевскому, которого и Магницкий, и Никольский пытались заставить «смириться», выражаясь их языком. После опубликования этой переписки делаются понятными исключительно трудные условия работы Лобачевского в университете в это «глухое» для него время. Также эта переписка указывает на один важный факт: участие Лобачевского в 1822 г. в конкурсе на премию Парижской Академии Наук.

Особенно нужно остановиться на последних годах жизни Лобачевского и, в частности, на известном увольнении Лобачевского из университета и назначении его управляющим Казанским учебным округом в 1846 г. с последующим утверждением его помощником попечителя этого округа. Новые документы разрушают легенду о гонениях на Лобачевского в последние годы его жизни. В действительности, дело обстояло совсем иначе.

Будучи управляющим округом, Лобачевский получил ходатайство Казанского университета от 11 июня 1846 г. об оставлении своем и И.М. Симонова за истечением пятилетнего срока нахождения их в звании заслуженных профессоров в занимаемых должностях еще на пять лет. И вот оказывается, что как управляющий округом Лобачевский в отношение И.М. Симонова полностью поддержал ходатайство университета, но в отношении себя не счел возможным удовлетворить это ходатайство. Он нашел нужным предоставить свою кафедру в университете своему ученику профессору А.Ф. Попову, мотивируя это тем, что необходимо предоставить профессуру более молодым научным силам, тем более что незадолго перед эти А.Ф. Попов защитил диссертацию на степень доктора физико-математических наук, т.е. степень, которой сам Лобачевский никогда не был удостоен. Печатаемые Модзалевским документы свидетельствуют о том, что Лобачевский желал действительно уйти в отставку и отдаться своему любимому делу – сельскому хозяйству в приобретенном им имении – Беловежской слободке. Назначение Лобачевского помощником попечителя округа оказалась для него полной неожиданностью и свидетельствует во всяком случае о том, что Лобачевский как опытный педагог и чиновник с многолетним стажем был ценим в министерстве, которое не пожелало лишиться опытного сотрудника.

Для нас важным является факт, что Л.Б. Модзалевскому удалось разыскать документы, освещающие избрание его в члены-корреспонденты Гёттингенского королевского общества наук [2, с.17].

Для меня интересными показались также воспоминания детей Н.И. Лобачевского: В.Н. Ахлопковой и Н.Н. Лобачевского. Их рассказ характеризует великого математика как душевного человека.

Академик С.И. Вавилов считал, что книга Л.Б. Модзалевского далеко не исчерпывает все важное о Н.И. Лобачевском, и надеялся, что он продолжит свою работу. К сожалению, этим планам не было суждено сбыться.

Литература

1. Гильмуллин М.Ф. Л.Б. Модзалевский: Ленинград – Казань – Елабуга (225-летию Н.И. Лобачевского посвящается) // Физико-математическое образование: проблемы и перспективы. Материалы II Всероссийской научно-практической конференции, посвященной году Н.И. Лобачевского в КФУ, г. Елабуга, 7-9 декабря 2017 г. – Казань: Изд-во Казан. Ун-та, 2017. – С. 261-268.
2. Материалы для биографии Н.И. Лобачевского / Сост. и ред. Л.Б. Модзалевский. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. – 827 с.
3. Модзалевская Т.Л. Лев Борисович Модзалевский. (1902-1948). Страницы жизни. Санкт-Петербург. 2009. 114 с. http://www.kmay.ru/pub_files/n18.pdf (дата обращения 08.11.2018)

4. Никифоровская Н.А. Владимир Иванович Смирнов. Воспоминания // Владимир Иванович Смирнов. 1887-1974 / отв. ред. О.А. Ладыженская, В.М. Бабич. – М.: Наука, 2006. – С. 227-300.

ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ВЗГЛЯДЫ НИКОЛАЯ ИВАНОВИЧА ЛОБАЧЕВСКОГО НА ОБУЧЕНИЕ И ВОСПИТАНИЕ В УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ

Гордиенко Е.А., Бижанова С.А, Салминова А.С.,
Россия, г. Оренбург,
Оренбургский государственный педагогический университет,
Физико-математический факультет
Научный руководитель: к.ф-м.н., доцент Прояева И.В.

Аннотация. В данной статье проанализированы педагогические взгляды на обучение и воспитание известного математика XIX века Николая Ивановича Лобачевского на основе статей, речей и переписок ученого.

Ключевые слова: преподавание, обучение, воспитание, Н. И. Лобачевский.

PEDAGOGICAL VIEWS OF NIKOLAI IVANOVICH LOBACHEVSKY ON TRAINING AND EDUCATION IN SCHOOLS

Gordienko E. A., Bizhanova S.A, Salminova A.S.,
Russia, Orenburg,
Orenburg state pedagogical University,
Faculty of physics and mathematics
Scientific Director: Phys.-M.D., associate Professor I. V. Proteva

Abstract. This article analyzes the pedagogical views on the training and education of the famous mathematician of the XIX century Nikolai Ivanovich Lobachevsky on the basis of articles, speeches and correspondence of the scientist.

Keywords: teaching, training, education, N. I. Lobachevsky.

Актуальность. Становление образования в каждой стране имело ряд особенностей. На его содержание и методику преподавания оказывали влияние многие крупные ученые. В России одним из таких является Николай Иванович Лобачевский (1792-1856).

Написание данной работы вызвано *проблемой* недостаточной осведомленности современных педагогов в области обучения и воспитания обучающихся.

Целью исследования является изучение педагогических взглядов Н И. Лобачевского на обучение и воспитание в учебных заведениях.

Объект исследования: история математического образования в России.

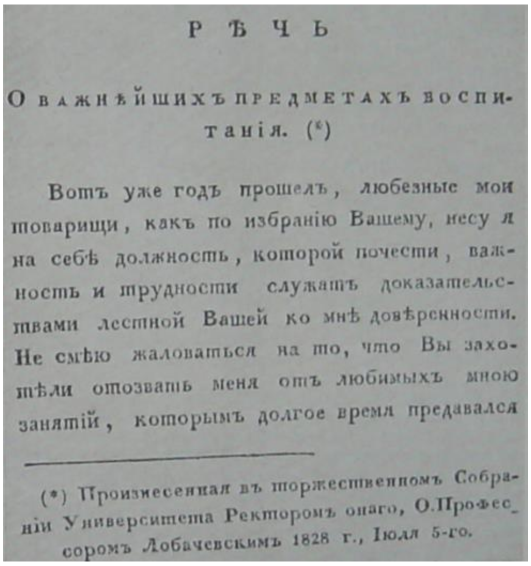
Предмет исследования: педагогические взгляды Н. И. Лобачевского на обучение и воспитание в образовательных учреждениях.

Новизна исследования: Этим вопросом интересовались разные исследователи истории математического образования России. Однако взгляды Н. И. Лобачевского на обучение и воспитание остались не достаточно освещенными.

Николай Иванович Лобачевский (1792-1856) - выдающий русский математик, известный многим деятель народного просвещения и университетского образования. Он принадлежит к числу тех великих математиков, труды которого повлияли на формирование науки в целом, открыв новые пути для ее развития. В частности, Николай Иванович создал целый новый раздел математики – «неевклидовую геометрию».

Свою педагогическую деятельность ученый почти целиком посвятил Казанскому университету, а это около 35 лет своей жизни. Сегодня не многие знают, что такой человек с широким кругозором, имеющий энциклопедические знания в различных областях и организатор науки, как Николай Иванович, был еще и превосходным педагогом. Его труды являлись как вкладом в науку, так и открывали ей новые пути. В своих трудах он выражает идеи о значении и целях образования, а также воспитания, о методах научного познания, а также о роли человека в жизни общества.

Ярче всего можно проследить педагогические идеи Н. И. Лобачевского в речи «О важнейших предметах воспитания». Она была произнесена ученым по случаю окончания учебного года в 1828 году. Многие истинно называют ее «памятником педагогической мысли», который всецело отражает многогранность интересов ее автора.



Р Ѣ Ч Ь

О важнѣйшихъ предметахъ воспитанія. (*)

Вотъ уже годъ прошелъ, любезные мои товарищи, какъ по избранію Вашему, несу я на себѣ должность, которой почести, важность и трудности служатъ доказательствами лестной Вашей ко мнѣ довѣренности. Не смѣю жаловаться на то, что Вы захотѣли отозвать меня отъ любимыхъ мною занятій, которымъ долгое время предавался

(*) Произнесенная въ торжественномъ Собраніи Университета Ректоромъ онаго, О.Профессоромъ Лобачевскимъ 1828 г., Іюля 5-го.

Рис. 1. Первая страница речи Лобачевского «О важнейших предметах воспитания» (Казанский вестник, ч. XXXV, 1932, стр. 596)

Н. И. Лобачевский считал, что воспитание зарождается еще в колыбели, а далее в процессе вырастания оно так совершенствует человека, что человек, «как бы снова родившись», является миру в лучшем виде. Также он считал, что природа человека первична. А именно умственные дарования, желания, свойственные обычному человеку, всякого рода побуждения – все должно остаться при нем, иначе природа его будет насилована и искажена. Сегодня крайне актуально его мнение о том, что нельзя ничего уничтожать, а только лишь совершенствовать; даже всякие страсти будут полезны обществу, если направить их в правильное русло.

На сегодняшний день многим может показаться, что ничего не должно мешать образовательному процессу, только тогда учеба будет системной и эффективной. Николай Иванович же, напротив, уверен, что человеку следует развиваться всесторонне, удовлетворяя всякие свои добрые желания. Вследствие чего целесообразнее не только заниматься познанием науки, но и не забывать наслаждаться жизнью, ведь, как говорил сам Н. И. Лобачевский, «жить – значит чувствовать, наслаждаться жизнью, чувствовать непрестанно новое, которое бы напоминало, что мы живем» [3, с.425]. Именно это высказывание говорит о Николае Ивановиче, как о человеке не только высокообразованном, но и крайне понимающем и принимающем каждого, словно игнорируя их личностные особенности и недостатки. Недаром Л. Н. Толстой говорил, что к студентам, даже самым малоуспешным, Лобачевский относился крайне хорошо и внимательно, невзирая на их успехи в учении.

Заканчивая свою речь, Н. И. Лобачевский высказывает искреннюю веру в то, что выпускники сохранят любовь к благодеянию наряду с благодарностью к учителям своим и наставникам. Завершает Николай Иванович вдохновляющими словами: «…счастливые дни России еще впереди». Эти слова истинно вселяли надежду и веру в светлое будущее каждого выпускника.

Благодаря знакомству с данной речью, мы уже можем многое сказать об отношении Николая Ивановича к образованию. А именно то, что он подходит к вопросу воспитания комплексно, учитывая особенности каждого ученика, их желания и возможности.

Мысли Николая Ивановича Лобачевского крайне схожи с мыслями Константина Дмитриевича Ушинского (1823-1871). Изучая письмо к директору училищ Саратовской губернии, становится ясно, что Н. И. Лобачевский очень трепетно относится к языку. Он считает, что язык есть главное основание народности. Как следствие этому он пишет: «не постигать духа в своем Отечественном языке - постыдно» [4, с. 111] Примечательно, что в сочинении «Родное слово» К. Д. Ушинского довольно схожая мысль, будто высказанная тем же человеком: «Язык есть самая … прочная связь, соединяющая поколения в одно великое целое. Когда исчезает народный язык, народа нет более!» [5, с. 110]

Н. И. Лобачевский не доволен дворянством в связи с их словно расточительным отношением к родному языку и пристрастием к изучению французского. Он писал: «Если в лучшем сословии пренебрегают своим языком и тщеславятся познанием иностранного, то надобно сожалеть об этом и называть это жалким событием нашего времени» [6, с. 111] Н. И. Лобачевский вёл переписку с представителями многих учебных заведений. Обращаясь к письму директору Пензенского дворянского института на тему русского языка, можно заметить, что Н. И. Лобачевский также считает: «Надобно понимать и внушать ученикам, что наш язык один сохранил дух древних, тогда как языки новые приложили члены к именам существительным» [6, с. 123]. Как можно ярко увидеть в переписке Н. И. Лобачевского с директорами учебных заведений изучение лучших произведений русской литературы считается основным средством к повышению культуры родного языка.

Николай Иванович также высказывал свои мысли по отношению к преподаванию литературы в школе. Главной задачей на этих уроках, как считал Н. И. Лобачевский, является воспитание вкуса и любви к самим произведениям в такой степени, «чтобы эти сочинения были читаны не по одному любопытству, а с охотой изучать их» [4, с. 125]. Также именно в преподавании русского языка он замечал пробуждение в людях чувства патриотизма и доброго отношения к своему народу.

Н. И. Лобачевский на много лет опередил К. Д. Ушинского, который говорил: «Изучая родной язык, не условным звукам только учится ребенок, но пьет духовную жизнь и силу из родимой груди родного слова» [5, с. 111].

Вышеизложенное говорит о том, что любовь к родине, ее языку, культуре, дух патриотизма – подразумевали собой деятельность Н. И. Лобачевского по руководству учебным заведением.

Свою педагогическую деятельность ученый почти целиком посвятил Казанскому университету, а это около 35 лет своей жизни. В 1827 г. Лобачевский, став ректором Казанского университета, все так же продолжает преподавание. Годы ректорства Николая Ивановича многие считают самыми успешными для Казанского университета, в связи с этим многие авторы, изучающие жизнь ученого, подчеркивают его выдающиеся организаторские способности.

В 1827 году Казанский университет был в плачевном состоянии, круг изучаемых дисциплин был ничтожно мал, поэтому Николай Иванович принимал серьезные меры по расширению изучаемых дисциплин. Ему самому приходилось читать практически все физико-математические предметы, а их список довольно велик – это вариационное исчисление, теория чисел, плоская и сферическая тригонометрия, элементарная математика, дифференциальное исчисление, аналитическая и начертательная геометрия; а также аналитическая механика, геодезия, астрономия, исчисление вероятностей, физика опытная и математическая, гидростатика и гидравлика, топография. Этот внушительный список еще раз подчеркивает широту мысли Н. И. Лобачевского. Мы можем сделать вывод, что работа Николая Ивановича стала мощным толчком развития физико-математического образования в России, и, конечно же, систематизировала работу Казанского университета.

Гениальный ученый и талантливый педагог – редкое сочетание абсолютно противоположных качеств сошлись в единое целое в одном человеке. Н. И. Лобачевский считал, что преподавание математики может быть успешным, только если ученики полностью понимают учителя; именно поэтому учитель должен преподавать исходя из уровня своих учеников, не забегая вперед, пока те полностью не овладеют материалом; нужно преподавать так, чтобы ученику было интересно понимать предмет и применять знания на практике; также учитель должен хвалить ученика за правильные решения, а также следить за ходом выполнения работы; также не мало важно помнить, что просто заученные правила пользы не принесут, должно быть понятно, каким образом они происходят.

Собственные методические воззрения Н. И. Лобачевский активно использует. России известны учебники Николая Ивановича по элементарной алгебре и геометрии, а в 1830 г Казанскому университету даже было поручено составление программ обучения математике во всех государственных училищах и гимназиях.

Литература

1. Речь Н. И. Лобачевского «О важнейших предметах воспитания» на торжественном собрании Казанского Императорского университета, 1828 г.
2. Н.И. Лобачевский. Наставления учителям математики в гимназиях. АН СССР. Труды института истории естествознания. 1948, Том 2. – С.554-560.
3. Лобачевский Н. И. Избранные труды по геометрии / под ред. П. С. Александрова. – М.: Изд-во Акад. Наук СССР, 1956. – 596 с.
4. Синдаловский Б. Г. Очерки о русской науке. – М.: Тип. К. Нестеренко, 1902. – 239 с.
5. Ушинский К. Д. Педагогические сочинения: в 6 т. / под ред. М. И. Кондакова. – М.: Педагогика, 1988. Т. 2. – 494 с.
6. Синдаловский Б. Г. Очерки о русской науке. – М.: Тип. К. Нестеренко, 1902. – 239 с.

Н.И. ЛОБАЧЕВСКИЙ – НЕ ТОЛЬКО ВЫДАЮЩИЙСЯ УЧЕНЫЙ

Суходолова Е.В.,
Россия, г. Оренбург,
Оренбургский государственный педагогический университет,
Физико-математический факультет
Научный руководитель: к.п.н., доцент Черемисина М.И., ст. пр. Курбатова Л.Н.

Аннотация. Настоящая статья посвящена научно-педагогической деятельности Н. И. Лобачевского, реализованной в Казанском университете.

Многие из его идей являются актуальными с точки зрения современной системы образования.

Ключевые слова: Н. И. Лобачевский, педагогическая деятельность, дидактика, университет.

N.I. LOBACHEVSKY – NOT ONLY OUTSTANDING SCIENTIST

Suhodolova E.V.,
Russia, Orenburg,
Orenburg State Pedagogical University,
Physics and Mathematics faculty
Scientific adviser: Ph.D., associate professor Cheremisina M. I.,
senior lecturer Kurbatova L.N.

Abstract. This article is devoted to the scientific and educational activities of N. I. Lobachevsky, implemented at Kazan University. Many of his ideas are relevant from the point of view of a modern education system.

Keywords: N. I. Lobachevsky, pedagogical activity, didactics, university.

История может представить нам не так много ученых, в которых гениальность сочеталась бы с организаторскими способностями. Говоря о Николае Ивановиче Лобачевском (1792–1856), мы прежде всего вспоминаем о его главной заслуге – неевклидовой геометрии. Но немногие знают, что кроме научной деятельности, он посвятил более тридцати лет преподавательской [1].

Научно-педагогическая деятельность Лобачевского является многогранной. В его трудах рассмотрены вопросы, касающиеся роли человека в обществе, целей обучения и воспитания и, наконец, становлению человека как ученого в жизни общества [6].

Цель исследования – проанализировать педагогические взгляды и идеи Н. И. Лобачевского с позиции современного подхода к образованию.

Объект исследования – педагогическая деятельность Н. И. Лобачевского.

Предмет исследования – система научно-педагогических взглядов и идей Н. И. Лобачевского.

Практическая ценность материала заключается в том, что он может быть использован при исследовании педагогического наследия Н. И. Лобачевского и изучении уровня математического образования в школах и университетах России в XIX веке, а так же при разработке курсов по выбору по истории математики и математического образования.

Изучением педагогического наследия Лобачевского занимались многие ученые в области истории, философии, педагогики и математики. Материалы о детских и юношеских годах Лобачевского представлены во многих работах [2, 7-10, 15, 18]. Между тем, его педагогическое наследие остается малоизученным.

После окончания Казанского университета Николай Иванович, имеющий высокие учебные достижения, был оставлен в нем магистром. На становление личности будущего ученого повлиял Г. И. Карташевский (1777–1840) – школьный преподаватель математики. Кроме того, на формирование научных взглядов Лобачевского многими историками математики отмечено влияние его университетского преподавателя И. М. Бартельса (1769–1836) [8].

Новаторские идеи Лобачевского стали распространяться в русской педагогической науке во второй половине XIX века. Основные взгляды отражены в его речи «О важнейших предметах воспитания», произнесенной после первого года его ректорства. В ней прослеживаются подлинные взгляды Лобачевского, касающиеся целей и задач воспитания и образования и методов научного познания. «Речь» была опубликована в «Казанском вестнике» (1832 г.), но известной широкому кругу педагогов стала намного позднее [14].

Лобачевский был великим строителем Казанского университета – так описывает его Н. П. Загоскин (1851–1912) [3]. Начало педагогической деятельности Николая Ивановича приходится на 1812 год. В это время Лобачевский стал читать лекции по арифметике и геометрии для чиновников, которые в то время сдавали экзамен на классный чин при Казанском университете [1].

Чтение самостоятельного курса началось после назначения Лобачевского в 1814 году адъюнкт-профессором при университете. Первые лекции были посвящены теории чисел и плоской тригонометрии. Слушателей у Лобачевского в то время было мало, однако уже с 1815 года их число заметно увеличилось. Спустя два года его назначили экстраординарным профессором. В 1819 году он перешел к преподаванию высшей математики, а затем к чтению курсов астрономии и опытной физики. В преподавании цикла физико-математических наук Лобачевский, несмотря на инструкции Л. Ф. Магницкого (1669–1739), придерживался материалистических позиций в науке. Традиции, заложенные им на кафедре физики в этот период, оказали благотворное влияние на развитие физики в университете и в последующие годы [14].

Как преподаватель, Николай Иванович, кроме научных стремлений, особое внимание уделял воспитанию. Он занимался поиском философских основ научного познания, а так же искал способы оптимальной передачи этих знаний [4]. Лобачевский умело решал труднейшие задачи дидактики того времени. Соответствие преподавания возрастным особенностям, как школьников, так и студентов, он считал важнейшим фактором учебного процесса (это правило он не сводил к принципу). Исходя из этой методологической позиции, Лобачевский выстраивал весь курс обучения [14].

Во времена деятельности Лобачевского, как и сегодня, большое внимание уделялось развитию всесторонне развитой личности. Он писал «Мы родимся с добродетелями совесть дана нам в охранение. Примеры научают лучше, чем толкование и книги» [6]. В студентах он особо ценил умение высказываться. При изучении материала требовал глубокого понимания и четкого выражения своей позиции, отвергая механическое заучивание. Статей же в этой сфере деятельности издано им не было, но его идеи имели практическое воздействие на процесс преподавания в Казанском университете.

В своих лекциях Лобачевский старался расширять кругозор студентов, сообщая им новейшие научные достижения. Используя научную журнальную литературу, Николай Иванович старался вовлечь слушателей в сферу современных научных исследований [14]. Вот как описывают лекции его студенты: «Читал Лобачевский лекции свои не торопясь, обстоятельно, и очень толково и ясно. Предмет весьма трудный, но усваивался он нами легко, вследствие замечательно хорошего изложения. Лекции Николая Ивановича легко было записывать. В своих чтениях он развивал всегда подробно каждую формулу, разъяснял всякое положение так, что оно становилось понятным даже для малоподготовленных студентов» [13].

Лобачевский умел видеть таланты в своих студентах и бережно воспитывал их. Так Н. И. Розов (1820–1886), пришедший пешком из Сибири, стал студентом Казанского университета (впоследствии он стал одним из ведущих русских медиков), приказчик книжной лавки И. А. Больцани (1818–1876) — профессором физики. Большие перспективы Лобачевский видел и в А. М. Бутлерове (1828–1886), предоставив ему возможность стажировки за границей, поддержал работу Н. Н. Зинина (1812–1880) и многих других своих студентов. Избрание Лобачевского деканом физико-математического факультета в 1820 г. способствовало дальнейшему возрастанию его влияния на преподавательскую деятельность в университете [14].

Будучи преподавателем Казанского университета, Николай Иванович среди всех студентов особые успехи отмечал у Александра Токарева и Николая Пикторова. Лобачевский официально уведомил Совет о том, что Токарев, Пикторев и Юфедов становятся его приватными учениками и именно их Лобачесвкий будет готовить к преподавательской деятельности. Н. Юфедов к тому времени уже работал в гимназии [16].

Деятельность Казанского университета подразумевала составление учебников и учебных пособий для школ. В 1823 году Николаем Ивановичем был подготовлен рукописный учебник по геометрии, а спустя год – учебник алгебры. Учебники получили высокую оценку отделения физико-математических наук Казанского университета и были рекомендованы, в качестве учебного пособия, будущим учителям гимназий [5]. Вышеупомянутые ученики Лобачевского приняли непосредственное участие в апробации.

3 мая 1827 года Лобачевский был избран на должность ректора. Несмотря на новые полномочия, он продолжал уделять студентам должное внимание. Вот как описывали Лобачевского студенты: «Характер его был удивительно ровный, речь тихая. Он говорил плавно, но медленно, как бы обдумывая каждое слово. Во всех его словах сквозила необыкновенная рассудительность» [13]. Речь «О важнейших предметах воспитания», изложенная 5 июля 1828 года на торжественном университетском акте, раскрывает программу деятельности Лобачевского, предусматривающую воспитание университетом человека-гражданина, стремящегося к творческой деятельности в любой сфере занятости [14].

Несмотря на руководство университетом, Лобачевский стремился уделять внимание работе школ Казанского учебного округа. В апреле 1845 года Николай Иванович был назначен попечителем Казанского учебного округа. Он способствовал улучшению материального положения начальных школ Казанского учебного округа. Среди всех целей образования он выделял сохранение родного языка и литературы. В письме директору училищ Саратовской губернии Лобачевский писал следующее: «Язык составляет первое основание народности. История нам доказывает, что с падением народности, падает язык. Поэтому не знать или не постигать духа в своем Отечественном языке — постыдно» [17]. Поэтому Лобачевский осуждал дворянство за пренебрежительное отношение к родному языку на фоне преимущественного увлечения французским.

Вопросы школьного обучения рассмотрены в «Наставлениях учителям математики в гимназиях». Материалы отражают взгляды Николая Ивановича на принципы обучения [11]. Стоит отметить, что они имеют общие идеи с дидактическими принципами, рассматриваемыми в педагогике сегодня. На основе своего педагогического опыта Лобачевский оценивал методическое мастерство учителя как первопричину достижения высоких образовательных результатов. Ясность и отчетливость первоначальных понятий — вот первое требование Лобачевского к школьному образованию. Отмечая необходимость наглядности в первые годы обучения, он полагал, что процесс познания должен начинаться чувственным восприятием и завершаться отвлеченным мышлением.

Важнейшей задачей дидактики Лобачевский видел правильно выбранный способ преподавания. С этой идеи начинается его «Наставление». Он считал, что в методике преподавания школьных предметов должен присутствовать элемент творческого мышления. Например, при изучении славянского языка он стремился подвести обучающихся к изучению предмета от исторических корней его развития. В преподавании иностранных языков Лобачевский рекомендовал следовать сравнительному методу. Эти и многие другие идеи в то время отличались новизной и оригинальностью. Сегодня же без творческого подхода невозможно построение современного урока [14].

Педагогические взгляды Лобачевского отразились и в дальнейшей преподавательской деятельности его учеников. Некоторые из них продолжили свою деятельность в Оренбурге. Так, Д. И. Сапожников, окончивший в 1829 году Казанский университет, стал преподавать математику в Неплюевском военном училище (Неплюевском кадетском корпусе). В приведенном списке книг, который указан в отчете о состоянии Неплюевского училища за 1832 г., в качестве пособий по математике указаны «Алгебра и Геометрия по запискам публичного ординарного профессора чистой математики при Императорском Казанском университете». Вероятно, распространение в училище эти пособия получили именно благодаря Сапожникову. В истории становления Неплюевского кадетского корпуса так же известны имена других выпускников Казанского университета — В. Магницкого
и Н. Епафрадитова [12].

Факты из истории развития науки позволяет максимально изучить истоки ее зарождения, обеспечивая успешное развитие ее теории. Знакомство с педагогическим наследием выдающихся ученых прошлого расширяет границы познания и способствует поиску новых подходов к решению проблем и задач современного образования.

Сорок лет посвятил Лобачевский Казанскому университету, девятнадцать из которых руководил им в качестве ректора. Значимый вклад Лобачевского прослеживается в сфере деятельности народного образования. Проведение методических занятий для учителей, выпуск учебников, дидактические идеи – все это является важным наследием на сегодняшний день.

Несмотря на то, что других педагогических очерков, кроме речи «О важнейших предметах воспитания» и «Наставлений», Лобачевским оставлено не было, в предисловиях к его учебникам, отчетах о научной деятельности в университете, предписаниях руководителям учебных заведений, на полях журналов присутствуют педагогические заметки ученого.

Взгляды и идеи Лобачевского проявились спустя годы в деятельности его учеников, оказав достойное влияние на дальнейшее развитие образования в России. Многие идеи, которые теперь мы можем отнести к его педагогическому наследию, сохраняют свое значение для теории и практики обучения и воспитания и сегодня.

Литература

1. Авдеев Ф.С. Н. И. Лобачевский – ректор и преподаватель Казанского университета // Ученые записки Орловского государственного университета. Серия: гуманитарные и социальные науки. – 2012. – № 2. – С. 196–199.

2. Белл Э.Т. Творцы математики, глава 15. – М.: Просвещение, 1979. – 256 с.

3. Загоскин Н.П. История Казанского университета. – Казань, 1906. – Т. IV. – С. 437.

4. Еникеева С.Р., Садреева Г.Р. Николай Иванович Лобачевский – выдающийся деятель народного образования // Материалы международного форума по математическому образованию, MATHEDU-2017, изд.-во Казан. ун-та, 2017, т.1. – С.97–99.

5. Кандауров И.Н. Педагогическая деятельность Н. И. Лобачевского // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. – 2007. – №39. – С. 288-293.

6. Кандауров И.Н. Педагогические взгляды Н. И. Лобачевского // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. – 2009. – №116. – С. 147-151.

7. Колесников М. Лобачевский / Жизнь замечательных людей. Вып. 400. – М.: Молодая гвардия, 1965. – 320 с.

8. Лаптев В.И. Жизнь и деятельность Н. И. Лобачевского // Успехи математических наук. – М., 1951. – Т. 6, № 3 (43). – С. 10-17.

9. Лахтин Л.К. О жизни и научных трудах Николая Ивановича Лобачевского (по поводу столетней годовщины дня его рождения) // Математический сборник. – М., 1894. – Т. 17, № 3. – С. 474-493.

10. Ливанова А. Три судьбы. Постижение мира. – М.: Знание, 1969. – 352 с.

11. Лобачевский Н.И. Наставления учителям математики в гимназиях // Труды института естествознания. – Вып. 2. – 1948. – С. 554–560.

12. Матвиевская Г.П. Оренбургский Неплюевский кадетский корпус. Очерк истории: монография / Г. П. Матвиевская; Рос. Акад. Естествознания. – М.: Академия Естествознания, 2016. – 174 с.

13. Новые материалы к биографии Лобачевского / Сост. Б.Л. Федоренко. Научное наследство, т. 12. – Л.: Наука, 1988. – 384 с.

14. Н. И. Лобачевский. Научно-педагогическое наследие. Руководство Казанским университетом. Фрагменты. Письма / под ред. П. С. Александрова, И. Н. Бронштейна, Б. Л. Лаптева, А. И. Маркушевича, В. В. Морозова, А. П. Нордена. – М.: Наука, 1976. – 664 с.

15. Прудников В.Е. Русские педагоги – математики XVIII–XIX веков: пособие для учителей / В.Е. Прудников. – М. : Учпедгиз, 1956. – 640 с.

16. Рассказы о казанских ученых / Сост. и ред. В.В. Кузьмин. – Казань: Татарское книжное издательство, 1983. – 200 с.

17. Синдаловский Б.Г. Очерки о русской науке / М.: Тип. К. Нестеренко, 1902. – С. 239.

18. Яновская С.А. О мировоззрении Н. И. Лобачевского // Историко-математические исследования. – М.: ГИТТЛ, 1951. – № 4. – С. 173-200.

ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ВЗГЛЯДЫ И ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО

Тухбатова Э.М.,
Россия, г. Казань,
Казанский (Приволжский) федеральный университет,
Институт математики и механики им.Н.И. Лобачевского
Научный руководитель: д.п.н., проф. Шакирова Л.Р.

Аннотация. В статье рассмотрены педагогические воззрения Н.И. Лобачевского, представлены его взгляды в образовательной сфере.

В тексте статьи рассмотрена история жизни великого геометра, связанная с педагогической деятельностью.

Ключевые слова: Лобачевский, педагогическая деятельность, образование, методика преподавания.

PEDAGOGICAL VIEWS AND ACTIVITIES OF N. I. LOBACHEVSKY

Tuhbatova E.M.,
Russia, Kazan,
Kazan Federal University,
N.I. Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics
Scientific adviser: Doctor of Pedagogic Sciences, Professor Shakirova L.R.

Abstract. The article deals with the pedagogical views of N.I. Lobachevsky and his views are presented in the Educational sphere. In the text of the article the author wanted to show that the history of the great geometer's life is connected with pedagogical activity.

Keywords: Lobachevsky, pedagogical activity, education, teaching methodology.

Николай Иванович Лобачевский ... Как много раз мы уже упоминали его имя и интересовались его научными трудами. Деятельность этой великой личности оставила огромнейший след в развитии математической науки. Н.И. Лобачевский широко известен как великий геометр, выдающийся математик, но не многие знают, что он был прекрасным педагогом и организатором науки, человеком с обширным кругом интересов, имеющим глубокие знания в различных сферах науки.

Знакомясь с историей жизни Н.И. Лобачевского, с его научной деятельностью, мы как будущие учителя математики заинтересовались его научными трудами, где изложены цели и значения воспитания и образования, а так же методические наставления Н.И. Лобачевского. Применение и значимость его работ актуальны и сегодня, как для учеников школ, так и для студентов различных учебных заведений.

Чтобы разобраться в преподавательской деятельности Лобачевского обратимся к истории его жизни.

Николай Иванович Лобачевский родился 1 декабря 1792 года в Нижнем Новгороде, в семье мелкого чиновника. В 9 лет он переехал в Казань с матерью. В

1802 году мать отдала своего сына в Казанскую гимназию. Николай Лобачевский окончил гимназию в конце 1806 года [4]. Он продемонстрировал свои незаурядные способности, особенно по математике, а также проявил свои возможности в изучении латинского, немецкого, французского языков. Явно выраженная тогда заинтересованность к математике – заслуга преподавателя гимназии Г.И. Карташевского, где получал свое образование юный гений.

В 1807 году четырнадцатилетний Николай Иванович стал студентом университета. В 1811 году он был удостоен статуса магистр [3]. Далее его научное продвижение стремительно набирало обороты. В 1814 году он поднялся до звания адъюнкт, в 1816 году жалован на экстраординарного профессора, в 1819 году удостоен должности декана, в 1822 году стал ординарным профессором. В 1827 году, когда ему было 34 года, Лобачевский становится ректором Казанского университета. Именно под руководством Н.И. Лобачевского Казанский университет стал одним из лучших высших учебных заведений в стране.

Руководя Казанским округом, Николай Иванович Лобачевский не только присутствовал в учебных заведениях, но и активно выступал перед их учителями и администрацией. Он проводил анализ работ преподавательских коллективов, а также выражал свои общепедагогические и дидактические суждения [2]. Его кропотливый труд был напрямую связан с Казанским учебным округом, по территории фактически равным половине территории страны.

Педагогическую деятельность он начал в 1812 году чтением лекций чиновникам по арифметике и геометрии [3]. При обучении своих учеников геометрии Лобачевский уделял большое внимание проблемам изучения пространственных измерений и требовал от преподавания реальное рассмотрение окружающих явлений.

В 1814-1816 гг. Николай Иванович излагал студентам-математикам теорию чисел по Гауссу и Лежандру, «на родном русском языке» и плоскую тригонометрию [3].

В 1816-1817 учебном году Лобачевский преподавал арифметику, алгебру и тригонометрию по своим конспектам.

В 1817-1818 учебном году преподавал тригонометрию, а именно рассматривал плоскую и сферическую ее части.

В 1818-1819 учебном году преподавал дифференциальное и интегральное исчисления по рекомендации Лакруа, французского математика.

В 1820 году Лобачевскому помимо чтения лекций по астрономии, математической и опытной физике было поручено все преподавание «чистой математики». Это случилось после отъезда профессора Бартельса из Казани [3].

В 1821 году Лобачевский обучал в основном «чистой математике» и механике и только редко когда преподавал физику и астрономию [3].

В результате двенадцатилетней упорной преподавательской работы Николая Ивановича появились на свет два его «Обозрения преподавания чистой математики», поданные на обсуждение отделению математики в 1824 и 1825 годах. «Обозрения» Лобачевского представляют собой тщательно продуманные конспекты преподавания математики и механики в университете и содержат такие разделы: способ преподавания в целом; порядок преподавания; предметы преподавания.

В 1834-1835 учебном году по конспектам Лакруа и Лежандра он читал лекции студентам разных курсов: интегрирование функций – второму курсу, студентам 3 курса – интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений; интегрирование уравнений с частными производными и вариационное исчисление проходили на 4 курсе. Преподавание этих курсов сохранилось за ним до конца его профессорской деятельности.

Педагогические идеи и взгляды, ценнейшие дидактические наставления содержатся следующих работах: «Наставления учителям математики в гимназиях и уездных училищах», «Инструкция о преподавании физики в гимназиях», пособие «Краткое руководство к улучшению методов преподавания», в которых грамотно и обоснованно расписаны методические рекомендации самого Николая Ивановича Лобачевского.

Иллюстрируя в «Наставлениях» (1948 г.) гимнастический курс математики, Н.И. Лобачевский включил в него ряд необходимых разделов:

1. Систематичность и научная строгость предлагаемого материала.
2. Доступность его для учащихся.
3. Развития умственных способностей при изучении материала.
4. Учет преподавателем возрастных и индивидуальных особенностей учащихся [1].

Эти требования являются актуальными и в современной системе образования.

Николай Иванович Лобачевский не оставил после себя каких-либо специальных педагогических трактатов, отражающих его взгляды на природу обучения, но его речь "О важнейших предметах воспитания", произнесенная им в

1828 году является превосходным памятником педагогической мысли, исключительно богатым содержанием и отражающим многосторонний мир интересов ее автора [4]. Только благодаря воспитанию, считал Лобачевский, человек становится «творением в совершенстве» и чистый ум не дан ему с рождения, он приобретается только с учением [1]. В Николае Ивановиче встречается исключительное сочетание выдающегося ученого и безупречного преподавателя.

Речь "О важнейших предметах воспитания" была произнесена на торжественном собрании Казанского университета, посвященном окончанию учебного года и выпуску студентов. Н.И. Лобачевский затрагивал множество вопросов в связи с задачами воспитания, среди которых были проблемы научного метода познания природы, роль родного языка, общественная природа человека. Он мало касался конкретных вопросов, так как нелегко дать решение конкретных задач в такой обширной области как педагогика, но он дал общую схему, затрагивающую воспитание в целом [4].

Преподавание любого предмета и математики, в частности, бывает успешным только тогда, когда ученики понимают своего учителя. Поэтому преподаватель должен подстраиваться под ритм слушателей, привлечь их к изучению чего-то нового, дать толчок к получению новых умений и знаний. Только тогда ученики будут с удовольствием понимать предмет и применять его в решении проблем, уважать и почтенно относиться к преподавателю, как относились к учителю ученики Николая Ивановича Лобачевского.

Литература

1. Н.И. Лобачевский. Научно-педагогическое наследие / Под ред. Александрова П.С., Бронштейна И.Н., Лаптева Б.Л. и др. – М.: Изд-во Наука, 1976. – 663 с.

2. Руководство Казанским университетом Фрагменты. Письма.- Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1976. – 664 с.

3. Васильев А.В. Николай Иванович Лобачевский (1792-1856). (Научно-биографическая серия). – М.: Наука, 1992. – 229 с.

4. Николай Иванович Лобачевский: историко-биографический сборник. – Казань: Жиен, 2014. – 656 с.

ГЕОМЕТРИЯ В РОССИИ ДО И ПОСЛЕ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО

Шалгин В.С.,
Россия, г. Челябинск,
Южно-Уральский государственный университет (НИУ),
Институт естественных и точных наук
Научный руководитель: к. ф.-м. н., доц. Мухаметьярова А. А.

Аннотация. В работе кратко рассмотрена история развития геометрии в России, начиная от первых геометрических рукописей и заканчивая доказательством гипотезы Пуанкаре, с выделением работ Н. И. Лобачевского как источником формирования современного понимания геометрии и математики в целом.

Ключевые слова: геометрия, история геометрии, Н.И. Лобачевский

GEOMETRY IN RUSSIA BEFORE AND AFTER N.I. LOBACHEVSKY

Shalgin V.S.,
Russia, Chelyabinsk,
South Ural State University (NRU),
Institute of Natural and Hard Sciences
Scientific director: candidate of Physico-Mathematical Sciences,
associate Professor, Mukhamet'yarova A.A.

Abstract. The article reviewed the history of the development of geometry in Russia, starting from the first geometric manuscripts and ending with the proof of the Poincare conjecture, highlighting the works of N. I. Lobachevsky as a source of shaping the modern understanding of geometry and mathematics in general.

*Keywords: g*eometry, history of geometry, N. I. Lobachevsky

Предисловие

Трудно сказать, когда появились у того или иного народа первичные геометрические представления, т.к. потребность в измерении расстояний, площадей, направлений относится к самым ранним стадиям развития человеческого общества. Теоретический характер геометрия начала приобретать лишь с VII в. до н. э. в Древней Греции благодаря трудам Фалеса Милетского, Пифагора и Евклида, «Начала» которого содержат первое известное нам аксиоматическое построение геометрии. Помимо Евклида, одними из великих геометров были Архимед и Аполлоний Пергский, сделавшие множество открытий в античной геометрии. Именно труды этих великих греков стали источником геометрических знаний практически для всех народов мира.

Допетровская эпоха

Первые документальные сведения о развитии математики и в частности геометрии на Руси относятся к IX – XII вв., и представляли собой арифметические рукописи, в которых имелись и геометрические сведения о вычислении длин, площадей, объемов, направлений, необходимых в строительстве, военном деле, астрономических расчётах.

В XVI в. после почти 250-летнего татарского ига и вызванного им научного застоя государство укрепилось, потребности экономики и армии, особенно землемерия и артиллерии, настоятельно требовали повысить уровень геометрического образования.

В XVII веке под геометрией по-прежнему понимали землемерие, то есть вычисление площадей земельных участков, основные геометрические сведения для этого черпались из опыта либо из более ранних рукописей, в которых отсутствовали какие-либо теоретические сведения. Состояние геометрии того времени хорошо иллюстрируют «Устав ратных дел» (1607 – 1621) и «Книга сошного письма» (1629) [2; с.32]. Однако рукопись «Синодальная № 42» 1625 г. князя Ивана Елизарьева содержит определения, теоремы с элементами доказательств, что уже похвально, и множество задач на построение [8; с.10].

Эпоха Петра Первого

Планы Петра Первого по преобразованию и развитию России требовали наличия образованных кадров практически во всех государственных секторах. В 1701 г. царём был подписан указ об учреждении в Москве Школы математических и навигацких наук, геометрию в которой преподавал приглашённый шотландский профессор Абердинского университета Г. Фарварсон. Под его редакцией впервые были переведены и изданы «Начала». Позже содержание обучения математике определялось в основном знаменитым учебником по арифметике (1703) Л. Ф. Магницкого, ученика Фарварсона, большинство геометрических задач которого относятся к измерению треугольников, четырехугольников, круга, простейших объемных тел. В поддержку Школе математических и навигацких наук позже были открыты цифирные школы, где наряду с арифметикой преподавали геометрию.

Первым сочинением, содержащим все теоремы с доказательствами, стал трактат Феофана Прокоповича «Два обширнейших основания математики арифметика и геометрия…» (1707).

Эпоха просвещения

Начиная с эпохи Петра Великого геометрия начала оформляться в самостоятельный предмет. Во многих военных и морских учебных заведениях геометрия стала преподаваться в соответствии с «Началами», а «Генеральная геометрия» (1765) Н. Г. Курганова стала первым пособием, соединившем в себе систематичность и доказательность с простотой изложения.

Огромный вклад в развитие геометрических знаний внесли первые академики-математики основанной в 1724 г. Петербургской академии наук, среди них были Я. Герман, работавший в области аналитической и дифференциальной геометрии, Ф. К. Майер – плоская и сферическая тригонометрия, Л. Эйлер, внесший вклад практически во все разделы геометрии, и с именем которого связано появление дифференциальной геометрии и зарождение топологии. Эйлер стал учителем для первого многочисленного поколения российских геометров: С. Я. Румовский, М. Е. Головин, Н. И. Фусс, А. И. Лексель, С. Е. Гурьев.

Деятельность Н. И. Фусса заслуживает особого внимания. По всеобщему признанию, лучшие из его работ – геометрические, в общей сложности 33. Его работы относятся к исследованиям в областях сферической и элементарной геометрии, часть работ носит дифференциально-геометрический характер [10; с.197].

С. Е. Гурьев интересен тем, что предпринимал попытки доказать пятый постулат Евклида в своём «Опыте об усовершенствовании элементов геометрии» (1798) в Прибавлении II, «содержащем в себе доказательство 5-ой Евклидовой Постулате» [3; с.236], но заведомо ложное. Однако его «Опыт…» стал первым отечественным научно-методическим сочинением, где он заложил практически современную систему математического образования. В его сочинении также впервые на русском языке излагаются философские вопросы математики, в частности методологии геометрии.

Геометрия начала XIX века. Н. И. Лобачевский

После смерти Л. Эйлера (1783) Петербургская Академия наук на некоторое время утратила значение крупнейшего европейского центра в области математических наук. Однако уже в начале XIX в. начинается новый подъём во многом благодаря изменениям в системе образования и организации новых университетов [10; с.216].

Одним из таких стал Казанский Императорский университет, открытый в 1805 г., куда спустя два года зачисляется Н. И. Лобачевский. Математике Лобачевского обучал сам наставник великого Гаусса М. Ф. Бартельс, который привлёк своего нового ученика к изучению классических работ Эйлера, Лагранжа, Монжа, Лапласа, Гаусса, что стало сильным стимулом для самостоятельных исследований.

Интерес к вопросу о пятом постулате Евклида возник у Лобачевского рано, ещё во времена его преподавания, будучи студентом в 1817 г. В записях лекций им делалась попытка доказать постулат, кою предпринимали до него многие математики. Среди них были такие учёные как Прокл, Птолемей, Посидоний, Омар Хайям, А. М. Лежандр.

Лобачевский, ознакомившись с иностранными учебниками по геометрии, отталкивающихся в своей основе от «Начал» Евклида, находит, как он позже пишет, «некоторые несовершенства», которые стали причиной отсутствия качественного развития геометрии со времен Евклида. Одно из таких несовершенств он видит в евклидовой «теории параллельных» [7; с.79]. В своём знаменитом докладе 6 февраля 1826 года Лобачевский помимо положений новой геометрической теории, выведенной из системы аксиом с новым постулатом о параллельных, изложил совершенно новый подход к построению геометрии, основанный на его собственных представлениях о научном познании.

Такой масштабный подрыв традиции незыблемости и единственности евклидовых «Начал» встретил не менее масштабный шквал критики, к которой присоединились даже такие крупные математики и геометры как М. В. Остроградский и В. Я. Буняковский. Последний, к тому же, в 1853 г. в сочинении «Параллельные линии» предпринял собственную попытку решения проблемы теории параллельных путём созданного им нового доказательства пятого постулата, оказавшегося, впрочем, заменой его на эквивалентную аксиому [10; с.299], как и во всех прошлых подобных доказательствах. К творению Лобачевского негативно отнёсся и его учитель М. Ф. Бартельс. Единственным известным публичным актом поддержки Лобачевского была речь казанского профессора П. И. Котельникова, произнесённая и опубликованная в 1842 г., где он утверждал, что «изумительный труд» Лобачевского «рано или поздно найдёт своих ценителей» [10; с.252].

Изначально Лобачевский считал, что от замены пятого постулата на другой и в последующем выводе теорем возникнет противоречие, которое докажет пятый постулат как теорему, но в дальнейшем, не встречая этих противоречий, предположил, что их, возможно, и не будет. Такой путь геометры избирали и до Лобачевского, однако в виду разных причин их труды не стали достоянием общественности. Таковы труды Дж. Саккери, И. Г. Ламберта, Ф. А. Тауринуса, Ф. К. Швейкарта, Я. Бойяи и К. Ф. Гаусса. Последний по соображениям осторожности не опубликовал своих работ, но оказал большую моральную поддержку Лобачевскому, жившего в атмосфере насмешек и неприятия. Благодаря этой поддержке вкупе со своими упорством и решительностью Лобачевский продолжал дальнейшие исследования новой геометрии вплоть до самой смерти.

Геометрия второй половины XIX — начала XX веков.
Признание идей Н. И. Лобачевского

Первую известность и дальнейшее признание идеи Лобачевского получили во многом благодаря опубликованным в 1860-х гг. перепискам авторитетнейшего математика Гаусса, где он с восторгом отзывается о Лобачевском и его геометрии. Её положение укрепилось с открытием интерпретаций (моделей) геометрии Лобачевского в евклидовом пространстве, к чему первым приложил усилия Э. Бельтрами (1867).

Принципиально важный шаг к новому осознанию предмета геометрии сделал Б. Риман в лекции 1854 г., опубликованной в 1867 г. Он уже был знаком с работами Лобачевского, глубоко усвоил их и решил продвинуться дальше [5; с.286]. В своих работах Риман пришёл к совершенно новому обобщённому представлению о пространстве «как о непрерывной совокупности любых однородных объектов или явлений» [1].

В России в это время основной точкой приложения усилий была динамично развивающаяся дифференциальная геометрия. Значительный вклад в неё внесли такие яркие геометры как О. И. Сомов, который первый в нашей стране и один из первых в мире начал применять векторное исчисление к геометрии, и П. Л. Чебышёв, написавший весьма важную работу «О кройке одежды». Среди других дифференциальных геометров можно отметить К. М. Петерсона, Б. К. Млодзеевского и Д. Ф. Егорова.

Пробуждение интереса к идеям Лобачевского в России начинается в Казани, где он провёл большую часть своей жизни. В 1870 – 1880-е гг. Казань становится видным центром пропаганды и развития неевклидовой геометрии. Основная заслуга здесь принадлежит Ф. М. Суворову, А. В. Васильеву и А. П. Котельникову [10; с.519]. Издаётся полное собрание сочинений Лобачевского по геометрии под редакцией А. В. Васильева, учреждается премия имени Н. И. Лобачевского, вручаемая за выдающиеся исследования в области геометрии, преимущественно неевклидовой. Новой геометрии посвятил свою диссертацию (1871) Ф. М. Суворов [10, с.519], которая стала первой в России и одной из первых в мире работ, развивающих неевклидову дифференциальную геометрию. А.П. Котельников разработал теорию векторов в неевклидовых пространствах, а в 1920-х годах исследовал связь геометрии Лобачевского и специальной теории относительности. Другими вопросами неевклидовых геометрий занимались Д. М. Синцов, Д. Н. Зейлигер.

Ф. Клейн в 1871 г. нашёл проективную модель пространства Лобачевского, интерпретирующую неевклидово пространство произвольной размерности, как евклидов шар той же размерности без своей границы [10; с.260], что фактически уже являлось доказательством непротиворечивости геометрии Лобачевского, однако формальное обоснование этого метода стало возможным только после кардинальной переработки аксиоматических систем геометрии и всей математики в целом. Первыми создали такие аксиоматические системы Д. Гильберт (1899) и российский математик В. Ф. Каган (1902). Метод интерпретаций теперь формально доказывал относительную непротиворечивость геометрии Лобачевского, иначе говоря, геометрия Лобачевского непротиворечива тогда и только тогда, когда непротиворечива геометрия Евклида [6; с.417].

Современная геометрия

Современный облик геометрия приобрела с пересмотром её аксиоматики, новейшие геометрические идеи теперь начинают проникать во многие области математики и физики. Сама геометрия стала развиваться всё шире, математика становилась всё более единой наукой, а границы между её многообразными областями, в том числе и геометрии, становились всё менее чёткими.

Крупнейшими российскими геометрами XX – XXI вв. стали Л.С. Понтрягин, П. С. Александров, А. Н. Колмогоров, В. И. Арнольд, которые к тому же были награждены премией имени Н. И. Лобачевского наряду ещё с девятью российскими учёными. В 1992 году была утверждена Медаль имени Н. И. Лобачевского, которой были награждены известный популяризатор идей Лобачевского А. П. Норден, а также крупный геометр М. Л. Громов, внёсший большой вклад во многие разделы современной геометрии.

Формируется такой раздел информатики как вычислительная геометрия, в которой рассматриваются алгоритмы для решения геометрических задач. Помимо этого, вычислительная геометрия используется сейчас в распознавании образов, компьютерной графике, инженерном проектировании, в геометрических исследованиях, преподавании и изучении геометрии.

В современную эпоху передовыми и активно развивающимися областями геометрии стали дифференциальная геометрия, топология, неевклидовы геометрии. Это показывают определенные Математическим институтом Клея в 2000 г. семь важных математических задач, за решение которых обещано вознаграждение в 1 млн. долларов США. Среди них есть две геометрических, одна из них относится к алгебраической геометрии – гипотеза Ходжа, другая, наиболее известная проблема топологии, – гипотеза Пуанкаре, поставленная ещё в 1904 г.

Гипотеза Пуанкаре была доказана почти сто лет спустя в 2002 г. российским математиком Г. Я. Перельманом. За это доказательство в 2006 г. ему была присуждена Филдсовская премия, а затем в 2010 г. премия Математического институт Клея. Однако от обеих наград Перельман отказался, объяснив это своим несогласием с математическим сообществом, с его несправедливым решением по присуждению премии, т. к. его вклад в решение задачи был не единственным. Такое решение говорит о внутренней силе Григория Перельмана и его способности быть верным себе. Через три года после своего открытия, учёный увольняется со своего места работы и уходит из научного мира, по мнению его сослуживцев, из-за непонимания своих работ коллегами, что сделало его практически изгоем, и давления бюрократического аппарата современной науки [4].

Судьба Перельмана очень схожа с судьбой Лобачевского. Последнего описывали как человека с независимым и тяжёлым характером как «самого загадочного человека в истории мировой науки», «известного казанского сумасшедшего» [9]. Это очень близко к тому, какое отношение сегодня к Перельману. Оба учёных совершили большой прорыв в развитии математики, оба оказались непонятыми своими коллегами, оба подверглись давлению устоев общества, в особенности бюрократической, чиновничьей клики.

Всё это говорит о том, что хоть и предвзятость науки, научные предубеждения постепенно уходят в небытие, проблемы, с которыми сталкиваются выдающиеся учёные, остаются всё теми же.

Литература

1. Геометрия. Большая советская энциклопедия, 1969-1978.

2. Гнеденко Б.В. Очерки по истории математики в России. М.-Л., 1946. – 248 с.

3. Гурьев С.Е. Опыт об усовершенствовании элементов геометрии, С-П., 1798. – 264 с.

4. Гутова Ю. Ключ от Перельмана. 2011 [Электронный ресурс] Режим доступа: http://expert.ru/russian_reporter/2011/50/klyuch-ot-perelmana/ (Дата обращения: 09.11.2018)

5. Колесников М.С. Лобачевский. – М.: Изд-во «Молодая гвардия», 1965. – 320 с.

6. Константинов Ф.В. Философская энциклопедия. Т.3, 1964. – 584 с.

7. Лобачевский Н.И. Полное собрание сочинений / под ред. В. Ф. Кагана, А. П. Котельникова, В. В. Степанова, Н. Г. Чеботарева, П. А. Широкова. – М.-Л.: Изд-во технико-теоретической литературы, 1948, т.1.

8. Методика обучения геометрии: Учеб пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.А.Гусев, В.В.Орлов, В.А.Панчищина и др.; Под ред. В. А. Гусева. – М.: Издательский центр «Академия». – 368 с.

9. Смилга В. П. Молодые годы Николая Ивановича Лобачевского. – М.: Изд-во «Добросвет», 2015.

10. Юшкевич А. П. История математики в России (до 1917 г.). – М.: Изд-во «Наука», 1968. – 592 с.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫХ ТОЧЕК И ПРЯМЫХ ТРЕУГОЛЬНИКА В ГЕОМЕТРИИ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО И ЕВКЛИДА

Нигматуллина Г. Х., Сагедиева М. Р.

Россия, г. Казань

Казанский (Приволжский) Федеральный университет

Институт математики и механики им. Н. И. Лобачевского

Научный руководитель: к.п.н., доц.Садыкова Е. Р.

Аннотация. В работе рассмотрены замечательные точки и прямые треугольника в геометрии Н. И. Лобачевского и Евклида.

Ключевые слова: Н. И. Лобачевский, евклидова геометрия, геометрия Н. И. Лобачевского, замечательные точки и прямые треугольника.

COMPARATIVE ANALYSIS OF REMARKABLE POINTS AND DIRECT TRIANGLE IN GEOMETRY N.I. LOBACHEVSKY AND EVCLID

Nigmatullina G. H., Sagedieva M. R.
Russia, Kazan
Kazan (Volga Region) Federal University
Institute of mathematics and mechanics name N.I. Lobachevsky
Scientific superviser: candidate of pedagogic Sciences, associate Professor,Sadykova E. R.

Abstract. The article is devoted remarkable points and straight lines of a triangle in the geometry of N. I. Lobachevsky and Evclid.

Keywords: N. I. Lobachevsky, Euclidean geometry, geometry of N. I. Lobachevsky, remarkable points and straight lines of a triangle.

Введение

На протяжении многих лет символом геометрии является треугольник, с которого начинается изучение каждой геометрии. Существует множество задач, которые связаны с замечательными точками и прямыми треугольника, для их решения необходимо знать основные определения и теоремы данной темы.

Геометрия Лобачевского и ее история открытия очень увлекательные. Содержание нашей исследовательской работы связано с вопросами различий и схожести медиан, биссектрис, высот, серединных перпендикуляров треугольника в евклидовой, известные нам из курса геометрии, и геометрии Лобачевского.

Доказанные в работе теоремы позволяют ознакомиться с некоторыми красивыми математическими фактами. К ним относится, например, теорема о серединных перпендикулярах к сторонам треугольника.

Цель: провести сравнительный анализ основных понятий, теорем темы «Замечательные точки и прямые треугольника» в геометрии Евклида и Лобачевского.

Практическая значимость: предложено ознакомление с замечательными точками и прямыми треугольника на плоскости Лобачевского.

Объектом исследования является геометрия треугольника, а **предметом -** замечательные точки и прямые треугольника.

Методы: теоретический, как изучение, анализ и синтез; системно-поисковый; практический - доказательство теорем.

Понятие треугольника, определения его элементов, теоремы из школьного курса относятся как к евклидовой, так и неевклидовой геометрии. В первую очередь, к ним относятся замечательные прямые и точки треугольника.

Рассмотрим, что понимается под *замечательными прямыми и точками треугольника* в геометрии Лобачевского. Прямые, которые содержат биссектрисы, высоты, медианы треугольника, а также биссектрисы внешних углов треугольника и серединные перпендикуляры к сторонам треугольника называются *замечательными прямыми*, а точки пересечения соответствующих групп замечательных прямых *замечательными точками треугольника* [1; с.121].

Отдельные свойства взаимного расположения замечательных прямых на плоскости Лобачевского те же, что и на евклидовой плоскости. Но на плоскости Лобачевского имеется существенное отличие во взаимном расположении отдельных групп замечательных прямых.

В евклидовой геометрии серединные перпендикуляры любого треугольника пересекаются в одной точке, которая является центром окружности, описанной около треугольника. Это утверждение верно не для любого треугольника в неевклидовой геометрии.

Теорема. Серединные перпендикуляры к трем сторонам треугольника принадлежат одному пучку, при этом существуют треугольники, серединные перпендикуляры которых принадлежат пучку пересекающихся, параллельных, расходящихся прямых[1; с.122].

В геометрии Лобачевского взаимное расположение серединных перпендикуляров к сторонам треугольника связано с понятием *циклической линии,* на которой лежат все вершины треугольника.

В евклидовой геометрии имеет место еще одна теорема о биссектрисах угла и внешних углов треугольника: три прямые, одна из которых содержит биссектрису данного угла треугольника, а две другие — биссектрисы внешних углов треугольника, не смежных с данным, пересекаются в одной точке. В геометрии Лобачевского утверждение этой теоремы выполняется не для любого треугольника. Соответствующая теорема здесь формулируется так: п***рямая, содержащая биссектрису данного угла треугольника, и две другие прямые, которые содержат биссектрисы внешних углов треугольника, не смежных с данным, принадлежат одному пучку*** [1; с.123]**.**

Доказательство: Докажем, что l_1, l_2 , $l_3 \in$ одному пучку.

а) $l_2 \cap l_3 = O$ (рис. 7).$\mathrm{OH}_2 = \mathrm{OH}_1$ и $\mathrm{OH}_1 = \mathrm{OH}_3$, где $\mathrm{OH}_1 \perp \mathrm{BC}$,$\mathrm{OH}_2 \perp \mathrm{CA}$ и $\mathrm{OH}_3 \perp \mathrm{AB}$, $\mathrm{OH}_2 = \mathrm{OH}_3$. $O \in l$, т. е. l_1, l_2 и $l_3 \in$ пучку с центром O.

б) l_2 и l_3 - расходятся. h_2 и h_3 - лучи этих прямых, исходящие из точек B и C. Общий перпендикуляр l_2 и $l_3 \cap$ лучи h_2 и h_3 в точках M_2 и M_3, *тогда* M_2M_3 и BC — расходящиеся.

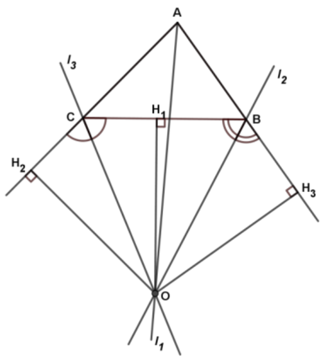


Рис. 7

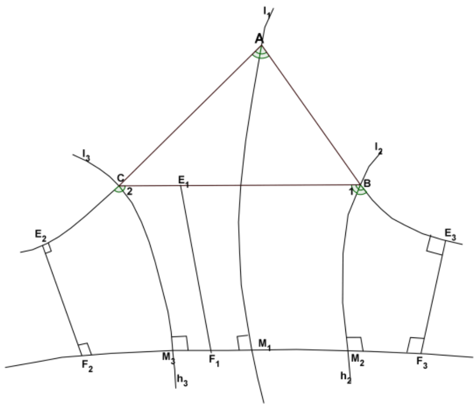


Рис. 8

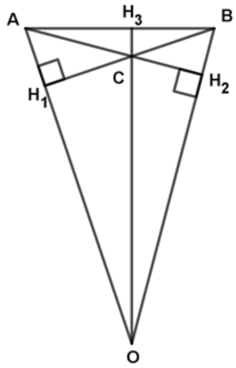


Рис. 9

CA и CB симметричны относительно l_3, поэтому AC и M_2M_3 - расходящиеся. Аналогично, AB и M_2M_3 также расходятся. Каждая прямая, содержащая стороны треугольника *ABC,* расходится с прямой M_2M_3, поэтому они лежат в одной полуплоскости с границей M_2M_3.

Пусть E_1F_1, E_2F_2 , E_3F_3 соответственно общие перпендикуляры пар расходящихся прямых M_2M_3 , BC*;* M_2M_3, AC и M_2M_3, AB (см. рис. 8). Так как при симметрии относительно l_3 расходящиеся прямые CB и M_2M_3 переходят соответственно в AC и M_2M_3, то общий перпендикуляр E_1F_1 прямых CB и M_2M_3 переходит в E_2F_2, следовательно, $E_1F_1 = E_2F_2$. Получим, что $E_1F_1 = E_3F_3$, $E_2F_2 = E_3F_3$.

Прямая l_1 не пересекает BM_2 и CM_3. $l \cap$BC, $l \cap M_2M_3 = M_1$. $AM_1E_2F_2 = AM_1F_3E_3$, так как $F_2E_2 = F_3E_3$, AM_1 общая и $\angle E_2AM_1 = \angle E_3AM_1$, следовательно, $\angle AM_1F_2 = \angle AM_1F_3$. $l_1 \perp M_2M_3$. Итак, l_1, l_2 и l_3 $\in$ одному пучку расходящихся прямых с базой M_2M_3.

в) $l_2 \parallel l_3$. $l_1 \cap$ BC и не пересекает ни одну из прямых l_2 и l_3, поэтому $l_1 \in$ пучку параллельных прямых, определяемому l_2 и l_3.

Из этой теоремы мы получили важное замечание: на плоскости Лобачевского существуют треугольники, для которых указанные в теореме прямые l_1, l_2 и l_3 принадлежат каждому из трех типов пучков [1; с.123].

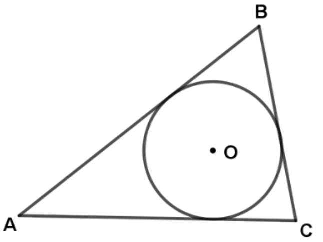
На плоскости Лобачевского, как и на евклидовой, медианы любого треугольника пересекаются в одной точке. В евклидовой геометрии эта теорема доказывается с помощью теории подобия, т. е. используется аксиома параллельных линий, поэтому оно не может быть перенесено на плоскость Лобачевского [1; с.126].

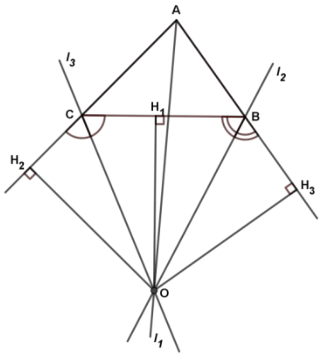
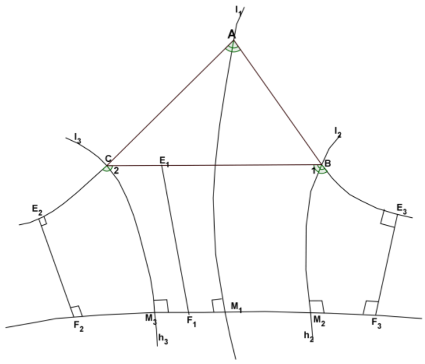
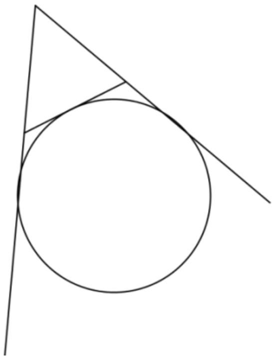
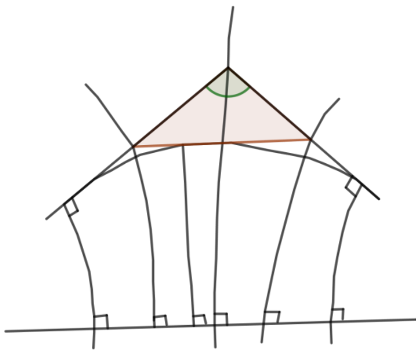
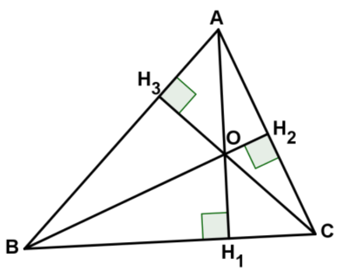
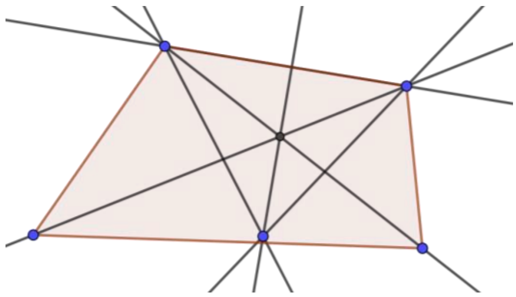
На евклидовой плоскости прямые, содержащие высоты любого треугольника, пересекаются в одной точке. На плоскости Лобачевского картина несколько иная: здесь имеется теорема о серединных перпендикулярах к сторонам треугольника.

<u>Теорема.</u> Три прямые, содержащие высоты треугольника, принадлежат одному пучку. При этом если треугольник остроугольный, то сами высоты треугольника пересекаются в одной точке [1; с.127].

Отметим, что не у каждого тупоугольного треугольника высоты принадлежат пучку расходящихся или параллельных прямых. Существует бесконечное множество тупоугольных треугольников, у каждого из которых прямые, содержащие высоты, принадлежат пучку пересекающихся прямых. В самом деле, на рисунке 9 изображен остроугольный треугольник ABO с высотами AH_2, BH_1, OH_3. Согласно доказанной теореме эти отрезки пересекаются в некоторой точке C. Так как точка C лежит на отрезке BH_1, а угол ACH_1острый, то угол ACB тупой, т.е. ABC является тупоугольным треугольником. Очевидно, отрезки AH_1, BH_2, CH_3 *– высоты этого треугольника. Они принадлежат пучку пересекающихся прямых с центром О.*

Важнейшие выводы из исследования приводим в виде следующей сравнительной таблицы:

№	*Геометрия Евклида*	*Геометрия Лобачевского*
1.	*Теорема о вписанной окружности верна в евклидовой и неевклидовой геометрии.* 	

2.	***В геометрии Лобачевского теорема о биссектрисах угла и внешних углов треугольника выполняется не для любого треугольника.***	
		
3.	*Понятие вневписанной циклической линии является обобщением понятия вневписанной окружности треугольника евклидовой плоскости.*	
		
4.	*На плоскости Лобачевского теорема о прямых, содержащих высоты треугольника отличается, она аналогична теореме о серединных перпендикулярах к сторонам треугольника.*	
		

Заключение.

В процессе выполнения работы, мы рассмотрели сходства и различия определений и теорем о медианах, высотах, биссектрис, серединных перпендикуляров треугольника в евклидовой, известные нам из курса геометрии, и геометрии Лобачевского.

Наша исследовательская работа позволяет сделать вывод, что при использовании теорем о замечательных точках треугольника на плоскости возможность решения более трудных задач увеличится.

При обучении учащихся в 7-9 классах параллельно с теоремами о замечательных точках треугольника, которые даются в учебниках геометрии, мы предлагаем рассматривать теоремы из геометрии Лобачевского. Они повысят интерес, а также помогут при решении задач олимпиадного уровня.

Литература

1. Атанасян Л. С. Геометрия Лобачевского: Кн. для учащихся. – М.: Просвещение, 2001.
2. Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Геометрия: 7-9 классы, Учебник для общеобразовательных учреждений. 20-е изд. – М.: Просвещение, 2010.
3. https://infourok.ru/zamechatelnie-tochki-i-linii-v-treugolnike-v-shkolnom-kurse-geometrii-1729912.html

III. *ЭССЕ*

КТО ТАКОЙ ЛОБАЧЕВСКИЙ?

Мичурина К.А.,
Россия, г. Арзамас,
Арзамасский филиал Национального исследовательского
Нижегородского государственного университета им. Н.И.Лобачевского,
Физико-математический факультет
Научный руководитель: к.п.н., доцент Сангалова М.Е.

Аннотация. В данной статье представлены основные этапы жизни и научной деятельности Н.И. Лобачевского. На базе анализа его биографии предпринята попытка объяснить феномен опережения ученым своего времени – открытия геометрии Лобачевского.

Ключевые слова: Лобачевский, биография Н.И. Лобачевского, Казанский университет, геометрия Лобачевского.

WHO IS LOBACHEVSKY?

Michurina K.A.,
Russia, Arzamas,
Arzamas branch of the Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Physics and Mathematics,
Research supervisor: PhD in Education, associate professor Sangalova M.

Abstract. In this article presents the main stages of the life and scientific activities of N.I. Lobachevsky. Based on the analysis of his biography, an attempt was made to explain the phenomenon of advancing scientists of his time - the discovery of Lobachevsky's geometry.

Keywords: Lobachevsky, biography N.I. Lobachevsky, Kazan University, Lobachevsky geometry.

Общеизвестен факт, что Лобачевский является создателем неевклидовой геометрии. На занятиях в вузе я узнала о том, какой переворот в классической геометрии Евклида совершила аксиома Лобачевского. Эффект был подобен взрыву бомбы, ведь в течение двух тысяч лет геометрию изучали либо по «Началам» Евклида, либо по трудам, написанных на их основе. Каким же образом удалось совершить столь поразительное открытие? Какие обстоятельства этому способствовали? Как формировались научное мировоззрение и личные качества ученого? Кто же такой Лобачевский? Возможно изучение его биографии даст ключ к разгадке.

Тайна места и даты рождения математика Николая Ивановича Лобачевского беспокоила всех исследователей его жизненного пути, до середины двадцатого века. Все дело в том, что сам он всегда говорил о том, что отец его был землемером, а также носил титул обер-офицера. Однако Иван Максимович Лобачевский никогда не был ни землемером, ни обер-офицером. Сведений о его жизни крайне мало, он происходил из шляхтичей, издревле прислуживающих великому князю Михаилу Долгорукову.

Дед математика перебрался в Москву в середине восемнадцатого века, где ему позволили жениться на крепостной, которую вскоре освободили. Иван Максимович сначала был крещен в католическом храме, но потом принял православие, переехал в Нижний Новгород, где устроился на службу мелким чиновником в геодезическом департаменте, и женился на Прасковье Александровне, о происхождении которой тоже мало что известно.

В 1940 году, советский исследователь Александр Андронов выяснил, что, скорее всего, Николай Иванович был только формально, юридически, сыном чиновника Лобачевского. Иван Максимович прожил с супругой всего год, после чего они полюбовно разошлись, а Прасковья Александровна долго одна не оставалась. Поскольку развод решено было не оформлять, она жила гражданским браком с землемером и капитаном Сергеем Степановичем Шебаршиным, от которого и родила троих сыновей: Алексея, Николая и Александра. Николай появился на свет 20 ноября 1792 года в Нижнем Новгороде [2; с. 28].

В Нижнем Новгороде прошло все раннее детство будущего математического гения. Вплоть до девяти лет он прожил именно там, а также окончил народное училище. Ранней весной 1801 года Прасковья Александровна продала землю и дом, и перебралась с детьми в Казань, где они должны были учиться в гимназии.

Изучая монографии биографов Лобачевского, можно сделать вывод о том, что у него было тяжелое и бедное детство. В Казанской гимназии он был на правах казеннокоштного студента, что накладывало на него определенные обязанности и ограничения. Самым простым выходом, было учиться лучше других; но казеннокоштные студенты, например, не имели права выходить за пределы парадного двора.

Молодому и талантливому Николаю очень повезло с учителями, возможно потому, он и заинтересовался математикой. Его преподавателем был Георгий Иванович Карташевский, который и сумел зажечь огонь в очень способном и подающем надежды юноше [2; с. 30].

Лобачевский обладал также большими способностями к языкам – например, французский он выучил за три месяца. Была у него и склонность к литературе: он писал стихи, а его поэмы о Волге считаются одними из лучших.

Император Александр I в 1804 году подписал указ об учреждении Казанского университета и часть преподавателей гимназии сразу же переходят в него, прихватив с собой и учеников. В 1806 году зачислен был в это учебное заведение и Николай. Спустя год, там же начинает учиться и младший брат Александр. Зимой 1808 года в университет приехал еще один замечательный преподаватель – профессор чистой математики, близкий друг и учитель самого Гаусса, Мартин Федорович Бартельс. На то время только он и понял, кто такой Лобачевский, и какой потенциал он в себе таит.

В сентябре того же года в Казань приехал философ Каспар Реннер, а спустя два года австрийский астроном Йозеф Литтров и швейцарский публицист Франц Броннер. В такой «компании» у Лобачевского просто не было выхода, кроме как загореться науками и научными исследованиями.

Однако образцовым студентом Николай никогда не был, он «хамил, проявлял признаки безбожия, проводил опасные эксперименты» и только влияние Броннера и Бартельса спасало его от исключения [6; с. 352].

В 1811 году Лобачевский блестяще окончил Казанский университет, получив степень магистра физики и математики. Ему предложили остаться в университете на преподавательской должности, и он с радостью согласился.

В университете Николай Иванович занимался не только преподаванием, но и научными изысканиями. С одиннадцатого года он старательно изучает, под руководством Бартельса, классические работы Гаусса и Лапласа, после чего уже к концу года публикует работу «Теория эллиптического движения небесных тел», а через два года «О разрешении алгебраического уравнения». В 1814 году, опять же, с легкой руки Бартельса и Броннера, Лобачевский становится адъюнктом чистой математики. Для молодого дарования, а ему тогда исполнился всего двадцать один год, это было неслыханно [7; с. 94].

Ниже приведены некоторые факты из университетской жизни Лобачевского [3; с. 56]:

1. В 1814 году возникла необходимость преобразования учебного процесса университета, ректором которого был Михаил Салтыков. Адъюнкт Лобачевский начинает читать студентам курс теории чисел по Гауссу и Лежандру.

2. В 1816 году Салтыков предлагает ввести Лобачевского в должность экстраординарного профессора, чему воспротивился совет ретроградов, так как должность была выборной. Но руководитель уперся и отправился к самому министру, после чего Николай Иванович стал профессором (в 24 года!).

3. Все последующие годы, вплоть до 1819 он читает курсы лекций по арифметике, тригонометрии и алгебре, а затем дифференциальное и интегральное исчисление по Монжу и Лагранжу.

4. В 1819 году в Казань приехал Михаил Магницкий с проверкой и выявил «склоки, беспорядок и отсутствие благочестия». Было уволено девять прославленных профессоров, иностранцы разъехались по домам, зато Лобачевский был назначен деканом физико-математического факультета. Обязанностей у него значительно прибавилось, но главное – научные изыскания, он не бросил. Дело всей своей жизни, а именно неевклидову геометрию, он начал разрабатывать именно в это время.

Среди студентов и коллег Лобачевский пользовался любовью и уважением. Например, когда упразднили должность директора университета, то его кандидатуру на пост ректора утвердили без возражений. Не стал возражать даже его главный соперник – Симонов. Поэтому май 1827 года выдался для математика очень удачным, ведь его избрали ректором университета, в котором он плодотворно трудился почти до самой кончины [5; с. 10-11].

Служить ректором Ивану Николаевичу довелось вплоть до 1846-го, после чего он был назначен попечителем (управляющим) Казанского учебного округа.

Годы жизни Лобачевского наполнены не только приятными, но и неприятными моментами, а то и вовсе разрушительными событиями. Он никогда не был богат или почитаем, но никогда к этому и не стремился.

Первый набросок, несмелый шаг к созданию той самой, загадочной и непонятной для современников неевклидовой геометрии впервые обрел форму 11 февраля 1826 года, он был сформулирован в докладе «Сжатое изложение начал геометрии».

Ниже представлены некоторые факты, касающиеся печатных работ Лобачевского по неевклидовой геометрии [5; с. 8]:

1. В 1829 году Лобачевский опубликовал свой труд «О началах геометрии», в который вошли его ранние наработки, к примеру, не сохранившееся произведение «Сжатое изложение начал геометрии» вместе со строгим доказательством теоремы о параллельных линиях.

2. Впервые, более подробные труды Николая Ивановича по неевклидовой геометрии, публикуются в 1832-34 годах, но сразу же вызывают резкую критику в Петербурге. Особенно негодовал русский математик и механик, ставший впоследствии ярым противником Лобачевского, Михаил Остроградский.

3. В 1837 году в «Ученом вестнике» он публикует наиболее полный свой труд «Новые начала геометрии с полной теорией параллельных», а вслед за ним статью «Воображаемая геометрия» в немецком авторитетном издании Августа Леопольда Крелле «Crelles Journal».

4. В 1840 году в Германии вышла полная книга Лобачевского, под названием «Геометрические исследования по теории параллельных». Именно после этого на труды великого геометра обратил внимание Гаусс.

5. В 1842 году именно Гаусс способствовал тому, чтобы Лобачевский, который открыл неевклидову геометрию, стал заслуженным членом-корреспондентом Геттингенского королевского научного общества. Это стало единственной выдающейся победой математика при жизни.

6. Последнее исследование, катастрофически теряющий зрение пожилой ученый уже продиктовал своим ученикам. «Пангеометрия» увидела свет в 1855 году.

Николай Иванович немного не дожил до признания своих трудов, каких-то десять-пятнадцать лет. Его работами восхищались потомки, а Пуанкаре, Клейн и Бельтрами стали теми, кто собственные исследования уже основывали на его наработках[1; с. 82].

Несмотря на трудности, сложности и тяготы жизни, этот человек, который никогда не опускал рук и не впадал в отчаяние, сумел получить множество престижных званий и наград.

Ордена:

1) орден Святого Владимира IV степени (1824);
2) орден Святого Станислава III степени (1833);
3) орден Святой Анны II степени (1836);
4) орден Святого Владимира III степени (1842);
5) орден Святого Станислава I степени (1844);
6) орден Святой Анны I степени (1852).

Звания и чины:

1) надворный советник (1818);
2) коллежский советник (1824);
3) действительный статский советник (1838);
4) заслуженный профессор (1841);
5) член-корреспондент Геттингенского королевского научного общества (1842);
6) почетный член Московского университета, с вручением серебряной медали (1855).

В 1832 году Николай Иванович встретил юную и прекрасную Варвару Алексеевну Моисееву, которая была на два десятка лет его младше. Он влюбился в этого ангела мгновенно, и девушка ответила ему взаимностью, потому уже через пару месяцев они поженились, и прожили вместе всю жизнь.

В конце жизни Лобачевский полностью разорился, а дом его супруги, в котором и проживало семейство, был продан с молотка, чтобы хоть как-то заплатить по счетам. Сам он почти полностью ослеп и мог только диктовать. 12 февраля 1856 года, как раз спустя ровно три десятка лет с момента обнародования своей теории неевклидовой геометрии, великий русский ученый, математик и геометр Лобачевский скончался. Похоронили его скромно на Арском кладбище Казани, но память о нем будет всегда жива в сердцах всех математиков настоящего и будущего [7; с. 96-98].

В Казани, на площади перед университетом, Лобачевскому поставлен памятник, а поэт В. Фирсов написал о нем очень точные стихи:

Высокий лоб, нахмуренные брови,
В холодной бронзе – отраженный луч…
Но, даже неподвижный и суровый,
Он, как живой, - спокоен и могуч.
Когда-то здесь, на площади широкой,
На этой вот казанской мостовой,
Задумчивый, неторопливый, строгий,
Он шел на лекции – великий и живой.
Пусть новых линий не начертят руки,
Он здесь стоит, взнесенный высоко.
Как утверждение бессмертья своего,
Как вечный символ торжества науки [5; с. 11].

Итак, кто же такой Лобачевский? Изучая книги и статьи о жизни и деятельности этого выдающегося ученого, можно открывать для себя все новые грани его таланта: успешный руководитель, автор научных трудов и учебных курсов, но, в первую очередь, он учитель. Его жизненный путь учит потомков трудолюбию, настойчивости, любви к математике.

Лобачевский.
Выдающийся, известный.
Трудился, обучал, открывал.
Вошел в историю математики.
Учитель.

Литература

1. Баландин Р.К. Сто великих гениев / Р.К. Баландин – М.: Вече, 2004. – 384 с.

2. Гудков Д.А. Н.И. Лобачевский. Загадки биографии. / Д.А. Гудков – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского ун-та,1993. – 241 с.

3. Казань и Российская академия наук. / Историко-биографические материалы. – Казань: УНИПРЕСС, 1999. – С. 56-58

4. Лаптев Б.Л., Н.И. Лобачевский и его геометрия. / Б.Л. Лаптев – М.: Просвещение, 1976. – 110 с.

5. Труды геометрического семинара / Межвуз. темат. сб. науч. тр.- Казань, 2003. Вып. 24. – С. 7-11.

6. Федоренко Б.В. Новые материалы к биографии Н.И. Лобачевского. /Б.В. Федоренко – Л.: Наука, 1988. – 384 с.

7. Шакирова Л.Р. Математическое образование в Казанском университете в начале XIX века // Математика в высшем образовании. – №2. – 2004. – С. 93-99.

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИИ ЛОБАЧЕВСКОГО НА МИРОВОЕ НАУЧНОЕ СООБЩЕСТВО

Николаева Н.Г.,
Россия, г. Челябинск,
Южно-Уральский государственный университет (НИУ)
Институт естественных и точных наук
Научный руководитель: к. ф.- м. н., доц. Мухаметьярова А.А.

Аннотация. Эссе посвящено рассуждениям о влиянии геометрии Лобачевского на формирование идей и взглядов мирового научного сообщества в

области математики, физики, астрономии, экономики и философии.

Ключевые слова: Геометрия Лобачевского, неевклидова геометрия, Н.И. Лобачевский.

THE INFLUENCE OF LOBACHEVSKI GEOMETRY ON THE WORLD SCIENTIFIC COMMUNITY

Nikolaeva N. G.,
Russia, Chelyabinsk,
South Ural State University (NRU)
Institute of Natural and Hard Sciences
Scientific: Candidate of Physico-Mathematical Sciences, associate Professor,
Mukhamet'yarova A.A.

Annotation. The essay is devoted to arguments about the influence of Lobachevski geometry on the formation of ideas and views of the world scientific community in the field of mathematics, physics, astronomy, economics and philosophy.

Keywords: Lobachevski geometry, non-Euclidean geometry, N.I. Lobachevsky.

Как часто мы задумываемся над понятиями окружающего нас мира? Обращаем внимание на простые истины? Ответ очевиден, это случается крайне редко. Чаще всего мы пропускаем через себя обыденное и принимаем его за единственно верное утверждение. И лишь некоторые пытливые умы ищут противоречия, новые пути решения вопроса.

Меня всегда поражало рвение человечества к новым знаниям, к разгадке тайны мироздания, понятию окружающего мира. Все это осмысление приводит человека в восторг, погружает в сознание. И, казалось бы, причем здесь математика, не допускающая никаких неопределенностей и неоднозначностей? Но как показывает практика все точные науки не обходятся без постоянного поиска истин, противоречий, долгих и мучительных осмыслений, поэтому геометрия (как раздел математики) не была исключением.

Я всегда считала, что все науки связаны друг с другом и вытекают одна из другой, и поэтому открытие в одной сфере повлечет изменения в другой. И это подтвердилось, когда я познакомилась с научной деятельностью Николая

Ивановича Лобачевского. Великий русский математик, крупный университетский деятель и «открыватель» особого, ранее неизвестного вида геометрии. Его творение нашло применение во многих сферах жизни человека (архитектура, живопись), особым образом отразилось на естественных и точных науках, философии, экономики.

Нам всем знакома геометрия Евклида. Сами того не подозревая, мы знакомимся с ней еще в детстве, когда рисуем фигуры на песке, бумаге, то есть она (геометрия) является результатом систематизации наглядных представлений человечества о реальном мире, основанном на заведомо истинных утверждениях (аксиомах). Почти все из них просты и базируются на таких понятиях, как прямая, точка, плоскость, движение. (Например, «От всякой точки до всякой другой точки можно провести прямую линию», аксиома о «неизменяемости геометрических тел и фигур от перенесения из одного места пространства в другое» и т.д.) Но одна из них выходила за рамки обычного - аксиома параллельности. В главной книге Евклида «Начало» эта аксиома была изложено как пятый постулат и звучала так: «Если на плоскости при пересечении двух прямых третьей сумма внутренних односторонних углов меньше 180°, то эти прямые при достаточном продолжении пересекаются, и притом с той стороны, с которой эта сумма меньше 180°». Или: «Через точку, не лежащую на прямой, можно провести одну и только одну прямую, параллельную данной». Эта аксиома заметно отличается от других более простых и доступных постулатов Евклида. Здесь говорится о всей прямой в ее бесконечной протяженности, поэтому ее невозможно проверить на практике в реальном мире. Хотя многие искатели упорно пытались доказать это утверждение как теорему, вытекающую из других аксиом, но за два тысячелетия ни одного верного решения найдено не было.

Николай Иванович Лобачевский, как и его предшественники, тоже берется за решение проблемы пятого постулата, но идет по иному пути – доказательства от противного. Лобачевский предполагает, что аксиома параллельности есть следствие других аксиом Евклида, и если принять ее логическое отрицание верным, то такое соображение должно привести к противоречию, то есть доказать уже теорему, а не аксиому.

Однако следуя доказательству от противного, развертывая все новые и новые следствия, парадоксальные с точки зрения евклидовой геометрии, и не находя никаких внутренних противоречий, Лобачевский понимает, что их вовсе может и не быть. Так вместо попытки обосновать пятый постулат он получает отдельную геометрическую систему, столь же стройную и логическую, как и геометрия Евклида.

Это открытие перевернуло не только существовавшее тогда представление о природе математического сознания, но и все сознание в целом. Существование неевклидовой геометрии означало, что употребительная геометрия Евклида (так называл ее сам Н.И. Лобачевский) не является единственной и что с помощью нее невозможно доподлинно отразить представление о пространстве в целом. В основе любой геометрии лежат лишь те понятия, которые связаны с практической деятельностью людей, а не заранее известные или врожденные. Только опытным путем можно узнать, какая геометрия лучше и точнее описывает реальное физическое пространство. [3]

Геометрия Лобачевского отличается от классической евклидовой только одним постулатом. На первый взгляд кажется, что изменение только одной аксиомы не влияет коренным образом на всю систему. Но это не так. И как показала практика, пятый постулат или его логическое отрицание, определяют метрическое пространство, которое можно описать числами и в котором есть понятие расстояния. И так как в новой геометрии есть аксиома, которая определяет уже новую метрику, то все теоремы, касающиеся измерений, будут отличны от классической геометрии. Для примера приведем некоторые из них, выведенные Лобачевским в его теории:

- Сумма углов любого треугольника меньше 180° и меняется от треугольника к треугольнику.
- Не существует прямоугольника, так как сумма углов всякого выпуклого четырехугольника меньше 360°.
- Не около всякого треугольника можно описать окружность.
- Не существует подобных треугольников.
- Если три угла одного треугольника соответственно равны трем углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Казалось бы, получены парадоксальные утверждения, но они не заставили Лобачевского отказаться от дальнейших исследований, а наоборот, только подтолкнули его к осознанию того, что пятый постулат является новым, независимым допущением, не вытекающим из других аксиом. Следовательно, мы можем принять его или опровергнуть, не нарушая общепринятых правил. Приняв же пятый постулат, Евклид создает классическую геометрию, а опровергнув его, Лобачевский – новую, «воображаемую». Обе геометрии верны с логической точки зрения и противоречия – это всего лишь различия систем, а не внутренний конфликт каждой системы в отдельности. [4]

Новая геометрия была использована Н.И. Лобачевским во всех областях науки, где применялась классическая геометрия, и нигде не привела к противоречию. Но вопрос формального доказательства непротиворечивости оставался открытым. Поиск данного доказательства стал уделом таких умов, как Бельтрами, Клейн, Пуанкаре. В обычной геометрии ими были найдены фигуры и поверхности, к которым применимы положения геометрии Лобачевского. Например, Э. Бельтрами показал, что геометрия поверхностей отрицательной кривизны в пространстве Евклида совпадает с системой Лобачевского (простейший пример - псевдосфера). Модель Бельтрами позволяет вывести все тригонометрические соотношения в геометрии Лобачевского, такие, как формулы решения прямоугольного треугольника, гиперболический аналог теоремы Пифагора, теоремы синусов и косинусов. А. Пуанкаре успешно применял геометрию Лобачевского при разработке теории автоморфных функций. Открытия данных ученых стали доказательством непротиворечивости геометрии Лобачевского, то есть она также непротиворечива, как и евклидова. [1, с.10]

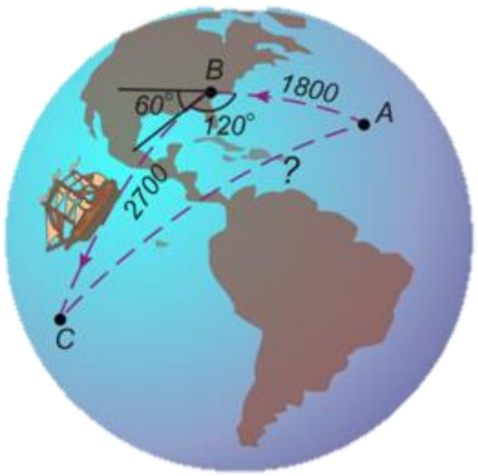
Лобачевский убедился в верности своей геометрии, применив ее к математическому анализу, а именно к вычислению определенных интегралов. Используя свою геометрическую систему, он вычислил около 200 различных определенных интегралов. При этом значение интегралов, вычисленных с помощью «воображаемой» геометрии, совпадало со значениями, найденными аналитически. В этом совпадении Николай Иванович видел не только подтверждение правильности своей геометрии, но и обширную область ее применения, в чем он не ошибся.

Его геометрия нашла применение во многих областях физики. Н.И. Лобачевский сформулировал проблему о связи открытой им геометрии с геометрией реального мира, пытаясь решить, какая же из них реализуется в физическом пространстве. Также он предполагал ответить на этот вопрос, используя данные астрономических измерений. Но в силу неточности имевшихся тогда величин только после создания общей теории относительности Эйнштейна было экспериментально доказано, что физическое пространство в действительности является неевклидовым. Тогда же было выявлено, что геометрия Лобачевского является математической основой специальной теории относительности. [2] Позже, в 1923 г., А.П. Котельников ввел понятие пространства скоростей релятивистской кинематики и установил ее связь с пространством Лобачевского. На основе математических соотношений геометрии Лобачевского могут быть рассчитаны различные

релятивистские эффекты и законы: эффект Доплера, коэффициент увлечения в опыте Физо, релятивистский закон сложения скоростей А. Зоммерфельда, использующий формулы гиперболической тригонометрии, отражение световой волны от движущегося зеркала. Исследование пространства скоростей было вновь возрождено Н.А. Черниковым в физике высоких энергий. Он выяснил, что формулы Лобачевского для длины окружности и площади круга применимы для импульса и кинетической энергии релятивистской частицы. Кроме того, величина дефекта масс в СТО определяется дефектом углов треугольника в геометрии Лобачевского.
В итоге на практике формулы «воображаемой» геометрии используются при обработке экспериментальных данных, получаемых на современных ускорителях элементарных частиц. [6, с.80-82]

Но теория Лобачевского была применима не только в физике, но и в других областях науки. Так, не занимаясь астрономией непосредственно, Лобачевский пришел к выводам, имеющим огромное значение для данной науки. Николай Иванович проводил астрономические наблюдения за кометами в 1811 и 1832 гг., за полным солнечным затмением в 1842 году, а так же наряду с математическими дисциплинами читал лекции по астрономии, дополняя и углубляя их содержание. По распоряжению Н.И. Лобачевского в университете была построена обсерватория, одна из лучших на тот момент. В 1922 году А.А. Фридманом было выявлено колоссальное значение геометрии Лобачевского в космологии. Он нашел решение уравнения Эйнштейна, которое предписывало Вселенной расширение с течением времени, то есть подтверждала теорию о том, что геометрия Лобачевского определяет пространства космоса. Это заключение в дальнейшем было доказано благодаря наблюдениям Эдвина Хаббла, обнаружившего разбегание удаленных туманностей. Еще воображаемая геометрия применяется в астрономии при описании черных дыр, голографического принципа Герарда т' Хофта (теория суперструн). [5]

Интересно, что геометрия Лобачевского также применяется и в искусстве. Например, в архитектурных сооружениях и архитектурно-графических трудах таких деятелей, как А. Гауди (Дом Висенс, Дворец Гуэля, Парк Гуэля. Город-сад и др.), А. Сант-Элиа (Серия «La Città Nuova», полностью нереализованная своим автором), Я. Чернихов («Экспириматика», «Аристография», Дворцы коммунизма, «Архитектурные сказки» и др.) В постройках Антонио Гауди исследователи находят элементы «воображаемой» геометрии, модели Пуанкаре, риманова пространства. Благодаря использованию нелинейной геометрии в своем творчестве А. Гауди смог опередить свое время. Самое известное сооружение Гауди – Храм Святого Семейства или Саграда Фамилия в Барселоне.



В экономике же она применяется при вычисления расстояния грузоперевозок на поверхности земного шара. Например, задача на перевозку товара из пункта A в пункт B с изменением маршрута на 60° при направлении в пункт C. Требуется найти расстояние от A до C, если от A до B 1800 миль, а от B до C -2700 миль (по поверхности Земли). На первый взгляд задача проста, но на поверхности шара рассматривается сферический треугольник - прямое применение геометрии Лобачевского. (рис.1)

А в философии «воображаемая» геометрия охарактеризовала себя как новый путь познания, конец априорных представлений XX века. Открытие Лобачевского основывалось на признании объективного существования движущейся материи и основных форм ее бытия – пространство и времени, признание опытного происхождения понятий и аксиом геометрии. Появление геометрии Лобачевского и неевклидовых геометрий в целом подтверждало, что представление человечества о пространстве приблизительны, не полны и относительны. Исторически развиваясь, эти не полные представления все ближе и ближе подходят к абсолютной истине, дают глубокое познание. Тем самым, благодаря смелости Николая Ивановича, существовавшая тогда теория Канта об априоризме и субъективном идеализме мира получила сокрушительный удар. [7, с.73]

Чем дальше мы углубляемся в практическую составляющую теории, тем интереснее и необычнее ее применение. Поистине удивительно то как из одной аксиомы родилась целая система, нашедшая в себе столько граней для реализации и продвижения.

Открытие Лобачевского заставило научный мир задуматься по крайней мере о двух вопросах: Что такое геометрия? И может ли одна геометрия описывать реальный мир? На эти вопросы смог ответить, как сам Лобачевский, так и его последователи, применившие его теорию в разных областях науки. Влияние «воображаемой» геометрии на научное сообщество настолько велико, что его невозможно оценить в полной мере. Применение в физике, астрономии, экономике, философии и даже в искусстве бесспорно доказывают это. Благодаря открытию Лобачевского геометрия стала применима к любым однородным объектам, определяемым группами n-чисел, то есть к широкому спектру технических и естественнонаучных проблем. Это ознаменовало новый период развития математики как науки о переменных отношениях количеств и пространственных форм. А физика и астрономия смогли выйти далеко за пределы видимого пространства. Я считаю удивительным то, что Лобачевский своим упорством и уникальностью ума совершил революционные изменения не только в математике, как науке, но в других сферах жизни человечества на долгие годы вперед. Заслуга Николая Ивановича состоит в том, что он создал не просто новую геометрическую систему, он изменил геометрию как науку в целом. Но главное, на мой взгляд, это то, что он своим открытием перевернул не просто весь научный мир, а полностью изменил представление о сути человеческого познания. Но до сих пор доподлинно неизвестны все возможности геометрии Лобачевского. Кто знает какой научный прорыв произойдет завтра благодаря смелости великого ученого - Николая Ивановича Лобачевского.

Литература

1. Иовлев, Н.Н. Введение в элементарную геометрию и тригонометрию Лобачевского. - М.-Л.: Гостехиздат, 1930. – 67 с.

2. Котельников А.П. Принцип относительности и геометрия Лобачевского. Том 2 – Казань: Главнаука, 1927. - 37- 66 с.

3. Каган В. Ф. Основания геометрии. Учение об обосновании геометрии в ходе его исторического развития. Ч. 2. Интерпретация геометрии Лобачевского и развитие её идей. - М.-Л.: Гостехиздат, 1956. — 344с.

4. Винберг Э.Б. О неевклидовой геометрии //Соросовский образовательный журнал. - 1996. - №3. – С. 104–109

5. Черников Н.А. Геометрия Лобачевского как физическая наука // материл. всесоюз. науч. конф. по неевклидовой геометрии.- М., 1977- 146–153 с.

6. Бабурова О.В. Релятивистская кинематика и геометрия Лобачевского // Соросовский образовательный журнал. – 2004. - №2. – С. 79-84

7. Кольман Э.Я. О философском смысле геометрии Лобачевского // Вестник АН. - 1956. - № 6. – С.72-77

ВЗГЛЯД НА ВОСПИТАНИЕ ПО ЛОБАЧЕВСКОМУ ЧЕРЕЗ ВРЕМЯ

Салминова А.С.,
Россия, г. Оренбург,
Оренбургский государственный педагогический университет,
Физико-математический факультет
Научный руководитель: д.п.н, профессор Москвина О.В.

Аннотация. В эссе раскрывается актуальность взглядов великого математика и педагога Н. И. Лобачевского на воспитание в современном мире.

Ключевые слова: Н.И. Лобачевский, воспитание.

A LOOK AT EDUCATION ON LOBACHEVSKY THROUGH TIME

Salminova A. S.,
Russia, Orenburg,
Orenburg state pedagogical University,
The physics and mathematics faculty
Scientific adviser: doctor of pedagogical sciences, Professor Moskvina O.V.

Abstract. The essay reveals the relevance of the views of the great mathematician and teacher N.I. Lobachevsky to education in the modern world.

Keywords: N.I. Lobachevsky, education

Новое – это хорошо забытое старое.

Есть мысли, которые не старит время, а лишь подтверждает их мудрость. Есть люди, значимость труда которых только возрастает с течением времени. К таковым относится Н. И. Лобачевский, великий математик и педагог.

Школа сегодня ориентируется, прежде всего, на развитие личности. Внедрение инноваций (как и сохранение лучших традиций нашего образования) будет иметь смысл лишь в том случае, если «в результате мы получим личность, способную жить в изменяющемся мире, обладающую умением учиться, культурой мышления, коммуникативной компетентностью, творческими способностями». Поставить воспитание на первое место – цель благородная, но, на мой взгляд, не новая. Российская школа всегда стремилась к ней… И никогда не была удовлетворена результатом… Значит, есть какие-то ошибки, которые повторяются на пути к этой цели. Попытаюсь их обозначить, обращаясь к мыслям великого математика Н. И. Лобачевского, в надежде, что, может быть, это будет кому-нибудь полезно (думаю прежде всего о пользе для себя).

Лобачевский в своей речи на торжественном собрании Казанского университета 5 июля 1828 г. говорил о воспитании так: «Оно начинается от колыбели, приобретается сперва одним подражанием, постепенно развёртывается ум, память, воображение, вкус к изящному, пробуждается любовь к себе, к ближнему, любовь славы, чувство чести, желание наслаждаться жизнью». Воспитание начинается с союза родителей и ребёнка, а затем ребёнка и учителя. Союз «Родители – Ребёнок – Школа» можно считать идеалом. «Человека нельзя ничему научить, все люди учатся сами. Чтобы обучение происходило, нужно создать соответствующие условия. Самое важное из них – доверительные отношение между учеником и учителем.»,- писал К. Роджерс. Как близки два этих взгляда на воспитание! Хотя принадлежат они людям разных эпох – между американским психологом Роджерсом и русским педагогом Лобачевским более ста лет. К сожалению, сегодня доверительные отношения между учеником и учителем – редкость. Наша общественность через СМИ формирует негативное мнение о школе и учителе.

Кажется, российское общество нашло ответ на вопрос, поставленный А. И. Герценом: Кто виноват? – Учитель!!! Обвиняя сегодня учителя во всех бедах, мы (не первые!) допускаем грубую ошибку – лишаем ученика возможности видеть в лице учителя наставника, человека мудрого, способного вести его к знаниям, к творческим победам. В такой ситуации о каком же союзе может идти речь?

Наше общество нетерпеливо: оно ждёт от учителя результата его труда незамедлительно, забывая, что обучение и воспитание не форсирование преград, а следование за природой, и здесь важно не навредить. Может, стоит прислушаться ещё к одной мысли Лобачевского: «…Ничего не уничтожать и всё усовершенствовать. Неужели дары природы напрасны? Кто осмелился осуждать их? – Кого обвиним в них?..» Зададимся вопросом: «Кто лучше учителя разглядит в ученике «дары природы», разгадает способности, таланты, заложенные в него ею?»

Поэтому вторая, на мой взгляд, ошибка в достижении главной воспитательной цели школой – это нехватка творческих учителей. Учителей хороших, добросовестных, приводящих выпускников к высоким баллам на ЕГЭ, у нас много. А учитель творческий и школа, боюсь, - две вещи несовместные. Творчество – это ведь «Вдруг!», а наши учителя поставлены в жёсткие рамки постоянных отчётов, мониторингов, анализов деятельности…. Творческий учитель сегодня – это «Вопреки!». Это тот, в чьей душе горит огонь любви к детям; тот, кто вопреки повседневной школьной суете разглядит в своём ученике поэта, художника, строителя… и найдёт в себе силы вести ученика за собой, подавая ему пример упорства, трудолюбия, целеустремлённости. «Одно образование умственное не довершает ещё воспитание. Человек, обогащая свой ум познаниями, ещё должен уметь наслаждаться жизнию», – прислушаться бы нам к этим словам Н. И. Лобачевского и дать такую возможность ученикам и учителям сегодня, чтобы они были интересны друг другу, смогли стать настоящими партнерами в поисках новых идей, открытий, создании интересных проектов.

И третья ошибка, как мне видится, – неблагодарность. Те, кто сегодня обвиняет во всех бедах школу и учителей, откуда вышли и у кого учились?.. «Примеры научают лучше, нежели толкования и книги», – считал Лобачевский. Почему не видят они примера в своих учителях и мешают видеть его другим?.. «…истинное желание добра вам налагало на нас просветить ваш ум познаниями, утвердить вас в правилах веры, приучить вас к трудолюбию <…> вдохнуть в вас чувство благородства, справедливости и чести, этой строгой, неприкосновенной честности, которая бы устояла против соблазнительных примеров злоупотребления, недосягаемых наказанием» – под этим обращением Н. И. Лобачевского к своим выпускникам может подписаться каждый учитель. Откуда же неблагодарные? Или не пришло ещё время, когда общество с благодарностью будет произносить имена своих наставников, признаваясь, «сколь много они желали нам добра».

Вести подсчёт ошибок – дело неблагодарное, но всё же лучше вовремя заметить ошибки и сделать работу над ними. Хорошо подумать, взвесить все «за» и «против», просчитать, что сегодня приблизит школу к её главной цели – воспитать Личность, потому что скоро перед детьми станем мы.

ВЛИЯНИЕ УЧИТЕЛЯ НА РАЗВИТИЕ ТАЛАНТА СТУДЕНТА

Филимончева И.Г.,
Россия, г. Казань,
Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева,
Казанский учебно-исследовательский и методический центр для людей с ограниченными возможностями здоровья (по слуху)
Научный руководитель: к.п.н., доц. Биряльцева А.Р.

Аннотация. В эссе рассмотрен вопрос влияния методов преподавания на развитие личного таланта студента. Примером для рассуждений послужила личность немецкого математика М.Ф. Бартельса.

THE TEACHER'S INFLUENCE ON THE DEVELOPMENT OF STUDENT'S TALENT

Filimoncheva I.G.,
Russia, Kazan,
Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev
Kazan Training and Research and Methodological Center for People with Disabilities (hearing)
Scientific supervisor: candidate of pedagogic Sciences, associate Professor, Birialtceva A.R.

Abstract. The essay addresses the issue of the influence of teaching methods on the development of a student's personal talent. The German mathematician Johann Christian Martin Bartels served as an example for discussion.

В гениальности Лобачевского явно не стоит сомневаться. А был ли он таким с самого рождения? Или его талант развился под влиянием его гимназических и университетских учителей? Примером для рассуждений нам послужит один из любимых Николаем Ивановичем учитель - немецкий, а позже и российский математик и педагог Иоганн Мартин Христиан Бартельс, которого в России звали просто Мартином Фёдоровичем.

Начнём с самого Мартина Фёдоровича. Кто его обучал? Учитель Бюттнер, который славился своей строгостью и любовью к телесным наказаниям: за малейший промах он лупил молодых студентов розгами на глазах у всех остальных учащихся. Это ярко показано в современном художественном фильме «Измеряя мир», фрагменты которого применяют многие учителя математики при изучении темы «Сумма членов арифметической прогрессии»**.** Проявилась ли гениальность Бартельса несмотря на такие условия? Безусловно, ведь не каждому в те времена предоставлялась возможность стать помощником учителя. Да и его познания в иностранных языках просто поражают: латынь и греческий, а также итальянский, французский и английский.

Но ведь когда мы говорим о хороших преподавателях, нам обычно представляются не строгие каратели любых ошибок, а понимающие и поддерживающие нас учителя. Иначе вырастет не гений, а запуганный человек, который всю жизнь будет проводить за спинами других. Возможно, молодому немецкому математику как раз требовался такой строгий подход учителя, подстёгивающий его быть более старательным и внимательным. Мою мысль подтверждает факт, что Мартина Фёдоровича по приезде в Казань впечатлили методы преподавания Г.И. Карташевского, который известен своей педантичностью. По словам русского писателя С.Т. Аксакова, который также был учеником Карташевского, при всей своей строгости учитель смог поставить преподавание математики на очень высокий уровень. Так значит, не строгость убивает в человеке талант к математике и желание учиться? Может быть, стоит поставить вопрос по-другому и выяснить, что же взращивает в человеке его зерно таланта?

Сам Бартельс был как раз представителем касты "хороших преподавателей", и среди его учеников присутствуют такие светлые умы планеты, как величайший математик К. Ф. Гаусс, известный астроном И.М.Симонов, академик Д.М. Перевощиков и сам Н.И.Лобачевский. Последний регулярно посещал дом Мартина Фёдоровича, занимаясь с ним дополнительно и бесплатно "Основами арифметики". А ведь время умного человека дорого стоит. Это показывает, что М.Ф.Бартельсу было небезразлично будущее математики. Иначе не стал бы он своими силами выпрашивать стипендию от герцога Брауншвейгского для маленького Гаусса, не стал бы тратить своё время на занятия с Лобачевским, не интересовался бы успехами других своих студентов.

Интересно, что оба студента Бартельса причастны к появлению новой неевклидовой геометрии, но в контакт друг с другом никогда не вступали. И даже наличие общего учителя, огромное желание Гаусса приехать в Казань и общая заинтересованность в «Началах геометрии» не могли установить между ними даже маломальской переписки. После выпуска трудов Лобачевского о «воображаемой» геометрии, многие говорили, что Бартельс просто-напросто сообщил ему все идеи более раннего студента, Гаусса. Однако, преподаватель сам опроверг эти слухи, написав в Совет Казанского университета, что ни в чем ему не помогал, кроме ознакомления с трудами Лапласа, все вычисления и неожиданные решения юный студент находил сам. Скорее всего, он просто обсуждал с юным Николаем Лобачевским его идеи, но не навязывал свое мнение, давая студенту развить мысль самому.

Я считаю, что такой учитель действительно помогает молодому и пытливому уму раскрыть весь свой потенциал и направить его в нужное русло. И именно поэтому многие студенты Бартельса не бросали заниматься математикой, любили её, делали научные открытия, применяли математику в сферах своей деятельности: будь то геодезия, химия или астрономия. Но помогает ли такой учитель раскрывать талант? Бесспорно. А может ли плохой преподаватель потушить пожар таланта в студентах? Опять же, бесспорно. От былого энтузиазма в таком случае останется лишь маленький огонек, который в любой момент может погаснуть. Однако всё же нужно учесть то, что все люди разные, и для кого-то именно строгий подход Бюттнера – панацея от лени и отсутствия старательности. Но таких людей всё меньше и меньше: все мы любим пряник больше кнута.

Талант – это лишь 10%, остальные 90% достигаются упорной работой. И о какой работе может идти речь, если весь энтузиазм убьёт какой-нибудь грубый учитель? Именно так и поступили с Лобачевским И. Ф. Яковкин и постоянно пьянствующий учитель подготовительных классов Краснов, запугав настолько, что Николай сбежал из гимназии к матери, как пишет на страницах своей книги Джавад Тарджеманов. Вернувшись, он познакомился с другими преподавателями, которые наконец-то дали возможность юному дарованию проявить себя. Так и вернулся энтузиазм молодого студента, который снова стал поглощать азы наук. Любовь этих преподавателей к своим предметам передалась и будущему ректору Казанского университета. А там уже и до пика гениальности недалеко: талант есть, хорошая мотивация есть, учителя есть, энтузиазма выше крыши... Учителям Лобачевского однозначно нужно отдать должное: не будь и – не было бы и того самого, известного всему миру, Лобачевского.

Литература

1. Колесников М.С. Лобачевский. Режим доступа: https://biography.wikireading.ru/124187 (Дата обращения 23.10.2018)

2. Даниил Кельман. Измеряя мир. Режим доступа: https://books.google.ru/ (Дата обращения 08.11.2018)

3. В. Лефельдт. Карл Фридрих Гаусс и его занятия русским языком и русской литературой //Ученые записки казанского университета, гуманитарные науки, Том 154, кн.5, 2012. Режим доступа: http://old.kpfu.ru/uz_r/bin_files3/154_5_gum_30.pdf (Дата обращения 3.11.2018)

4. Тарджеманов Дж.А. Лобачевский. Казань, Татарское кн. изд-во, 1976.

5. А. Халамайзер. Король математиков. Корифеи науки. Режим доступа: https://vk.com/doc160399207_480996633 (Дата обращения 25.10.2018)

IV. *МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ*

УРОК-ПУТЕШЕСТВИЕ ПО ТЕМЕ «ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ»

Виташевская И.О., Вихров С.Е., Лагуткина А.С.,
Россия, г. Славянск-на-Кубани,
Кубанский государственный университет,
Факультет математики, информатики, биологии и технологии
Научный руководитель: к.п.н., доц. Чернышева У.А.

Аннотация. В работе предложена разработка урока-путешествия для учащихся 6 класса по теме «Признаки делимости». Организован исторический экскурс, нацеленный на знакомство учащихся с некоторыми фактами из жизни Н.И. Лобачевского. Урок разработан в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

Ключевые слова: признаки делимости, урок-путешествие, Н.И. Лобачевский, универсальные учебные действия.

LESSON-JOURNEY ON THE TOPIC "DIVISIBILITY CRITERIA"

I.O. Vitashevskaya, S.E. Vikhrov, A.S. Lagutkina
Russia, Slavyansk-on-Kuban
Kuban State University
Faculty of Mathematics, Computer Science, Biology and Technology
Scientific adviser: Candidate of pedagogic sciences,
Associate Professor U.A. Chernysheva

Abstract. The paper proposes the lesson-journey development for the 6th grade students on the topic "Divisibility criteria". A historical excursion, aimed at acquainting of students with some facts from the life of N.I. Lobachevsky, was organized. The lesson is designed in accordance with the new requirements of the Federal State Educational Standard of Basic General Education.

Keywords: divisibility criteria, “lesson-journey”, N.I. Lobachevsky, universal learning activities.

В настоящее время у школьников наблюдается низкая мотивация к обучению. Повышению мотивации к изучению математики, по нашему мнению, может служить развитие познавательного интереса обучающихся за счёт применения игровых форм и оригинальных заданий, расширяющих кругозор учащихся.

Объект исследования: пути повышения мотивации учащихся при обучении математике в 6 классе.

Предмет исследования: экскурс в историю жизни Н.И. Лобачевского при обучении учащихся 6 класса теме «Признаки делимости».

Достигнутый уровень решения проблемы: разработаны план-конспект и презентация урока по теме «Признаки делимости» с экскурсом в историю жизни Н.И. Лобачевского.

Элементы новизны результатов:

- Предложена оригинальная идея (исторический экскурс);
- Самостоятельно составлены упражнения, расширяющие кругозор учащихся;
- Предложены разнообразные формы и методы работы, нацеленные на формирование регулятивных, познавательных, коммуникативных, личностных УУД.

Область применения: работа может быть интересна и полезна учителям средних общеобразовательных школ, студентам вузов, обучающихся по направлению подготовки «Педагогическое образование» по профилю «Математика».

Ниже представлен план-конспект урока по теме «Признаки делимости».

Урок: математика

Класс: 6 класс

Тема урока: «Признаки делимости».

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока:

Личностные цели:

1) воспитание российской гражданской идентичности: патриотизма, уважения к Отечеству; знание истории, культуры своего народа.

2) формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию.

3) формирование осознанного, уважительного и доброжелательного отношения к другому человеку, его мнению.

4) формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками.

5) развитие эстетического сознания через освоение художественного наследия народов России и мира, творческой деятельности эстетического характера.

6) смыслообразование (формирование ценностных ориентиров и смыслов учебной деятельности на основе развития познавательных интересов, учебных мотивов).

7) самоопределение (оценка своих качеств и возможностей).

Метапредметные цели:

Регулятивные УУД: целеполагание (постановка учебной задачи на основе соотнесения того, что уже известно и усвоено учащимися, и того, что им ещё неизвестно), планирование (предвосхищение результата; распределение работ во времени; умение реалистически оценивать силы и время), контроль (сопоставление способа действия и его результата с заданным эталоном с целью обнаружения отклонений и отличий от эталона), коррекция (внесение необходимых дополнений и корректив в план и способ действия в случае расхождения эталона, реального действия и его результата), прогнозирование (предвосхищение уровня усвоения знаний, его временных характеристик), волевая регуляция (сохранение самообладания при появлении затруднений в работе).

Познавательные УУД: общеучебные действия (умение структурировать знания, умение осознанно строить речевое высказывание; поиск и выделение необходимой информации, умение структурировать знания; рефлексия), логические (анализ объектов с целью выделения признаков, выбор оснований и критериев для сравнения, построение логической цепи рассуждений, выдвижение гипотез и их обоснование).

Коммуникативные УУД: общение и взаимодействие (умение представлять и сообщать информацию в устной форме, использование речевых средств), работа в группе (совместная деятельность, умение устанавливать рабочие отношения, эффективно сотрудничать и способствовать продуктивной кооперации).

Предметные цели:

1) развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии.

2) развитие умений извлекать информацию, представленную в таблицах. [3].

Структура урока:

Этап урока	**Время**
Организационный момент	1 минута
Мотивация	1 минута
Актуализация опорных знаний	5 минут
Изучение нового материала	10 минут
Физкультминутка	2 минуты
Первичное закрепление новых знаний	16 минут
Самостоятельная работа с последующей проверкой	5 минут
Домашнее задание	2 минуты
Рефлексия	3 минуты

Ход урока:

Организационный момент (1 минута).

Формируемые УУД:

Коммуникативные УУД: общение и взаимодействие (умение представлять и сообщать информацию в устной форме, использование речевых средств).

Форма работы: фронтальная.

(Слайд № 1)

Ребята, здравствуйте! Садитесь.

Перед началом урока мне бы хотелось прочитать вам стихотворение:

Ты готов начать урок?
Ну-ка проверь, дружок,
Всё ль на месте, всё ль в порядке –
Ручка, книжка и тетрадка?
Все ли правильно сидят?
Все ль внимательно глядят?
Тут затеи и задачи, игры, шутки – всё для вас!
Пожелаю всем удачи, за работу, в добрый час!

Теперь наш урок пройдет на отлично! Открываем свои тетрадки, записываем сегодняшнее число и «Классная работа».

Мотивация (1 минута).

Формируемые УУД:

Личностные УУД: смыслообразование (формирование ценностных ориентиров и смыслов учебной деятельности на основе развития познавательных интересов, учебных мотивов).

Регулятивные УУД: целеполагание (постановка учебной задачи на основе соотнесения того, что уже известно и усвоено учащимися, и того, что им ещё неизвестно); прогнозирование (предвосхищение результата).

Форма работы: фронтальная. (Слайд № 2)

– Ребята, я попрошу вас назвать мне несколько десятичных чисел, а я вам за пару секунд скажу, делятся ли названные числа на 3 или нет. (Учащиеся называют числа, учитель записывает их на доске; учитель с помощью признаков делимости быстро называет правильные ответы, а затем предлагает ученикам проверить результат самим, с помощью деления).

Ученики убеждаются в том, что учитель дал правильные ответы.

У учащихся возникает интерес: как же учитель так быстро смог посчитать? (Слайд № 3)

– Мой секрет в том, что я знаю признак делимости чисел на 3. А вы хотите узнать его?

(– Хотим).

– Значит, какую мы поставим цель на сегодняшнем уроке?

(– Познакомиться с признаком делимости на 3).

– Хорошо, молодцы! Но кроме признака делимости на 3, ещё существуют признаки делимости на 2, 5, 9 и 10. И сегодня на уроке вы познакомитесь и с этими признаками. Давайте запишем в тетрадях тему урока: «Признаки делимости».

Актуализация опорных знаний (5 минут).

Формируемые УУД:

Личностные УУД: самоопределение (оценка своих качеств и возможностей).

Регулятивные УУД: прогнозирование (предвосхищение уровня усвоения знаний, его временных характеристик).

Познавательные УУД: общеучебные действия (умение структурировать знания, умение осознанно строить речевое высказывание).

Форма работы: фронтальная

Хочу вам сообщить, ребята, что у нас сегодня будет не совсем обычный урок, не такой, как всегда. (Предполагаемый вопрос школьников: а чем он будет отличаться от остальных?) Тем, что сегодня на уроке мы с вами отправимся в прошлое. Скажите мне, ребята, а как вообще возможно попасть в прошлое, с помощью чего? (Предполагаемый ответ: при помощи машины времени). Правильно! И это прошлое нам расскажет об одной очень знаменитой личности в математике.

Машина времени-то у нас есть, а что ещё нужно, чтобы её запустить…(Учащиеся предлагают ответы).

Вот чтобы нам хорошо себя чувствовать на протяжении всего дня, нам нужно хотя бы раз покушать горячего супа мамы или бабушки. Да? (Предполагаемый ответ: да!) А вот нашей машине времени для работы требуются определенные знания прошлых тем. Давайте этими знаниями ее накормим, чтобы она включилась? (Предполагаемый ответ: давайте!) Я вам буду задавать вопросы, правильные ответы на которые включат нашу машину времени. Договорились? (Предполагаемый ответ: да!). Отлично!

Поехали!

1. Что называют делителем числа *a*? (Предполагаемый ответ: делителем числа *a* называют такое число, на которое делится *a*); (Слайд № 4)
2. Что называют кратным числа *a*? (Предполагаемый ответ: кратным числа *a* называют такое число, которое делится на *a*). (Слайд № 5)

Поздравляю вас, ребята. Совместными усилиями вы включили машину времени. (Слайд № 6)

Изучение нового материала (10 минут).

Формируемые УУД:

Регулятивные УУД: планирование (распределение работ во времени, умение реалистически оценивать силы и время); коррекция (внесение необходимых дополнений и корректив в план и способ действия в случае расхождения эталона, реального действия и его результата).

Познавательные УУД: общеучебные действия (поиск и выделение необходимой информации, умение структурировать знания); логические (анализ объектов с целью выделения признаков, выбор оснований и критериев для сравнения, построение логической цепи рассуждений, выдвижение гипотез и их обоснование).

Коммуникативные УУД: общение и взаимодействие; работа в группе (совместная деятельность, умение устанавливать рабочие отношения, эффективно сотрудничать и способствовать продуктивной кооперации).

Форма работы: групповая.(Слайд № 7)

Включить машину – мы включили. А для того, чтобы машина времени нас перенесла в прошлое к знаменитому математику, нам необходимо выявить некоторые закономерности. Для этого вам нужно разделиться на 5 команд по 4-5 человек. Каждой команде будет дана отдельная схема, с которой каждой группе придется разобраться, после чего капитан каждой команды выйдет к доске и расскажет, что его команда выявила общего в этой схеме.

Группа 1		
Первоначальное число	Что получится, если первоначальное число разделить на 2?	Какой цифрой оканчивается первоначальное число?
97	48,5	7
156	78	6
211	105,5	1
570	285	0
433	216,5	3
134	67	4
999	499,5	9
68	34	8

Учащиеся первой группы делают вывод, что число делится нацело на 2, если оно оканчивается четной цифрой (0, 2, 4, 6, 8). (Слайд № 8,9)

Группа 2			
Первоначальное число	Что получится, если первоначальное число разделить на 3?	Какова сумма цифр первоначального числа?	Делится ли сумма цифр первоначального числа нацело на 3?
111	37	3	Да
256	85,(3)	13	Нет
567	189	18	Да
812	270,(6)	11	Нет

Учащиеся второй группы делают вывод, что число делится нацело на 3, если сумма его цифр делится нацело на 3. (Слайд № 10,11)

Учитель говорит: «Ребята, теперь вы поняли, как я быстро смог посчитать делится ли число на 3 или нет». Предлагает проверить это ещё раз с теми десятизначными числами.

Представитель группы выходит к доске, где написаны эти числа, и вслух, для всего класса, начинает складывать цифры, и сумму делить на 3. Учащиеся ещё раз убеждаются в правоте учителя.

Группа 3		
Первоначальное число	Что получится, если первоначальное число разделить на 5	Какой цифрой оканчивается первоначальное число?
137	27,4	7
321	64,2	1
255	51	5
563	112,6	3
982	196,4	2
490	98	0

Учащиеся третьей группы делают вывод, что число делится на 5 нацело, если оно оканчивается 0 или 5. (Слайд № 12,13)

Группа 4			
Первоначальное число	Что получится, если первоначальное число разделить на 9	Какова сумма цифр первоначального числа?	Делится ли сумма цифр первоначального числа нацело на 9?
543	60,(3)	12	Нет
36	4	9	Да
198	22	18	Да
987	109,(6)	24	Нет

Учащиеся четвертой группы делают вывод, что число делится на 9 нацело, если сумма его цифр делится на 9. (Слайд № 14,15)

Группа 5		
Первоначальное число	Что получится, если первоначальное число разделить на 10?	Какой цифрой оканчивается первоначальное число?
433	43,3	3
850	85	0
731	73,1	1
56	5,6	6
400	40	0
71	7,1	1
170	17	0

Учащиеся пятой группы делают вывод, что число делится на 10 нацело, если оно оканчивается на 0. (Слайд № 16,17)

От каждой группы выходят представители и рассказывают всем учащимся о том, какую работу они проделали и делают выводы.

Предполагаемый ответ: (Слайд № 18)

- число делится нацело на 2, если оно оканчивается четной цифрой (0, 2, 4, 6, 8);
- число делится нацело на 3, если сумма его цифр делится нацело на 3;
- число делится нацело на 5, если оно оканчивается 0 или 5;
- число делится нацело на 9, если сумма его цифр делится нацело на 9;
- число делится нацело на 10, если оно оканчивается на 0.

Теперь наша машина времени полноценно заработала.

Но нам нужно и самим подготовиться к долгому перелёту, а для этого давайте немного разомнёмся.

Физкультминутка (2 минуты). (Слайд № 19)

Форма работы: фронтальная.

Я буду называть числа, а вы будьте внимательны:

если число кратно 2 – выполняйте ходьбу на месте;

если число кратно 9 – выполняйте приседания;

если число кратно 5 – выполняйте подскоки на месте;

если число не кратно 2, 3, 5, 9 – сесть за парту.

(Числа, называемые учителем: 296, 85, 1285, 12, 3771, 375, 68, 963, 1753).

-Молодцы! Теперь мы полностью готовы отправиться в путешествие!

Первичное закрепление новых знаний (16 минут).

Формируемые УУД:

Личностные УУД: самоопределение (оценка своих возможностей).

Регулятивные УУД: планирование, контроль, коррекция, волевая регуляция.

Познавательные УУД: общеучебные действия (выбор наиболее эффективных способов решения задач, умение структурировать знания).

Формы работы: фронтальная, групповая.

Сейчас я вам предлагаю решить следующее задание: найдите истинные высказывания. (Слайд № 20)

1 ряд	2 ряд	3 ряд
С: 555 делится на 3; Е: 3 является делителем 12756; М: 347004 не кратно 9; В: 9 не является делителем 77777; О: 9999 кратно 9, кратно 3, но не кратно 2; Л: 45927 делится на 3 и на 9;	А: 647 + 35 не делится на 3; Ы:(4785–987)*2 делится на 3; Б: 5 не является делителем 2304; У: 31*870*9 не делится на 5; И: 27000 – 380 делится на 10;	Ч: 932 + 728 кратно 2; Г: 100 кратно 500; Д: 58222 делится на 3; Й: твой возраст находится в диапазоне от 10 до 15 лет; К: 14300 + 200 делится на 100; Ф: если перемножить все цифры даты твоего рождения, то получится не 0;

(Слайд № 21) Из получившихся букв составьте фамилию знаменитого ученого, бессмертную славу которому принесло создание новой геометрической системы – неевклидовой геометрии. Поможет вам в этом следующий ребус (Слайд № 22), (Слайд № 23):

(Ответ: ЛОБАЧЕВСКИЙ).

Н. И. Лобачевский

Предлагаю теперь вам выполнить некоторые задания.

№1(Слайд № 24)

Посмотрите внимательно на изображения различных университетов. Выберите из ряда чисел: 45, 78, 555, 43, 1001, 3233, 214, 2340, 4560, 7896 то, которое одновременно делится и на 2, и на 3, и на 5, и на 9, и на 10. Разделив его на 195, вы получите столько, сколько колонн изображено на университете, ректором которого был Н.И. Лобачевский.

Ответ: 12 колонн изображено на третьей картинке.

Это Казанский (Приволжский) Федеральный университет. В нем Лобачевский 40 лет преподавал. 8 лет был деканом факультета, в 1827 году был избран ректором Казанского университета и состоял в этой должности до 1846 года [1].

№2(Слайд № 25)

Представим, что в ректорском кабинете Казанского университета стоит большой сейф. В сейфе лежит следующее задание для вас, но чтобы его открыть, нужно ввести код – семизначное число, состоящее из троек и пятерок, но при этом впереди должны подряд стоять 3, а за ними 5. Сейф откроется, если троек в коде больше, чем пятерок, а сам код делится и на 3, и на 5. Какой код может открыть сейф? Также, сложив все цифры полученного кода, вы узнаете, сколько лет в своей жизни Лобачевский пробыл на руководящих должностях (декан + ректор).

Решение: В силу признака делимости на 3 сумма всех цифр кода должна делиться на 3 нацело. В силу признака делимости на 5 код должен оканчиваться 0 или 5.

Рассмотрим возможные варианты:

1)3333555.

Сумма цифр числа = 27. Число 27 делится нацело на 3, значит и число 3333555 делится на 3 нацело.

Оканчивается число 5, значит, оно делится на 5 нацело. Данный код нам подходит.

2)3333355.

Сумма цифр числа = 25. Число 25 не делится нацело на 3, значит и число 3333355 не делится нацело на 3.

Делимость на 5 можно не проверять, т.к. первый пункт не удовлетворяет условию.

3)3333335.

Сумма цифр числа = 23. Число 23 не делится нацело на 3, значит и число 3333335 не делится нацело на 3.

Делимость на 5 можно не поверять, т.к. первый пункт не удовлетворяет условию.

Значит, нам подходит код 3333555. Теперь давайте сложим все цифры данного кода. 3+3+3+3+5+5+5=27. Следовательно, Николай Иванович Лобачевский пробыл на руководящих должностях 27 лет.

Самостоятельная работа с последующей проверкой (5 минут).

Формируемые УУД:

Регулятивные УУД: контроль (сопоставление способа действия и его результата с заданным эталоном с целью обнаружения отклонений и отличий от эталона); коррекция (внесение необходимых дополнений и коррективов в план и способ действия в случае расхождения эталона, реального действия и его результата); волевая регуляция (сохранение самообладания при появлении затруднений в работе).

Коммуникативные УУД: взаимодействие при проверке.

Форма работы: фронтальная, парная.

Вот какие задания лежат в сейфе ректора.

Задание №1. (Слайд № 26) Из представленных чисел: 16, 25, 70, 604, 360, 285, 98, 22, 211, 144, 300, 781, 72, 888, 542

выберите те числа, которые:

1) делятся на 2, но не делятся на 5; ответ (16, 604, 98, 22, 144, 72, 888, 542)

2) делятся на 5 и на 10; ответ(70, 360, 300)

3) не делятся на 2, но делятся на 5; ответ (25, 285)

4) не делятся на 10; ответ(16, 25, 604, 285, 98, 22, 211, 144, 781, 72, 888, 542)

5) не делятся ни на 2, ни на 5, ни на 10; ответ(211, 781)

6) делятся на 3, но не делятся на 9; ответ(285, 300, 888)

7) делятся на 3 и на 9; ответ(360, 144, 72).

Задание №2. (Слайд № 27) Определите, какое из уравнений имеет целый корень, не выполняя вычислений.

1) $15 \cdot x = 78610$ 2) $30 \cdot x = 58930$ 3) $45 \cdot x = 80640$

(Ответ: рассмотрим первое уравнение: число 15 делится нацело на 3 и на 5, а число 78610 делится нацело на 5, и не делится на 3, следовательно, число 78610 не делится нацело на 15.

Рассмотрим второе уравнение: число 30 делится нацело на 2, 3 и 5, а число 58930 делится нацело на 2, на 5, но не делится нацело на 3, следовательно, число 58930 не делится нацело на 30.

Рассмотрим третье уравнение: число 45 делится нацело на 5 и на 9, и число 80640 делится нацело на 5 и на 9, следовательно, число 80640 делится нацело на 45.)

Выполнив задания, ребята с соседями по парте, меняются тетрадями. И проверяют правильность выполненных заданий и ставят соответствующие оценки. Ученик, решивший 2 задание самостоятельно, выходит к доске и объясняет всему классу. Если с заданием никто не справится, то его разбирают на доске вместе с учителем. Решив уравнение, узнаем год рождения Николая Ивановича Лобачевского. (1792 год). (Правильные ответы и критерии оценивания будут выведены на слайд). (Слайд № 28)

Критерии оценивания:	
Задание №1	1 балл за каждый верный ответ.
Задание №2	3 балла.

Оценка:	«5»	8-10 баллов;
	«4»	6-7 баллов;
	«3»	4-5 баллов.

А как вы думаете, где нам может пригодиться знание признаков делимости?

(Предполагаемый ответ: например, когда нам нужно распределить некоторое количество предметов на равные группы).

Вот мы и вернулись в наше время, побывав в XIX веке.

Домашнее задание (2 минуты). (Слайд № 29)

Форма работы: фронтальная.

Задание 1: №532, №537, №579

№532. 1) Какие из чисел кратны 2, а какие – нет: 36, 87, 481, 594, 708, 563, 8885, 10000?

2) Какие из чисел делятся, а какие не делятся на 5: 135, 440, 5554, 73209, 908015?

№537. Найдите все значения переменной *α* из множества А= {145, 236, 340, 801, 1294, 4567}, при подстановке которых в данное предложение получаются истинные утверждения:

1)Число *а* делится на 2.

2)Число *а* делится на 5.

3) Число *а* делится на 2 и на 5.

4) Число *а* делится на 2, но не делится на 5.

5) Число *а* делится на 5, но не делится на 2.

6) Число *а* не делится ни на 5, ни на 2.

7) Число *а* делится на 10.

Для каких предложений полученные ответы равны? [2; с. 115]

№579. Вместо звездочки вставь неизвестную цифру так, чтобы получилось истинное утверждение. Укажи все возможные варианты ответов.

1)312* делится на 2;

2)312* делится на 5;

3)312* делится на 3;

4)312* делится на 9;

5)312* делится на 4;

6)312* делится на 25. [2; с. 122].

Задание 2: Подготовить доклад или сообщение о признаках делимости на 4,7,11 и 13 – для тех, кто хочет дополнительную оценку.

Рефлексия (3 минуты). (Слайд № 30,31)

Формируемые УУД:

Личностные УУД: самоопределение.

Познавательные УУД: общеучебные действия (рефлексия).

Форма работы: фронтальная.

– Что нового вы узнали сегодня на уроке? Чему вы научились сегодня?

– Как по записи натурального числа узнать, делится ли оно на 2, на 3, на 5, на 9, на 10 или нет?

– Что вызвало у вас наибольшие затруднения? Как вы думаете, почему это произошло?

– Что понравилось на уроке и почему? Как вы оцениваете свою работу на уроке?

– О каком выдающемся человеке вы сегодня узнали?

– Какое у вас сейчас настроение?

(Слайд № 32) Спасибо всем за урок!

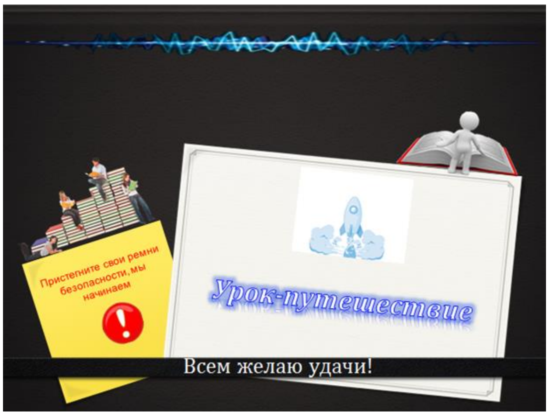
Литература

1. Избранные главы истории математики: Учебное издание / В. С. Малаховский. – Калининград: ФГУИПП «Янтарный сказ», 2002. – 304 с. : портр.

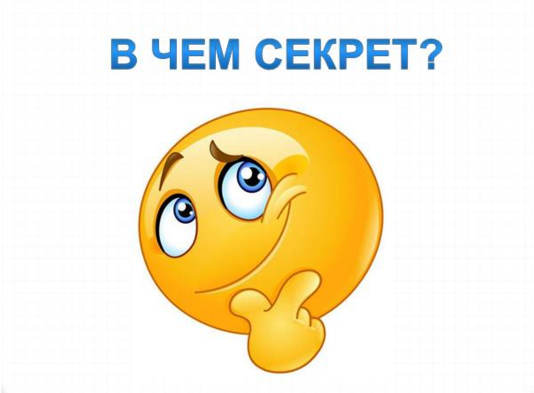
2. Математика. 5 класс. Часть 1. – Изд. 2-е, перераб. / Г. В. Дорофеев, Л. Г. Петерсон. – М.: Издательство «Ювента», 2011. – 176 с.: ил.

3. Об утверждении Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования [Электронный ресурс]// Министерство науки и образования Российской Федерации [Офиц. сайт]. URL: https://минобрнауки.рф/документы/938 (дата обращения: 04.11.2018)

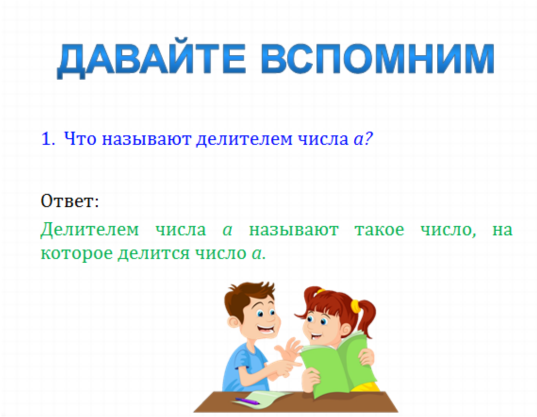
Приложение 1

Слайд № 1	Слайд № 2
	

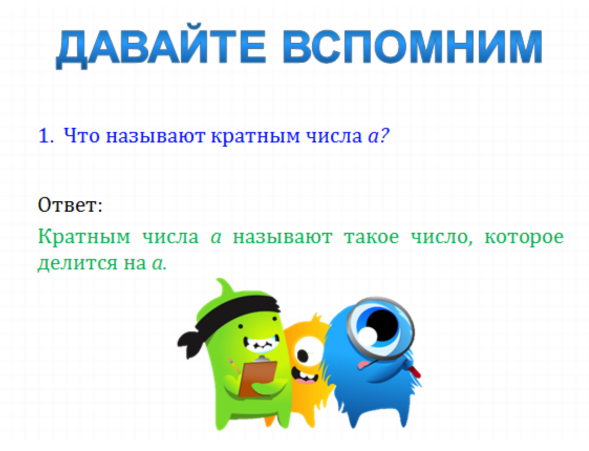
Слайд № 3



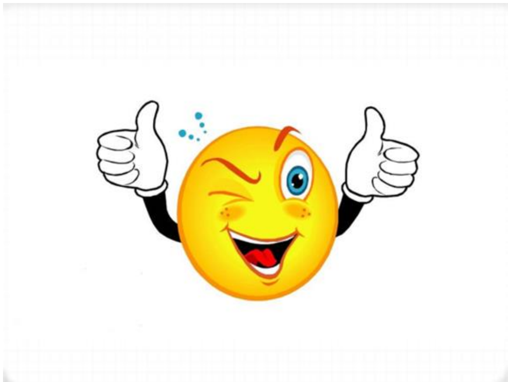
Слайд № 4



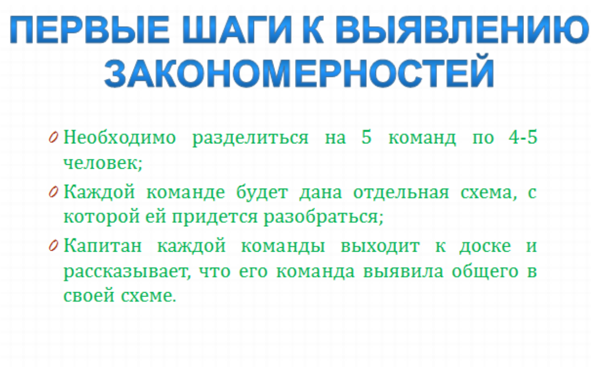
Слайд № 5



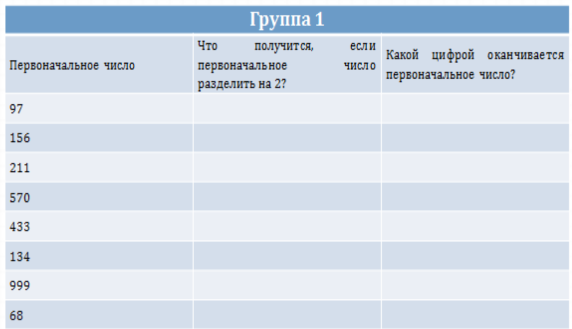
Слайд № 6



Слайд № 7



Слайд № 8



Группа 1		
Первоначальное число	Что получится, если первоначальное число разделить на 2?	Какой цифрой оканчивается первоначальное число?
97		
156		
211		
570		
433		
134		
999		
68		

Слайд № 9

Группа 1

Первоначальное число	Что получится, если число первоначальное разделить на 2?	Какой цифрой оканчивается первоначальное число?
97	48,5	7
156	78	6
211	105,5	1
570	285	0
433	216,5	3
134	67	4
999	499,5	9
68	34	8

Слайд № 10

Группа 2

Первоначальное число	Что получится, если первоначальное число разделить на 3?	Какова сумма цифр первоначального числа?	Делится ли сумма цифр первоначального числа нацело на 3?
111			
256			
567			
812			

Слайд № 11

Группа 2

Первоначальное число	Что получится, если первоначальное число разделить на 3?	Какова сумма цифр первоначального числа?	Делится ли сумма цифр первоначального числа нацело на 3?
111	37	3	Да
256	85,(3)	13	Нет
567	189	18	Да
812	270,(6)	11	Нет

Слайд № 12

Группа 3

Первоначальное число	Что получится, если число первоначальное разделить на 5?	Какой цифрой оканчивается первоначальное число?
137		
321		
255		
563		
982		
490		

Слайд № 13

Группа 3

Первоначальное число	Что получится, если число первоначальное разделить на 5?	Какой цифрой оканчивается первоначальное число?
137	27,4	7
321	64,2	1
255	51	5
563	112,6	3
982	196,4	2
490	98	0

Слайд № 14

Группа 4

Первоначальное число	Что получится, если первоначальное число разделить на 9?	Какова сумма цифр первоначального числа?	Делится ли сумма цифр первоначального числа нацело на 9?
543			
36			
198			
987			

Слайд № 15

Группа 4

Первоначальное число	Что получится, если первоначальное число разделить на 9?	Какова сумма цифр первоначального числа?	Делится ли сумма цифр первоначального числа нацело на 9?
543	60,(3)	12	Нет
36	4	9	Да
198	22	18	Да
987	109,(6)	24	Нет

Слайд № 16

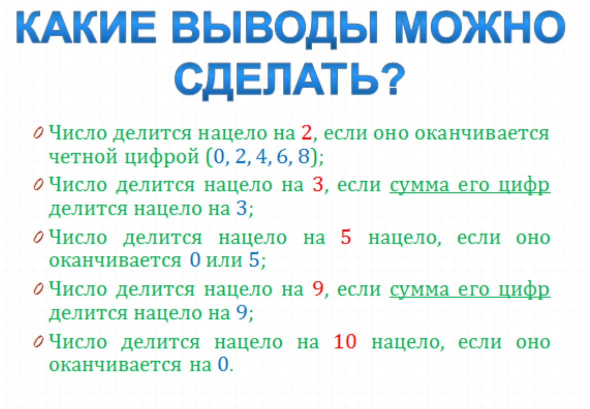
Группа 5

Первоначальное число	Что получится, если число первоначальное разделить на 10?	Какой цифрой оканчивается первоначальное число?
433		
850		
731		
56		
400		
71		
170		

Слайд № 17

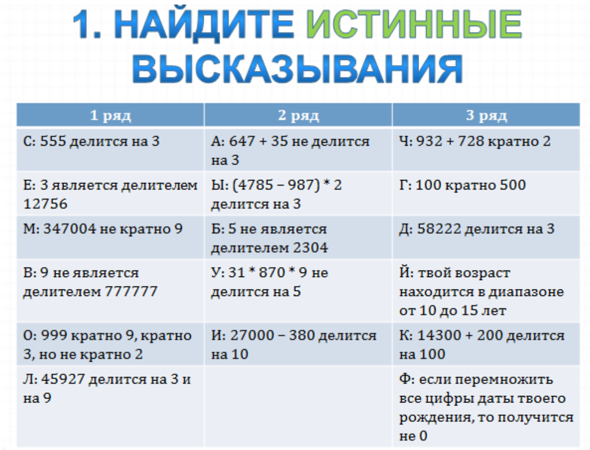
Группа 5		
Первоначальное число	Что получится, если первоначальное число разделить на 10?	Какой цифрой оканчивается первоначальное число?
433	43,3	3
850	85	0
731	73,1	1
56	5,6	6
400	40	0
71	7,1	1
170	17	0

Слайд № 18



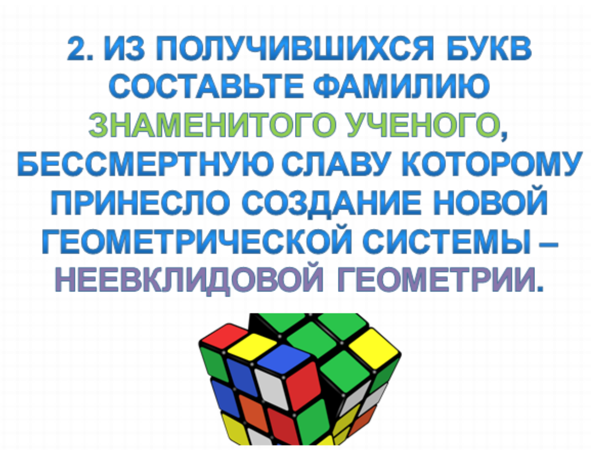
Слайд № 19

Слайд № 20

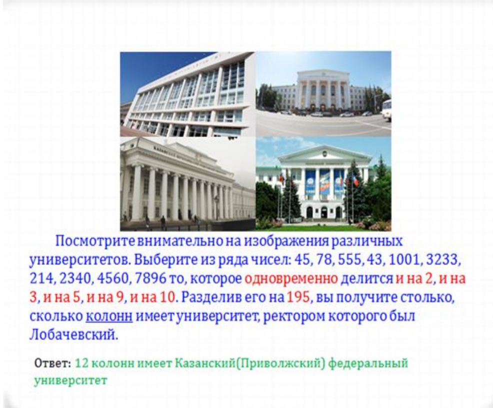


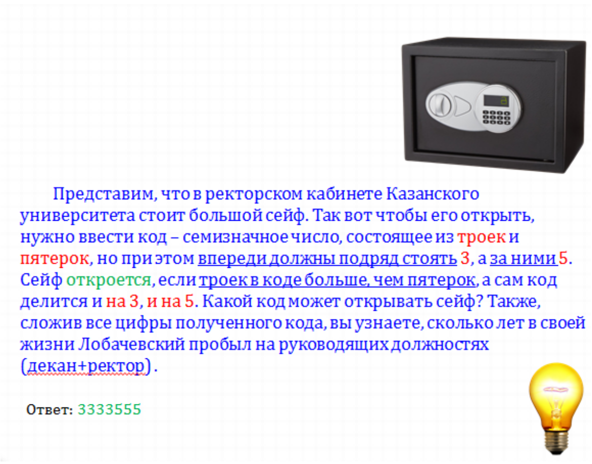
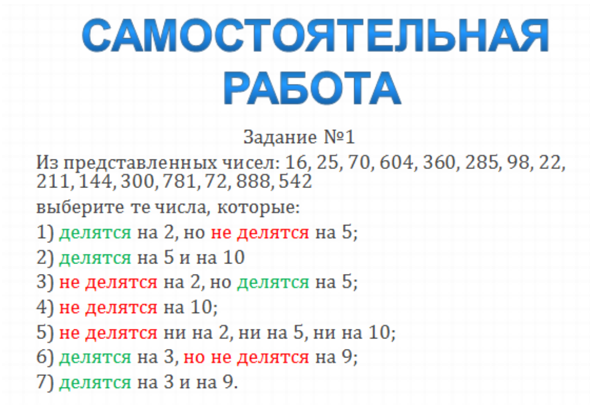
1 ряд	2 ряд	3 ряд
С: 555 делится на 3	А: 647 + 35 не делится на 3	Ч: 932 + 728 кратно 2
Е: 3 является делителем 12756	Ы: (4785 – 987) * 2 делится на 3	Г: 100 кратно 500
М: 347004 не кратно 9	Б: 5 не является делителем 2304	Д: 58222 делится на 3
В: 9 не является делителем 777777	У: 31 * 870 * 9 не делится на 5	Й: твой возраст находится в диапазоне от 10 до 15 лет
О: 999 кратно 9, кратно 3, но не кратно 2	И: 27000 – 380 делится на 10	К: 14300 + 200 делится на 100
Л: 45927 делится на 3 и на 9		Ф: если перемножить все цифры даты твоего рождения, то получится не 0

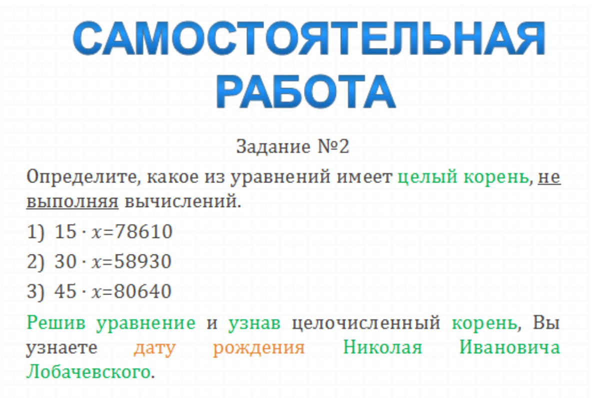
Слайд № 21

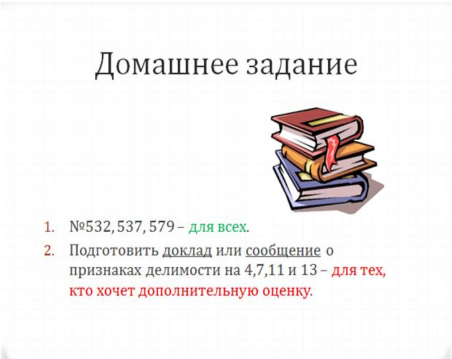
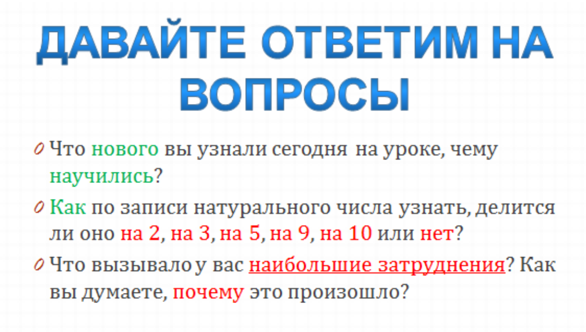
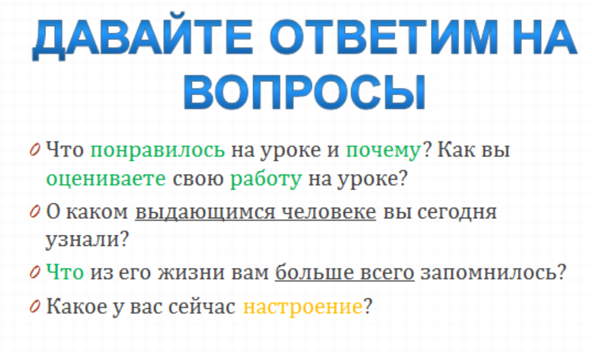


Слайд № 22

Слайд № 23	Слайд № 24
	

Слайд № 25	Слайд № 26
	

Слайд № 27	Слайд № 28
	

<table>
<tr><td>Слайд № 29</td><td>Слайд № 30</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Слайд № 31</td><td>Слайд № 32</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

WEB-КВЕСТ «В ГОСТЯХ У ПИФАГОРА»

Габова Е.П.,
Россия, г. Сыктывкар,
Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина,
Институт точных наук и информационных технологий
Научный руководитель: доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент Попов Н.И.

Аннотация. Предложенная методическая разработка содержит сценарий для проведения внеклассного занятия по математике с учащимися 8 класса средних общеобразовательных учреждений, посвященного изучению знаменитой теоремы Пифагора.

Ключевые слова: теорема Пифагора, изучение математики.

WEB-QUEST «VISITING PYTHAGORAS»

Gabova E.P.,
Russia, Syktyvkar,
Syktyvkar State University named after Pitirim Sorokin,
Institute of Precise Sciences and Information Technology
Scientific supervisor: Doctor of Education, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor Popov N.I.

Abstract. The proposed methodological development provides a script for conducting extra-curricular activities in mathematics with the pupils of the 8th class of the secondary schools devoted to the study of the famous Pythagorean theorem.
Keywords: Pythagorean theorem, the study of mathematics.

Примерная программа для изучения математики с учащимися 5-9 классов средних общеобразовательных учреждений в разделе «Математика в историческом развитии» включает вопросы о великих учёных, в том числе о Пифагоре Самосском.

Проблема исследования связана с формированием познавательного интереса учащихся при проведении внеклассных мероприятий, посвященных выдающимся математикам.

Объектом исследования является процесс изучения школьниками теоремы Пифагора и различных её доказательств.

Предмет исследования составили конкретное содержание темы, проведение занятия в форме web-квеста и способы усвоения изученного материала по математике.

На основе анализа литературных, методических и различных интернет-источников [1, 2, 6] мы разработали следующее содержание сценария для проведения внеклассного мероприятия: краткая биография Пифагора Самосского, формулировки и различные способы доказательства теоремы Пифагора, задачи на применение теоремы. Для того, чтобы изучение математики было интересным, мы занялись поиском более увлекательной формы проведения занятия для школьников и решили использовать активные методы восприятия изучаемого материала.

С учетом различных возможностей для проведения математических занятий в данном случае решили выбрать урок-квест [3], который представляет собой последовательное прохождение этапов игры по определенному сюжету.

В условиях реализации требований федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) актуально использование различных технологий при обучении школьников, в том числе игровой. Следует заметить, что урок-квест является дидактической игрой, поскольку обладает всеми ее признаками, в частности, определенными правилами, временной ограниченностью, различными заданиями для учащихся.

Согласно новым требованиям ФГОС выявляется необходимость расширения содержания учебных предметов, в том числе «Геометрии», за счёт применения в обучении информационно-коммуникационных технологий (ИКТ). Использование современных образовательных технологий позволяет повысить эффективность учебного процесса и достичь значимых результатов в обучении математике, способствует формированию познавательного интереса школьников к предмету [4, 5].

Использование игровых технологий с использованием ИКТ превращает процесс обучения в творческое и увлекательное занятие, развивает у учащихся воображение и творческий подход, коммуникативные качества и умение работать в команде. Web-квест является одной из современных образовательных технологий проведения уроков или внеурочной деятельности с использованием ИКТ.

Платформой для создания web-квеста был выбран Wix – абсолютно бесплатный онлайн конструктор для создания и размещения сайтов, не требующий специальных знаний программирования. На сегодняшний день он является одним из самых известных и востребованных сервисов, так как предоставляет широкие возможности для создания сайта, а также понятный и удобный интерфейс позволяет быстро настраивать и редактировать его внешний вид и содержание.

Новизна исследования заключается в разработке и авторском подходе проведения занятия по теме «Теорема Пифагора» с использованием технологии web-квеста.

Выделим цель занятия: расширить знания учащихся по теме «Теорема Пифагора», формировать у них умения применять теорему Пифагора при решении задач.

Планируемые результаты:

- Предметные: познакомить школьников с основными фактами биографии Пифагора, с различными формулировками и некоторыми способами её доказательства, практическими областями применения; использовать теорему Пифагора при решении нестандартных задач;

•Метапредметные:

- познавательные: сформировать умения при поиске необходимой информации и анализе имеющихся данных;

- коммуникативные: развивать коммуникативные способности школьников и их умение работать в команде;

- регулятивные: обучать планированию действий в соответствии с поставленной проблемой;

•Личностные: сформировать познавательный интерес к изучению дисциплины «Геометрия».

Ход мероприятия

Добрый день, дорогие друзья! Сегодня нас ожидает необычное занятие. Ребята, как вы понимаете, что такое «квест»? Верно, квест – это командная игра, в которой нужно выполнять различные задания для выхода из маршрутных «комнат». Кто из вас играл в квест? А кому из вас посчастливилось поучаствовать в квесте в реальности?

Сегодня на уроке я предлагаю вам всем поучаствовать в квесте «В гостях у Пифагора». Основной задачей сегодняшнего занятия является успешное прохождение всех маршрутных «комнат» с целью обогащения новыми математическими и историческими знаниями.

Перед началом нашего увлекательного путешествия во времени необходимо вспомнить материал, который мы изучали на прошлом уроке.

Для актуализации математических знаний школьникам можно задать следующие вопросы: 1. Какой треугольник называется прямоугольным? 2. Как называются стороны прямоугольного треугольника? 3. Сформулируйте теорему Пифагора.

Теорема Пифагора – одна из самых главных теорем геометрии, так как применяется буквально «на каждом шагу». *Причина* такой *популярности* триедина: простота – красота – значимость.

Итак, какова цель нашего сегодняшнего занятия? Предлагаю продолжить фразы: «повторим…», «применим…», «узнаем…», «оценим…». *Возможные ответы учащихся: повторим формулировку и формулу теоремы Пифагора; применим её при решении задач; узнаем некоторые исторические сведения о жизни Пифагора и о самой теореме; оценим её значимость и полученные умения.*

Перед тем, как начать прохождение квеста, следует познакомиться с его правилами. *Класс делится по группам (по 2-3 человека).* Вам дается 30 минут для того, чтобы выйти из «комнат», их всего 3. Все необходимое для игры находится внутри. В каждой «комнате» вас будет ждать герой, который подскажет, что вам необходимо сделать у него в гостях и сколько «свитков» надо найти (при наведении на «спрятанные свитки» меняется курсор). В «комнатах» имеются «свитки» с дополнительным материалом, с которым вам необходимо ознакомиться, а также один «свиток» с заданием, выполнив который вы получите код для перехода в следующую «комнату».

Желаю Вам всем удачи! Время пошло! *Учащиеся приступают к прохождению квеста «В гостях у Пифагора». Ссылка на сайт web-квеста: https://gabovaep.wixsite.com/quest-pythagoras*.

В начале квеста участников встречает Пифагор и приглашает пройти к нему в дом (рис. 1).

Рис. 1. Начало web-квеста

Учащиеся попадают в его кабинет (рис. 2), где Пифагор предлагает познакомиться с некоторыми высказываниями, афоризмами и цитатами. При этом школьникам необходимо найти свиток с краткой биографией известного математика и выполнить задание, в результате чего команда получает код. Кроме этого, требуется найти спрятанный ключ от кабинета.

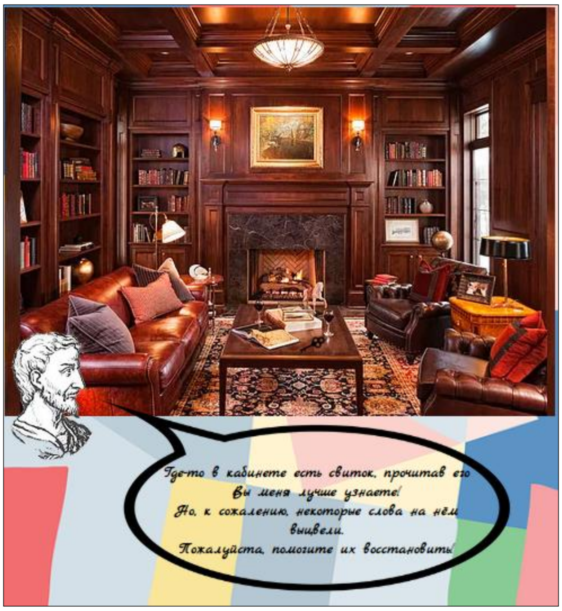


Рис. 2. Кабинет Пифагора

После ввода пароля, полученного в кабинете, учащиеся попадают в Пифагорейскую школу (рис. 3), где их встречает новый герой и сообщает, что там можно найти 4 свитка. Персонаж Шарж предлагает познакомиться с некоторыми способами доказательства теоремы Пифагора, выполнить предложенное задание и получить код от замка. Кроме этого, в квест-комнате можно узнать много интересного: познакомиться с различными формулировками теоремы, «пифагоровыми штанами», прочитать теорему Пифагора в стихах.

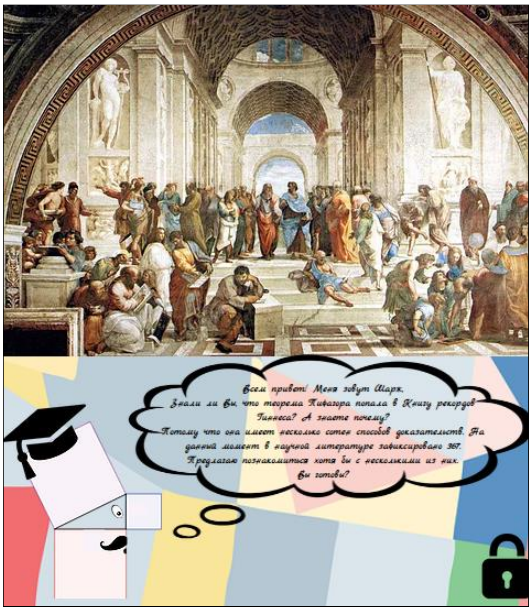


Рис. 3. Пифагорейская школа

На следующем этапе в библиотеке участников встречает Прямоугольный треугольник (рис. 4). В спрятанных свитках имеется информация об областях применения теоремы Пифагора, египетском треугольнике, а также два вида задач, решаемые с помощью данной теоремы. Треугольник предлагает учащимся прочитать увлекательную «Сказку об Иване и Василисе», в которой имеются задачи на применение теоремы Пифагора. Верно выполнив задания, они получают код для выхода из библиотеки.

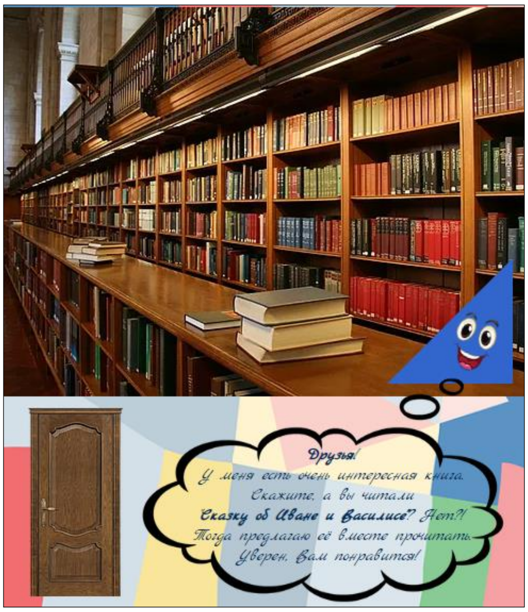


Рис. 4. Библиотека

Участников игры, успешно справившихся со всеми заданиями квеста, провожает Пифагор (рис. 5), желает успехов и предлагает забрать с собой кладезь знаний в дальнейшую жизнь!

Рис. 5. Конец web-квеста

Школьники делятся своими впечатлениями от прохождения web-квеста. Им предлагается сыграть в тир (рис. 6) и оценить урок по пятибалльной шкале

(5 – плохо; 6 – удовлетворительно; 7 – хорошо; 8 – очень хорошо; 10 – отлично). Мишень разделена на 4 части и в каждую её четверть участники могут запустить только по одной стреле: 1. Какое впечатление у тебя осталось от занятия в форме web-квеста? 2. Понравились ли Вам задания, которые были в комнатах? 3. Насколько легко было применять теорему Пифагора при решении задач? 4. Насколько полезными будут знания, полученные на сегодняшнем уроке?

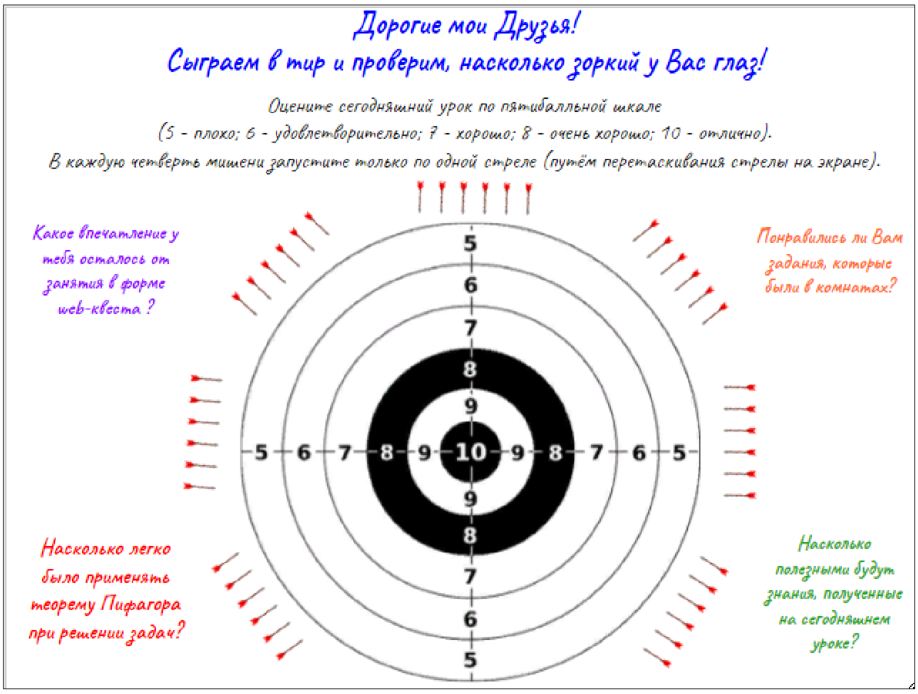


Рис. 6. Рефлексивная мишень «Зоркий глаз»

Молодцы! Вы все успешно прошли квест и смогли выбраться из «комнат». Вам посчастливилось побывать в гостях у Пифагора.

Совместное обсуждение результатов рефлексивной мишени.

Удивительный мир математики хранит немало загадок и тайн. Дорогие друзья, желаю вам дальнейших творческих успехов в изучении окружающего нас мира. Удачи Вам в стране знаний!

Разработанный материал, несомненно, будет полезен учителям математики и студентам педагогических направлений подготовки вузов, так как содержит готовый сценарий для проведения занятия по математике с использованием технологии web-квеста.

Проведение школьных уроков по геометрии при сочетании традиционных методов обучения и использовании современных информационно-коммуникационных технологий позволяет добиться значимого эффекта в образовательном процессе [5].

Литература

1. Глейзер Г.И. История математики в школе: пособие для учителей / под ред. В.Н. Молодшего. – М.: Просвещение, 1964. – 376 с.

2. Литцман В. Теорема Пифагора / В. Литцман. – М.: Гос. изд. физ.-мат. литературы, 1960. – 116 с.

3. Лобачевский и XXI век: материалы IV учебно-научной студенческой конференции, посвященной Году Лобачевского в Казанском федеральном университете / под ред. Л.Р. Шакировой. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2017. – 365 с.

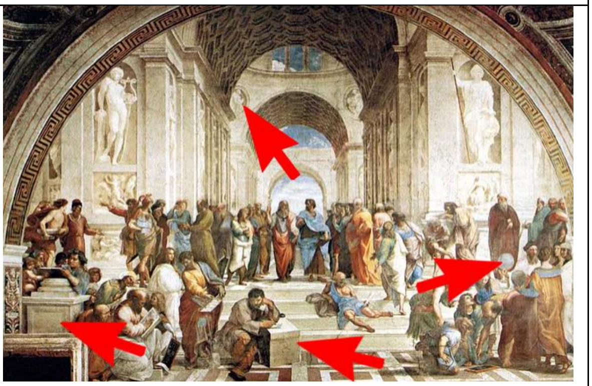
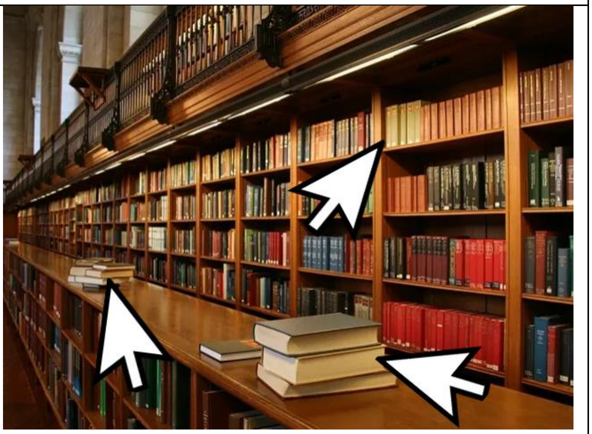
4. Попов Н.И. Евклидова и неевклидова геометрия: математический экскурс для школьников / Н.И. Попов, Е.П. Габова // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика. – Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2017. – Выпуск 4 (25). 2017. – С. 68-74.

5. Попов Н.И. Применение информационно-коммуникационных технологий при обучении школьников геометрии / Н.И. Попов, Е.П. Габова // Образование в Республике Коми. – 2018. – №1. – С. 15-19.

6. Ямвлих Халкидский. Жизнь Пифагора / пер. с др. греч. и комм. В.Б. Черниговского. – М.: Алетейа, Новый Акрополь, 1998. – 248 с.

Приложение 1.

Подсказки для проведения web-квеста «В гостях у Пифагора»

Квест-комната	**Пароль для перехода в следующую квест-комнату**	**Карта спрятанных «свитков»**
Кабинет Пифагора	53617284	
Пифагорейская школа	ПиФаГоР	
Библиотека	1242	

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА – ДЕНЬ ДУБЛЕРА «ВСПОМИНАЯ ЛОБАЧЕВСКОГО»

Зайцева А.Г.,
Россия, г. Казань,
ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»,
Институт вычислительной математики и информационных технологий
Руководитель: преподаватель Соловьева О.Н.

Аннотация. Настоящая методическая разработка предназначена для проведения внеклассного мероприятия по дисциплинам «Английский язык» и «Математика» для студентов, обучающихся в учреждениях среднего и высшего профессионального образования.

Ключевые слова: Лобачевский, образование.

METHODOLOGICAL DEVELOPMENT – SELF-GOVERNMENT DAY «REMEMBERING LOBACHEVSKY»

Zaitseva A.G.,
Russia, Kazan,
Kazan (Volga region) Federal University,
Institute of Computational Mathematics and Information Technologies
Leader: teacher Soloveva O.N.

Abstract. This methodological development is intended for holding extracurricular activities in the disciplines "English" and "Mathematics" for students studying in institutions of secondary and higher vocational education.

Keywords: N.I. Lobachevsky, education.

I. План мероприятия

Тема: Outstanding people of Russia/Великие люди России. Н.И. Лобачевский.

Цель:

ознакомление студентов с жизнью и творчеством великого русского математика Н.И. Лобачевского; формирование навыка самоорганизации, работы в группе.

Задачи:

образовательные: способствовать активизации информации по теме «Outstanding people of Russia/Великие люди России», знакомство с биографией Н.И. Лобачевского;

развивающие: способствовать формированию познавательной активности студентов;

воспитательные: способствовать формированию нравственных и патриотических качеств личности.

Дидактическое обеспечение: презентация «Вспоминая Лобачевского».

II. Ход мероприятия

№ п/п	Этапы мероприятия	Время	Деятельность преподавателей-студентов	Деятельность студентов
1.	Организационный момент.	2	Приветствует студентов, оценивает готовность аудитории к началу мероприятия.	Приветствуют преподавателей-студентов, настраиваются на начало мероприятия.
2.	Актуализация лексического материала.	5	Задают вопросы: 1. Who is Lobachevsky? 2. Where and when did he live? 3. What is he famous for? 4. What do you know about his family? 5. How was he connected with Kazan University?	Отвечают на вопросы.
3.	Изучение нового материала.	25	1. Рассказывают биографию Н.И. Лобачевского на английском языке, перекликая ее с поэмой «Казанский Университет. Часть 3» Е. Евтушенко. 2. Представление команд.	1. Слушают выступающих, делают записи в тетрадях. Смотрят презентацию. 2. Озвучивают девиз и название команды.

4.	Обобщение и систематизация знаний.	45	1. Проводят викторину «Н.И.Лобачевский» 2. Проводят квест по различным станциям (Приложение 1) 3. Предлагают решить кроссворд. (Приложение 2)	1. Отвечают на вопросы 2.Выполняют задания 3. Решают кроссворд.
6.	Подведение итогов мероприятия.	3	Подводят итоги мероприятия, комментируя работу студентов и итоги викторины.	Слушают преподавателей-студентов, задают вопросы.

1. Организационный момент.

Преподаватель-студент 1: Good morning/afternoon, girls and boys. It’s nice to see you. How are you all today? Today’s lesson is unusual. We are your new teachers today. We are second-year students Name (S1) and Name (S2). Are you ready for the lesson? (Yes, we are ready).

Преподаватель-студент 2: Добрый день. Как вы уже поняли наше мероприятие сегодня необычное. На сегодня вашими преподавателями будут студенты: ФИО (преподаватель-студент 1) и ФИО (преподаватель-студент 2). Члены жюри: преподаватели Соловьева О.Н. и др.
Ваши тьюторы: Зайцева А. и др.

2. Актуализация лексического материала.

Преподаватель-студент 2: Сегодня мы с вами поговорим о великом выдающемся ученом Н. И. Лобачевском. К концу сегодняшнего мероприятия вы попробуете ответить на следующие вопросы:

Преподаватель-студент 1: 1. Who is Lobachevsky?

1. Where and when did he live?
2. What is he famous for?
3. What do you know about his family?
4. How was he connected with Kazan University?

Now listen to us very attentively and look at the presentation.

3. Изучение нового материала.

Преподаватели-студенты рассказывают биографию Н.И. Лобачевского на английском языке, перекликая ее с поэмой «Казанский Университет. Часть 3» Е. Евтушенко.

Преподаватель-студент 2: Представление команд: разделится на команды, выбрать капитана, название и девиз команды.

Преподаватель-студент 1: Let's begin our game. Good luck! (Thank you!)

4. Обобщение и систематизация знаний. (Приложения 1,2)

5. Подведение итогов мероприятия.

Nikolai Ivanovich Lobachevsky

S1: Lobachevsky was born into the family of a land surveyor in Nizhny Novgorod. When he was only eight, his father died. Lobachevsky's mother moved to Kazan. Here in Kazan, she put her sons in a gymnasium. Nikolai soon discovered a particular gift for mathematics.

In 1805, a new university was founded in Kazan. In February 1807, at the age of 14, Lobachevsky enter the university. Despite Lobachevsky's academic success, he somehow managed to get in the bad books with the University Council. His records describe him as "stubborn," "arrogant," "rebellious" and even "blasphemous."

S2*: Что за юнец с локтями драными,*
буян с дырявыми карманами,
главарь в студенческой орде,
так заговорщицки подмигивает
и вдруг с разбега перепрыгивает
профессора, как в чехарде?

S1: He devoted himself fully to his studies and kept out of trouble. In 1811, Lobachevsky earned a Master's degree in Mathematics and Physics. In 1816, Lobachevsky became a lecturer, which marked the beginning of his 30-year career at the Kazan University. The University had become his life by then. He lectured in mathematics, astronomy and physics, he was the Chief University Librarian and a member of the University Council. The University of Kazan was on its way to becoming a top academic institution of the Russian Empire.

S2*: Что за старик над фолиантами*
и с перстнем царским бриллиантовым,
руке мешающем писать?
Соизволенья не испрашивая,
через эпоху ошарашенную

он тайно прыгает опять.

S3: *Да, он таким остался редкостным*
полустудентом-полуректором.
Адью, мальчишества пушок!
Достойней, чем прыжок для зрителей,
прыжок невидимый, презрительный –
угрюмой зрелости прыжок.

S1: However, very soon, this vigorous activity was interrupted. The essence of the reformation were eliminating free thinking and bringing in religious education. The university lost its independence and soon resembled a monastery rather than an educational institution. The students's lives were made even more miserable. Lobachevsky, who got in trouble for his free mindedness as a student was now in trouble as a professor .

S2: *Легко в студентах прогрессивничать,*
свободомыслием красивничать,
но глядь-поглядь - утих левак,
и пусть еще он ерепенится, -
уже висят пеленки первенца,
как белый выкинутый флаг.
Кто титулярные советники?
Раскаявшиеся студентики.
Кто повзрослел - тот "поправел".
Но зрелость гения не кается,
а с юностью пересекается,
как с параллелью параллель.

S2: *"Либо подлость -либо честность.*
Получестности в мире нет" –аксиома твоя,
Лобачевский, не вошедшая, правда, в предмет.
Греч на тебя своих борзых науськал.
У всех невежд - палаческая спесь,
и если декабристы есть в науке,
то Муравьевы-вешатели есть.
Твой гений осмеяли, оболгали.
А между тем, пока под финь-шампань
Жрал вальдшнепов с брусничкою Булгарин,
ты от холеры защищал Казань.

S1: In 1827, 35-year-old Lobachevsky was elected Rector of the Kazan University. He reorganized the staff, built new laboratories and observatories, launched the printing of a local newspaper, Kazansky Vestnik. Soon the University of Kazan became a major educational and research center for the Volga Region. He showed his ability in handling the most extreme situations a cholera epidemic in 1830 and a big fire in 1842.

S2: *"Окстись, бабуся, -охренела?*
Куда ты прешься –входу нет!"
"Солдатик, боязно -холера...
Спастись бы в университет".
Не спит уже неделю ректор.
Как совести гражданской рекрут,
он вдоль костров бредет сквозь дым,
вконец бессонницей подкошен,
нахохлясь мрачно, словно коршун,
под капюшоном дехтяным.

S3: *И чтобы не сойти с ума*
и принимать еще решенья,
"Холера лучше, чем чума" –
единственное утешенье.
Пылают трупы в штабелях,
и на виду у всей Казани
горят дворянки в соболях
и крепостные бабы в рвани.
О, гений, сам себя спроси:
"Неужто, право, непреложно
лишь при холере на Руси
ты, демократия, возможна?"
Но власть в руках у лицемера,
бациллами начинена, как ненасытная холера –
гораздо хуже, чем чума.

S1: Lobachevsky earned his world fame and place in history as the Copernicus of Geometry. Its tremendous value was in providing a mathematical basis for the theory of relativity, which was yet to be discovered by Albert Einstein. He also wrote works on algebra, mathematical analysis, the calculus of probabilities, mechanics, physics and astronomy. He was given a hereditary title of nobility in 1837.

S2: *Ты открой глаза -черно в них.*

Погляди –по всей России
на чиновнике чиновник, как бацилла на бацилле.
Клюкой стучится в окна страх.
Ратуйте, люди, крест целуйте!
Что плач по мертвым!
В штабелях, крича, горят живые люди.
В холеру эту и чуму, дыша удушьем, как озоном,
уж лучше вспыхнуть самому,
чем в общей груде быть сожженным!

S3: When Lobachevsky was forty he married a woman much younger than himself, the daughter of a rich landowner, Varvara Moiseeva. His family had to shift into Kozlovka. It is a town in the Chuvash Republic located on the right bank of the Volga River. He had seven or fifteen children (according to some sources). He was a very good father, investing a lot of time and effort into his children and the gardening.

In 1846, Lobachevsky's last term as rector came to an end. Officially the reason he was made to leave was his poor health, however, some say politics affected the decision. His health deteriorated further and he began to lose his eyesight.

S2: *Но победу, гений, можешь праздновать,*
даже если ты совсем один,
если у тебя, светильник разума,
гривенника нет на керосин.
Свет - в отставке. Ректорствует темь.
Словно некто, вроде постороннего,
Лобачевский выброшен из стен
университета, им построенного.
Лобачевский слепнет.
Бродит призраком, кутаясь
в засаленный халат.
Горек мед быть за границей признанным,
ежели на родине хулят.

S3: *"Варя, свет зажги!..*
Дай мне - я сам".
А жена, иссохшая от горя,
поднося свечу к его глазам, шепчет:
"Ты совсем не видишь, Коля".

"Вижу! - он кричит,но не жене,
а слепцам, глумящимся бесстыже
надо всеми зрячими в стране. –
Вижу -понимаете вы -вижу!"
Слепота в России, слепота.
Вся -от головы и до хвоста –
ты гниешь, империя чиновничья,
как слепое, жалкое чудовище.

S1: Lobachevsky died blind and poor at the age of 63. Perhaps no one has described his achievements better than William Clifford, an English mathematician and philosopher: "What Vesalius was to Galen, what Copernicus was to Ptolemy, that was what Lobachevsky was to Euclid. There is, indeed, a somewhat instructive parallel between the last two cases. Copernicus and Lobachevsky were both of Slavic origin. Each of them has brought about a revolution in scientific ideas so great that it can only be compared with that wrought by the other. And the reason of the transcendent importance of these two changes is that they are changes in the conception of the Cosmos."

S2: *"Умираю... Варя, постели...*
Мы еще душою крепостные,
но потомки наши -пусть не мы! –
это демократия России.
И Россия путь отыщет свой,
Полыхая болевым болидом
по не предугаданной Эвклидом
пьяной, но направленной кривой".

S3: *Еще зеркало не занавесили,*
но лежит, барельефно суров,
тот старик, что мальчишкой на лестнице
перепрыгивал профессоров.
Есть у всех умирающих прихоти,
и он шепчет, попа отстраня:
Перепрыгивайте, перепрыгивайте, перепрыгивайте меня".

Литература

1. Васильев А.В. Николай Иванович Лобачевский. – М.: Наука. 1992. – 229 с. (Научно-биографическая серия).

2. Лаптев Б.Л. Николай Иванович Лобачевский. 1792-1856. – В сб.: Люди русской науки. Матем., мех., М., 1961. – С.76 - 93.

3. Лаптев Б.Л. Николай Иванович Лобачевский. – В кн.: Рассказы о казанских ученых. – Казань: Таткнигоиздат, 1983. – С.5-19.

4. Н.И. Лобачевский. К 200-летию. / Вишневский В.В., Писарева С.В. – Казань. Изд-во Казан. ун-та, 1992.

Приложение 1

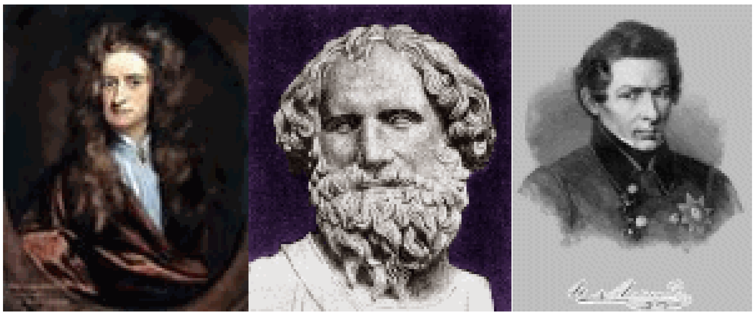
Станция "ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ"

Домашним заданием для команд было придумать название и девиз команды на английском языке, связанное с математикой (на русском и английском языках).

На этой станции команды выбирают капитанов, заслушиваются названия и девизы команды.

Станция "ИСТОРИЧЕСКАЯ"

Слайд с портретами математиков



Вопросы:

1. Кого называют Коперником геометрии? [Ответ: Лобачевского]
2. Выберите портрет Лобачевского?

Слайд с годами жизни математиков (1821-1894); (1863-1945); (1792-1856); (1905-1938); (1850-1891)

3. Назовите годы жизни Лобачевского [Ответ: 1792-1856]

Слайд с названиями городов Москва, Санкт-Петербург, Саратов, Н.Новгород, Казань, Екатеринбург, Козловка.

4. В каком городе родился Лобачевский? [Ответ: Н.Новгород]
5. Где жил и работал? [Ответ: Казань]
6. Последние годы жизни прошли в …….(Козловке)

Слайд с надписями чисел 9; 14; 23; 10; 19; 34;

7. во сколько лет Коля поступил в гимназию? [Ответ: 9]

8. во сколько лет поступил в Казанский университет? [Ответ: 14]
9. во сколько лет стал ректором Казанского университета? [Ответ: 34]

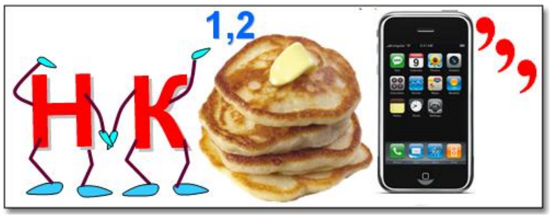
Слайд с тестами на английском языке

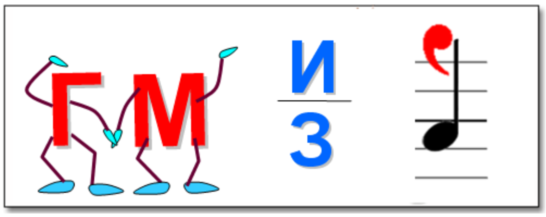
1. Lobachevsky was:
   a) a politician
   b) a mathematician
   c) an artist
2. He was a Rector of Kazan University:
   a) from 1827 to 1845
   b) from 1845 to 1851
   c) from 1951 to 1955
3. His father was:
   a) a land surveyor
   b) a politician
   c) a millionaire
4. His wife's name was:
   a) Maria
   b) Varvara
   c) Katharina
5. He was born in:
   a) Moscow
   b) Nizhny Novgorod
   c) Kazan
6. He spent his last years in:
   a) Kazan
   b) Kozlovka
   c) Nizhny Novgorod
7. He went to:
   a) Kazan gymnasium
   b)Nizhny Novgorod School
   c) Moscow School
8. At university he was:
   a) a brilliant student
   b) a good student
   c) a bad student

9. Lobachevsky was a famous person of:
a) Great Britain
b) Russia
c) the USA
d) Australia

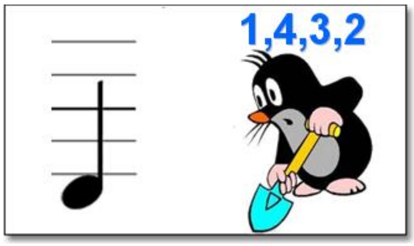
Станция “РЕБУСНАЯ”

За ограниченное количество времени предлагается расшифровать ребусы «Николай Лобачевский и его геометрия».





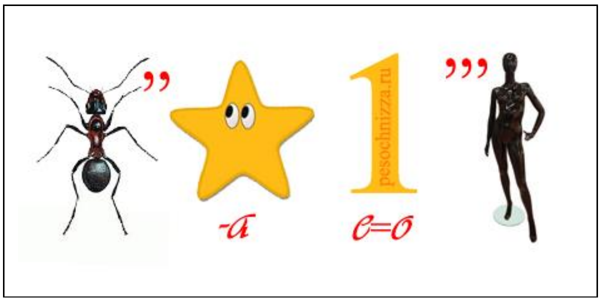

~~1~~


1,4,3,2


5=Р
1
КОПЕЙКА


М=Е
П=И
С
5


z=g


-а
е=о


ев=у


123456
l=h
e=s


2,4,6

Станция “ПОГОВОРОЧНАЯ”

1. Командам предлагается дополнить пословицы и поговорки на русском языке, вставив пропущенные числительные.

Например: ОДИН в поле не воин. СЕМЕРО одного не ждут.

2. Командам предлагается перевести пословицы с английского языка на русский язык и дать аналог.

Например: Keep a thing seven years and you will find a use for it (Сохрани вещь семь лет, и ты найдешь ей применение) – Всякая тряпица в три года пригодится.

Задания:

1. За ДВУМЯ зайцами погонишься – ни ОДНОГО не поймаешь. Если у одной плиты ТРИ повара толкутся – обед пригорает.

Один с сошкой, а семеро с ложкой.

Лучше ДЕСЯТЕРЫХ простить виновных, чем ОДНОГО невиновного казнить.

Какая душа в ПЯТЬ лет, такая она и в СТО лет.

2. Rain at seven, fine at eleven *(В 7 часов дождь, а в 11 ясно – Семь пятниц на неделе).*

One drop of poison infects the whole tun of wine *(Одна капля яда заражает всю бочку вина – Ложка дегтя в бочке меда).*

Two is company, but three is none *(Двое – это компания, а трое – ничто – Третий – лишний).*

One volunteer is worth two pressed men – *(Один доброволец стоит двадцати принужденных).*

Stitch in time saves nine *(Сделанное своевременно сберегает много труда впоследствии – Дорога ложка к обеду*).

Станция “ПЕРЕВЕРТЫШ”

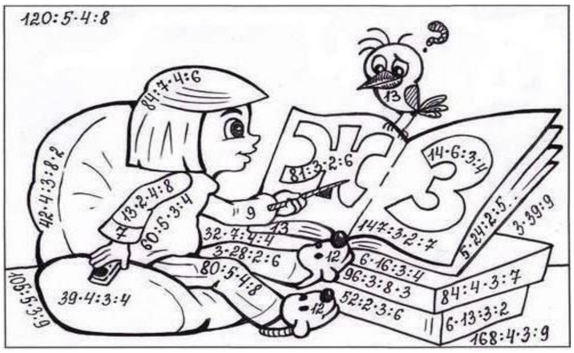
Командам предлагается из набора букв составить слова (математические термины)

ПЕРЕВЕРТЫШ	ОТВЕТ
ЯМАПРЯ	ПРЯМАЯ
РОМГЕИЯТЕ	ГЕОМЕТРИЯ
ЛЕПАРАЛЬ	ПАРАЛЛЕЛЬ
HTAM	MATH
EDHUNDR	HUNDRED
IRCLEC	CIRCLE

Станция “КАПИТАНЫ”

Капитанам команд предлагается раскрасить рисунок, следуя подсказкам.

Команды в это время за 5 минут должны как можно больше составить слов из слова “Лобачевский”

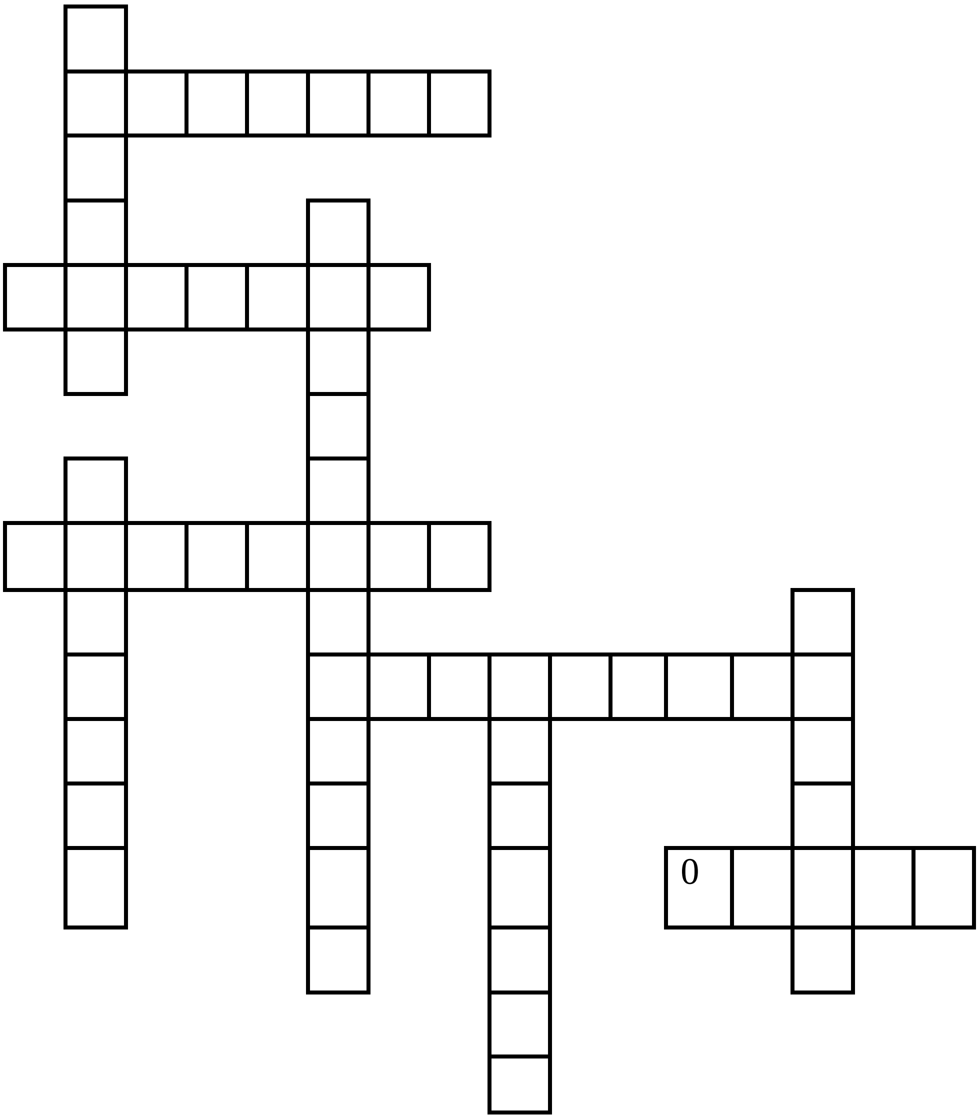


Станция “ПЕСЕННАЯ”

На эту “конечную” станцию собираются одновременно все команды, и начинается песенный марафон. Ребята по очереди исполняют песни, частушки связанные с математикой.

Приложение 2

Решите кроссворд



Вопросы по горизонтали:

2) Это имя носила супруга Н.И. Лобачевского;

4) Именно этот император дал род Лобачевских потомственное дворянство;

6) Этот коллега Лобачевского назвал его «Коперником геометрии»;

7) Имя императрицы, в годы правления которой родился Н.И. Лобачевский;

10) Этот знаменитый русский химик был учеником Лобачевского.

Вопросы по вертикали:

1) Учение этого древнегреческого мыслителя переработал Н.И. Лобачевский;

3) Именно так Н.И. Лобачевский называл свою геометрию;

5) Несмотря на то, что Лобачевский не занимался астрономией, его именем был назван этот объект;

8) «Великим строителем» университета, в этом городе, называли современники Николая Ивановича;

9) Этот русский писатель учился в университете в то время, когда ректором там работал Н.И. Лобачевский.

УРОК-ПУТЕШЕСТВИЕ «ВЕЛИКИЙ ГЕОМЕТР»

Зарипова Р.И., Мотигуллина Д.М.,
Россия, г. Казань,
Казанский (Приволжский) федеральный университет,
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского
Научный руководитель: к.п.н., доцент Фазлеева Э.И.

Аннотация. В работе представлена методическая разработка урока-путешествия по геометрии для учащихся 7-8 классов. Приведенный сценарий может быть использован как на уроках, так и на внеклассных мероприятиях по математике.

Ключевые слова: Н.И. Лобачевский, геометрия, урок.

LESSON-JOURNEY "THE GREAT GEOMETER"

Zaripova R. I., D. M. Motigullina,
Russia, Kazan,
Kazan (Volga region) Federal University,
N.I. Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics
Scientific adviser: candidate of pedagogic Sciences, associate Professor
E. I. Fazleeva

Abstract. The paper presents the methodological development of the lesson-travel in geometry for pupils of grades 7-8. This lesson can be used both in the classroom and in extracurricular activities in mathematics.

Keywords: N. I. Lobachevsky, geometry, lesson.

Пояснительная записка. Данный урок предназначен для учащихся 7-8 классов. Знакомство с Н.И. Лобачевским происходит на уроках геометрии при изучении главы «Параллельные прямые» [1]. Данный урок направлен на пробуждение и укрепление интереса учащихся к математике и жизни русского ученого Н.И. Лобачевского, развитие любознательности, логического мышления, воспитание культуры совместной деятельности в группе.

Цели урока:

Формирование интереса к изучению математики, развитие математических способностей, патриотическое воспитание учащихся.

Познавательные. Знакомство с Н.И. Лобачевским и его трудами. Демонстрация многогранности личности великого геометра.

Развивающие. Развитие математических навыков, логического мышления, математической речи и внимания.

Воспитательные. Воспитание культуры поведения при работе в группе, при индивидуальной работе.

Планируемые результаты: учащиеся знакомятся с биографией и трудами Н.И. Лобачевского.

Оборудование: компьютер, проектор, приложение на смартфоне для чтения QR-кода, презентация.

Ход урока:

1. Организационный момент (2 минуты).
2. 1 станция – «Знакомство с ученым» (12 минут).
3. 2 станция – «Н.И. Лобачевский» (12 минут).
4. 3 станция – «След в математике» (14 минут).
5. 4 станция – «Конечная» (5 минут) .

1. Организационный момент

Приветствие учеников.

Учитель: Добрый день, дорогие ученики! Сегодня мы с вами отправимся в путешествие. Мне утром пришел конверт с письмом. Внутри конверта лежало приглашение, я его вам сейчас зачитаю:

О, будущие великие люди, разрешите Вас приветствовать. Зовут меня Странник. Я путешествую во времени, в прошлых веках. В одном из таких путешествий я нашел великого человека. Его история жизни так мне понравилась, что я решил поделиться ею с Вами. Но не буду раскрывать всех карт, Вы сами с ним познакомитесь…

Учитель: Как видите, Странник приглашает нас в путешествие! Что-ж, мы идем?

Ученики: Да!

Учитель: Наше путешествие будет состоять из 4 станций. Предлагаю вам поделиться на 4 группы (*примерно 6-7 человек в каждой группе*).

2. 1 станция – «Знакомство с ученым»

Учитель: Первая станция – знакомство с ученым. Сейчас мы с вами отправимся в виртуальную библиотеку (слайд 4) [9].

В библиотеке, у входа надпись:

С надеждою сюда всяк входящий

Отыщет то, что так давно искал.

Великие знания сокрыты в книгах

С тобой мы будем их искать.

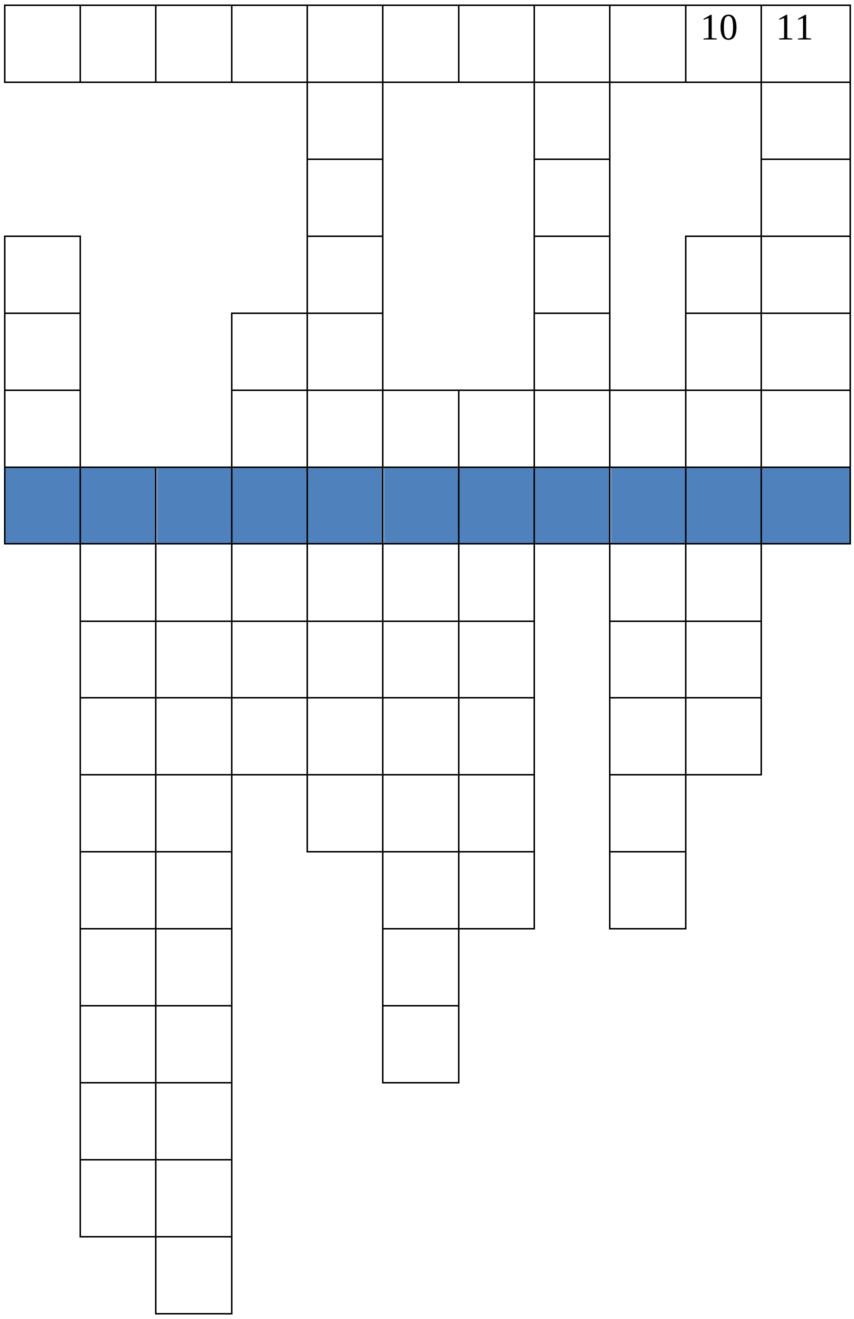
На нижней полке, в 3 ряде

Тебя ответы будут ждать.

На нижней полке 3 ряда лежит книга (например, самая большая), внутри нее ученики находят QR код.

Учитель: Чтобы узнать фамилию великого ученого, с кем нам предстоит знакомство, вам нужно разгадать кроссворд. Та команда, которая первой разгадает кроссворд получит 5 баллов, остальные команды по 3 балла (слайд 6,7) [9, 10].

Кроссворд:



1) Геометрическая фигура, которая состоит из точки и двух лучей, исходящих из этой точки.

2) Геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.

3) … - луч, исходящий из вершины угла и делящий его на два равных угла.

4) Единица измерения углов.

5) То, что требуется доказать в теореме.

6) Наука, занимающаяся изучением геометрических фигур.

7) Четырехугольник, у которого все стороны равны.

8) … - отрезок, соединяющий центр окружности с какой-либо точкой окружности.

9) Утверждение, не требующее доказательства.

10) Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

11) Угол, градусная мера которого равна 90 градусов.

3. 2 станция – «Н.И. Лобачевский»

Учитель: Вот вы и узнали, что сегодня мы познакомимся в Николаем Ивановичем Лобачевским! А сейчас я предлагаю вашему вниманию видео о жизни Н.И. Лобачевского.

На интерактивной доске в классе выводится видео (ссылка на данное видео приведена ниже):

Учитель: Я надеюсь, что вы внимательно просмотрели видео. Сейчас будет конкурс капитанов. Им по очереди будут задаваться вопросы (жеребьевкой определяется очередность ответа капитанов на вопрос учителя). Если капитан не может ответить на вопрос, то отвечает на него капитан следующей команды. За каждый правильный ответ команда будет получать по 1 баллу (слайд 10) [9,10].

1) В каком году родился Н.И. Лобачевский?

2) В каком городе родился Н.И. Лобачевский?

3) Где он учился в Казани?

4) В каком году он начинает читать лекции и по какому предмету?

5) В каком году он становится ректором Казанского императорского университета?

6) Какой вклад он внес в развитие университета?

7) В каком году он напечатал свой труд и как он назывался?

8) В каком году умер Н.И. Лобачевский?

Капитаны команд отвечают на вопросы.

4. 3 станция – «След в математике»

Учитель: Теперь, когда мы познакомились с величайшим математиком и ученым, Странник предлагает нам узнать о его трудах (слайд 11) [9].

Великие умы нашей страны
Оставили свой след в истории.
А Лобачевского труды
Пусть будут каждому знакомы!

Учитель: Научные труды Н.И. Лобачевского были приняты математическим обществом не сразу, прошли годы, прежде чем ученый получил заслуженное признание. А сейчас мы с вами посмотрим видео, которое позволит нам больше узнать о трудах Николая Ивановича.

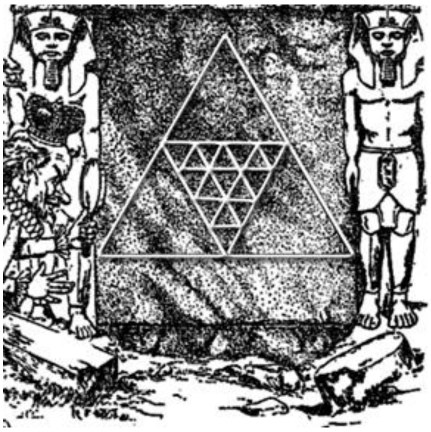
Но прежде, я предлагаю вам решить задачи. Команда, первая решившая задачу, получает 5 баллов, остальные команды по 3 балла (при условии, что задача решена правильно) (слайд 13,14,15) [9].

Учитель: Эту задачу решил Н.И. Лобачевский на вступительном экзамене, ему было около 10 лет.

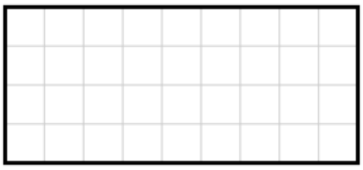
…Экзамен принимали Карташевский и инспектор гимназии Яковкин Илья Федорович. Тут впервые Карташевский выделил Николая Лобачевского. Древнюю, как мир, но весьма сложную задачу Николай Лобачевский решил в уме. Учитель заинтересовался и теперь уж умышленно стал усложнять задачи; но Николай даже не притрагивался к грифелю и аспидной доске, он схватывал условие на лету и сразу же давал правильный ответ. Он был наделен этим даром – считать в уме. Карташевский понял, что имеет дело с высокоодаренным ребенком…

Задача 1. Бассейн получает воду из четырех труб; первая наполняет его в день, вторая – в два дня, третья – в три, а четвертая – в четыре; требуется узнать, во сколько времени наполнится бассейн, если все четыре трубы открыть одновременно?

Задача 2. Сколько равносторонних треугольников изображено на знаменитой печати царя Соломона, изображенной на его гробнице.



Задача 3. Кусок бумаги имеет форму прямоугольника, одна сторона которого равна 4, а другая 9 единицам длины:



Как разрезать этот прямоугольник на две равные части так, чтобы, сложив их надлежащим образом, получить квадрат?

Учитель: все задачи решены, теперь смотрим послание Странника (слайд 16) [9]:

5. 4 станция – «Конечная»

Учитель: Вот наше путешествие и подошло к концу. После подсчета баллов мы знаем нашего победителя. Поздравляю вас всех! Надеюсь, что сегодняшний урок вам всем понравился. Сегодня мы с вами узнали, как жил, чем занимался и что после себя оставил великий геометр Н.И. Лобачевский. Более подробную биографию его жизни вы всегда можете найти в библиотеке. А теперь я предлагаю вашему вниманию видео, где Лобачевский предстанет перед вами совсем в другом свете (слайд 18) [9].

Учитель: Странник оставил нам еще одно письмо:

Жить – значит чувствовать, наслаждаться жизнью, чувствовать непрестанно новое, которое бы напоминало, что мы живем. Эти слова принадлежат Николаю Ивановичу Лобачевскому. Какой большой смысл в этих словах! Я и вам желаю, друзья, наслаждаться жизнью, находить и узнавать что-то новое каждый день. Я остаюсь с надеждой, что сегодняшнее путешествие вам понравилось. Всем спасибо, до скорых встреч!

Литература

1. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]. – 20-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 384 с.: ил.
2. https://ru.wikipedia.org/wiki/Лобачевский,_Николай_Иванович
3. http://qrcoder.ru
4. http://old.kpfu.ru/news/medal/lobachv
5. https://ru.wikiquote.org/wiki/Николай_Иванович_Лобачевский
6. http://sv-scena.ru/Buki/Lobachyevskiyi.html#Lobachyevskiyi-Index
7. https://brainapps.ru/logic/1466-pechaty-carya-solomona
8. http://smart-kids.su/golovolomki/geometria/iz-pryamougolnika-kvadrat
9. https://vk.com/club76552633
10. Разумова О.В., Шакирова К.Б., Садыкова Е.Р. Формирование творческого мышления учащихся на уроках математики средствами информационно-коммуникационных технологий // Информатика и образование. – 2011. – №9 (227). – С.79-82.

НАСТОЛЬНЫЕ ИГРЫ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Корепанова А.А.,
Россия, г. Пермь,
Пермский Государственный Гуманитарно-Педагогический Университет,
Математический факультет
Научный руководитель: к.п.н., доцент Шеремет Г.Г.

Аннотация. В работе представлена разработка настольной игры, посвященной биографии Н.И. Лобачевского.

Ключевые слова: история, Н.И.Лобачевский, методическая разработка, настольные игры.

BOARD GAMES IN MATHEMATICS LESSONS

Korepanova A.A.,
Russia, Perm,
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
Mathematics faculty
Scientific supervisor: associate professor, PhD Galina Sheremet

Abstract. In the text presented development of board game dedicated to Lobachevsky biography.

Keywords: history, Lobachevsky, methodical development, board games.

В ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» дается следующее определение понятию образование. Образование – единый целенаправленный процесс воспитания и обучения, являющийся общественно значимым благом и осуществляемый в интересах человека, семьи, общества и государства, а также совокупность приобретаемых знаний, умений, навыков, ценностных установок, опыта деятельности и компетенции определенных объема и сложности в целях интеллектуального, духовно-нравственного, творческого, физического и (или) профессионального развития человека, удовлетворения его образовательных потребностей и интересов [3]. Однако на практике уроки математики не всегда затрагивают воспитательную сферу. Литература с помощью анализа поведения и характера героев дает ребенку возможность понять основные моральные принципы и принять их для себя, обществознание открывает ребенку устройство общества и место ребенка в нем, его роли и нормы, которые он должен исполнять. Но что может сделать математика?

Одной из тем математики, способной воспитать и вдохновить ребенка, является ее история. И история не только самой математической науки, но и история каждого математика в отдельности. С.И. Вавилов, знаменитый советский ученый, говорил: «История науки не может ограничиться развитием идей – в равной мере она должна касаться живых людей, с их особенностями, талантами, зависимостью от социальных условий, страны и эпохи» [1; с.5]. Почему это так важно? Нам, людям, а особенно, детям, нужен идеал, человек, на которого мы бы хотели равняться. Тот, чьи идеи, чей жизненный пример вдохновили бы нас на что-то большее, чем просто выполнение заданных упражнений и получение оценок.

Именно поэтому детей важно знакомить с жизнью и трудами великих математиков, с теми, кто посвятили жизнь этой науке.

Н.И. Лобачевский является яркой личностью, он человек, который боролся за идею, не взирая на общественное мнение и трудности, с которыми ему пришлось столкнуться. Это был человек, верный своим убеждениям. Именно поэтому Н.И.Лобачевский может быть идеалом для школьников.

Остается вопрос: как это преподнести в легкой, доступной и увлекательной для детей форме?

Одним из способов является игра. Среди всех игр мы выбрали настольную игру. Настольная игра – это игра, основанная на манипуляции относительно небольшим набором предметов, которые могут целиком разместиться на столе или в руках играющих. В число настольных игр входят игры со специальным полем, карточные игры и др.

Настольные игры имеют ряд преимуществ:

- В отличие от квеста и подобных ему игр, настольные игры не требуют большого пространства, для игры достаточно одной классной комнаты;
- Также настольные игры не требуют дополнительного сложного инвентаря;
- Настольные игры – это очень популярная сфера игр, которая постоянно развивается, т.е. они будут привычны по форме для детей и не потеряют свою актуальность ближайшие несколько лет;
- Настольные игры понятны и интересны всем, независимо от возраста, интересов, физических и умственных способностей;

- Они учат не только выполнять определенный задания, но и взаимодействовать с другими игроками;
- Появляется дополнительная мотивация – одержать победу в игре.

Таким образом, настольные игр имеют ряд положительных характеристик, которые сделают их легкими как для преподавателя в процессе подготовки, так и для детей в ходе игры.

Первым шагом к знакомству с личностью ученого, является изучение его биографии. По этой причине в работе представлена разработка игры, отражающей важнейшие события в жизни Лобачевского.

Игра разработана в стиле знакомой всем игры мемори, состоящей из парных картинок, где главной целью является открытие как можно большего числа парных карточек. Особенность разработанной игры в том, что игроку требуется найти не две карточки с одинаковой картинкой, а такие две карточки, где год на одной совпадает с событием на другой. Всего таких 18 пар – 18 событий из жизни Н.И.Лобачевского – то есть 36 карточек, которые аккуратно складываются в квадрат 6×6. С верхней стороны все карточки выглядят одинаково (рис. 1), а с нижней – каждая пара имеет свой цвет, таким образом визуально события тоже будут запоминаться и связываться с датами.

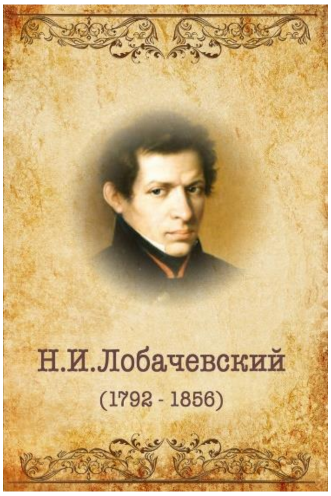


Рис. 1

1792 год	Рождение Н.И.Лобачевского	1802 год	Н.И.Лобачевский поступил в Казанскую гимназию
1807 год	Н.И.Лобачевский переведен в студенты университета	1811 год	Н.И.Лобачевский получил степень магистра физико - математических наук
1814 год	Н.И.Лобачевский начинает преподавать в Казанском университете	1816 год	Н.И.Лобачевский утвержден экстра - ординарным профессором
1819 год	Н.И.Лобачевский начинает преподавать астрономию и заведует астрономической обсерваторией	1822 год	Н.И.Лобачевский становится членом университетского строительного комитета


1820 год
Н.И.Лобачевский становится деканом физико - математического факультета
1822 год
Н.И.Лобачевский становится ординарным профессором
1825 год
Н.И.Лобачевский избран исполняющим обязанности библиотекаря университета
1826 год
Н.И.Лобачевский сделал доклад, содержавший основные идеи открытой им неевклидовой геометрии
1827 год
Н.И.Лобачевский утвержден ректором университета
1829 год
Н.И.Лобачевский опубликовал мемуар «О началах геометрии»
1846 год
Н.И.Лобачевский назначен помощником попечителя Казанского учебного округа
1845 год
Н.И.Лобачевский вступил в управление Казанским учебным округом

Правила игры:

- Перед началом игры все карточки перемешиваются и раскладываются рядами так, чтобы видны были только верхние стороны карточек – даты и события находятся снизу.
- Игроки по очереди открывают (переворачивают) по 2 карточки. Если дата и событие совпали, то игрок забирает их себе. Если карточки не совпадают – игрок кладет их на прежнее место так, как они лежали.
- После одного сделанного хода право хода передается следующему игроку, независимо от того открыл игрок две парные карточки или нет.
- Побеждает игрок, набравший наибольшее количество карточек.

Также к игре прилагается буклет, содержащий основные даты и события из жизни Н.И.Лобачевского, то есть до игры учащимся будет предоставлена возможность ознакомиться с этими событиями и использовать или закрепить свои знания в ходе игры.

Заключение: Таким образом, нами была разработана настольная игра, которая позволит учителю познакомить детей с жизнью великого русского математика в легкой и интересной для них форме.

Литература

1. Голованов Я. Этюды об ученых / издание третье, дополненное – М.: Молодая гвардия, 1983.

2. Каган В.Ф. Лобачевский / под ред. Гайсиновича А.Е., Шестопала М.Г. – Академия наук союза СССР, 1944.

3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 N 273-ФЗ.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ВНЕУРОЧНОГО ЗАНЯТИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Кромская О.С.,
Россия, г. Самара,
Самарский Государственный Социально-Педагогический Университет
Факультет Математики, Физики и Информатики
Научный руководитель: к.п.н., доцент Евелина Л.Н.

Аннотация. Вопросы истории математики играют в обучении значительную роль. На примере биографий известных ученых, фактов научных открытий происходит формирование гражданственности, познавательной и творческой активности, кругозора. Включение вопросов истории математики в рамки учебного процесса возможно как на уроках, так и на внеурочных занятиях. При этом формы учебно-познавательной деятельности обучающихся могут иметь различный характер. Ниже представлена технологическая карта внеурочного занятия по математике.

Ключевые слова: история математики, внеурочное занятие, технологическая карта урока, страницы биографии Н.И. Лобачевского; научные открытия Н.И. Лобачевского.

TECHNOLOGICAL MAP OF EXTREME SESSION ON MATHEMATICS

Kromskaya O.S.,
Russia, Samara,
Samara State University of Social Sciences and Education
Faculty of Mathematics, Physics and Informatics
Scientific adviser: Ph.D., associate Professor Evelina L.N.

Abstract. Questions of the history of mathematics play a significant role in learning. On the example of biographies of famous scientists, the facts of scientific discoveries is the formation of citizenship, cognitive and creative activity, Outlook. The inclusion of the history of mathematics in the framework of the educational process is possible both in the classroom and in extracurricular activities. At the same time, the forms of educational and cognitive activity of students may have a different character. Below are the routing extracurricular classes in mathematics.

Keywords: history of mathematics, extracurricular activity, technological map of the lesson, the biography of N. Lobachevsky; of scientific discovery N. Lobachevsky.

<table>
<tr><td>Предмет</td><td>Математика</td><td>класс</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Тема урока</td><td colspan="3">Н. И. Лобачевский и его вклад в науку. (45 минут)</td></tr>
<tr><td>Цель занятия</td><td colspan="3">Расширение кругозора учащихся, формирование познавательной активности через знакомство с фактами из биографии выдающегося учёного Н. И. Лобачевского и его трудами; формирование практических навыков в применении математических знаний к решению старинных задач.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Задачи урока</td><td>Образовательные</td><td>Развивающие</td><td>Воспитательные</td></tr>
<tr><td>• Активизация мыслительной деятельности учащихся;
• привитие математической грамотности;
• поиск методов разрешения проблемных ситуаций</td><td>• Развитие логического мышления;
• развитие навыков самостоятельной работы;
• расширение познавательного кругозора учащихся.</td><td>• Формирование интереса к науке математики и к истории математики;
• воспитание трудолюбия, ответственности, коммуникативных способностей</td></tr>
<tr><td>Тип занятия</td><td colspan="3">Открытие новых знаний.</td></tr>
<tr><td>Оборудование урока</td><td colspan="3">Доска, ватман с изображением прямой с хронологическими датами из истории математики, раздаточный материал.</td></tr>
<tr><td>Формы и методы обучения</td><td colspan="3">Формы обучения: фронтальная, индивидуальная;
Методы обучения: практический экскурс по старинным задачам; обучение в сотрудничестве.</td></tr>
</table>

Планируемые результаты	**Предметные**	**Метапредметные**	**Личностные**
	Знает: - отдельные факты из биографии Н. И. Лобачевского; - содержание отдельных старинных задач по математике; - методы решения старинных задач по математике.	*Коммуникативные:* умеет с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации. *Регулятивные:* умеет вносить необходимые дополнения и коррективы в план действий и способ их осуществления в случае расхождения эталона с реальным действием и его продуктом. *Познавательные:* умеет выделять закономерность, находить способ ее фиксации	Формирование навыков само-анализа и самоконтроля

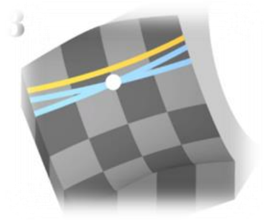
ХОД УРОКА

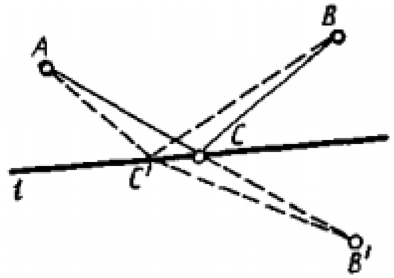
Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Формируемые УУД
Организационный момент (1 мин)	*Приветствует учащихся; проверяет готовность класса к занятию; организует внимание.*	*Приветствие учителя. Эмоционально настраиваются на работу, включаются в деловой ритм занятия.*	**Регулятивные:** умение организовывать свою учебную деятельность. **Коммуникативные:** умение слушать.
Постановка цели и задачи урока. Мотивация учебной деятельности (3 мин)	- Дорогие ребята, скоро ваше обучение в школе подойдёт к концу, вы уже многое знаете о математике, как учебном предмете и науке, но не всё. В рамках математической декады мне хочется с вами погрузиться в историю развития математики и поговорить о таком великом русском математике, как Николай Иванович Лобачевский, который внёс огромный вклад в развитие науки. Может быть, кто-то из вас уже слышал об этом учёном и его открытиях?	*Предполагаемые ответы:* - Н.И. Лобачевский – русский учёный, который открыл новый этап в истории геометрии - неевклидову геометрию. В дальнейшем она получила название «геометрия Лобачевского».	**Регулятивные:** умение ставить перед собой цель и планировать деятельность. **Познавательные:** умение излагать информацию. **Коммуникативные:** слушать и вступать в диалог.
Основной этап работы	- Сегодня вам предстоит узнать больше об этом великом учёном. Мы будем решать те задачи, с которых начинал свой путь в науке Н. И. Лобачевский. - Перед Вами на доске (на ватмане) нарисована «хронологическая прямая»	*Слушают учителя, задают вопросы.* *Обращают внимание на изображение на доске (на ватмане) прямой с историческими датами.*	**Регулятивные:** умение осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата; корректировать свои

<table>
<tr>
<td></td>
<td>жизни Николая Ивановича, которую мы должны будем в течение урока заполнить. Давайте же начнём!
- Для начала я предлагаю решить ребус, который изображён на слайде перед вами (приложение).
- Правильно! В ребусе зашифрована дата 20 ноября 1792 года – дата рождения Н.И. Лобачевского. Предлагаю внести эту дату на «хронологическую прямую». Николай Иванович Лобачевский родился 20 ноября (1 декабря) 1792 г., в Нижнем Новгороде, в семье чиновника геодезического департамента, И.М. Лобачевского. В 1802 г. поступил в Казанскую гимназию и закончил ее в 1806 г. Особенно хорошие знания он показал в области математики, а также французского, немецкого и латинского языков.
- Так как Лобачевский много времени уделял именно французскому языку и изучал историю его народа-носителя, предлагаю решить «французскую задачу».
Французская задача.
Трое имеют по некоторой сумме денег каждый. Первый дает из своих денег двум другим столько, сколько есть у</td>
<td>Решают ребус, называют ответы.
- Ответ: 20 ноября 1792 года.

Слушают биографию Н.И. Лобачевского, при необходимости задают вопросы. Вносят дату 20 ноября 1792 г. на прямую.

Решают французскую задачу. Кто-то из класса, по желанию, выходит к доске и демонстрирует своё решение перед классом, остальные следят и задают вопросы, как отвечающему, так и учителю.
Решение французской задачи
Рассуждения удобно начать с конца и решение можно представить в виде следующей таблицы:
<table>
<tr><td>1</td><td>8</td><td>$\frac{8}{2}=4$</td><td>$\frac{4}{2}=2$</td><td>$2+\frac{14}{2}+\frac{8}{2}+$
$=13$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>8</td><td>$\frac{8}{2}=4$</td><td>$4+\frac{4}{2}$
$+\frac{16}{2}+$
$=14$</td><td>$\frac{14}{2}=7$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>8</td><td>$8+\frac{8}{2}+\frac{8}{2}=$
$=16$</td><td>$\frac{16}{2}=8$</td><td>$\frac{8}{2}=4$</td></tr>
</table>
</td>
<td>действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.
Познавательные: умение анализировать; умение излагать информацию, интерпретируя ее в контексте поставленного вопроса.
Коммуникативные: умение организовывать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками; умение высказывать и обосновывать свой ответ, умение работать самостоятельно.</td>
</tr>
</table>

	каждого. После него второй дает двум другим столько, сколько каждый из них имеет. Наконец, и третий дает двум другим столько, сколько есть у каждого. После этого у всех троих оказывается по 8 экю (монет). Сколько денег было у каждого вначале. - Лобачевский считал Евклидову аксиому параллельности произвольным ограничением. По его мнению, это требование было чересчур жестким. Оно существенно ограничивало возможности теории, которая описывала свойства пространства. Николай Иванович изменил существующую аксиому на другую. Она звучит так: “через точку, не лежащую на прямой, может проходить множество прямых параллельных с первой”. Обратите внимание – перед вами иллюстрация данной теоремы. 	Значит, сначала у каждого было соответственно 13, 7, 4 экю. *Слушают биографию Н.И. Лобачевского.* *Обращают внимание на раздаточный материал.* *Слушают биографию Н.И. Лобачевского, при необходимости задают вопросы. Вносят дату «1826г.» на прямую.* **Решение задачи Герона** *Решают задачу Герона.* *Поиск решения*: Если точки расположены на одной прямой. *Кто-то из класса, по желанию, выходит к доске и демонстрирует своё решение перед всем, остальные следят*	

	- В 1826 г. ученым было сделано устное заявление о своем открытии. После этого он опубликовал несколько трудов, посвященных этой теме. - Предлагаю внести 1826 год на «хронологическую прямую». Кто повторит, чем знаменателен этот год? - Н. И. Лобачевский уважал своих предшественников, которые также занимались наукой и, несомненно, изучил каждую их задачу. Одной из них стала задача Герона. **- Задача Герона (геометрическая задача)** Даны две точки A и B по одну сторону от прямой l. Найти на l такую точку C, чтобы сумма расстояний от A до C и от B до C была наименьшей. *Поиск решения*: Напомните всем, кто может, в каком случае расстояние между точками будет наименьшим? Так как точки A, B и C не могут лежать на одной прямой по условию, то придется воспользоваться таким преобразованием, которое позволит заменить одно из расстояний на равное	*и задают вопросы как отвечавшему, так и учителю.* **Решение задачи:**  Пусть B' — точка, симметричная B относительно прямой l (рис. 13). Тогда точка C пересечения AB' с прямой l будет искомой, так как для любой точки C, отличной от C, будет $AC' + C'B = AC' + C'B' > AB' = AC +$ $+CB$. *Слушают биографию Н.И. Лобачевского, при необходимости*	

<table>
<tr>
<td></td>
<td>ему при условии, что точки окажутся лежащими на одной прямой.
- Современники Лобачевского отнеслись прохладно к его идеям, но уже 1832 г. он представил свой труд “О началах геометрии”. Вносим 1832 год на нашу прямую и подписываем его. Тогда, пытаясь найти понимание за границей, в 1837 г. Лобачевский опубликовал свою статью “Воображаемая геометрия” в немецком журнале «Крелле». Идеи русского ученого удалось продвинуть “королю математиков”, К.Ф. Гауссу и его соотечественниками. Заинтересованный трудами Н.И.Лобачевского, К. Гаусс даже начал изучать русский язык, чтобы ознакомиться с ними в оригинале. В Германии Лобачевский, конечно же, дальше занимался наукой, в том числе решая немецкие задачи.
Немецкая задача.
Построить магический квадрат 4×4 для натуральных чисел от 1 до 16, чтобы два числа в нижних средних клетках указывали на год создания талисмана (1514), а сумма чисел угловых клеток квадрата и сумма чисел четырех центральных клеток образовывали</td>
<td>задают вопросы. Вносят 1832 г на прямую.

Решают немецкую задачу. Кто-то из класса, по желанию, выходит к доске и демонстрирует своё решение перед всеми, остальные следят и задают вопросы как отвечающему, так и учителю.
Решение немецкой задачи
<table><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>Слушают биографию Н.И. Лобачевского, при необходимости задают вопросы. Вносят 12 февраля</td>
<td></td>
</tr>
</table>

	магическую сумму (34). - Лобачевский сделал и иные очень важные открытия, о которых вам предстоит узнать в высших учебных заведениях. Николай Иванович Лобачевский ушел из жизни 12 февраля 1856 г. В этот же день тридцать лет назад он впервые опубликовал свою теорию неевклидовой геометрии. Давайте вместе выставим эту дату на «хронологическую прямую жизни». Вопрос: сколько лет прожил Лобачевский? - Посмотрите, какая «хронологическая прямая» жизни Н.И. Лобачевского у нас получилась! Предлагаю вывесить её как информативную стен-газету на стенд школы, посвящённый математической декаде.	*1856 г на «хронологическую прямую».* - Н. И. Лобачевский прожил 63 года. *Изучают построенную «хронологическую прямую».*	
Рефлексия. Подведение итогов.	- Итак, подведем итоги работы: 1. Какую роль сыграл Н.И. Лобачевский в становлении науки математики? 2. Какое открытия совершил учёный? 3. Как вы считаете, сегодняшнее занятие было важным? Почему? 4. Что на занятии было сложно, а что легко? Что было интересно?	*Предполагаемые ответы:* 1. Н.И. Лобачевский сыграл огромную роль в становлении науки. Он сделал большое количество открытий, о которых, несомненно, должен знать каждый человек. 2. Главным открытием Н.И. Лобачевского стала «геометрия Лобачевского», согласно которой через	**Регулятивные:** оценка своей деятельности в рамках занятия **Коммуникативные:** умение слушать и выражать свои мысли с достаточной полнотой и

	- Спасибо, ребята, за урок, мне было приятно с вами работать. Действительно, мы сегодня проделали интересную и нужную работу.	точку вне данной прямой можно провести более одной прямой, параллельной данной, т.е. аксиома о параллельности прямых, справедливая в геометрии Евклида, не выполняется. 3. Сегодняшнее занятие было очень важным! Мы ближе познакомились с учёным в области геометрии и его открытиями, заполнили хронологическую прямую жизни Н.И. Лобачевского, которую вывесим на информационном стенде, и тогда с открытиями Лобачевского познакомятся ещё больше учащихся. 4. На занятии было непросто решать старинные задачи, не всегда было очевидно направление поиска рассуждений, но когда удается дойти до конца решения, поистине, получаешь огромнейшее удовольствие! *В ответ благодарят учителя.*	четкостью; умение адекватно понимать причины успеха/неудачи в учебной деятельности

Приложение 1.

1. Ребус

Литература

1. Баврин И.И., Фрибус Е.А. Старинные задачи: Кн. для учащихся. – М.: Просвещение, 1994. – 128 с.

2. Жигулина Е. А. Математика во внеурочное время // Дополнительное образование и воспитание. – 2010. – N 3. – С. 20-22.

3. Перли С.С., Перли Б. С. Страницы русской истории на уроках математики. – М.: Педагогика, 1994. – 290 с.

4. Федеральный государственный образовательный стандарт общего образования. [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://edu.tatar.ru/upload/images/files/

СЦЕНАРИЙ ИГРОВОГО УРОКА МАТЕМАТИКИ С ИСТОРИЧЕСКИМИ ЭКСКУРСАМИ «FUNCTION И К°»

Кузнецова К.И.,
Россия, г. Ульяновск,
Ульяновский государственный педагогический университет,
Факультет физико-математического и технологического образования
Научный руководитель: к.ф.-м.н. Макеева О.В.

Аннотация. Работа содержит оригинальный сценарий бинарного урока (мероприятия) общеметодологической направленности для обучающихся 10-х классов (любого профиля) по теме «Мир функций, мир людей – пересечение», выполненный с учётом требований новых ФГОС.

Ключевые слова: игровое обучение, бинарный урок, история математики, функции, декартова система координат.

SCENARIO OF PLAYING LESSON OF MATHEMATICS WITH HISTORICAL EXCURSUS «FUNCTION AND K°»

Kuznetsova K.I.,
Russia, Ulyanovsk,
Ulyanovsk state pedagogical University
The faculty of physico-mathematical and technological education
Scientific adviser: Phys.-M. D. Makeeva O.V.

Abstract. The article contains the original scenario of a binary lesson (event) of general methodological orientation for students of the 10th grade (any profile) on the theme "world of functions, world of people - intersection", taking into account the requirements of the new federal state education standards.

Keywords: game training, binary lesson, history of mathematics, function, Coordinate plane.

Каждый мужчина и каждая женщина пусть
проводят свою жизнь, играя в прекраснейшие игры.
Платон

Тема: Мир функций, мир людей – пересечение.

Предмет: математика, история математики.

Тип урока: урок общеметодологической направленности (надпредметное внеурочное мероприятие).

Формат проведения: командная игра в двух раундах.

Продолжительность: 1 академический час.

Класс:10 (общеобразовательный; любого профиля).

Цели:

– *деятельностная*: создание условий для получения опыта организации и осуществления коллективной творческой деятельности с использованием электронных образовательных ресурсов и ИКТ; развитие способностей к самореализации в условиях повышенного эмоционального напряжения;

– *содержательная*: знакомство с фактами биографий учёных, которые внесли вклад в развитие функционального метода в математике; формирование навыка комбинирования аналитического и геометрического подходов при оперировании с функциональными зависимостями, в том числе в нестандартных игровых ситуациях;

– *основополагающая*: формирование представлений о целостности процесса познания, многогранности и широте исследовательских возможностей человеческой личности; формирование внутренней мотивации к саморазвитию и самосовершенствованию.

Предполагаемые образовательные результаты занятия.

– *в предметном направлении:* формирование представлений об историческом периоде возникновения и развития идей функционального метода в математике; коррекция знаний по теме «Координатно – графический подход при изучении функций»;

– *в метапредметном направлении:* развитие критичности мышления через само- и взаимоконтроль при принятии групповых и индивидуальных решений в экстремальной ситуации ограниченного времени; развитие логического мышления, и, в частности, способности переформулирования задания.

– *в направлении личностного развития:* изменение мировоззренческих позиций, связанных с представлениями о научной деятельности как области человеческой жизнедеятельности; повышение мотивации к обучению и исследовательской деятельности.

Основное содержание занятия.

Занятие посвящено формированию математического кругозора и систематизации знаний и навыков в направлении функциональной линии школьного курса математики. Оно позволяет в игровой форме познакомиться с элементами истории математики и устранить пробелы в системе знаний по теме «Элементарное исследование функций».

Весь коллектив класса предварительно делится на 6 микрогрупп по 3-5 человек по желанию обучающихся. В каждой команде определяется лидер, который имеет право принимать решение за всю команду в случае разногласия её участников. Команды могут выбрать оригинальное название и девиз, соответствующие историко-математической направленности мероприятия.

В занятии выделяются два раунда. Первый раунд – «Персоны» – это отгадывание каждой командой по предложенному набору сведений-подсказок имени учёного, деятельность которого связана, в том числе, и с развитием функциональных идей и методов в математике. Обоснование командами предложенного варианта ответа; коллективное обсуждение правильных ответов и сопоставление их с вариантами, которые предложили команды; оценивание деятельности команд. Каждая команда получает индивидуальный набор карточек-подсказок (Приложение 1).

Задачи раунда: создать условия для получения опыта командной деятельности и её рефлексии, конструирования аргументированных логически верных рассуждений, организации понимания учащимися норм и методов учебной деятельности.

Оборудование: ноутбук, экран, проектор; индивидуальные электронные устройства (например, планшет, телефон и др.) с доступом в сеть Интернет, которые будут использованы учащимися для поиска информации. Учебные материалы: комплекты сведений-подсказок из биографий учёных; бланки для ответов; презентация «Персоны» для организации обсуждения ответов команд и подведения итогов раунда.

Второй раунд – «Функции» – это настольная игра «Function и К°» [1]. Игровой комплект «Function и К°» содержит две колоды карт: в одной (большой) колоде – карты с графиками функций, в другой (маленькой) – карточки со свойствами функций (Приложение 2). Кроме того в комплект входят правила игры и инструкция по её проведению. Перед началом игры обе колоды тасуются. Из колоды с графиками выкладывают пять карт лицом вверх, а рядом – обе колоды лицом вниз. Игроки ходят по очереди. От каждой команды играет по 1 представителю.

Задачи раунда: создать условия для углубления и проведения коррекции знаний по теме «Элементарные функции».

Оборудование: игровой комплект и стол для проведения игры.

Этапы занятия.

Ориентировочный этап (10 минут). Погружение в проблемное поле материала и знакомство с форматом организации занятия. Формирование мотивационной установки обучающихся к деятельности и разъяснение критериев оценивания их работы.

Основной этап (40 минут). Проведение раунда «Персоны» (25 минут). Проведение игры «Function и К°» в условиях контроля деятельности учащихся со стороны учителя (15 минут).

Этап рефлексии (10 минут). Подведение итогов мероприятия по результатам двух раундов. Самооценка, взаимооценка и индивидуальное оценивание со стороны учителя деятельности участников команд в соответствии с заданными критериями.

Литература

1. Глейзер Г.И. История математики в средней школе. – М.: Просвещение, 1971. – 461 с. (Использованы и другие книги серии).

2. Асланов Р.М. Знаменитые математики: историко-математические очерки : в 3 томах / Р.М. Асланов, Э.Н. Самойлик, О.В. Соловьёва. – Архангельск: Кира, 2011; Калуга: Эйдос, 2012.

3. Асланов Р.М. Дифференциальные уравнения высших порядков / Р.М. Асланов, В.Л. Матросов, М.С. Сабуров. – М.: Прометей, 1999. – 448 с.

4. Асланов Р.М. Предшественники современной математики: историко-математические очерки: в 5 томах / Р.М. Асланов, Л.Н. Матросова, В.Л. Матросов. – М.: Прометей, 2007; 2009; 2014; 2015.

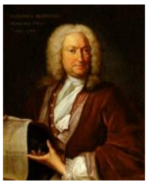
5. Асланов Р.М., Щегольков Е.А. Страницы жизни в документах и воспоминаниях / Р.М. Асланов, В.Л. Матросов. – М.: Прометей, 2009. – 192 с.

6. История развития понятия «функция» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.kazedu.kz/referat/89904 – KazEdu – (Дата обращения: 7.11.2018).

7. Кузнецова К.И., Макеева О.В. Математическая игра: от развлечения к изучению // Физико-математические образование: школа – вуз: Материалы VII научно-практической конференции (апрель 2017 г.). – Ульяновск: УлГПУ им. И.Н.Ульянова, 2017. – С. 26-31.

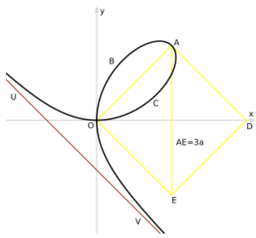
Приложение 1

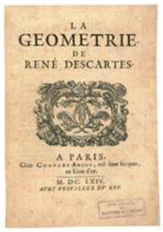
Материал для организации раунда «Персоны»

Учёный	Информация – подсказка для отгадывания имени
 Иоганн Бернулли (1667-1748)	Применил знак $j(x)$ для обозначения произвольной функции, зависящей от величины
	Сформулировал определение функции: «Функцией переменной величины называют количество, образованное каким угодно способом из этой переменной величины и постоянных»
	Имел медицинское образование и на протяжении всей жизни занимался врачебной практикой
	Является самым известным представителем своего рода
 Бернард Больцано (1781-1848)	Привел первые примеры непрерывных нигде не дифференцируемых функций
	В работе «Чисто аналитическое доказательство теоремы, что между любыми двумя значениями, дающими результаты противоположного знака, лежит, по меньшей мере, один вещественный корень уравнения» дал строгое обоснование основных результатов математического анализа
	Не получил при жизни признания результатов своей научной деятельности; имел всего 5 опубликованных работ

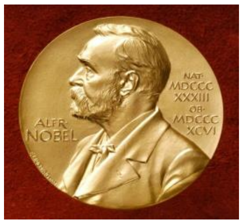
<table>
<tr><td rowspan="2">
Франсуа Виет (1540-1603)</td><td>$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \ldots + x_n = -\frac{a_{n-1}}{a_n}, \\ x_1x_2 + x_1x_3 + \cdots + x_2x_3 + x_2x_4 + \cdots + x_{n-1}x_n = \frac{a_{n-2}}{a_n}, \\ x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \cdots + x_2x_3x_4 + \cdots + x_{n-2}x_{n-1}x_n = -\frac{a_{n-3}}{a_n}, \\ \ldots\ldots \\ x_1x_2 \ldots x_{n-1} + x_1x_2 \ldots x_{n-2}x_n + \cdots + x_2x_3 \ldots x_n = (-1)^{n-1}\frac{a_1}{a_n}, \\ x_1x_2 \ldots x_{n-1}x_n = (-1)^n\frac{a_0}{a_n}. \end{cases}$$</td><td>Популяризировал теорему: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$
Создал новый язык «*общей арифметики*» — символический язык алгебры</td></tr>
<tr><td colspan="2">Состоял на государственной службе в должности советника парламента, а затем короля Франции Генриха III</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>
Жан Лерон Д'Аламбер (1717-1783)</td><td>Является автором работы «Oeuvres phiholosiques, historequesetlet»
В обозначении Леонарда Эйлера отбросил двоеточие и использовал обозначения: fy, $f(x+y)$
Не доверял общепринятому мнению из-за психологической травмы, полученной в детстве</td><td>
Отказался от предложения Екатерины II быть наставником её сына</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>
Рене Декарт (1596-1650)</td><td>Его перу принадлежит изречение «Я мыслю, значит, я существую»
Привёл доказательства бытия Бога: «…Способность мыслить о чем-нибудь более совершенном, чем я сам» должна «прийти от чего-либо по природе действительно более совершенного…»</td><td>

Впервые исследовал кривую</td><td>

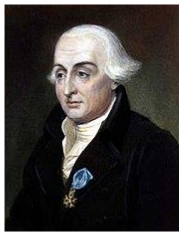
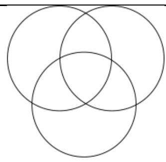
Автор книги</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>
Поль Адриен Морис Дирак (1902-1984)</td><td>
Лингвист. Преподавал французский язык.</td><td>
Автор книги</td><td>

Награждён Нобелевской премией по физике</td><td>Ввел в употребление «дельта-функцию»</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">
Петер Густав Лежён Дирихле (1805-1859)</td><td rowspan="2">
Учился в гимназии у Георга Ома</td><td rowspan="2">
Руководил научной работой Жана Батиста Фурье</td><td>Сформулировал общее определение функции: «у есть функция переменной х на отрезке [a, b], если каждому значению х на этом отрезке соответствует совершенно определенное значение у, причем безразлично, каким образом установлено это соответствие — аналитической формулой, графиком, таблицей либо даже просто словами»</td></tr>
<tr><td>Как и Адриен Лежандр доказал великую теорему Ферма для случая n=5</td></tr>
<tr><td rowspan="3">
Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646-1716)</td><td colspan="2">Участник знаменитого в истории математики «спора о приоритете»</td><td rowspan="3">
Был лично знаком с первым Императором России</td></tr>
<tr><td colspan="2">Впервые употребил термины: «функция», «переменная», «константа»</td></tr>
<tr><td colspan="2">Употреблял x_1, x_2 x_1, x_2, вместо $f_1(x)$, $f_2(x)$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">
Николай Иванович Лобаческий (1792-1856)</td><td colspan="2">Предложил метод приближенного решения уравнений</td><td rowspan="2">

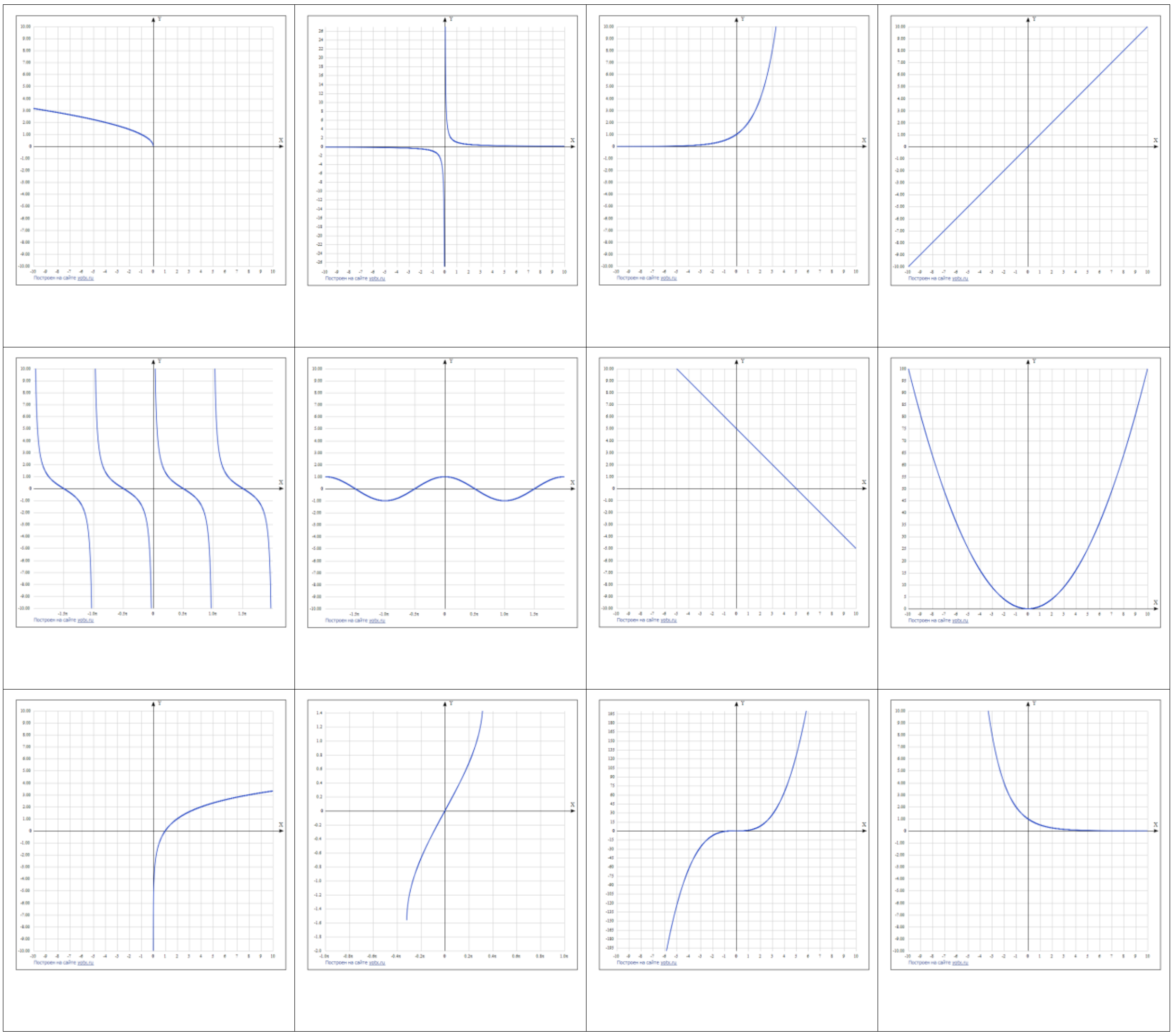
Автор книги</td></tr>
<tr><td colspan="2">Автор работы «Об исчезновении тригонометрических строк»</td></tr>
<tr><td colspan="3">Имел много выдающихся учеников, среди них:
Зинин Николай Николаевич – русский химик-органик, академик Петербургской академии наук, первый президент Русского химического общества
Попов Александр Фёдорович – российский математик, механик и физик. Член-корреспондент Петербургской Академии наук</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="3">
Пьер Ферма
(1601-1665)</td><td colspan="3">Автор знаменитой теоремы: «Для любого натурального числа $n>2$ уравнение $x^n+y^n=z^n$, не имеет решения в целых не нулевых корнях»</td></tr>
<tr><td colspan="3">Сформулировал необходимое условие экстремума: «Если функция $f(x)$ определена и дифференцируема на интервале (a,b) и имеет в точке x_0 интервала экстремум, то $f'(x_0)=0$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Создал Аналитическую геометрию не зависимо от Рене Декарта</td></tr>
<tr><td>
Жан Батист Жозеф Фурье
(1768-1830)</td><td>Привел первые примеры функций, заданных на различных участках различными аналитическими выражениями</td><td>
Был научным советник при армии знаменитого военачальника</td><td>
Его исследованиями руководил Жозеф Луи Лагранж</td></tr>
<tr><td rowspan="2">
Леонард Эйлер
(1707-1783)</td><td colspan="3">Сформулировал определение функции с аналитической точки зрения: «Функция переменного количества есть аналитическое выражение, составленное каким-либо образом из этого количества и чисел или постоянных количеств»
Сформулировал общее определение функции: «Когда некоторые количества зависят друг от друга таким образом, что при изменении последних и сами они подвергаются изменению, то первые называют функцией вторых»</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ему приписывают аворство этих диаграмм </td><td>Для обозначения функций использовал символы
$f:y$, $f:(x+y)$</td></tr>
</table>

Приложение 2

Материал для организации раунда «Функции»

Карточки с графиками



Карточки со свойствами.

E(f)=[-1,1]	D(f)=(0,π)	E(f)=[-1/2 π ,1/2π]	E(f)=[-1/2 π ,1/2π]
У=0	Ни четная, ни нечетная	Ни четная, ни нечетная	У=0
E(f)=(-1/2 π ,1/2π)	E(f)=(-1/2 π ,1/2π)	D(f)=(0,+∞)	D(f)=(0,+∞)
Ни четная, ни нечетная	У=0	Ни четная, ни нечетная	Убывает
D(f)=(0,+∞)	D(f)=[-1,1]	D(f)=[-1,1]	D(f)=[-1,1]
Четная	Возрастает	Четная	Убывает

D(f)=(-∞,+∞)	D(f)=(-∞,+∞)	E(f)=(-∞,+∞)	E(f)=(-∞,+∞)
Убывает	Четная	Ни четная, ни нечетная	Нечетная
E(f)=(-∞,+∞)	D(f)=(-∞,+∞)	E(f)=(0,π)	E(f)=(0,π)
X=0	У=0	У=0	Ни четная, ни нечетная
E(f)=(0,π)	E(f)=(0,+∞)	E(f)=(0,+∞)	E(f)=(0,+∞)
Убывает	Нечетная	Четная	Убывает
E(f)=(0,+∞)	E(f)=(0,+∞)	E(f)=[-1,1]	E(f)=[-1,1]
Возрастает	X=0	X=0	Нечетная
D(f)=[0,π]	D(f)=[0,π]	D(f)=[0,π]	D(f)=(0,π)
Убывает	Четная	Возрастает	Нечетная
D(f)=(0,π)	E(f)=[0,π]	E(f)=[0,π]	E(f)=[0,π]
Возрастает	X=0	Нечетная	У=0

Правила игры «FUNCTION и K°»

Как сдавать?

В игре используются две колоды: в одной (большой) колоде – карты с графиками функций, в другой (маленькой) – карты со свойствами функций. Перетасуйте каждую колоду. Из колоды с графиками выложите пять карт лицом вверх, рядом положите обе колоды лицом вниз.

Как ходить?

Игроки ходят по очереди. В течение своего хода игрок одну за другой набирает карты из колоды свойств. Задача игрока – взять в течение хода как можно больше карт и вовремя остановиться, чтобы не случился «перебор». В случае успешного хода игрок забирает набранные карты в свою стопку (для подсчёта в конце игры), в случае «перебора» карты свойств уходят в «биту». Игрок должен найти среди выложенных пяти функций такую, которая соответствует взятой им карте со свойствами. На каждой такой карте есть два признака: игрок выбирает любой из них на своё усмотрение (второй признак при этом игнорируется). Если игрок решает продолжить свой ход и берёт ещё карту – то теперь ему нужно найти функцию, соответствующую обеим картам со свойствами. То есть функция должна одновременно обладать каким-то свойствам на первой карте, и каким-то свойствам на второй карте (на каждой из карт по-прежнему может выбираться любое из свойств на усмотрение игрока).

Кто побеждает?

Когда заканчивается колода с признаками, игроки пересчитывают накопленные в ходе игры карты. У кого больше – тот и выиграл!

Вопросы по формулировкам?

D(f) – область определения функции.

E(f) – область значений функции.

X=0 – есть хотя бы одна точка графика функции для которой x=0.

У=0 – есть хотя бы одна точка графика функции для которой y=0.

Ни четная, ни нечетная – функция является ни четной, ни нечетной.

Четная – функция является четной.

Нечетная – функция является нечетной.

Возрастает – функция на всей области определения возрастает.

Убывает – функция на всей области определения убывает.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИСТОРИЧЕСКИХ И БИОГРАФИЧЕСКИХ ФАКТОВ В РАМКАХ ВНЕКЛАССНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

Магомедрагимова Э.В., Лютина М.А.,
Россия, г. Нижневартовск,
Нижневартовский государственный университет,
Факультет информационных технологий и математики
Научный руководитель: к. п. н., доцент Горлова С.Н.

Аннотация. В статье анализируется значимость исследования исторических фактов и биографических данных математиков с позиций требований ФГОС. Обоснована целесообразность их включения в групповые формы работы. Приведены задания для проведения внеклассных мероприятий.

Ключевые слова: исторические факты, групповые формы работы, результаты освоения основных образовательных программ.

USE OF HISTORICAL AND BIOGRAPHY FACTS IN MATH EXTRACURRICULAR ACTIVITIES

Magomedragimova E.V., Lyutina M.A.,
Russian Federation, Nizhnevartovsk,
Nizhnevartovsk State University,
Information Technology and Math Faculty
Scientific advisor: PhD in Pedagogical Sciences., Associate professor
Gorlova S.N.

Abstract. The article analyzes significance of historical facts and mathematician's biographies research according to GEF requirements. Expediency of its inclusion in group work strategies is justified. Examples for extracurricular activities are given.

Keywords: historical facts, group work strategies, results of covering basic educational programs.

Федеральными государственными образовательными стандартами общего образования задекларированы результаты предметной математической области: «формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры», «осознание значения математики в повседневной жизни», «предоставление об исторических факторах становления математической науки» [2].

Обозначенные выше ориентиры можно рассматривать как общую концепцию в обучении математике, в которой реализуется триединство прошлого, настоящего и будущего математического знания, его развития.

Вполне очевидно, что без обращения к историческим фактам в развитии математики, без обращения к биографическим аспектам невозможно целостное восприятие и самих математических знаний, их прикладной значимости.

Зачастую (особенно при изучении нового материала, при решении задач с использованием нестандартных приёмов и т.д.) от обучающихся можно слышать: «Кто это всё придумал?». Ключевое «придумал» синонимично некому ненужному, на их взгляд, вымыслу. Понятно, что за этим стоит желание обучающихся подтверждения практического применения математических знаний и фактов. (Проведенное среди обучающихся 9-10 классов анкетирование, к сожалению, свидетельствует об ограниченности представлений школьников об области применения математических знаний, и заканчивается в большинстве случаев арифметикой). Поэтому, по возможности, необходимо раскрыть для них истоки возникновения и происхождения того или иного знания, метода и т.д.

Систематическое привлечение сведений из истории математики способствует не только видению значения математического знания в повседневной жизни, но и при соответствующей организации их в структуру урока совершать мини открытия. Через обращение к жизни и деятельности великих математиков учитель имеет возможность познакомить учащихся с понятием творчества.

Исследование исторического материала в рамках обучения математике неоценимо с точки зрения формирования личностных результатов освоения учащимися основной образовательной программы.

Во-первых, демонстрация процесса и сложностей рождения нового знания, исторические свидетельства (в некоторых случаях) непризнания новых открытий профессиональным сообществом способствуют «мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности» [2].

Во-вторых, знакомство в процессе обучения математике с историческими биографическими фактами отечественной математики обеспечивает формирование патриотических ценностей, осознанию культуры родной страны, осмысление опыта отечественной математики и математического образование в целостной структуре математического знания, накопленного человечеством.

В-третьих, экскурсы в историю математики способствуют воспитанию отношения к другим представителям поликультурного мира.

Язык науки (а таковым является математический язык) способен объединять людей разных стран. Ярким примером может служить признание идей Н.И. Лобачевского за рубежом (например, К.Ф. Гаусс) во времена, когда его научные взгляды не нашли должной поддержки русских математиков.

На наш взгляд, нельзя переоценить роль групповых форм работы в процессе обращения к истории и биографическим фактам в развитии математики. Групповые формы уже сами по себе воспитывают адекватные взаимоотношения в коллективе, а на основе элементов истории математики – вдвойне. Кроме того, в групповых формах работы реализуется поисковая исследовательская деятельность [1].

Исследование исторических фактов, например, практические причины появления того или иного метода, повышают исследовательский потенциал занятий.

В рамках настоящей работы мы предлагаем задания для проведения внеклассного мероприятия по математике.

Конкурс «Разминка»: Назовите фамилию ученого по некоторым фактам из его биографии.

1. Этот учёный слушал лекции Коши, Фурье, Лапласа. Увлекался модой и пошивом одежду. *(Ответ: М.В. Остроградский)*

2. Именем этого математика назван кратер на обратной стороне Луны, а также один из самолётов Аэрофлота. Его математические идеи упоминаются в стихах И. Бродского как метафора. *(Ответ: Н.И. Лобачевский)*

3. Дважды Герой Социалистического Труда. Единственный математик, дом-музей которого организовали при его жизни. *(Ответ: И.М. Виноградов)*

4. Его именем названы астероид, а также медаль, учрежденная Лондонским университетом. *(Ответ: А.Н. Колмогоров)*

5. Его труд М.В. Ломоносов назвал «вратами учёности». Он впервые ввёл в русский язык математические термины «дробь», «знаменатель». *(Ответ: Л.Ф Магницкий)*

6. Этот математик всегда отличался невероятной трудоспособностью. Получил звание академика в 35 лет. За успехи в области самолётостроения удостоился нескольких Государственных наград. *(Ответ: М.В. Келдыш)*

Конкурс «Шифр»: учащимся предлагается «расшифровать» фамилии учёных. Задание рекомендуется использовать для групповой работы с классом.

1. ⬡❤▬□◠★△⏢●◆⬭ *(Ответ: Лобачевский)*
2. ⬡❤⬢❤♡❤⏢❤△ *(Ответ: Ломоносов)*
3. ⏢❤☼✸❤♡❤△ *(Ответ: Софронов)*
4. ●❤◇★⬡◎♡◆●❤△ *(Ответ: Котельников)*
5. ☼✸◆☆⬢□♡ *(Ответ: Фридман)*
6. ●❤△□⬡★△⏢●□⭘ *(Ответ: Ковалевская)*
7. ◠★▬✧▱⏢△ *(Ответ: Чебышёв)*
8. ⬢□▲♡◆◠●◆⬭ *(Ответ: Магницкий)*
9. ❤⏢◇✸❤▲✸□☆⏢●◆⬭*(Ответ: Остроградский)*

Конкурс «Задание на скорость»: Обучающимся необходим выход в Интернет. Каждому из них или отдельным группам предлагаются выдержки из биографий российских математиков. Используя данные сведения, учащиеся должны установить, о ком из учёных идёт речь.

1. В 1741 году этот учёный представил большое сочинение, поразившее всех своим названием: Elementa Chimiae Mathematicae («Элементы математической химии», на латыни). Химия и математика! *(Ответ: М.В. Ломоносов)*

2. Российский учёный, один из создателей неевклидовой геометрии, деятель университетского образования и народного просвещения. Английский математик Уильям Клиффорд назвал его «Коперником геометрии». *(Ответ: Н.И. Лобачевский)*

3. Этот математик, находясь в тюрьме, написал «Мемуар о распространении волн в цилиндрическом бассейне». Работа была представлена Парижской Академии наук. Знаменитый французский математик Коши писал о нем «Этот русский молодой человек одарён большой проницательностью и весьма сведущий». *(Ответ: М.В. Остроградский)*

4. В 1873 и 1874 годах этот математик написал работу «К теории дифференциальных уравнений в частных производных». После чего совет Геттингенского университета присудил учёному степень доктора философии по математике. *(Ответ: С.В. Ковалевская)*

5. В 1753 году ученый успешно закончил университет и представил научную работу на звание адъюнкта «О спрямлении дуг эллипса», о которой Эйлер дал положительный отзыв. В том же году он был утвержден в звании адъюнкта Академии. *(Ответ: М. Софронов)*

6. Этот учёный одним из первых освоил математический аппарат теории гравитации Эйнштейна и начал читать в университете курс тензорного исчисления как вводную часть к курсу общей теории относительности. В 1923 году вышла в свет его книга «Мир как пространство и время». *(Ответ: А.А. Фридман)*

7. Российский и советский математик и механик, доктор технических наук, лауреат Сталинской премии. Основные работы в области гидродинамики, теоретической механики в евклидовом и неевклидовых пространствах, теории механизмов. *(Ответ: А.П. Котельников)*

8. В теории вероятностей этот учёный систематически ввел в рассмотрение случайных величин и создал новый приём доказательства предельных теорем теории вероятностей — так называемый «метод моментов» (1845, 1846, 1867, 1887). *(Ответ: П.Л. Чебышёв)*

9. В 1703 году этот ученый составил первую в России учебную энциклопедию по математике под названием «Арифметика, сиречь наука

числительная с разных диалектов на славянский язык переведенная и во едино собрана, и на две книги разделена». Эта книга более пятидесяти лет использовалась в школах как учебник благодаря научно-методическим и литературным достоинствам. *(Ответ: Л.Ф. Магницкий)*

На первый взгляд, кажется, что задания достаточно простые. Однако, они предполагают из всего сказанного выяснить существенное, главное. Кроме того, здесь важна скорость.

Конкурс «Стиль эпохи»: Такое задание можно давать обучающимся 5-6 классов, рекомендуется выполнять в группах. При этом возможно исследование Интернета или литературы по истории математики. Для старших классов это задание предлагается без использования Интернета.

Дело в том, что непосредственно текст высказываний предполагает выполнение анализа на принадлежность его конкретной исторической эпохе в математике. Высказывания для конкурса подбирались таким образом, чтобы обучающиеся могли уловить стиль языка, выделить предметную область, о которой идёт речь; выделить исторические свидетельства и т.п. Такие задания способствуют глубокому анализу материала, формируют умение выдвигать гипотезы.

«Друзья мои, мои милые друзья! И в особенности вы, мои дорогие подруги. Несколько лет назад женщин, стремившихся к знанию, было мало – единицы. Теперь - сотни... Боритесь же за счастье быть самостоятельными, за право жить, работать и творить ради высшего идеала» *(Ответ: С.В. Ковалевская)*

«Без знания математики нельзя понять основ современной техники, ни того, как учёные изучают природные и социальные явления» *(Ответ: А.Н. Колмогоров)*

«Ученый должен идти по непроторенным путям, несмотря на препятствия» *(Ответ: Н.И. Лобачевский)*

«Много из математики не остаётся в памяти, но когда поймёшь её, тогда легко при случае вспомнить забытое» *(Ответ: М.В. Остроградский)*

«Неусыпный труд препятствия преодолевает» *(Ответ: М.В. Ломоносов)*

«Науки математические с самой глубокой древности обращали на себя особенное внимание, в настоящее время они получили ещё больше интереса по влиянию своему на искусство и промышленность» *(Ответ: П.Л. Чебышев)*

«Инженер, не владеющий математическими методами, - это не инженер, а монтёр… Инженер в полном смысле этого слова немыслим без знания математики. Ничего нельзя сделать без математики: мост построить нельзя, плотину – нельзя, гидростанцию – нельзя. Сокращать объём преподавания математики – преступление! Надо изучать её как можно в большем объёме, а главное – как можно основательнее» *(Ответ: А.Д. Александров)*

«Непозволительно пользоваться сомнительными рассуждениями, коль скоро мы решаем определённую задачу … которая представлена совершенно определённо с точки зрения анализа» *(Ответ: А.М. Ляпунов)*

«Поскольку наш мир устроен наисовершеннейшим образом и является творением всеведущего творца, во всём мире не происходит ничего такого, в чём не было бы воплощено какое-либо правило максимума или минимума» *(Ответ: Л. Эйлер)*

Организовать работу с этими высказываниями можно по-другому. Например, при затруднении обучающихся предложить список математиков. Ответы учеников должны быть грамотно обоснованы.

Конкурс капитанов:

Задания:

1. Назовите математические понятия, термины, имеющие в составе слова латинскую приставку «через», «сквозь». *(Ответ: диагональ и диаметр)*

2. Как по-русски называется высказывание, означающее с греческого «почёт», «уважение», «авторитет», «принятие положения»? *(Ответ: аксиома)*

Вопросы такого характера позволяют глубже понять математический язык, а через него и сами термины.

Конкурс «Домашнее задание»: Каждая команда заранее выбирает учёного, о заслугах которого предлагается написать небольшое стихотворение и представить его в ходе занятия.

Конкурс: «Блиц-опрос болельщиков»: задание предполагает небольшие вопросы с краткими ответами на них. Возможно проведение во время подсчёта баллов. Подобные задания позволяют систематизировать и углубить полученные знания об истории развития математики.

1. В какой стране была напечатана первая математическая книга? *(Ответ: Россия)*

2. В детской комнате этого математика стены были оклеены бумагой с записями лекций профессора Остроградского. О ком идёт речь? *(Ответ: С.В. Ковалевская)*

3. Кому принадлежат эти слова: «Математика – это язык, на котором говорят все точные науки»? *(Ответ: Н.И. Лобачевский)*

4. Во время Первой мировой войны этот учёный добровольцем ушел на фронт, составлял таблицы для прицельного бомбометания, участвовал в боевых вылетах. А после стал автором первой нестандартной модели Вселенной. *(Ответ: А.А. Фридман)*

5. Кого из рассматриваемых нами учёных можно назвать «Универсальным человеком»? *(Ответ: М.В. Ломоносов)*

6. Назовите автора первого в России учебного пособия по математике. *(Ответ: Л.Ф. Магницкий)*

7. Этот учёный являлся академиком Петербургской академии наук и еще 24 академий мира. Один из величайших русских математиков XIX века, наряду с Н.И. Лобачевским. О ком идет речь? *(Ответ: П.Л. Чебышёв)*

8. Кому принадлежат эти слова: «Стремящийся к ближайшему изучению химии должен быть сведущ и в математике»? *(Ответ: М.В. Ломоносов)*

9. В студенческие годы этот учёный отличался особой изобретательностью на шалости, и однажды даже приехал в университет верхом на корове. *(Ответ: Н.И. Лобачевский)*

Представленные задания можно использовать для проведения тематического внеклассного мероприятия по математике в различных формах. Польза от такого занятия заключается в том, что оно позволяет расширить кругозор обучающихся в области истории математики.

Литература

1. Гросс С.А. Групповые технологии на уроках математики как средство реализации ФГОС // Научное сообщество студентов XXI столетия. ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ: ст. ст. по материалам XL международной студенческой научно-практической конференции №3(40). URL: https://sibac.info/archive/guman/3(40).pdf (дата обращения: 05.11.2018)

2. Федеральные государственные образовательные стандарты // URL: fgosvo.ru

3. Иванова О.А. Исторический материал как средство формирования у учащихся начальных классов познавательного интереса к математике // Молодой ученый. – 2018. №13. – С. 122-124. – URL: http://moluch.ru/archive/199/4903/ (дата обращения: 03.11.2018)

РЕАЛИЗАЦИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ ПОТРЕБНОСТЕЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ЧЕРЕЗ ВНЕКЛАССНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕРОПРИЯТИЯ

Макарова Е.А.,
Россия, г. Нижневартовск,
Нижневартовский государственный университет,
Факультет информационных технологий и математики
Научный руководитель: к.п.н., доцент Горлова С.Н.

Аннотация. Внеклассные мероприятия по математике с использованием исторических фактов оказывают положительное влияние на формирование потребностей обучающихся в саморазвитии и самосоверщенствовании. В работе приводятся задания математической викторины, посвященной изучению биографии русского математика Н.И.Лобачесвского.

Ключевые слова: внеклассные мероприятия, исторические факты, биографические данные.

IMPLEMENTING THE COGNITIVE NEEDS OF LEARNERS THROUGH AFTER-SCHOOL MATH

Makarova E.A..
Russia, Nizhnevartovsk,
Nizhnevartovsk State University,
Faculty of Information Technology and Mathematics
Scientific adviser: Ph.D., Gorlova S.N.

Abstract. Extracurricular activities in mathematics using historical facts have a positive influence on the needs of students in self-development and samosovershhenstvovanii. In the work of the job are mathematical quiz, devoted to the study of biographies of Russian mathematics N.I. Lobachesvsky.

Keywords: extracurricular activities, historical facts, curriculum vitae.

Существуют различные формы внеклассной работы: математический кружок; неделя математики; математические вечера, утренники; различные соревнования, игры, математические бои, научно-исследовательская работа; профильные математические отряды в школьном лагере викторины, школьные олимпиады. Систематическое проведение данных форм внеклассной работы способствует укреплению математических знаний учащихся, приобретенных ими на уроках, расширению математического кругозора, развитию математических способностей, формированию интереса к самостоятельным занятиям математикой, повышению интереса к математике [1], [2].

Внеклассные мероприятия проводятся в свободное от занятий время, осуществляются под руководством и совместно с педагогом (классным руководителем, учителем-предметником, вожатым). Во внеклассную работу можно вовлечь родителей, учителей школы, интересных людей из других учреждений, учеников старших классов. Внеклассная работа одна из составных частей воспитательной системы школы, которая всегда согласована с руководством школы.

Действующий ФГОС [3] трактует внеклассную работу как деятельность, организуемую с классом, группой обучающихся во внеурочное время для удовлетворения потребностей школьников в содержательном досуге (праздники, вечера, дискотеки, походы), их участия в самоуправлении и общественно полезной деятельности, детских общественных объединениях и организациях. Следует заметить, что в развитии личности обучающегося, его способностей, реализации потребностей в саморазвитии играют существенную роль внеклассные мероприятия с экскурсами в историю математики, с изучением биографий великих математиков. Нельзя не переоценить не только образовательную роль таких занятий, но, что еще более значимо, – их воспитательную ценность. Кроме того, на внеклассных занятиях происходит развитие информационных компетенций ученика, поскольку мероприятия с историческими экскурсами могут быть организованы с использованием, например, интернета.

В Нижневартовском лицее ведется систематическая работа по проведению внеклассных мероприятий по математике. Определен целый комплекс мероприятий различного формата. В 2017 году 5 и 6 классах в рамках пришкольного лагеря был сформирован отряд «математиков». В течение недели члены отряда посещали по два занятия математики. В данный отряд попали учащиеся, которые набрали наибольшее количество баллов по результатам решения комплекса отборочных заданий. Первое занятие проводила Агаханова Ольга Назаровна, преподаватель математики физико-математического лицея № 5 г.Долгопрудный. Второе занятие проводил действующий преподаватель математики. На занятиях ребята работали с интересом, разбирали решение нестандартных и занимательных задач, старинных задач; акцентировалось внимание на аспектах применения математики в жизнедеятельности человека.

Заинтересовали обучающихся такие формы внеклассной работы, как математические бои, КВН, викторины, связанные с изучением биографий математиков. Математическая игра – это не только увлечение, это ещё и творчество, а также – труд. Эти формы работы развивают внимание, наблюдательность, память; умение работать в команде, эффективно общаться между собой; умение оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях.

В мае 2018 года, учащиеся приняли участие в математических боях, которые состоялись в городе Казани. Данный вид внеклассных занятий очень понравился ребятам, и по приезду они предложили систематически проводить математические конкурсы среди учащихся школ нашего города. Идея была поддержана и реализована на осенних каникулах в рамках школьного лагеря. Участие принимали не только ученики нашей школы, но и других школ города. Мероприятие было проведено в несколько этапов. Первый этап предполагал знакомство обучающихся с биографиями русских математиков. Этот этап был реализован на внутришкольном уровне. (Задания этапа, посвященные биографии Н.И.Лобачевского, приведены ниже.) На следующем этапе проведена ознакомительная подготовка к участию в математическом бое членов команд. Создали три отряда, два отряда учеников 5-х классов и один отряд учеников 6-х классов. Ребята, которые уже имели опыт участия в «Математических боях» в г.Казани, были помощниками – кураторами. Мы знакомили участников с правилами игры, рассматривали возможные стратегии решения задач в команде, учились докладывать задачу и оппонировать, проигрывали бои, для того чтобы ребята имели представление о проведении такого вида игры, проверили в свои силы и способности в умении решать и работать в команде.

Задания викторины, посвященные биографии Н.И.Лобачевского:

1. Н. И. Лобачевский родился в 1792 году. Свою самую известную теорему в «Записках физико-математического отделения» представил для напечатания в 1826 году. Через 30 лет Лобачевский умер. Сколько лет жил Н. И. Лобачевский?

2. В 1807 году Н.И. Лобачевский становится студентом Казанского университета, а в 2018 году исполняется 226 лет со дня рождения великого математики. В каком возрасте он стал студентом.

3. 23 февраля 2018 г. Исполнилось 2304 месяца «Неевклидовой геометрии». Определите год ее открытия.

4. В 2018 г. братьям Лобачевским вместе исполнилось 450 лет. Николай Лобачевский старше Алексея Лобачевского на 2 года. Определите годы рождения братьев Лобачевских.

5. Николай Иванович Лобачевский родился в 1792г. Первая его половина жизни окончилась в 1824г. Определите год его смерти.

6. Н. И. Лобачевский родился в ноябре 1792 года. В 1806 году стал студентом. Через 1867 дней окончил университет. Умер в феврале 1856г. Какого числа родился Н.И. Лобачевский, если число дня его рождения больше чем 16, но меньше чем 24 и кратно 5? Сколько лет учился Н.И. Лобачевский, если он родился в год, в котором 366 дней. Какого число скончался Н.И. Лобачевский, если число его смерти меньше 17, больше 10, и кратно 6? Сколько дней жил Н.И. Лобачевский? Сколько лет прожил Н.И. Лобачевский?

7. Н.И. Лобачевский родился 1 декабря 1792г, а умер 12 февраля 1856г. Сколько полных месяцев он прожил?

8. У великого математика Н.И. Лобачевского был ученик Иосиф Больцани, ставший впоследствии профессором Казанского университета. Когда Иосиф был совсем юным, он был младше своего будущего учителя в 14 раз, а спустя 11 лет он был младше Н.И. Лобачевского в 3 раза. Сколько лет было ученику и учителю, когда Иосиф был младше в 3 раза?

9. Петя выбрал какое-то натуральное число. Он умножил его на число рождения Н.И. Лобачевского по юлианскому календарю, потом из полученного числа вычел число его смерти по юлианскому календарю, умноженное на 5, и разделил его на количество лет, которые он преподавал в императорском Казанском институте. В итоге у него получилось число 17. Какое число загадал Петя?

10. Н.И. Лобачевский в течении 40 лет преподавал в Императорском Казанском университете, 48% из которых он руководил должностью директора. Сколько Лет Н.И. Лобачевский руководил университетом?

11. Н.И. Лобачевский в течении 40 лет преподавал в Императорском Казанском университете, в том числе 19 лет руководил в должности ректора,

в начале его карьеры в институте 1820- 1827 гг. работал деканом. Сколько процентов своей жизни он посвятил себя науке и работе в Казанском университете? Сколько процентов из проработавших в университете лет, он пробыл в должности «Декана»?

12. Н.И. Лобачевский – русский математик, один из создателей Неевклидовой геометрии, интересовался не только точными науками, но и увлекался сельским хозяйством, где ему тоже проходилось решать задачи, Одна из которых звучит так: «Из картофеля выходит 20% крахмала. Сколько крахмала выйдет из45 т картофеля?». Решите задачу.

13. У Н.И. Лобачевского было несколько наград. Вскоре он получил еще несколько, которые увеличили его количество на 40%. Сколько наград у него было изначально, если всего он получил 10 наград.

14. Когда Н.И. Лобачевскому было 15,5 лет он получил степень магистра, что составляет 25% от его прожитых лет. Сколько лет жил Н. И. Лобачевский?

Описанный опыт организации внеклассной работы может быть использован в любой школе. Учитель выбирает темы, к которым его учащиеся проявляют интерес. Можно изменить и способ изложения в зависимости от уровня знаний учащихся и наличия литературы по внеклассной работе. Необходимо учитывать возрастные особенности учащихся; при отборе содержания включать вопросы, выходящие за рамки школьной программы по математике; привлекать учащихся к подготовке и проведению внеклассных мероприятий. Можно применить другие формы работы в зависимости от условий работы в школе.

Внеклассная работа - это применение педагогом разных видов деятельности учащихся во внеурочное время, обеспечивающих условия, которые необходимы для развития личности ребенка.

Внеклассная работа создает большие возможности для решения воспитательных задач, стоящих перед школой. Работа в кружке, подготовка математического вечера и другие виды совместных работ способствует воспитанию у детей чувства коллективизма.

Внеклассная работа по математике играет важную роль в процессе обучения; создает предпосылки углубленного изучения математики, способствует выбору факультатива по математике, выбору поступления в математическую школу, самостоятельному изучению заинтересовавшего материала и т.д. Использование исторического материала и биографических данных русских математиков благотворно влияет на развитие познавательных потребностей обучающихся и формирование личности, готовой к саморазвитию.

Литература

1. Балк М.Б. Математика после уроков: пособие для учителей / М.Б. Балк, Г.Д. Балк. – М.: Просвещение, 1971. – 462 с.

2. Внеклассная работа по математике в 6–8 классах / Под ред. С.И.Шварцбурда. – М.: Просвещение, 1984. – 362 с.

3.Федеральный государственный образовательный стандарт общего образования. URL.: https://fgos.ru/

СТИМУЛИРОВАНИЕ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9-11 КЛАССОВ В РАМКАХ ВНЕКЛАССНОГО МЕРОПРИЯТИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КВН»

Семенова Е.Е.,
Россия, г. Нижневартовск,
Нижневартовский государственный университет,
Факультет информационных технологий и математики
Научный руководитель: к.п.н., доцент Горлова С.Н.

Аннотация. Внеклассная работа – это составная часть образовательной среды, одна из форм организации досуга учащихся. Развивающие игры, в том числе математический КВН, оказывают существенное влияние на формирование умственных способностей учащихся, способствуют глубокому пониманию и усвоению математики, а также формируют исследовательские умения. В работе представлен сценарий математического КВН для старшеклассников.

Ключевые слова: внеклассное мероприятие, математический КВН, учебно-познавательная деятельность.

STIMULATION OF TRAINING AND LEARNING ACTIVITIES AMONG HIGH SCHOOL PUPILS THROUGH AN EXTRACURRICULA WORK SUCH AS "MATHEMATICAL CLUB OF MERRY AND QUICHWIFFED"

Semenova E.E.
Russia, Nizhnevartovsk,
Nizhnevartovsk State University,
Faculty of Information Technology and Mathematics
Scientific adviser: Ph.D., Gorlova S.N.

Abstract. Extracurricular work is an integral part of the educational environment, one of the forms of leisure activities of students. Educational games, including mathematical KVN, have a significant impact on the formation of mental abilities of students, contribute to a deep understanding and assimilation of mathematics, as well as form research skills. The paper presents the scenario of the mathematical Club of Cheerful and Resourceful for high school students.

Keywords: extracurricular activities, math club, educational-cognitive activity.

Современный этап развития математического образования во всем мире, в том числе и в Российской Федерации, характеризуется интенсивной сменой его содержания. Поскольку в современном мире на первом месте находится личность, которой в неустанно движущемся обществе необходима реализация, в образовании происходит переход от накопления суммы знаний к созданию условий для развития творческой личности. Принято считать, что учебный процесс в школе направлен на получение учащимся таких качеств, навыков и уровня образованности, которые в будущем помогут ему достичь высокого социального статуса.

Тем не менее, современные программы и методика обучения рассчитаны на усвоение учениками базового понятийного аппарата и нацелены на то, чтобы ученики овладели необходимыми и достаточными знаниями формул, теорем и могли применить их. Вследствие чего происходит неизбежное разрушение целостности образовательной среды. Все это приводит к необходимости индивидуализации обучения, одной из форм которой является внеклассная работа.

За последние года возникли новые направления внеклассной деятельности, имеющие не только большое практическое значение, но и большой познавательный интерес, а также произошло развитие и преобразование видов и форм внеклассной работы. Одним из таких является математический КВН. Бабанский Ю.К., Сластенин В.А., Сорокин Н.А и другие утверждают, что Клуб Веселых и Находчивых играет очень важную роль во внеклассной работе, так как относится к познавательным играм, использование которых является ценным методом стимулирования интереса к учебе [1, с.404-405]. **Противоречие** состоит в том, что в методологических пособиях, книгах данная форма проведения внеклассной работы практически не освещена, а существующая информация изложена в неполном объеме, вследствие чего математический КВН редко задействован в процессе обучения.

Математический КВН – это внеклассное мероприятие, направленное на стимулирование учебно–познавательной деятельности учащихся и развития их творческой состязательности.

КВН по математике отвечает следующим основным целям:

1. Пробуждение и развитие устойчивого интереса учащихся к математике и ее приложениям.
2. Расширение и углубление знаний учащихся по программному материалу.
3. Развитие у учащихся умения самостоятельно и творчески работать с учебной и научно-популярной литературой.
4. Расширение и углубление представлений учащихся о практическом значении математики.
5. Расширение и углубление преставлений учащихся о культурно-исторической ценности математики.
6. Развитие всех видов мышления, в том числе и творческого, а также развитие воображения, познавательной активности, находчивости и смекалки.
7. Совершенствование навыков группой работы и развитие самостоятельности, чувства взаимопомощи, умения преодолевать трудности [2, с.337-338].

Задачи КВНа для школьников 5–9 классов задачи носят прикладной характер:

1. Научить применять математические знания в повседневной жизни;
2. Развить интерес к углублённому изучению предмета;
3. Обучить аргументированной защите своей точки зрения.

Старшеклассники с помощью математического КВН развивают навык критического осмысления заданий и учатся творческому подходу к переработке и представлению информации.

Традиционно математический КВН включает следующие элементы: Начинаются соревнования с конкурса «Приветствие». Ритуал приветствий судей и соперников пришел в игровые конкурсы из спортивных соревнований. Однако если в спорте приветствия проходят в строго канонизированных формах, то в клубных играх неизменен только сам факт приветствия, а его конкретное содержание и форма — плод выдумки участников [3, с.17].

Следующий конкурс – «Разминка». С помощью жребия определяется порядок выступления команд. Ведущий зачитывает вопросы командам по очереди, при этом не допускаются выкрикивания других команд и болельщиков. Члены команды имеют право посовещаться и после этого дать ответ, время на размышление не более 10 секунд.

Центральным моментом многих игровых состязаний является проверка «Домашнего задания». Как показывает само название, эти задания готовятся заблаговременно. Все участвующие в конкурсе команды обычно получают одинаковую тему. Задача команды — остроумно разработать ее [3, с.18].

Далее самый активный конкурс – «Эстафета». Данный конкурс строится по принципу спортивной эстафеты, только вместо полосы препятствий участники сталкиваются с задачами, требующими решения. Побеждает команда, которая не только решит задачи быстрее остальных, но и наберет как можно больше правильных ответов.

Заключительный конкурса – «Конкурс капитанов». Отличительная черта конкурса – в нем участвуют только капитаны команд. Основа заданий – логические загадки и головоломки.

Во время «Конкурса капитанов» проводят игры для членов команд, болельщиков и зрителей. Это могут быть подвижные игры или игры, в основе которых лежит принцип «кто больше назовет что-либо».

Конкурсы в игре могут варьироваться, придумываться новые. Все зависит от задумки и творчества организаторов игры.

Важную роль играет процедура награждения победителей. Класс можно наградить грамотой директора школы, ученикам вручить грамоту, книгу или другой ценный для ученика подарок в торжественной обстановке, например на вечере по предмету [4, с.41].

Сценарий КВН по математике для 10-11 классов

Ведущий: Добрый день, дорогие участники и гости. Мы рады приветствовать вас на математическом КВНе. Девиз сегодняшнего мероприятия: «Недаром смекалка ребятам дана, во всем и везде помогает она».

Разрешите познакомить вас с заповедями конкурса:

- Не отдавай соперникам ничего, кроме дани восхищения.
- Проиграли – не расстраивайтесь: в следующий раз выиграете.
- Выиграли – не обольщайтесь: в следующий раз можете проиграть.

Пора познакомиться с членами жюри (представляет членов жюри).

И от всего состава жюри сказать напутственные слова приглашается (объявляет имя).

Выступление жюри.

Ведущий:

И пускай сильней кипит борьба,
Острей соревнование.
Успех решает не судьба,
А только ваши знания.

Итак, начинаем игру. Команды, вам приветственное слово.

КОНКУРС 1 (6 минут). Приветствие

Ведущий: Здорово! Мы познакомились с командами, и я могу уверенно сказать, что сегодня собралась отличная компания.

А мы не останавливаемся и переходим к следующему конкурсу – «Разминка». Командам поочередно будут задаваться по 3 вопроса, если отвечаете правильно после перового – получаете 3 балла, после второго – 2 балла и после третьего – 1 балл. Ваша задача понять о ком идет речь.

КОНКУРС 2 (10 минут). Разминка

Вопросы для первой команды:

1. В 18 лет ОН покинул родной дом, чтобы объехать мудрецов в разных краях света, и добрался до Египта.
2. Древнегреческий философ, математик и мистик.
3. С ЕГО именем связана одна из важнейших теорем математики о треугольниках.

Пифагор.

Вопросы для второй команды:

1. Покинул родной дом, потому как считал, что получает недостаточно знаний, отправился в Александрию, где трудились самые светлые умы древности.
2. После обучения вернулся в Сиракузы и вступил в должность астронома.
3. ОН изучал механику, физику и математику, к его заслугам также относятся эксперименты по геометрической оптике.

Архимед

Вопросы для первой команды:

1. ОН к восьми годам освоил латынь, в двенадцать лет приступил к изучению греческого языка, а следом изучает логику, философию, математику и некоторые другие области.

2. Благодаря открытию счетной машины ЕГО принимают в Королевское сообщество.

3. ЕГО обвиняют в плагиате идей Ньютона. Впоследствии одна из открытых формул носит двойное название.

Г. Ф. Лейбниц.

Вопросы для второй команды:

1. ОН учился в Казанской гимназии, где благодаря преподавателю Г.И. Карташевскому в НЕМ просунлся интерес к математике.

2. Одна из первых работ «Теория эллиптического движения небесных тел».

3. ЕГО работа «Воображаемая геометрия» заинтересовала немецкого ученого К.Ф. Гаусса.

Н. И. Лобачевский

Ведущий: Чувствую, что борьба у нас будет нешуточная, команды то все какие сильные! Не сбавляем темпы и переходим к проверке домашнего задания.

КОНКУРС 3 (10 минут). Домашнее творческое задание. (Заранее участники получают тему «Как Лобачевский модель Пуанкаре составлял», перед написанием миниатюры, ученикам предлагается изучить историческую справку о данной модели)

Ведущий: Как же весело и оригинально команды представили свои миниатюры!

А теперь члены каждой команды должны прорекламировать математическую теорему, а какой именно узнаем прямо сейчас, капитаны команд, прошу вас подойти и вытянуть по 2 листика (на первом – теорема Пифагора, на втором – теорема Виета, на третьем – линейка, на четвертом - карандаш).

Время на подготовку 3 минуты. А пока наши команды готовятся, поиграем с болельщиками. Чтобы команде больше баллов набрать, ее болельщики по очереди должны называть как можно больше пословиц и поговорок, в тексте которых есть числа. Каждая поговорка дает команде 1 балл.

КОНКУРС БОЛЕЛЬЩИКОВ (3 минуты).

Ведущий: огромное спасибо должны сказать команды своим болельщикам, ведь они им помогли так много баллов набрать! Надеюсь, что все команды успели хорошо подготовиться, ведь пришло время рекламной паузы.

КОНКУРС 4 (5 минут). Рекламная пауза

Ведущий: нам надо срочно связаться с телевидением! Столько идей для рекламных роликов не должны пропадать без широкой огласки.

Передаю слово жюри для объявления промежуточных результатов.

Жюри объявляют баллы и говорят ободряющие слова.

Ведущий: самый шумный и веселый конкурс поджидает нас, и что ж таить, не самый легкий, но кто-то важные слова написал:

Чтобы спорилось нужное дело
Чтобы в жизни не знать неудач,
Мы в поход отправляемся смело
В мир загадок и сложных задач.
Не беда, что идти далеко,
Не боимся, что путь будет труден.
Достижения крупные людям
Никогда не давались легко.

Немного о правилах конкурса: Перед вами представлены карточки с именами известных математиков и карточки с их работами, вам необходимо по очереди верно сопоставить их. Один участник может собрать только одну пару, за исключением последнего участника команды, который должен распределить последние две пары карточек. В конкурсе оцениваются верные ответы и скорость выполнения.

Ответы:

С. В. Ковалевская – Открытие третьего классического случая решаемости задачи о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки

С. Жормен – Доказательство «Первого случая» теоремы Ферма для простых чисел

Андре-Мари Ампер – «Научный очерк математической теории электродинамических феноменов»

Б. Паскаль – «Новейшие опыты касательно вакуума» и «Трактат об арифметике треугольника»

Евклид – Разделил аксиомы на две группы и назвал их «постулаты»

К. Ф. Гаусс – «Арифметические исследования», теорема простых чисел, доказывает закон взаимности квадратичных вычетов

О. Л. Коши – «Теория функций комплексного переменного», дает определение «вычета функции»

КОНКУРС 5 (10 минут). Эстафета

Ведущий: Все участники молодцы! Вы – пример для всех школьников, а капитаны должны быть во всем примером своим командам. Дорогие капитаны, просим вас занять выделенные места и приступить к решению поставленных задач (им предлагается начертить полоскать Фано и ответить на вопрос: сколько можно изобразить треугольников на плоскости Фано?).

КОНКУРС 6 (10 минут). Конкурс капитанов

Ведущий: Пока команды решают задачи, мы проведем конкурс болельщиков.

Ведущий: Вам предлагаются слова: уравнение, геометрия. Выберите одно из них. На каждую букву вы должны придумать математический термин или слово, так или иначе связанное с математикой, а также составить как можно больше слов из данного вам.

КОНКУРС БОЛЕЛЬЩИКОВ.

Один из представителей болельщиков каждой команды зачитывает ответы.

Оцениваются решения капитанов.

Ведущий: Вот и подошло к концу наше веселое мероприятие! Уважаемое жюри, подводим итоги.

Жюри объявляет итоги всех конкурсов и награждает победителей и призеров.

Литература

1. Бабанский Ю.К., Сластенин В.А., Сорокин Н.А и др. Педагогика: Учеб. Пособие для студентов пед. ин-тов. / Под ред. Ю.К. Бабанского. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Просвещение, 1988. – 479 с.
2. Златопольский Д.М. Внеклассная работа // Информатика: Приложение к «Первому сентября». – 2001. – №44.
3. Колягин М. А., Оганесян В. А., Саннинский В. Я. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. институтов. – М., «Просвещение», 1975. – С. 462.
4. Ясвин В.А. Образовательная среда: от моделирования к проектированию. – М.: Смысл, 2001. – 365 с.

"СВОЯ ИГРА" ЖИЗНЬ И ТВОРЧЕСТВО Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО

Сидубаева Т.В.,
Россия, г. Самара,
Самарский государственный социально-педагогический университет,
факультет математики, физики и информатики
Научный руководитель: доцент кафедры физики, математики и методики обучения Иванюк. М.Е.

Аннотация. В статье приводится сценарий внеклассного мероприятия, посвященного изучению жизни и деятельности великого математика внесшего большой вклад в историю математики Н.И. Лобачевского. Данная игра позволяет закрепить историю жизни о великом ученом.

Ключевые слова: история жизни и деятельности Лобачевского, внеклассное мероприятие.

"JEOPARDY" THE LIFE AND WORK OF N. I. LOBACHEVSKY

Sidubaeva N.V.,
fifth-year student of Faculty of Mathematics,
Physics and Computer Science
M.E. Ivanyuk, candidat of pedagogical science, associate professor
Samara State Universite of Social Sciences and Humanities, Samara (Russia)

Abstract. The article presents the scenario of extracurricular activities dedicated to the study of the life and work of the great mathematician who made a great contribution to the history of mathematics N. I. Lobachevsky. This game allows you to consolidate the life story of a great scientist.

Keywords: history of the life and work of Lobachevsky, extra-curricular activities.

Сценарий внеклассного мероприятия.

Немаловажная роль в формировании интереса у учащихся к предмету отводится играм на уроках математики, как современному методу обучения и воспитания. Материал изучаемый во время игры усваивается учащимися намного легче. Игровые формы обучения на уроках создают возможность эффективной организации взаимодействия педагога и учащихся, продуктивной формы их общения с присущими им элементами соревнования, непосредственности, неподдельного интереса. В игре заложены огромные воспитательные и образовательные возможности.

Вашему вниманию предлагается интеллектуальная игра “Своя игра для математиков” посвященная изучению жизни и деятельности великого математика внесшего большой вклад в историю математики Н.И. Лобачевского. Данная игра позволяет закрепить учащимся изученные сведения о великом ученом.

Правила игры

Игра представляет собой три раунда, два из которых включают в себя по 20 вопросов, а третий финальный раунд состоит всего из одного вопроса. Вопросы первых двух раундов сгруппированы в 4 темы по 5 вопросов. Стоимость вопросов: 100, 200, 300, 400, 500 баллов - в первом раунде; 200, 400, 600, 800, 1000 баллов - во втором.

Игроки имеют право, но не обязаны отвечать на заданный вопрос. Право ответа получает игрок, первым нажавший кнопку после сигнала. Игрок, нажавший кнопку до сигнала, наказывается «фальстартом». За верный ответ, игрок получает баллы, равные стоимости вопроса, если же ответ неверный, то количество баллов отнимается.

В первых двух раундах, вместо любого вопроса игроку могут выпасть "кот в мешке" или "аукцион". Количество "котов в мешке" и "аукционов" в каждом раунде и их расположение не регламентируется. "Кот в мешке" - вопрос, тема и стоимость которого в начале игры не объявляется. Игрок, выбравший "кота", обязан отдать его любому из своих соперников. После этого называется тема вопроса и его стоимость. "Аукцион" - вопрос разыгрывается с игроком, назначившим за него наибольшую цену на торгах. Очерёдность подачи заявок определяется ведущим игры. Ставка "ва-банк" перебивается только большим по сумме "ва-банком". Если сумма на счету игрока меньше начальной стоимости вопроса, следует автоматическая ставка, равная номиналу вопроса. Ставки на "аукционе" кратны 100. Отсутствие ответа на "кота в мешке" и на "аукцион" приравнивается к неправильному ответу.

В финальном раунде из пяти предложенных тем игроки выбирают одну. Стоимость вопроса финального раунда определяет для себя каждый игрок, исходя из набранной в предыдущих раундах суммы. Минимальная ставка - 1 балл, максимальная - "ва-банк". Если сумма баллов у двух или трех игроков равны, то проводится "перестрелка" - 5 вопросов одной темы. При сохранившемся равенстве сумм "перестрелка" продолжается до выявления победителя. Победителем игры становится игрок, набравший наибольшее количество баллов после финального вопроса или после окончания "перестрелки".

Вопросы первого раунда

Биография Лобачевского

100 баллов – Сколько братьев было у Н. И. Лобачевского? Ответ: «Два»

200 баллов –Как звали Жену Лобачевского на которой он женился в 1832? Ответ : Варвара Алексеевна Моисеева

300 баллов - В каком году Лобаческий был избран ректором Казанского института на тайном голосовании? Ответ: в 1827.

400 баллов - В каком году по энтузиазму Лобачевского при университете была построена одна из лучших обсерваторий того времени? Ответ (1838)

500 баллов – Членом-корреспондентом какого общества был избран Лобачевский европейскими учеными в 1842 году? (Гёттингенского научного общества)

Ученики Лобачевского

100 баллов – Кем из учеников Лобачевского в 1859г., было написано пособие: «Сферическая тригонометрия»? Ответ: Е. Янишевским

200 баллов – Кем из учеников Лобачевского, было написано пособие: «О значении некоторых интегралов и сумм»? Ответ: А. Ф. Попов.

300 баллов - Ректор университета Лобачевский решил, что талантливый молодой учёный сможет вывести кафедру химии на достойный такого учебного заведения уровень. О ком идет речь? Ответ: Н.Н. Зинин

400 баллов – Н. И. Лобачевский обратил на него внимание, в мае 1844 г он успешно сдал сразу два экзамена: за гимназический курс и на степень кандидата университета, для чего представил диссертацию: «Об интегрировании линейных дифференциальных уравнений». О ком идет речь? Ответ: Иосиф Антонович Больцани.

500 баллов – Ученик Н. И. Лобачевского, сделался его преемником, став в 1846 году профессором по кафедре чистой математики Казанского университета. Ответ: А. Ф. Попов.

Достижения

100 баллов – Кто разработал метод приближённого решения уравнений любой степени. Ответ: Лобачевский

200 баллов – Наряду с большой административной и педагогической работой Лобачевский, занимался и наукой, ему в то время было всего 34 года, когда он решил «многовековую» проблему V постулата из «Начал». Что создал Лобачевский? Ответ: (неевклидова геометрия).

300 баллов - Вопрос Аукцион.. Какую степень он получил в 19 лет? Ответ: Степень магистра.

400 баллов – Название статьи в которой было впервые опубликовано открытие Лобачевского? Ответ: Новые начала геометрии с полной теорией параллельных». («Учёные записки Казанского университета», 1835 г.).

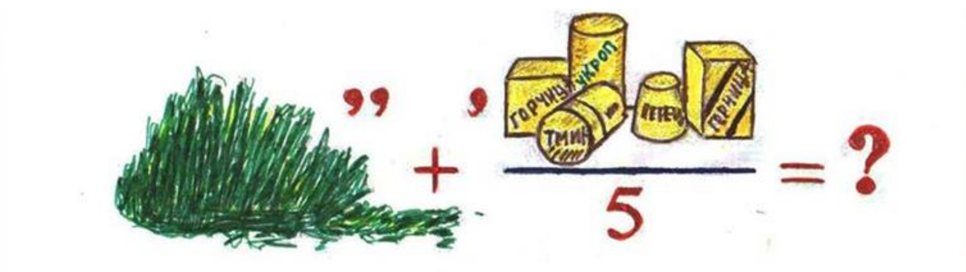
500 баллов – В гимназии, Лобачевский пристрастился к пиротехническим опытам. Как он был за это наказан? Ответ: попал в карцер.

Ребусы

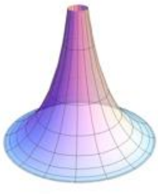
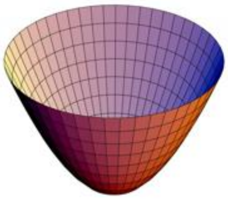
100 баллов –

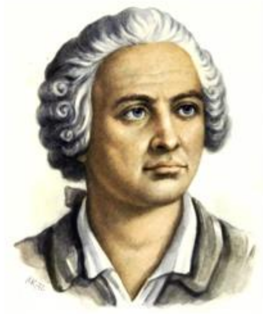
200 баллов –

300 баллов – Разгадав ребус, вы узнаете как называли четырехугольник отличный от параллелограмма во времена Евклида?



400 баллов – псевдосфера?


500 баллов –   

Вопросы второго раунда

Вклад в математику

200 баллов – На основе каких принципов Лобачевский впервые проводил изложение вопросов планиметрии и стереометрии. Ответ: «Фузионизма»

400 баллов – Что в разделе алгебры разработал Лобачевский независимо от Ж. Данделена? Ответ: метод приближённого решения уравнений.

600 баллов – Какой подход Лобачевский разработал и рекомендовал в преподавании по каждому предмету физико-математического цикла? Ответ: «Исторический»

800 баллов - Лобачевский отличился не только в точных науках, но также внедрял различные новшества куда? Ответ: Сельском хозяйстве

1000 баллов - Труды Лобачевского не забыты до сих пор, однако сам ученый опасался, что его работы позабудут после его смерти. Какие слова произнес перед смертью, Лобачевский? Ответ: И человек родился, чтобы Умереть.

О геометрии

200 баллов – Николай Лобачевский, анализируя попытки доказать V постулат, сделал чрезвычайно смелый вывод о его недоказуемости. Раз V постулат недоказуем как теорема, то принципиально возможна другая геометрия, отличная от евклидовой,- неевклидова геометрия, отправной точкой которой является? Ответ: отрицание V постулата.

400 баллов – Лобачевский получил ряд ценных результатов и в других разделах математики: так, в алгебре он разработал, независимо от Ж. Данделена, метод приближённого решения уравнений, в математическом

анализе получил ряд тонких теорем о тригонометрических рядах. Какое еще понятие он уточнил? Ответ: Непрерывной функции.

600 баллов – Сколько постулатов сформулировал Лобачевский? Ответ:5

800 баллов – Геометрию Лобачевского называли неевклидовой геометрией или? Ответ: Гиперболической геометрией

1000 баллов - За время работы в университете он вёл курсы по геометрии, тригонометрии, алгебре, анализу, теории вероятностей, механике, физике, астрономии и даже гидравлике, часто замещал отсутствующих преподавателей. Какую еще должность занимал Лобачевский? Ответ: Библиотекарь

Разное

200 баллов – Как звали педагога, который оказал большое влияние на Лобачевского, во время обучения в институте? Ответ: Бартельс

400 баллов –В 1948 году А. А. Андронов опубликовал статью по поводу даты и места рождения Лобачевского, в которой указывал, что точной датой рождения математика следует считать 20 ноября 1792 года (по старому стилю). А в каком городе он родился? Ответ: Нижний Новгород

600 баллов - Женился на молодой богатой помещице. В приданое получил деревню Полянки в Спасском уезде Казанской губернии и несколько десятков крепостных душ в Тверской губернии. Сколько раз еще был женат Лобачевский? Ответ:0

800 баллов - Последние годы Лобачевского были тяжелыми: увольнение из университета, смерть старшего сына, финансовые затруднения. Какой недуг перед смертью поджидал ученого? Ответ: Слепота.

1000 баллов -200-летие Лобачевского отмечалось в 1992 году. Что было выпущено Банком России в честь этой даты? Ответ: Монета

Ученые математики

200 баллов – Основоположником какой школы в Казани Б.В. Болгарский считает Лобачевского? Ответ: (методической школы)

400 баллов – Как звали венгерского математика разработавшего похожую неевклидову геометрию, но его результаты были опубликованы лишь в 1832 г. Ответ: «Янош Бойяи»

600 баллов – Как звали немецкого математика обобщившего открытия Бойяи и Лобачевского В 1854 г., показав, что при существующем числе измерений могут существовать различные неевклидовы геометрии. Ответ: «Бернхард Риман»

800 баллов - У Лобачевского уже в гимназии проявился интерес к математике и языкам. Благодаря этому человеку. Ответ: «Г. И. Карташевского»

1000 баллов – В какое время года году умер Лобачевский? Ответ: Зима

Финал “Своя игра”

Продолжите цитату Лобачевского: Жить – значит чувствовать, наслаждаться жизнью, чувствовать непрестанно новое, которое бы напоминало, что мы живем (Будем же дорожить жизнью, пока она не теряет своего достоинства.)

Литература

1. Гильмулин М.Ф. История математики: Учебное пособие/ Екатеринбург: Ridero, 2018.-456.
2. Пиковер К.А., Великая математика, от Пифагора до 57-мерных объектов, Бином. ЛЗ. 2014. — 543 с.
3. Материалы международного форума по математическому образованию, посвященного году Лобачевского в КФУ Н.И. Лобачевский и математическое образование в России IFME – 2017.

ПРОВЕДЕНИЕ УРОКА В МАТЕМАТИЧЕСКОМ КРУЖКЕ ПО ТЕМЕ «ФРАКТАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Тагиров Т.М., Тагиров К.М.,
Россия, г. Нижневартовск,
Нижневартовский государственный университет,
Факультет информационных технологий и математики
Научный руководитель: к.ф-м.н., доцент Дмитриев Н.П.

Аннотация. Данная статья представляет собой конспект урока по фрактальной геометрии для старшеклассников (10-11 классов). Урок был проведен в математическом кружке при кафедре физико-математического образования НВГУ [3; с. 6].

Ключевые слова: математический кружок, фрактал, фрактальная геометрия, фрактальные кривые.

LESSONS IN THE MATH CIRCLE
ON THE SUBJECT OF "FRACTAL GEOMETRY»

Tagirov T.M., Tagirov K.M.
Russia, Nizhnevartovsk,
Nizhnevartovsk State University,
Faculty of Information Technology and Mathematics
Scientific adviser: Phys.-M. D., associate Professor Dmitriev N.P.

Abstract. This article is a summary of the lesson on fractal geometry for high school students (10-11 grades). Commentary (the lecture was given in the mathematical circle at the Department physical and mathematical education of NVSU [3; p. 6]).
Keywords: Math circle, fractal, fractal geometry, fractal curves.

0. Начала

Слово «фрактал» с латинского языка означает дробленный, разбитый. Отсюда и следует его определение.

Определение. Фракталом называют множество, элементы которого обладают свойством самоподобия (объект в точности или приближённо совпадающий с частью самого себя). Фрактальные множества в евклидовом пространстве могут иметь дробную метрическую размерность либо в смысле Минковского, либо Хаусдорфа. Самоподобные фигуры, повторяющиеся конечное число раз, называют предфракталами.

Термин «фрактал» ввёл в 1975 году французский и американский математик польского происхождения Бенуа Мандельброт (рис. 1). Широкую известность определение получило с выходом книги «Фрактальная геометрия природы» [2].

Рис. 1. Бенуа Мандельброт

1. Размерность

Для введения размерности Минковского (грубой размерности) школьникам необходимо дать некоторые сведения о пределах.

Определение. Функция *f(x)* имеет предел *l* в точке x_0, если для всех значений *x*, достаточно близких к x_0, значение *f(x)* близко к *l*. В символах математической логики это определение имеет вид:

$$f(x) \to l \;\; (x \to x_0) \;\Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \, \exists \partial = \partial(\varepsilon) > 0: \; \forall x (x \in A, 0 < |x - x_0| < \partial) \;\Rightarrow\; |f(x) - l| < \varepsilon$$

[1; с. 56]

Далее рассмотрим некоторые простейшие свойства пределов, доступные для восприятия школьниками старших классов:

Если $f_1(x) \to l_1$, $f_2(x) \to l_2$ (при одном и том же виде стремления аргумента *x*), то:

1. $f_1(x) \pm f_2(x) \to l_1 \pm l_2$
2. $f_1(x) \cdot f_2(x) \to l_1 \cdot l_2$
3. $\dfrac{f_1(x)}{f_2(x)} \to \dfrac{l_1}{l_2}$ при $l_2 \neq 0$ [1; с. 57]

Для введения понятия размерности пространства нам понадобится следующее определение метрического пространства.

Определение. Метрическим пространством называют такое непустое множество, в котором между любыми двумя элементами, определено расстояние, называемое метрикой и подчиняющееся некоторым аксиомам.

Размерность ограниченного множества в метрическом пространстве в смысле Минковского равна:

$$p(n) = \frac{\ln(N_\varepsilon)}{\ln(\varepsilon)} \to R \;\; (\varepsilon \to 0),$$

где N_ε — минимальное число множеств диаметра ε, которым можно покрыть наше множество, *R* — размерность.

Размерность конечного множества равна нулю, так как для него $p(n)$ не превосходит количества элементов в нём.

Задачи для самостоятельной работы школьников:

1. Подсчитать размерность отрезка [0;1]. Указание: $N_\varepsilon = \dfrac{a}{\varepsilon}$, где *a* — длина отрезка.

Ответ: 1.

2. Подсчитать размерность квадрата с единичной длиной.

Ответ: 2.

Большое число интересных примеров приведено в книге Мандельброта [2; с. 535].

2. Фракталы

Первые фрактальные кривые заинтересовали математиков в XIX веке. Самоподобные множества появились в результате изучения недифференцируемых функций, таких как функция Больцано, функция Вейерштрасса, множество Кантора.

Канторов дисконтинуум или канторова пыль, так странно называют простейший фрактал, который описал в 1883 году Георг Кантор (рис. 2). Есть множество определений этого множества, но мы даем старшеклассникам классическое построение множества Кантора. А именно, дан отрезок на вещественной прямой [0;1]. Удалим из него среднюю треть, то есть интервал $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$. Таким образом, мы получили два отрезка. Удалим теперь у каждого из них среднюю треть. И так же повторим для четырёх новых отрезков. Далее таким же образом будем удалять среднюю треть у всех полученных отрезков. Тогда в пределе мы получим Канторово множество.

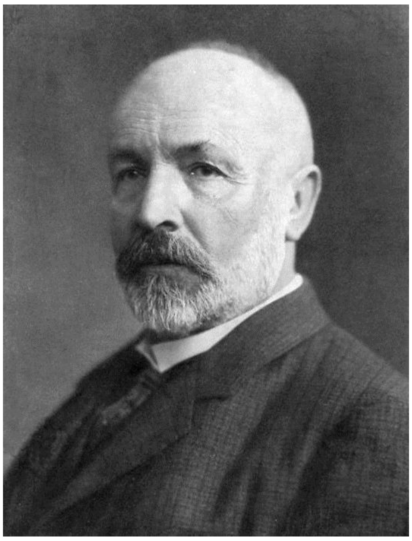


Рис. 2. Георг Кантор, немецкий математик, ученик Вейерштрасса

Задачи для самостоятельного решения:

1. Пошагово построить множество Кантора (до определённого шага).

Ответ: (рис. 3).

Рис. 3. Множество Кантора

2. Подсчитать метрику (длину) множества Кантора.

Указание: посчитаем длину того, что мы удаляем при каждом шаге, получим бесконечную геометрическую прогрессию. Зная сумму первых членов геометрической прогрессии можно и посчитать бесконечную сумму: $\frac{(b_1 - b_1 q^n)}{(1-q)} = \frac{b_1(1-q^n)}{(1-q)}$ заметим, что $q<1$, и $n \to \infty$, так как членов бесконечно много, то $q^n \to 0 \Rightarrow$ и сумма равна $\frac{b_1}{(1-q)}$.

Ответ: 0.

3. Вычислить размерность Минковского для Канторова множества. Указание: разбивается на две части, коэффициент подобия $\frac{1}{3}$.

Канторово множество континуально, то есть оно не счётно. Это как множества с конечным числом элементов мы можем посчитать, или ряд натуральных чисел у каждого числа есть свой номер (соответствующий числу), целые числа так же счётны (мы можем считать так 0 — это первый элемент, 1 — второй, -1 — третий и т. д.). Но вот, например, вещественные числа мы не можем сосчитать, так же количество точек в каком-либо отрезке, такие множества и называют континуальными, как и множество Кантора.

Ковёр Серпинского — это двумерный аналог множества Кантора, построенный Вацлавом Серпинским (рис. 4). Пусть K_0 — единичный квадрат. Поделим его параллельными, сторонам, прямыми на 9 равных квадратов со стороной $\frac{1}{3}$ удалим внутренность центрального полученного квадрата. Оставшиеся 8 квадратов обозначим через K_1. Повторим процедуру с остывшими квадратами из K_1, и так продолжим до бесконечности. Ковер Серпинского это и есть пересечение всех полученных множеств K_n.

Рис. 4. Wacław Sierpiński, польский математик автор множества трудов

Далее предлагаем школьникам решить следующие задачи:

1. Пошагово построить ковёр Серпинского (до определённого шага).

Ответ: (рис. 5).

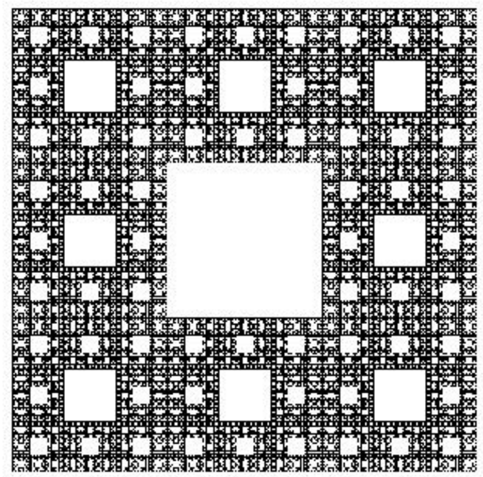


Рис. 5. Квадрат Серпинского

2. Посчитать метрику (в данном случае это площадь) ковра Серпинского. Указание: аналогично Канторову множеству посчитаем сумму площадей, удалённых частей, и вычтем их из первоначального квадрата.

Ответ: 0.

3. Посчитать периметр квадрата Серпинского.

Ответ: 8.

4. Вычислить размерность Минковского для ковра Серпинского. Указание: на *n* шаге будет 8^n квадратов, каждый со стороной $\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

Ответ: $\frac{\ln(8)}{\ln(3)}$.

3. Фракталы в компьютерных технологиях

Фрактальная геометрия широко применима в компьютерной графике для построений объектов природы: деревья, горные ландшафты, поверхность морей и многих других объектов. Существует множество программ для построения фрактальных изображений. Попробуем написать программу для построения фрактала.

Фрактальные кривые строятся рекурсивно. Рекурсия – описание объекта или процесса внутри самого этого объекта или процесса, то есть ситуация, когда объект является частью самого себя, вызов функции (процедуры) из неё же самой, непосредственно (простая рекурсия) или через другие функции (сложная или косвенная рекурсия), например, функция A вызывает функцию B, а функция B — функцию A. Количество вложенных вызовов функции или процедуры называется глубиной рекурсии.

Изображения фракталов построены автором, в языке программирования C#. Ниже предоставлен код программы написанный с учениками математического кружка при кафедре физико-математического образования НВГУ.

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;
using System.Windows.Forms;
namespace fractal
{
public partial class Form1 : Form
{
private Color[] c = new Color[] { Color.Red, Color.Blue, Color.OrangeRed,
Color.Green, Color.Yellow, Color.SteelBlue, Color.Olive, Color.Orchid,
Color.Magenta, Color.Orange, Color.Aqua, Color.Indigo, Color.Red, Color.Blue,
Color.Aqua, Color.Green, Color.IndianRed, Color.LightPink };
public Form1()
{InitializeComponent();}
private void Form1_Load(object sender, EventArgs e)
```

```
{
}
private void Form1_Paint(object sender, PaintEventArgs e)
{
Graphics g = e.Graphics;
Cantor_set(g, 550, 50, 270, 15);
Sierpinski_carpet(g, 500, 350, 300, 14);
}
        private void Cantor_set(Graphics g, float x, float y, float l, int iter)
{
if (iter > 0)
{
iter--;
Pen pen = new Pen(Color.Black, 1);
g.DrawLine(pen, x, y, x + l, y);
float x1 = (float)(x + l - l / 3);
float y1 = y + 5;
l /= 3;
Cantor_set(g, x, y1, l, iter);
Cantor_set(g, x1, y1, l, iter);
}
}
        private void Sierpinski_carpet(Graphics g, float x, float y, float l, int iter)
{
if (iter == 14)
{
g.FillRectangle(Brushes.Black, x, y, l, l);
iter--;
Sierpinski_carpet(g, x + l / 3, y + l / 3, l / 3, iter);
}
else if (iter % 2 == 0)
{iter--; Sierpinski_carpet(g, x + l / 3, y + l / 3, l / 3, iter);}
else
{
iter--;
g.FillRectangle(Brushes.White, x, y, l, l);//Brushes.Aqua
```

```
if (iter > 0)
{
float[] x1 = new float[8]; float[] y1 = new float[8];
x1[0] = x - l;
y1[0] = y - l;
x1[1] = x;
y1[1] = y - l;
x1[2] = x - l;
y1[2] = y;
x1[3] = x + l;
y1[3] = y - l;
x1[4] = x + l;
y1[4] = y;
x1[5] = x - l;
y1[5] = y + l;
x1[6] = x;
y1[6] = y + l;
x1[7] = x + l;
y1[7] = y + l;
for (int i = 0; i < 8; i++)
{
{Sierpinski_carpet(g, x1[i], y1[i], l, iter);}
}
}
}
}
```

4. Применение

Фракталы широко применяются в информатике, например, для сжатия изображений, для децентрализованных сетей (адреса сети Интернета) и т.д. Алгоритм фрактального сжатия основан на хранении сжатого отображения, для которого само изображение является неподвижной точкой [4].

Урок может послужить хорошим началом для погружения школьников в задачи фрактальной геометрии. Это разовьет у них интерес и учебные исследовательские действия. Можно надеяться, что такие занятия будут плодотворной почвой для проектной деятельности старшеклассников не только в математической сфере, но и в среде программирования.

Литература

1. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу.: Учебник для университетов и пед. вузов / Под ред. В. А. Садовничего. – М.: Высш. шк. 1999. – 695 с.
2. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: «Институт компьютерных исследований», 2002. – 656 с.
3. Тагиров, К.М., Тагиров, Т.М. Взаимодействие студентов и школьников в рамках математического кружка при университете // Лучшая студенческая статья 2017: сборник статей XI Международного научно практического конкурса. В 3 ч. Ч. 3. Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение», 2017. – С. 84-87.
4. http://fic.bos.ru/

ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ КОМПЕТЕНЦИИ ШКОЛЬНИКОВ НА ЗАНЯТИЯХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО КРУЖКА ПРИ УНИВЕРСИТЕТЕ НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ «НЕЕВКЛИДОВЫ ГЕОМЕТРИИ»

Тагиров К.М., Тагиров Т.М.,
Россия, г. Нижневартовск,
Нижневартовский государственный университет,
Факультет информационных технологий и математики
Научный руководитель: к.п.н., доцент Горлова С.Н.

Аннотация. В формировании исследовательских компетенций школьников значительная роль принадлежит математическому кружку. В работе предложен конспект занятий для старшеклассников (9-11 классов), занимающихся в математическом кружке при университете, содержание занятия – изучение аксиом через задачи, связанные с неевклидовыми геометриями.

Ключевые слова: исследовательская компетенция, математический кружок, неевклидова геометрия, геометрия Лобачевского.

THE FORMATION OF RESEARCH COMPETENCE OF SCHOOL STUDENTS AT THE CLASSES OF A MATHEMATICAL CIRCLE AT UNIVERSITY ON THE EXAMPLE OF THE THEME «NON-EUCLIDEAN GEOMETRY»

Tagirov K.M., Tagirov T.M.
Russia, Nizhnevartovsk,
Nizhnevartovsk State University,
Faculty of Information Technology and Mathematics
Scientific adviser: Ph.D., associate Professor Gorlova S.N.

Abstract. In the formation of research competencies of schoolchildren a significant role belongs to the mathematical circle. The paper proposes a summary of classes for high school students (grades 9-11), engaged in a mathematical circle at the university, the content of the lesson is the study of axioms through tasks related to non-Euclidean geometries.

Keywords: research competence, math circle, non-Euclidean geometry, Lobachevskian geometry.

Действующие стандарты среднего общего образования среди прочих требований к результатам освоения образовательной программы устанавливают «формирование исследовательской компетенции обучающихся», а также «владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности;» [4; с.6]

Математический кружок даёт возможность для формирования исследовательской компетенции, осуществляя непрерывность образовательного процесса. Исследовательская компетенция включает личностное мастерство, которые формируется в процессе поиска независимого знания, неизвестного решения задачи.

Важную роль в формировании исследовательской компетенции играет прикладная геометрия, которая «дает детям возможность приобщиться к открытию значимости, важности изучения предмета, красоте мира и гармонии» [2; с.3]. Благодаря этому учащийся приобретает новые навыки наглядного представления математических проблем.

В процессе организации исследовательской деятельности учащихся осуществляется реализация следующих этапов: построение, предполагающее формирование у учащихся умений создавать различные модели геометрических объектов, и ориентируясь на построенный образ объекта выявлять особенности построенной фигуры, определять математические отношения (размеры, периметр, площадь); проектирование для развития способности формулировать цель, придумывать идеи, находить не одно, а ряд решений проблемы, прогнозировать последствия решения, планировать и оценивать результаты своей деятельности.

Школьнику в принципе трудно понять аксиоматичный подход геометрии, например, «Что такое прямая с точки зрения аксиоматически изложенной геометрии, понятно. Вернее, непонятно, но понятно, что и не должно быть понятно - прямая считается неопределяемым понятием, а некоторые её свойства - аксиомами. При таком подходе, условно говоря, на вопрос «что такое прямая?» мы имеем право отвечать «это меня не касается, я знаю только, что...» и перечислять аксиомы» [6; с.9]

В Нижневартовском государственном университете на факультете информационных технологий и математики в течении ряда лет функционирует математический кружок для школьников. Занятия ведут студенты. Подобная организация внеурочной деятельности приносит свои положительные результаты. Школьники с интересом посещают занятия математического кружка, на которых присутствуют исторические экскурсы. Изучение теоретических фактов не только подкрепляется обоснованием практической необходимостью их появления, историей их становления. Одной из основных задач на таких занятиях мы ставим анализ условий и предпосылок (научных, а в некоторых случаях, и социальных) появления того или иного метода, теории и т.д. Оживленный интерес у обучающихся кружка отмечен при изучении аксиом через занимательные задачи.

Предлагается краткий конспект занятий, математического кружка при НВГУ [5; с. 6].

1. Конечная аффинная геометрия

Пусть нам дана такая геометрия, состоящая из 4 точек, которые соединены между собой прямыми (рис. 1). Заметим, что все прямые тут состоят всего лишь из двух точек.

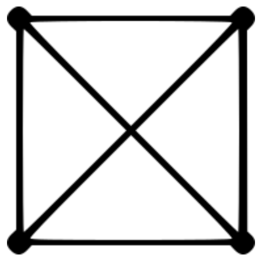


Рис. 1 Конечная аффинная геометрия

Назовите сколько всего пар параллельных прямых в данной геометрии.

Ответ: 3, первые две пары очевидны: вертикальные параллели, и горизонтальные, и особый - прямые не пересекающиеся в середине (диагонали).

2. Проективная геометрия

Зададим другую геометрию.

Аксиома 1. Возьмём два различных элемента из множества X (две точки). Тогда существует единственная прямая l из множества L, которой принадлежат взятые две точки.

Аксиома 2, (двойственная аксиома к первой). Возьмём две прямые l и μ, тогда существует точка, принадлежащая обеим этим прямым.

Аксиома 3. Существуют 4 точки, никакие три из которых не лежат на одной прямой.

Попробуйте построить конечную проективную геометрию. Подсказка: расположите три точки как вершины равностороннего треугольника, а четвёртую - в центре. Наименьшая проективная геометрия (состоящая из семи точек и прямых) – плоскость Фано (рис. 2).

Рис. 2. Плоскость Фано

Сколько можно изобразить треугольников на плоскости Фано?

3. Меридианы и параллели

На сколько частей делят сферу 15 меридианов и 17 параллелей? А наоборот?

Решение: Для решения данной задачи рассмотрим, на сколько частей делят сферу просто меридианы? Один меридиан - на 2 части, а два меридиана – на 4. Легко заметить, что 15 меридианов, делят сферу на 30 частей. Теперь проведём одну параллель: получим 60 частей, и каждая новая параллель будет прибавлять 30 частей к нашему полученному результату. Следовательно, выведем формулу, где m - меридианы, а p – параллели, N – количество частей сферы: $N=(2m)(p+1)$, важное условие, что меридианов в данной формуле должно быть строго больше нуля. По данной формуле легко посчитать, на сколько частей делят сферу любое число параллелей и меридианов.

Ответ: 540 и 544

4. Прямоугольный треугольник

Охотник прошел от своей палатки 10 км на юг, повернул на восток, прошел прямо на восток еще 10 км, убил медведя, повернул на север и, пройдя еще 10 км, оказался у палатки. Какого цвета был медведь, и где это все происходило? [1; с.4]

Решение: В данной задаче основной подсказкой является вопрос о цвете медведя, ибо медведи бывают только двух цветов, то очевидно ответ в задаче белый, ведь Земля имеет сферическую форму (строго говоря, геодезическую) и сразу представляется такая картинка (рис. 3).

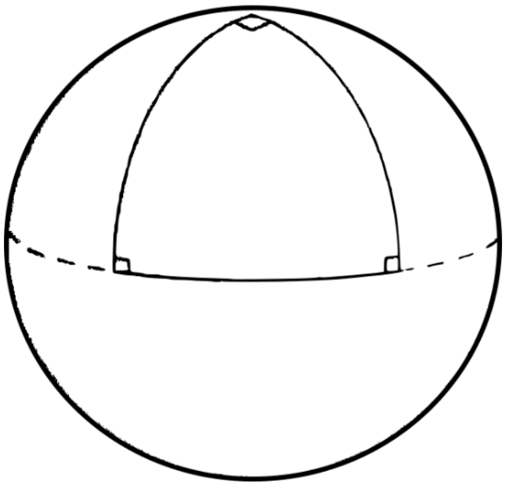


Рис. 3. Треугольный прямоугольник

Ответ: белый, на Северном полюсе.

Определение 1. Назовём две точки A и B на сфере полюсами, если они диаметрально противоположные (находятся на одной прямой проходящей через центр сферы).

Определим прямую для сферы.

Определение 2. Кратчайший путь между любыми двумя несовпадающими точками есть отрезок прямой.

Определение 3. Кривая называется прямой, если любая её достаточно короткая дуга является отрезком прямой. [3; с.4]

Теперь определим, какая же конкретно кривая является прямой в сферической геометрии? Для этого рассмотрим две любые точки на сфере, а, именно, полюсы. Пока мы знаем только их, а какая кривая проходит через них? Окружность, образованная сечением плоскости сферы, проходящая через полюсы. Эта окружность, очевидно, пересекает центр сферы. Назовём сечение шара плоскостью, проходящей через его центр – большой окружностью (определение 4).

Заметим, что большие окружности являются прямыми в сферической геометрии.

5. О расположении прямых

Виды расположения двух прямых на Евклидовой плоскости (Аффинные координаты). Виды расположения двух прямых в сферической геометрии

Ответ: 1) пересекаются; 2) параллельны; 3) совпадают. 1) пересекаются в двух точках; 2) совпадают.

6. Сферическая геометрия

Найдите площадь двуугольника на сфере, образованного прямыми пересекающими перпендикулярно.

Ответ: πR^2. Так как данные прямые делят сферу на 4 равные части, а площадь сферы $4\pi R^2$.

7. Геометрия Лобачевского

Аксиома о параллельных в версии Лобачевского:

Через точку, не лежащую на заданной прямой, можно провести более одной прямой, параллельной заданной прямой.

Модель Пуанкаре геометрии Лобачевского в верхней полуплоскости.

Рассмотрим обычную евклидову плоскость и определим одну прямую на ней как абсолют. Абсолют делит плосокость на две частию Примем одну такую плоскость за плоскость Лобачевского в модели Пуанкаре.

Определение 1. Прямыми (в смысле Лобачевского) на ней являются полуокружности с центром на абсолюте, назавём их неособые прямые.

Определение 2. Особые прямые – лучи, начинающиеся на абсолюте и перпендикулярные ему (рис. 4).

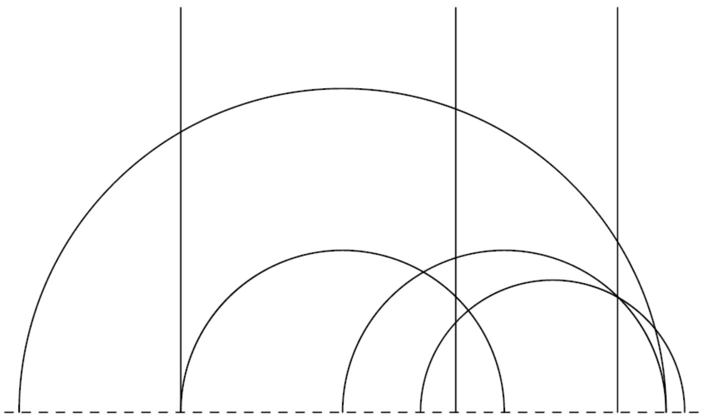


Рис. 4. Модель Пуанкаре (1882)

Задачи:

1. Докажите, что сумма углов любого треугольника на плоскости Лобачевского меньше 180°. (Заметим, что под углом и параллельных прямых абсолюту нет, особых прямых)

2. Докажите теорему о том, что внешний угол треугольника больше любого с ним смежного, не пользуясь теоремой о сумме углов треугольника.

Изучение элементов неевклидовой геометрии через занимательные задачи на математическом кружке оказывает положительное влияние на … исследовательской компетенции школьников

Литература

1. Арнольд В.И. Задачи для детей от 5 до 15 лет / – М.: МЦНМО, 2004. – 16 с.

2. Джафарова Е.Н. Формирование исследовательской компетентности учащихся среднего звена общеобразовательной школы на уроках геометрии. URL: https://kpfu.ru/portal/docs/F1826793036/Dzhafarova_statya.pdf

3. Прасолов В.В. Геометрия Лобачевского / – М.: МЦНМО, 2004. – 89 с.

4. Российское образование Федеральный образовательный портал. URL: http://www.edu.ru/file/docs/2012/05/60641.pdf

5. Тагиров К.М., Тагиров Т.М. Взаимодействие студентов и школьников в рамках математического кружка при университете // Лучшая студенческая статья 2017: сборник статей XI Международного научно практического конкурса. В 3 ч. Ч. 3. Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение», 2017. С. 84-87.

6. Шень А. О «математической строгости» и школьном курсе математики. – М.: МЦНМО, 2006. – 72 с.

СЦЕНАРИЙ ВНЕКЛАССНОГО МЕРОПРИЯТИЯ, ПОСВЯЩЕННОГО ГЕОМЕТРИИ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО «МИФЫ О ГЕОМЕТРИИ ЛОБАЧЕВСКОГО»

Тугушева Д.Р.,
Россия, г. Оренбург,
Оренбургский государственный педагогический университет,
Физико-математический факультет
Научный руководитель: к.п.н., доцент Черемисина М.И.

Аннотация. В статье представлена методическая разработка внеклассного мероприятия, посвященная геометрии Лобачевского, главная цель которой развитие интереса обучающихся к геометрии Лобачевского. Сценарий предназначен для учителей математики и может быть реализован в 9-11 классах.

Ключевые слова: методическая разработка, геометрия Лобачевского.

THE ARTICLE OF EXTRACURRICULAR ACTIVITIES DEDICATED TO THE GEOMETRY OF LOBACHEVSKY "MYTHS ABOUT LOBACHEVSKY'S GEOMETRY"

Tugusheva D.R.,
Russia, Orenburg,
Orenburg State Pedagogical University,
The physics and mathematics faculty
Scientific adviser: Phys.-M. D., associate Professor Cheremisina M. I.

Abstract. The article presents a methodical development of extracurricular activities dedicated to Lobachevsky geometry, the main purpose of which is to develop students' interest in Lobachevsky geometry. The script is designed for teachers of mathematics and can be implemented in grades 9-11.

Keywords: methodological development, geometry of Lobachevsky.

Проблема: отсутствие представления о «неевклидовой геометрии» у старшеклассников.

Объект исследования: методика изложения исторических сведений на уроках математики.

Предмет исследования: методические аспекты знакомства обучающихся 9-11 классов с геометрией Лобачевского.

Достигнутый уровень решения проблемы: составление соответствующей методической разработки .

Цели мероприятия: повысить интерес к изучению геометрии Лобачевского и мотивировать обучающихся к проектной и исследовательской деятельности, направленной на познание геометрии Лобачевского, сформировать представление о неевклидовой геометрии.

Область применения: данный сценарий может быть реализован на внеклассных мероприятиях для 8-11 классов, а также может выступать одним из уроков цикла изучения геометрии Лобачевского в математическом кружке.

Время реализации урока: 45 минут.

Планируемые результаты:

Личностные: развитие познавательных интересов, учебных мотивов.

Метапредметные:

Познавательные: умение анализировать и обрабатывать информацию, делать умозаключения и выводы; развитие творческие способностей; поиск и выделение необходимой информации; расширение представлений о мире, о влиянии неевклидовой геометрии на развитие науки.

Коммуникативные: умение вступать в диалог; умение договариваться, находить общее решение; согласование усилий по достижению общих целей; понимать относительность мнений и подходов.

Регулятивные: прилагать волевые усилия и преодолевать трудности и препятствия на пути достижения целей, прогнозировать развитие процесса.

Предметные: знакомство с основными понятиями геометрии Лобачевского, историей её возникновения.

Оборудование: раздаточный материал (5 «кейсов»), компьютер, проектор, презентация.

Ход занятия

I. Мотивационно-целевой этап (5 минут)

1) Организационный этап

Учитель приветствует класс, сообщает обучающимся, что работа на занятии будет проходить в группах. Класс делится на 5 групп по 3-6 человек, в зависимости от наполняемости класса.

2) Мотивация учебной деятельности

Учитель: Ребята, обратите внимание на слайд с цитатой великого русского учёного XIX века Николая Ивановича Лобачевского (На слайде представлен портрет учёного и цитата: «Ученый должен идти по непроторенным путям, несмотря на препятствия»). Что вам известно об этом учёном? Какой вклад в науку внёс Н.И. Лобачевский? (ответы обучающихся).

Учитель: Действительно, Николай Иванович Лобачевский – выдающийся учёный с мировым именем, создатель неевклидовой геометрии, которая носит его имя. Цитата на слайде – принцип, которому учёный следовал в своей научной деятельности.

Гений Лобачевского проявил себя не только в геометрии. Великий учёный внёс весомый вклад в алгебру и математический анализ: ему принадлежит определение функциональной зависимости, а также метод приближённого решения уравнения любой степени.

Геометрия Лобачевского не является простой для понимания обывателя. Видимо в этом причина многочисленных мифов, окутавших её. Сегодня на уроке я предлагаю вам развеять мифы и поближе познакомиться с великим открытием нашего соотечественника.

II. Процессуально-познавательный этап (35-40 минут)

Представители команд вытягивают одно высказывание о геометрии Лобачевского, которое требуется опровергнуть и «кейс», содержащий выдержки из газет, учебников, писем, в которых есть информация о Н. И. Лобачевском и его геометрии. Пользуясь содержимым «кейса», команда должна опровергнуть высказывание. Результат проделанной в команде работы демонстрируется классу в виде выступления. В выступлении команда должна отразить не только мнение единомышленников великого геометра, но и показать мнение «противников» геометрии Лобачевского, если таково имеется, что позволит пронаблюдать обучающимся насколько тяжело проходило принятие гиперболической геометрии миром науки. На знакомство и подготовку выступления команды отводится 15 минуты. На выступление – 5 минут.

1-ый кейс: «Геометрия Лобачевского не имеет ничего общего с Евклидовой».

<u>Содержание кейса:</u>

1) Выдержка из книги «Геометрия Лобачевского» Л.С. Атанасян;

I. Через любые две точки на плоскости можно провести прямую и притом только одну.

II. Ограниченную прямую можно было продолжать неопределенно.

III. Из всякого центра всяким радиусом может быть описан круг.

IV. Все прямые углы равны между собой.

V. Если дана прямая AB и не лежащая на ней точка C, то через точку C в плоскости ABC можно провести по меньшей мере две прямые, не пересекающие AB.

2) Отрывок статьи «Казанские математики».

«Первые попытки Лобачевского доказать пятый постулат относятся к 1823 году. К 1826 году он пришел к убеждению в том, что V постулат не зависит от остальных аксиом геометрии Евклида и 11(23) февраля 1826 года сделал на заседании факультета казанского университета доклад "Сжатое изложение начал геометрии со строгим доказательством теоремы о параллельных", в котором были изложены начала открытой им "воображаемой геометрии", как он называл систему, позднее получившую название неевклидовой геометрии».

<u>Вывод обучающихся:</u> На самом деле геометрия Лобачевского отличается от привычной нам Евклидовой только пятым постулатом. И геометрия Евклида частный случай геометрии Лобачевского.

2-ой кейс: «В теории Лобачевского параллельные прямые пересекаются».

<u>Содержание кейса:</u>

1) Выдержка из газеты «Комсомольская правда» от 12.03.2015.

«В 1829 году Лобачевский публикует серьезный научный труд «О началах геометрии». Именно он дал старт новому разделу науки - неевклидовой геометрии. Если говорить просто, то Лобачевский считает неправильным, что непересекающихся прямых может быть только две. И предлагает свою аксиому: <u>«На плоскости через точку, не лежащую на данной прямой, проходит более, чем одна прямая, не пересекающая данную».</u>

Дело в том, что Евклид в прямом смысле слова плоско мыслил! Свой постулат он сформулировал только для плоскости. Если нарисовать прямую А и точку на листе бумаги, то через эту точку и правда можно провести всего одну прямую В, не пересекающую предыдущую. А вот на кривой поверхности таких прямых будет гораздо больше. То есть Евклид описал лишь один частный случай, а не все существующие варианты. Пространство может быть и в форме седла, и в форме воронки... И геометрия Лобачевского описывает лучше всего именно такие формы - «с отрицательной кривизной».

2) Фрагмент стихотворения А. Г. Чижевского, посвященное Н. И. Лобачевскому:

Отважный зодчий и ваятель
И враг Евклида — постоянства.

Бессмертный преобразователь
Многоструктурного пространства.
Пространство наше было куцо,
Но он пришел к великой цели
И доказал: пересекутся
И параллели к параллелям, —
Пусть далеко, но непременно;
И вот из нового Начала
Гармония иных Вселенных
Уму нежданно зазвучала, —
Вселенных энных измерений:
Цветут поля, бегут потоки,
Восходят тензорные тени,
Гремят источники и стоки [6].

3) Фрагмент статьи «О геометрии Лобачевского» [4].

«Существует еще теория, описывающая сферическое пространство – это геометрия Римана. Вот в ней-то как раз параллельные прямые пересекаются. Классический тому пример из школьной программы – меридианы на глобусе. Если посмотреть на лекало глобуса, то окажется, что все меридианы параллельны. Меж тем, стоит нанести лекало на сферу, как мы видим, что все ранее параллельные меридианы сходятся в двух точках – у полюсов. Геометрия Римана применяется на практике – например в астрономии, для описания звездного неба, представляя, что звезды как бы находятся на сфере вокруг Земли».

Вывод обучающихся: Пятый постулат Лобачевского звучит так: «На плоскости через точку, не лежащую на данной прямой, проходит более чем одна прямая, не пересекающая данную». О параллельных прямых речи нет. Это неправильное толкование.

3-ий кейс: «Геометрия Лобачевского – единственная неевклидова геометрия».

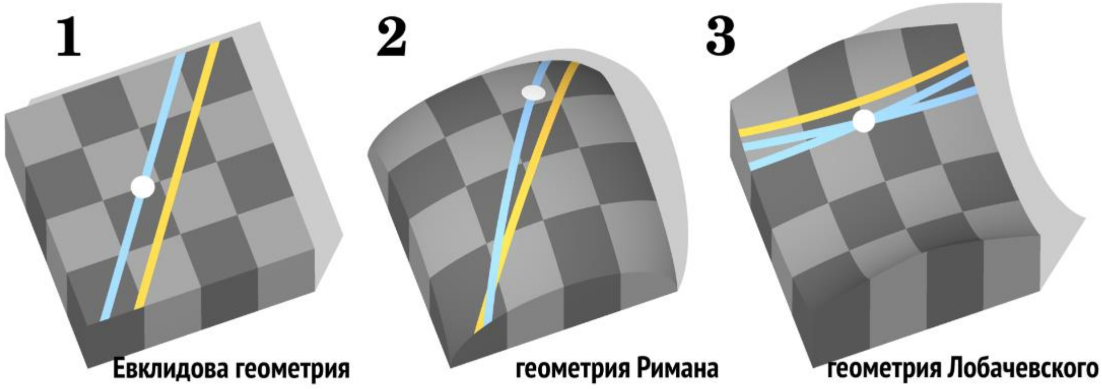
Содержание кейса:

1) Фрагмент статьи «Неевклидовы геометрии» советского математика Н.В. Ефимова:

«Римана геометрия, эллиптическая геометрия, одна из неевклидовых геометрий, т. е. геометрическая теория, основанная на аксиомах, требования которых (в значительной части) отличны от требований аксиом евклидовой геометрии. Основными объектами, или элементами, трёхмерной Р. г.

являются точки, прямые и плоскости. <…> Свойства плоскости Римана отличаются от свойств целой сферы; так, например, на плоскости Римана две прямые пересекаются в одной точке, а на сфере два больших круга, которые играют роль прямых в сферической геометрии, пересекаются в двух точках».

2) Иллюстрация:



Вывод обучающихся: Неевклидовы геометрии – это целый пласт теорий в математике. Н.И. Лобачевский, в отличие от Евклида, к примеру, описывает гиперболическое пространство, а Риман – сферическое. Вместе теории Евклида, Лобачевского и Римана - «три великих геометрии».

4-ый кейс: «Геометрия Лобачевского не применима в реальной жизни».

Содержание кейса:

1) Фрагмент статьи Л. Газизовой «Поэзия и неевклидова геометрия: параллели и пересечения»

«Современная наука приходит к пониманию, что Евклидова геометрия – лишь частный случай геометрии Лобачевского, и что в реальный мир точнее описывается именно формулами русского ученого. Сильнейшим толчком к дальнейшему развитию геометрии Лобачевского стала теория относительности Альберта Эйнштейна, которая показала, что само пространство нашей Вселенной не является линейным, а представляет собой гиперболическую сферу. Была установлена связь геометрии Лобачевского с физикой, а именно кинематикой – специальной (частной) теории относительности. Геометрия Лобачевского используется в астрономии: при описании голографической Вселенной или черных дыр. Элементы геометрии Лобачевского используются в живописи. В 2013 году в московском Музее современного искусства прошла выставка нидерландского художника-графика

Маурица Корнелиса Эшера, который использует различные математические понятия, приемы и теории: пределы, ленты Мебиуса, геометрию Лобачевского».

2) Выдержка из «Большой Российской Энциклопедии»:

«Лобачевский применил свою геометрию к вычислению определённых интегралов. В теории функций комплексного переменного гиперболическая геометрия помогла построить теорию автоморфных функций. Связь с геометрией Лобачевского стала отправным пунктом исследований Пуанкаре, который писал, что «неевклидова геометрия есть ключ к решению всей задачи». Гиперболическая геометрия находит применение также в теории чисел, в её геометрических методах, получивших название «геометрия чисел».

5-ый кейс: «Лобачевский был единственным учёным, который усомнился в правильности 5-го постулата Евклида».

Содержание кейса:

1) Очевидность первых четырёх постулатов не вызывало нареканий у людей, занимавшихся математикой, но пятый долгое время волновал умы учёных. Пятый постулат отличается достаточно сложной формулировкой и его очевидность вызывает сомнения. Попытки доказать последний постулат Евклида длились более 2-х тысячелетий. Лучшие ученые тех времен были озадачены проблемой 5-го постулата. Среди них Ал-Джаухари (IX век), Омар Хайям (XI век), Декарт (XVII век), Луи Бертран (XVIII век), Лейбниц (XVIII век), Ампер (XIX век) и многие другие [4].

2) В первой половине XIX века V постулатом Евклида всерьёз начинают заниматься ученые-математики Карл Фридрих Гаусс, Н. И. Лобачевский, Янош Бойяи. Их целью не было разоблачение неевклидовой геометрии как невозможной, напротив, они стремились построить альтернативную геометрию. Эту идею современники воспринимали, как безумную, ведь никто не сомневался в том, что пространство евклидово. Лобачевский и Бойяи проявили большую решительность, чем Гаусс. И практически в одно время (Н. И. Лобачевский в 1826 году, а Я. Бойяи в 1829 году) изложили то, что сейчас называется геометрией Лобачевского. Наш соотечественник продвинулся в изучении новой геометрии дальше всех, именно поэтому она носит его имя [3].

III. Рефлексивно-оценочный этап (5 минут)

Учитель: Сегодня вы убедились, что фразы, которые мы часто слышим в жизни о геометрии Лобачевского, бывают ошибочны, основаны на домыслах и недопониманиях сути геометрии великого русского учёного. Согласитесь, геометрия Лобачевского – удивительная геометрия, заслуживающая внимания.

Предлагаю составить схему-паутину, отражающую все новые сведения, которые вы получили на сегодняшнем уроке. (Обучающиеся ещё раз пересматривают, осмысливают то, что узнали на уроке, совместно с учителем составляют схему на доске).

Теперь, предлагают каждому для себя ответить на вопросы:

1. Каково ваше настроение?
2. Что больше всего вызвало у вас интерес на сегодняшнем уроке?
3. Что вызвало у вас наибольшее затруднение?
4. Чему вы научились на сегодняшнем уроке?
5. Хотели бы вы продолжить изучение геометрии Лобачевского?

Литература

1. Александров П.С. Что такое неэвклидова геометрия. – М.: Издательство академии педагогических наук РСФСР, 1950. – С. 7.

2. Атанасян Л.С. Геометрия 7-9 классы: учебник для общеобразовательного учреждения. – М.: Просвещение, 2014. – 337 с.

3. История математики / Под редакцией А. П. Юшкевича, в трёх томах. – М.: Наука, 1970. – Т. I. – С. 231.

4. Лобачевский и XXI век: материалы IV учебно-научной студенческой конференции, посвященной Дню математики в Казанском федеральном университете (Казань, 30 ноября 2017 г.) / под ред. Л.Р. Шакировой. – Казань: Изд-во Казан. Ун-та, 2017. – 384 с.

5. Чижевский А. Л. Цепь неизвестных / А.Л. Чижевский // Новая юность: Литературно-художественный познавательный журнал: – 2014. – №4. – С. 197-213. Режим доступа: http://new-youth.ru/issue/373/, доступ свободный. (дата обращения: 01.11.2018)

УЧЕБНОЕ ЗАНЯТИЕ ПО ПРЕДМЕТУ МАТЕМАТИКА КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ДЛЯ 5-6 КЛАССОВ «НАЗАД В БУДУЩЕЕ»

Шелепова А.И.,
Россия, г. Самара,
Самарский государственный социально-педагогический университет,
Факультет математики, физики и информатики
Научный руководитель: к.п.н., доцент Евелина Л.Н.

Аннотация. В статье приводится разработка курса внеурочной деятельности по математике для 5-6 классов, направленный на изучение пропедевтики геометрии, а также изучение великой исторической личности – Н.И. Лобачевского.

Ключевые слова: пропедевтика геометрии, Н.И.Лобачевский.

TRAINING SESSION ON THE SUBJECT OF THE MATHEMATICS OF THE COURSE OF EXTENSIVE ACTIVITY FOR 5-6 CLASSES "BACK TO THE FUTURE"

Shelepova A.I.,
Russia, Samara,
Samara State Socio-Pedagogical University
Faculty of Mathematics, Physics and Informatics
Scientific adviser: Ph.D., associate professor Evelina L.N.

Abstract. The article presents the development of a course of extracurricular activities in mathematics for grades 5-6, aimed at studying geometry propaedeutics, as well as studying the great historical figure - N.I. Lobica.

Keywords: propaedeutics of geometry, N.I. Lobachevsky.

Одним из основных требований к математическому образованию школьников является сформированность таких категорий, как культура мышления, метапредметность, интеграция знаний.

Период обучения математике в школе во многом влияет на становление характера личности каждого человека. При этом отношение к математике как к учебному предмету формируется по-разному. Здесь сказываются и природные способности школьника, и личность учителя, и условия, в которых проходит обучение. Только заинтересованный ученик сможет добиться хороших результатов в учебно-познавательной деятельности, и только заинтересованный учитель сможет оказать в этом деле максимальную помощь своим воспитанникам.

Согласно требованиям ФГОС общего среднего образования в состав обязательных содержательных линий по математике входят вопросы изучения истории предмета. Значимость их очевидна. Через знакомство с основными историческими фактами школьники не только познают последовательность и логику происхождения основных математических понятий, узнают о причинах возникновения новых математических моделей, но и постигают трудности, с которыми приходилось сталкиваться ученым в различные исторические периоды, чтобы новые математические сведения завоевали всеобщее признание.

Математика столь многогранна, что овладеть всеми ее аспектами в одинаковой степени бывает сложно. Кому-то из детей более доступны геометрические модели, а кто-то лучше владеет алгебраической символикой или вероятностными представлениями и т.п. Раскрывать связи между различными математическими моделями и показывать их значимость в изучении окружающего мира, и призвана история математики.

Среди основных направлений реализации исторической линии в процессе обучения школьников математике можно выделить следующие:

1) Решение старинных задач;
2) Подготовка рефератов и докладов исторического содержания;
3) Дидактические игры и тому подобное.

Мы бы хотели более подробно остановиться на экскурсиях по памятным местам, в которых могут рассматриваться биографии известных математиков, педагогов; здания в соответствии с различными событиями из области математики; определенная архитектура в соответствии с математическими законами и др.

Данная экскурсия может быть как виртуальная с использованием ИКТ-технологий на уроке, так и реальная с выходом в город.

Мы разработали ряд экскурсий для 5-6 классов в форме пропедевтического курса по геометрии. Остановимся более подробно на экскурсии по городу Казань, посвященной гениальному математику, одному из создателей неевклидовой геометрии, доказавшему пятый постулат Евклида, деятелю университетского образования и народного просвещения, Николаю Ивановичу Лобачевскому.

Виртуальный вариант разработан с помощью программы PowerPoint. В нем биография математика изложена в интересной и легкодоступной форме. Мы предлагаем не только изучать факты из жизни Николая Ивановича, но и тут же применять знания, полученные на предыдущих уроках, в форме задач. Конспект урока данного занятия прикреплен в Приложении 1 ниже, а наглядная презентация прикреплена отдельным файлом.

Реальная же экскурсия предполагает, что мы отправляемся с обучающимися на улицы города Казань, причем у каждого из них есть гаджет (смартфон, планшет) с выходом в сеть Интернет.

Перед началом работы необходимо создать новую Google-карту и дать ссылку ученикам. На карте уже будет отображено несколько «флажков» с архитектурными объектами. Проходя через отмеченное здание, дети «открывают» отметку и читают краткую информацию о данном здании. После они решают задачу, представленную здесь же.

Маршрут мы разработали таким образом, что архитектурные объекты находятся в шаговой доступности, и экскурсия займет чуть больше времени, чем один академический час.

В начале, мы подходим к главному корпусу Казанского (Приволжского) федерального университета. Дети «открывают» первый флажок на карте, читают краткую информацию о сооружении. Педагог оговаривает, что изначально данное здание являлось Казанской гимназией, школьники тут же, в приложении, могут посмотреть, как оно выглядело раньше. После небольшого экскурса, ученики решают задачу представленную здесь же: Здание КФУ, института математики и механики им. Н. И. Лобачевского, построенное в 1799 году является историко-культурным, градостроительным и архитектурным памятником России. Включено в Государственный свод особо ценных объектов культурного наследия народов Российской Федерации. Является ли здание симметричным? Какой тип симметрии использовался при проектировании здания? Ученики отвечают на поставленные вопросы, аргументируют свою точку зрения.

Далее проходим к Дому ректора, в котором с 1827 по 1846 год жил Николай Иванович. Задача: 1 декабря 2017 года, в день 225-летия со дня рождения Николая Лобачевского, в Ректорском домике КФУ открылся мемориальный музей-квартира ученого. Длина данного здания составляет 16,2 м, а одно окно равно 60 см. В сколько раз меньше длина окна длины всего здания?

Понравившееся больше всего здание, памятник, объект культурного наследия, ученик фотографирует и осуществляет поиск по картинке в сети Интернет. После этого на Google-карту наносит метки. В каждой метке обязательно должны быть: название архитектурного объекта, год постройки, небольшая историческая справка либо интересный факт.

Подходим к следующему зданию - В Казанском университете Лобачевский, наряду с математическими дисциплинами, читал лекции по астрономии, расширяя и углубляя их содержание. Будучи ректором Казанского университета, способствовал развитию астрономии в Казани. По его инициативе при университете в 1833-1837 была построена новая обсерватория, одна из лучших по тому времени. Какие круглые тела можно выделить в здании обсерватории?

Теперь обратим внимание на Научную библиотеку им. Н.И. Лобачевского. Данная библиотека по величине книжного фонда входит в число 10 крупнейших библиотек России, среди университетских библиотек она третья после Московского и Санкт-Петербургского университетов. Какими геометрическими формами представлено данное здание?

Домашним заданием данных экскурсий может служить приготовленное на классный час сообщение о том или ином здании или задача, составленная по понравившемуся архитектурному объекту.

После прогулки у нас получается вот такие Google-карты. Данные карты можно своевременно пополнять новыми местами, которые мы в дальнейшем посетим с обучающимися.

Задачи подобраны так, чтобы были охвачены все темы, пройденные учащимися на уроках математики. Мы в данной экскурсии охватили все темы, но также можно проводить экскурсии по одной теме, в качестве закрепления нового материала.

Проведение данного курса будет способствовать достижению следующих образовательных результатов:

- в личностном направлении: умение выстраивать аргументацию; представление о математической науке как сфере человеческой деятельности; знание культуры своего народа, своего края, основ культурного наследия народов России; формирование способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию;
- в метапредметном направлении: умение видеть математическую задачу в окружающей жизни; умение находить в различных источниках информацию; формирование представлений о математике как части общечеловеческой

культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;

- в предметном направлении: владение базовым понятийным аппаратом; умение изображать изучаемые фигуры; умение использовать геометрический язык для описания предметов окружающего мира; умение решать практические задачи с применением простейших свойств фигур; умение использовать свойства геометрических фигур для решения типовых задач, возникающих в ситуациях повседневной жизни, задач практического содержания.

Организация работы в указанном направлении позволяет формировать у обучающихся картину мира, адекватную современному уровню знаний, воспринимать историю края как часть истории России, применять знания, полученные на уроке, на практике, активизировать поисковую деятельность обучающихся, вырабатывать умения по ведению посильной исследовательской работы в области краеведения, а также формировать у школьников навыки информационной культуры. А через познание прошлых открытий, дети будут стремиться к знаниям в настоящем и будущем, ведь без прошлого нет будущего.

Приложение 1

Конспект урока

Учитель: *(Слайд 1)* Добрый день, ребята. А вы слышали такой термин, как «геометрия». Да, правильно, это такой предмет в школе, и скоро вы познаете все его грани. В геометрии мы изучаем различные фигуры, тела, прямые линии – одни из этих форм плоские, а какие-то объемные, как, например, кубик или мячик. Их мы можем увидеть и потрогать. А представьте, что на нас сверху, из космоса, смотрят инопланетяне. И вот как вы думаете, какими они нас видят? Объемными или плоскими? Правильно, они нас видят маленькими точками на большом земном шаре, который для них плоский круг, как тарелочка Т.е. все те предметы, что нам кажутся объемными, могут быть и плоскими, если смотреть на них с большого расстояния. Так вот, был один очень умный человек – Лобачевский Николай Иванович, который попытался это доказать. Но в прошлом его работы подвергались критике, и он решил больше этим не заниматься и не писать труд всей своей жизни. И из-за этого многие открытия в настоящем не свершатся, а это значит, что и нас с вами может и не быть вовсе. Ребята, давайте с вами вернемся в прошлое и уговорим этого великого человека не бросать начатое, а продолжать идти к своей цели несмотря ни на что! Спасем, ребята, все человечество? *(Да)* *(Слайд 2)* А отправимся мы с вами на настоящей машине времени, я ее позаимствовала у своих знакомых. Пристегните ремни, и в путь!

Учитель: *(Слайд 3)* Ребята, давайте поздороваемся с Николаем Ивановичем. Николай Иванович, мы ученики 5 класса, прибыли к Вам из будущего, из 2018 года, и Вы знаете, вы совершили много великих открытий, но до нас дошли сведения, что вы решили все бросить из-за невежественной критики. Мы не хотим этого, ведь без ваших трудов невозможно будущее. Давайте мы Вам поможем все исправить, вернем Вам веру в себя, а для этого ребятам нужно узнать, кто же вы такой, чем занимались, расскажете им?

Звучит запись-сообщение: *(Слайд 4)* «Здравствуйте, ребята. Я – Николай Иванович Лобачевский. Мои труды и идеи никто не принимает, я уже устал от критики профессоров. Но если ребята настаивают, я им расскажу о себе, но с одним условием, если они будут помогать мне на всем моем пути. Поможете, ребята? (пауза) Давайте тогда с самого начала, с моего детства…».

Учитель: *(Слайд 5)* Давайте теперь посмотрим, а как же все у него начиналось: Николай Иванович Лобачевский родился 1 декабря (20 ноября) 1792 года в Нижнем Новгороде в бедной семье мелкого чиновника. В 9 лет был привезен матерью в Казань и устроен вместе с двумя братьями в гимназию на казенное содержание, С этого времени его жизнь и работа протекают в Казани. Николай Лобачевский окончил гимназию в конце 1806 года, показав хорошие знания, особенно по математике и языкам — латинскому, немецкому, французскому. Юный Николай Иванович взрослеет, и теперь он уже не просто школьник, а студент! *(Слайд 6)* После того, как он закончил гимназию, он поступил в Казанский университет, который кстати остался нам базе гимназии, в которой до этого Лобачевский учился. Он закончил факультет физики и математики с отличием и был оставлен при университете преподавателем.

Звучит запись-сообщение: *(Слайд 7)* «После, меня назначают уже деканом, это как директор у вас в школе, ребята, но только директор факультета. Помимо руководства я также преподаю математику, астрономию и физику, привожу в порядок библиотеку, музей, физический кабинет, создаю обсерваторию. А еще я «наблюдаю за благонадёжностью» всех учащихся Казани, т.е. слежу за поведением молодежи».

Звучит запись-сообщение: *(Слайд 8)* Ребята, здание Казанского университета, построенное в 1799 году, является историко-культурным, градостроительным и архитектурным памятником России. Включено в Государственный свод особо ценных объектов культурного наследия народов Российской Федерации. Является ли здание симметричным? Если да, то какой линией обозначена ось симметрии данного здания? Аргументируйте свою точку зрения».

Дети отвечают на поставленные вопросы.

Учитель: молодцы ребята, отправляемся дальше с Николаем Ивановичем по его жизни. *(Слайд 9)* Когда же все увидели, какой Николай Иванович молодец и как хорошо со всем справляется, его уже назначили директором всего университета. И он тут же начал строительство учебных корпусов, механических мастерских, лабораторий и обсерватории, поддержание библиотеки и минералогической коллекции, участвует в издании «Казанского Вестника» и т. п. Многое делал собственными руками. За время работы в университете он вёл курсы по геометрии, алгебре, анализу, механике, физике, астрономии и даже гидравлике, часто замещал отсутствующих преподавателей. И одновременно он неустанно развивал и шлифовал главное дело своей жизни – неевклидову геометрию.

Запись сообщение: *(Слайд10)* «В 1836 году университет посетил царь Николай I и остался доволен. «За заслуги на службе и в науке» мне было пожаловано дворянство и дан герб. С 1827 по 1846 годы пришлись эпидемия холеры и сильнейший пожар, уничтоживший половину Казани. Благодаря моей помощи жертвы и потери в обоих случаях были минимальны. За время, пока я был ректором, Казанский университет становится одним из лучших в России.

Учитель: *(Слайд 11)* Ребята, теперь нам нужно решить задачу, представленную Николаем Ивановичем: Дом ректора, в котором с 1827 по 1846 год жил Николай Иванович. 1 декабря 2017 года, в день 225-летия со дня рождения Николая Лобачевского, в Ректорском домике КФУ открылся мемориальный музей-квартира ученого. Длина данного здания составляет 16,2 м, а длина одного окна – 60 см. В сколько раз длина окна меньше длины всего здания? (дети отвечают на поставленный вопрос)

Учитель: *(Слайд 12)* Ребята, мы вот говорили, что Лобачевский занимался астрономией, а вы знаете, что это такое? Да, правильно, это наука о небесных телах. Так вот, Лобачевский оказал влияние на развитие астрономии. В университете Лобачевский, наряду с математическими дисциплинами, читал лекции по астрономии. Его лекции были посвящены определению элементов орбит, их вековым изменениям, теории приливов и отливов, теории возмущенного движения комет и спутников планет. Занимался также усовершенствованием методов обработки астрономических наблюдений.

Запись-сообщение: *(Слайд 13)* Какие геометрические круглые тела можно выделить в здании обсерватории?

Дети отвечают на поставленный вопрос.

Запись сообщение: *(Слайд 14)* «Мои друзья, я вам хотел бы еще рассказать об одной моей страсти – это книги. Вы любите читать, ребята? А вот я очень люблю. В 1825 году я был избран библиотекарем, и руководил библиотекой до 1835 г., совмещая эту работу с обязанностями ректора. При мне были заложены научные основы комплектования фондов библиотеки, отечественного и международного книгообмена, началось составление единых каталогов, библиотека стала публичной, доступной для жителей города, для нее было возведено специальное здание».

Учитель: *(Слайд 15)* А теперь решим задачу: Какими геометрическими формами представлено данное здание?

(Слайд 16) Ну, вот мы и вернулись обратно в настоящее, и даже не успели попрощаться с Николаем Ивановичем. Но он увидел, какие вы большие молодцы и как вы помогли ему решить все задачи, а значит продолжил труд всей своей жизни и перестал обращать внимание на критику. Надеюсь, что вы также, как и Лобачевский никогда не будете отступать от своих взглядов и целей, кто бы вам что ни говорил. Ведь как говорил сам Николай Иванович: «Ученый должен идти по непроторенным путям, несмотря на препятствия». Так пусть и из вас вырастут такие же гении, как Лобачевский, а в этом вам поможет математика.

ПОЧЕМУ «ОБИДЕЛИ» МАТЕМАТИКУ?

Валеев И.И., Демидова Д.В.
Россия, г. Казань
Казанский федеральный университет
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского
Научный руководитель: д.п.н., проф. Шакирова Л.Р.

Аннотация. В работе рассматривается реализация внеурочного мероприятия по математике для учащихся старшей школы. Методическая разработка позволяет повысить интерес учащихся к изучению математики, обогатить их нравственно и культурно, более тщательно и детально показывая связь науки с окружающим миром. Технологическая карта направлена на формирование знаний в области истории развития математики, а также ее положения среди остальных прикладных наук.

WHY DID THEY HURT MATHEMATICS?

Valeev I.I., Demidova D.V.
Russia, Kazan
Kazan federal university
Institute of mathematics and mechanics Sciences name N.I. Lobachevsky
Scientific supervisor: candidate of pedagogic Sciences,
Professor Shakirova L.R.

Annotation. The paper discusses the implementation of extracurricular activities in mathematics for high school students. Methodical development allows to increase the interest of students in the study of mathematics, to enrich them morally and culturally, more thoroughly and in detail showing the relationship of science with the outside world. The technological map is aimed at developing students' knowledge of the history of the development of mathematics as a science, as well as its position among the other applied sciences.

Технологическая карта внеурочного мероприятия

Тема внеурочного мероприятия: Почему «обидели» математику?

Предмет: математика

Класс: 10-11

Время: 45 мин

Цель: развить представления о социальных, культурных и исторических факторах становления математики на основе формирования междисциплинарных связей

Задачи:

Образовательные задачи:

• Сформировать навыки работы с графическими представлениями функции;

• Проконтролировать общеучебные умения и навыки, как составление индивидуального плана решения задач, выделения условия и заключения;

• Создать условия для отработки умений и навыков в области представления функций с помощью графиков;

• Создать условия для отработки навыков анализа физических явлений

Воспитательные задачи:

• Способствовать развитию умения отстаивать свою точку зрения в критической ситуации;

•Способствовать развитию культуры взаимоотношений при работе в парах, группах, коллективе;

•Содействовать воспитанию культуры общения, потребности в самовоспитании;

•Развить у учащихся компоненты проектно-исследовательской деятельности, уделив внимание повышению уровня воспитания активной жизненной позиции;

•Повысить мотивацию к изучению математики и других наук;

•Вовлечь учащихся в исследовательскую и научную деятельность в области прикладных и естественных наук;

Развивающие задачи:

•Создать условия для развития коммуникативных навыков через разнообразные виды речевой деятельности;

•Создать условия для развития таких аналитических способностей учащихся, как умение анализировать, сопоставлять, сравнивать, обобщать познавательные объекты, делать выводы;

•Создать условия для развития памяти, внимания, воображения;

•Содействовать развитию умений осуществлять рефлексивную деятельность.

Тип: беседа с элементами учебной деятельности

Методы: проблемный, частично-поисковый, аналитический

Форма: фронтальная, групповая

Оборудование: интерактивная доска, учебник «Геометрия. 10-11 класс» Л.С. Атанасян, учебник «Физика. 10-11 класс» А.П. Рымкевич**Планируемые результаты:**

1. Развить универсальные учебные действия;
2. Углубить понятия о графическом представлении функции;
3. Сформировать междисциплинарные связи между математикой, физикой и биологией;
4. Повысить интерес к изучению прикладных и естественных наук;
5. Сформировать навыки проектно-исследовательской деятельности;
6. Развить мотивацию к осуществлению научной и исследовательской деятельности в дальнейшем.

Подготовительный этап заключается в разработке мероприятия на основе составления плана-конспекта, выборки задач по математике, физики и биологии, а также разработке и подготовке презентации..

Ход внеурочного мероприятия

№	Название этапа, время на его проведение	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	УУД	Прогнозируемые результаты
1	Организационный этап (3 мин.)	Учитель просит учащихся занять места, поприветствовать учителя и друг друга, приветствует учеников сам. Учитель: «Здравствуйте! Сегодня у нас с вами будет внеурочное мероприятие, посвященное истории развития математики, а также ее связи с другими предметами. Так как наше мероприятие внеклассное, то оценки за вашу деятельность выставлены не будут, однако отличившиеся учащиеся получат бонусы»	Учащиеся приветствуют учителя, внимательно выслушивают организационный момент и особенности деятельности во время занятия	Личностные: - сформировать для себя индивидуальную цель занятия, а также способ достижения цели	Создать эмоциональный настрой на проведение внеклассного мероприятия, повысить уровень ответственности и внимательности учащихся
2	Эмоциональный настрой на мероприятие (7 мин.)	Учитель сообщает учащимся о теме мероприятия. Учитель: «Скажите, пожалуйста, какая наука является царицей всех наук?	Учащиеся отвечают на вопрос учителя относительно того, какая наука является царицей	Личностные: - сформировать мотивацию к участию в мероприятии;	Развить умение учащихся участвовать в диалоге, а также адекватно

		Кто ввел такое утверждение в речевой оборот» Учитель сообщает, что данное выражение взято в качестве одной части эпиграфа сегодняшнего мероприятия. Учитель: «Вторая часть эпиграфа следующая: математика – это не наука вообще, в ней нет ничего полезного, а в будущем она не нужна – Нобель. Интересно, почему Нобель, который утвердил Нобелевскую премию, не считал математику наукой?» Учитель: «Нобель является создателем динамита. Неужели при создании динамита он не пользовался ни одним математическим понятием или ни одной формулой? Почему Нобель решил, что математика не приносит нам пользы?» Учитель: «Сегодня мы узнаем,	остальных наук. Учащиеся выдвигают версии об ученых, которые являются основоположниками данного высказывания. Ученики могут согласиться с ученым в том, что математика не нужна в жизни. Некоторая часть учащихся может опровергнуть данное выражение, сказав о том, что математические знания необходимы в нашей жизни	- повысить культурный, нравственный, социально-значимый уровень развития; Регулятивные: - поставить цели мероприятия; Познавательные: - развить способность к познанию окружающего мира; - повысить уровень готовности к поиску, обработке информации и извлечению знаний; Коммуникативные: - вступать в диалог;	относиться к критике и отстаивать свою точку зрения. Развить способность адекватно относиться к деятельности ученых. Повысить мотивацию к исследовательской и научной деятельности

		что повлияло на создателя всемирно известной премии в области научных знаний не включить математику в список наук.»		- осуществлять совместную деятельность;	
3	Актуализация ранее изученного материала (10 мин.)	Учитель разделяет учащихся на группы по 4 человека и раздает им заранее подготовленный материал по теме. В раздаточном материале представлены задачи из разных школьных предметов. Учитель: «Для того, чтобы точно ответить на вопрос относительно того, необходима ли нам математика и так ли она полезна в жизни, предлагаю вам решить несколько задач из других школьных курсов, в которых вы, вероятно, встретите математику. Задание необходимо выполнить в группе в течение 7 минут, после чего один человек должен будет представить развернутый ответ на вопрос:	Учащиеся делятся на группы согласно делению учителя и выбирают себе командира команды. Ученики решают задачи, вспоминая курс физики, биологии, химии, после чего строят график, по которому затем доказывают свою точку зрения. После истечения времени учащиеся презентуют свои ответы и доказывают тот факт, что	Личностные: - сформировать положительное отношение учению и желание получить новые знания; - найти трудности, осознать ошибки и желание их исправить; Регулятивные: - сформировать план действий по решению задачи; - контролировать процесс достижения результата и вносить коррективы;	Выявить междисциплинарные связи между математикой и другими науками. Вспомнить курс математики, физики и биологии за предыдущие годы, а также обобщить и систематизировать знания. Развить умения построения графиков и выбора правильной формулы, вспомнить понятия о многоугольниках и их основные свойства, развить

		«Есть ли связь математики и других наук.» Учитель раздает задания каждой группе, на выполнение задания отводится 7 минут. Задание 1 (физика). Ответить на вопрос: богатырь хочет уйти от преследователей монголов на вороном коне, но перед ним появляется обрыв. Ответить на вопрос: сможет ли конь богатыря перепрыгнуть обрыв и по какой траектории он будет двигаться, если он движется равноускорено по оси Ox и равноускорено по оси Oy? Задача 2 (биология). Пчелы в течение всей весны строили улья, затем они улетели всем роем собирать мед, а когда прилетели то оказалось, что их улья сломаны медведем. Пчеловоду необходимо срочно построить новые улья по периметру не превышающие прежние, но имеющие	математика действительно необходима в жизни и связана со многими другими процессами. Учащиеся вспоминают курс математики, физики, химии и биологии	Познавательные: - осознать познавательную задачу и научиться извлекать материал; - понимать информацию в разных видах; - устанавливать причинно-следственные связи; - использовать умения для решения умственных задач; Коммуникативные: - умение отстаивать свою точку зрения, вести диалог	умения строить чертеж. Актуализировать знания по теме

		наибольшую площадь. В качестве какой фигуры необходимо строить улья? Задача 3 (химия) Смесь карбонатов калия и натрия массой 7 г обработали серной кислотой, взятой в избытке. При этом выделившийся газ занял объем 1,344 л (н.у.). Определить массовые доли карбонатов в исходной смеси.			
4	Основной этап мероприятия (15 мин.)	Учитель говорит о том, что в течение решения задач учащиеся смогли увидеть, что знания по математике используются во многих других областях. Учитель: «Мы поняли, что математика применяется как в жизни, так и в науке. Тогда почему же Нобель решит не включить ее в список наук, за достижения в области которой вручалась бы премия?» Учитель выслушивает мнения учащихся и подводит	Учащиеся выдвигают версии относительно того, почему Нобель не включил математику в список наук. Некоторые ученики могут вспомнить легенду о том, что Нобель был женат, однако его жена изменила ему с математиком, поэтому математика	Личностные: - определять правила работы в группах; - развивать бережное отношение к духовным ценностям, понимать и сопереживать чувствам других людей; Регулятивные: - определять	Показать связь математики с другими науками, а также ее значимость в жизни человека. Развить мотивацию к изучению истории развития математической науки. Сформировать уровень культурного и эстетического развития в научной области,

		промежуточные итоги. Учитель: «Есть мнение о том, что ученый был женат, но его жена изменила ему с математиком, поэтому решил, чтобы отомстить любовнику своей жены решил не включать математику в список наук. Но это не единственная версия. По другой версии, до того, как Нобель создал свою премию, один из ученых в области математики уже утвердил премию в области математики. Для того, чтобы не повторяться, Нобель не включил математику в список наук. Есть еще одна версия: Нобель просто-на-просто не рассматривал математику, как науку, которая могла бы развиться на столько сильно после его смерти. Поэтому он, как и многие учащиеся, не считали математику	и не была включена в список наук. Учащиеся вступают в диалог с учителем, поддерживают его версии или отвергают, а также выдвигают собственные версии. Учащиеся работают с интерактивной доски, просматривая презентацию	промежуточные цели с учётом конечного результата; Познавательные: - свободно ориентироваться и воспринимать текст; - осознавать и произвольно строить речевое высказывание; Коммуникативные: - слушать и понимать речь других; - владеть монологической и диалогической формами речи.	относительно открытий и создания всемирно известно премий. Развить навыки грамотно и адекватно выражать свою мнение, реагировать на критику и мнение одноклассников. Развить уровень адекватного и положительного отношения к ученым, а также личной жизни других людей

		необходимой в наши жизни». Учитель: «Сам же ученый, кстати, не обходился без математики, так как создал первый в мире динамит, который стал пользоваться популярностью. Все свои средства, накопленные после продажи динамита, он решил потратить на создание премии.»			
5	Рефлексия (7 мин.)	Учитель подводит итоги мероприятия, систематизируя весь рассмотренный материал. Учитель: «Сегодня мы узнали, что математика прошла сложный путь своего установления среди других наук. Мы выяснили, что большое количество ученых занималось рассмотрением математических вопросов, а также продолжает заниматься в настоящее время. Скажите, каких ученых вы запомнили?» Учитель: «Как вы считаете,	Учащиеся подводят итоги мероприятия, отвечают на вопросы учителя. Учащиеся называют имена ученых, о которых говорили на мероприятии. Учащиеся делают предположения относительно дальнейшей судьбы математической науки и ее положения в	Личностные: - определять правила работы в группах. Регулятивные: - определять промежуточные цели с учётом конечного результата; - высказывать своё предположение. Познавательные: - находить ответы, на вопросы,	Уметь сопоставлять полученный результат с ранее запланированным. Развить умение анализировать собственную деятельность, следить за уровнем внимательности и ответственности в течение мероприятия. Развить память и мышление, речь и

		почему математика все же не была включена в список наук на номинацию. Будет ли она включена в будущем?» Учитель: «Мы не знаем, будет ли математика включена в номинанты Нобелевской премии, но тот факт, что она необходима и заслуживает находиться в этом списке, был сегодня нами доказан.»	Нобелевской премии	используя свой жизненный опыт. Коммуникативные: - слушать речь других; - участвовать в диалоге	умение адекватно выражать свою точку зрения
6	Заключительный этап. Подведение итогов (3 мин.)	Учитель подводит итоги мероприятия, сообщая о том, что все учащиеся хорошо себя проявили. Учитель: «В начале занятия было сказано о том, что наиболее активные учащиеся получат баллы. Именно эти учащиеся получают первые места на экскурсии в следующий раз.» Учитель поощряет отличившихся учащихся и прощается.	Учащиеся выслушивают итоги и прощаются с учителем	Рефлексивные: - дать оценку собственным действиям и сопоставить полученные результаты с ранее запланированными	Получить положительное отношение от учащихся

Литература.

1. Атанасян Л.С. Геометрия. 10-11 класс / Л.С. Атанасян. – М.: Просвещение, 2009. – 212 с.

2. Рымкевич А.П. Физика. 10-11 класс / А.П. Рымкевич. – М.: Дрофа, 2013. – 276 с.

3. Сластенин В.А. Педагогика / В.А. Сластенин. – М.: Издательский центр "Академия", 2002. – 576 с.

4. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования / Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 N 413

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ПОМОЩЬЮ ДОПОЛНЕННОЙ РЕАЛЬНОСТИ

Мухтасимов А.Д.,
Россия, г. Казань,
Казанский Государственный Энергетический Университет,
Институт цифровых технологий и экономики
Научный руководитель: преподаватель КГЭУ Коростелева Д.М.

Аннотация. В работе рассмотрены способы и средства моделирования геометрических объектов с помощью дополненной реальности

SIMULATION OF GEOMETRIC OBJECTS USING AUGMENTED REALITY

Mukhtasimov A.D.,
Russia, Kazan,
Kazan State Power Engineering University,
Institute of Digital Technologies and Economics
Scientific adviser: teacher KSPEU Korosteleva D.M.

Abstract. The paper discusses the methods of modeling geometric objects using augmented reality

На сегодняшний день одной из главных проблем математического образования является слабое пространственное мышление школьников. В рамках изучения курса геометрии учащиеся 7-9 классов работают исключительно с двумерными объектами, при этом не осваивая пространственные фигуры, как следствие – пространственное мышление в этот период не формируется. При обучении в 10 классе, в процессе обучения стереометрии, учащиеся сталкиваются со следующими проблемами:

1) трудности, связанные с формированием пространственного мышления;
2) отсутствие навыков построения и визуализации пространственных объектов;
3) неумение представлять трёхмерный объект, изображенный на плоскости.

Анализируя результаты ЕГЭ по математике, можно сделать вывод о том, что решение геометрических задач в целом вызывает трудности, при этом выпускники более успешно решают “плоскостные” задачи, а задания, связанные с 3D-объектами, вызывают гораздо больше трудностей. Одной из причин этого феномена является недостаточно развитое пространственное мышление выпускников.

Тем не менее, на данный момент, в условиях цифровизации всех сфер экономики и сферы образования, в частности, могут быть созданы современные средства, которые способны частично решить проблемы, возникающие в ходе изучения геометрии. В данный момент у всех есть гаджеты - смартфоны или планшеты, способные отображать необходимую информацию. Использование информационных технологий приведет к большим изменениям на пути обучения: технологии дополненной реальности могут применяться для улучшения учебной деятельности - их использование при изучении геометрии позволит учителю интенсифицировать учебный процесс.

Дополненная реальность изменит значительную часть учебных мероприятий, позволяя добавлять дополнительную информацию, которая будет отображаться на мобильном устройстве. Пространственная геометрия - один из разделов математики, где использование современных технологий будет крайне эффективно.

Дополненная реальность – Augmented Reality (AR) – это технология, позволяющая совмещать слой виртуальной реальности с физическим окружением.

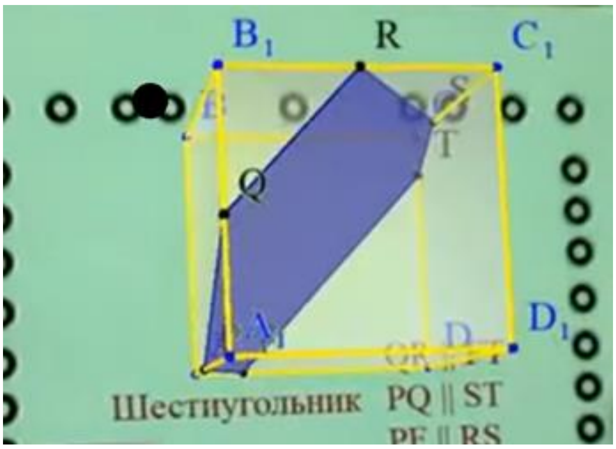


Рис.1. Наглядный пример визуализации задачи по геометрии

Данная технология необходима для визуализации 3D-объектов как дополнения 2D-изображений. Выделяют два принципа отображения дополненной реальности:

1) на основе мишеней;
2) на основе координат пользователя.

В данной статье мы рассмотрим технологию на основе мишеней.

Способ и средства моделирования трехмерный моделей.

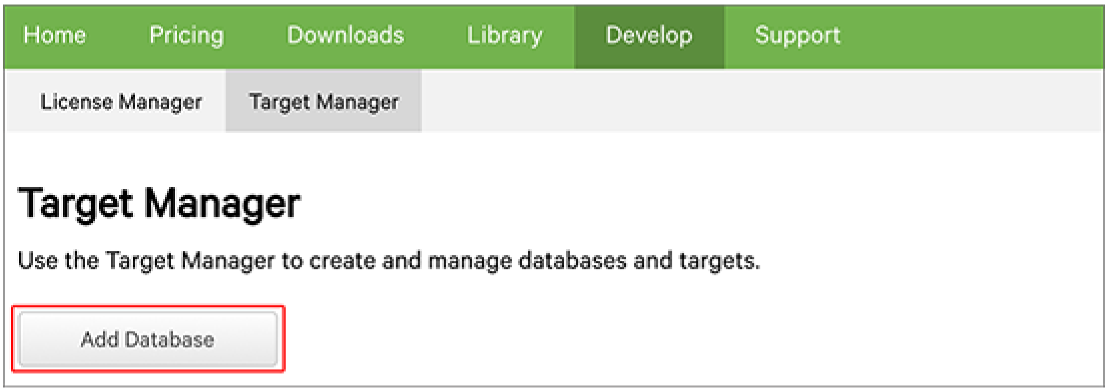
Vuforia – это платформа для создания augmented reality приложений для телефонов и планшетов на операционных системах iOS и Android.

Vuforia включается в себя: **iOS и Android Vuforia SDK** для разработчиков; **Target Manager** – систему для создания и управления мишенями; а также набор web сервисов (**Vuforia Web Services**) в которые можно вынести хранение мишеней и еще кое-какой функционал.

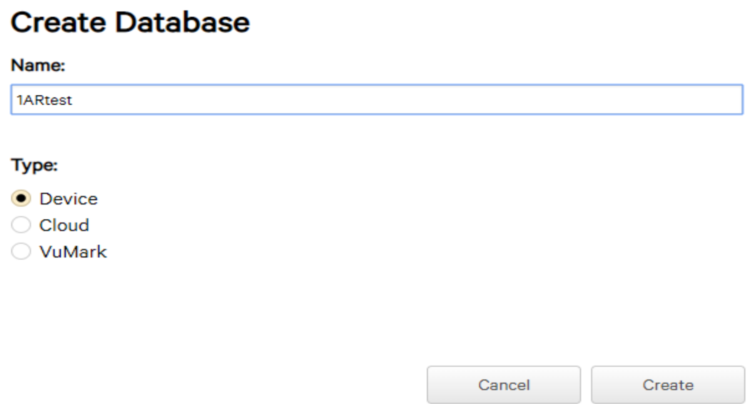
Target manager

Настройка целевых объектов.

Входим по своей учетной записью на сайт Vuforia. Затем переходим на страницу целевого менеджера и нажимаем кнопку « **Добавить базу данных»**.

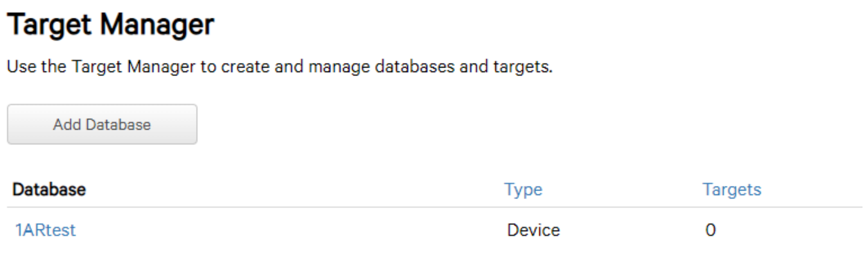


На странице « **Создать базу данных»** вводим имя для своей базы данных, выбираем « **Устройство»** в параметрах « **Тип»**.

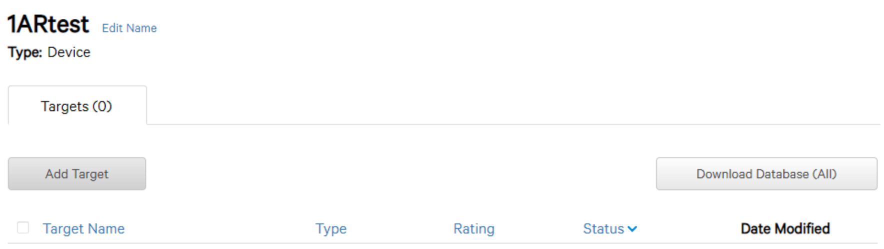


Это добавляет новую целевую базу данных в список **Target Manager**. Теперь щелкните по имени **базы данных** в списке, чтобы открыть **список «База данных устройств»**.

Нажимаем по имени базы данных в списке и открываем список «База данных устройств».

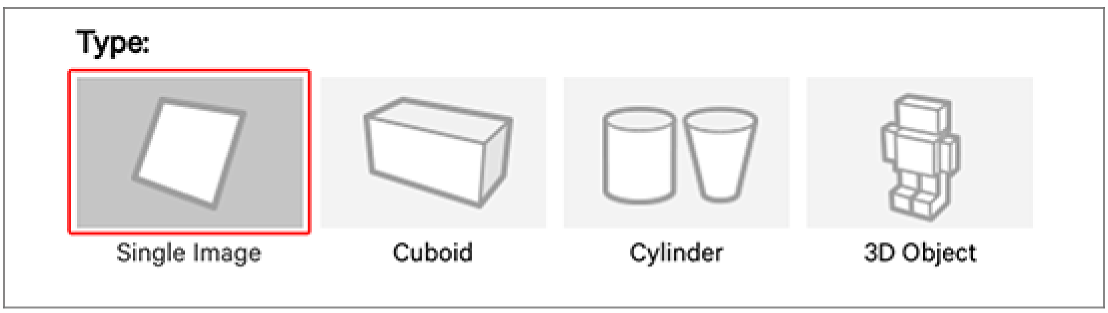


Это приведет нас к странице **списка целей** для базы данных, где можно добавлять новые целевые объекты и загружать базу данных в определенных форматах для использования с несколькими платформами. Нажимаем кнопку « **Добавить цель»**, чтобы открыть всплывающее окно « **Добавить цель»**.



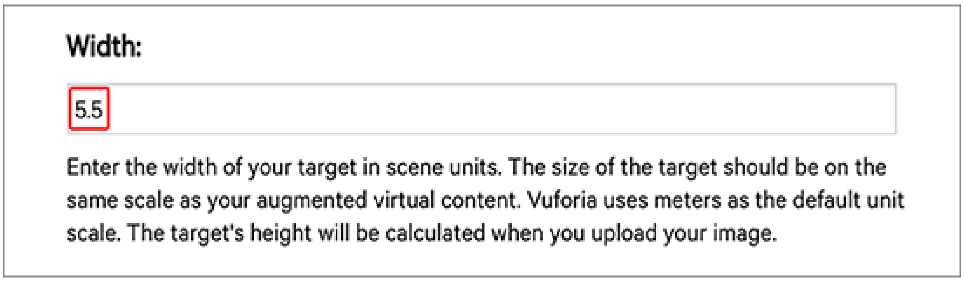
В окне « **Добавить цель»** представлены параметры для указания сведений о целевом объекте, который нужно добавить. Существует четыре различных типа целевых объектов, которые можно добавить:

Single Image, Cuboid, Box, Cylinder и 3D Object. В разделе « **Тип»** выбираем « **Одно изображение»**.

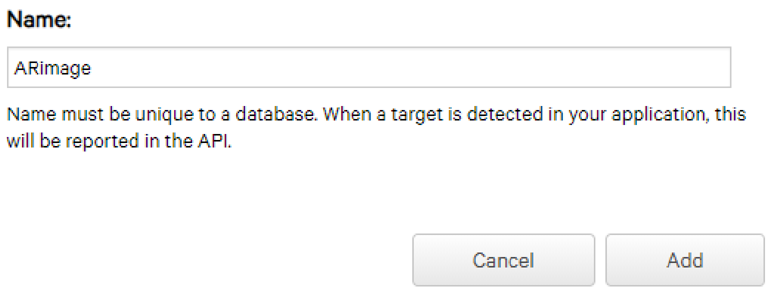


В этом примере используется портрет Лобачевского.

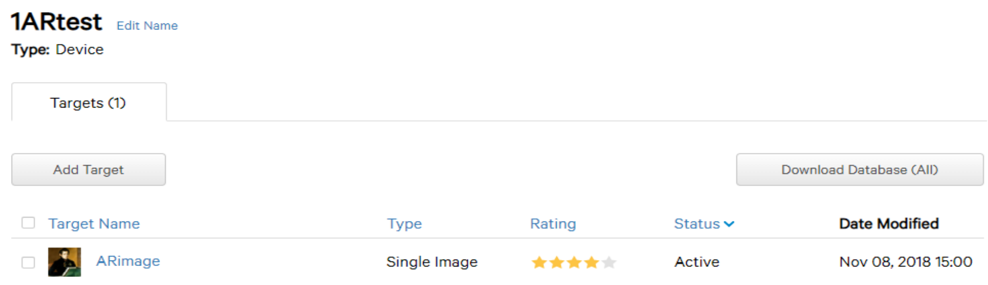
Значение Width - это масштабное значение, которое нужно установить для нашего изображения.



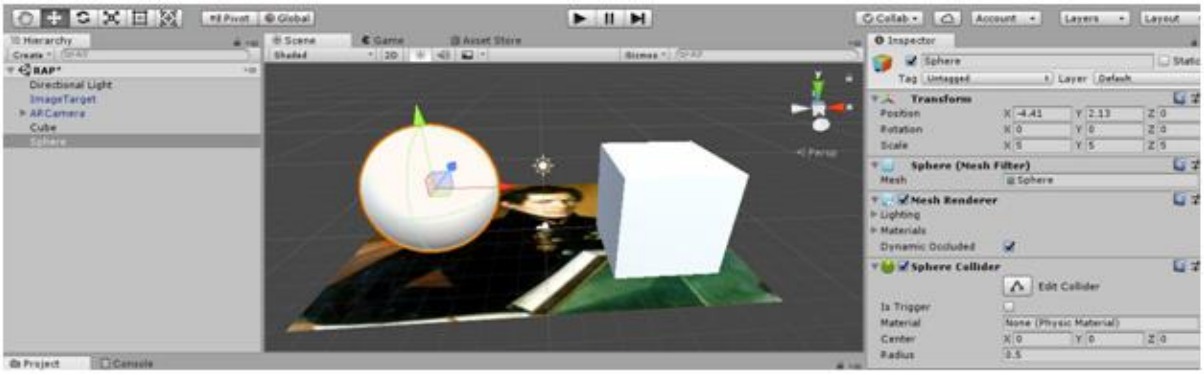
Вводим имя для целевого изображения и нажимаем кнопку « **Добавить»**, чтобы загрузить Target Image в базу данных.



Изображение появляется в списке целевых значений с номинальным значением, обозначенным звездами. Если рейтинг изображения меньше 5 звезд, камере сложнее отслеживать изображение.



Результат:



Вывод.

Дополненная реальность – актуальная технология, позволяющая сделать процесс изучения курса геометрии более эффективным для учащегося, облегчая при этом работу учителя, являясь при этом результативным способом познания окружающего нас пространства.

Литература

1. Иванько А.Ф., Иванько М.А., Бурцева М.Б. Дополненная и виртуальная реальность в образовании // Молодой ученый. – 2018. – №37. – С. 11-17. Режим доступа: https://moluch.ru/archive/223/52655/ (дата обращения: 03.10.2018).

2. Что такое дополнительная реальность? [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://3dday.ru/services/dopolnennaya-realnost

3. https://sibac.info/studconf/science/xlii/102658

4.http://privetstudent.com/diplomnyye/computers/4339-primenenie-tehnologiy-virtualnoy-dopolnennoy-i-smeshannoy-realnosti-v-sfere-obrazovaniya.html

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Баранова В.А., Россия, г. Уссурийск, Дальневосточный федеральный университет, Школа педагогики.
Научный руководитель: к.п.н., доц. Жигалова О.П.

Бижанова С.А., Гордиенко Е.А., Салминова А.С., Россия, г. Оренбург, Оренбургский государственный педагогический университет, физико-математический факультет.
Научный руководитель: к. ф.-м. н., доцент Прояева И.В.

Веркашанцева О.А., Латыпова А.Н., Россия, г. Оренбург, Оренбургский государственный педагогический университет, физико-математический факультет.
Научный руководитель: к. ф.-м. н., доцент Прояева И.В.

Валеев И.И., Демидова Д.В., Россия, г. Казань, Казанский федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского
Научный руководитель: д.п.н., проф. Шакирова Л.Р.

Виташевская И.О., Вихров С.Е., Лагуткина А.С., Россия, г. Славянск-на-Кубани, Кубанский государственный университет, факультет математики, информатики, биологии и технологии.
Научный руководитель: к.п.н., доц. Чернышева У.А.

Габова Е.П., Россия, г. Сыктывкар, Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина, Институт точных наук и информационных технологий.
Научный руководитель: д.п.н., к.ф.-м.н., доцент Попов Н.И.

Гатауллина Г.С., Россия, г. Елабуга, Елабужский институт Казанского федерального университета, факультет математики и естественных наук.
Научный руководитель: к.п.н., доцент Гильмуллин М.Ф.

Глебова А.А., Россия, г. Москва, Московский педагогический государственный университет, математический факультет.
Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент Гусева Н.И.

Годовова А.С., Россия, г. Оренбург, Оренбургский государственный педагогический университет, физико-математический факультет.
Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент И.В. Прояева

Гордиенко Е.А., Бижанова С.А, Салминова А.С., Россия, г. Оренбург, Оренбургский государственный педагогический университет, физико-математический факультет.
Научный руководитель: к.ф-м.н., доцент Прояева И.В.

Заборонок А.В., Россия, г. Москва, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский педагогический государственный университет».
Научный руководитель: доц. кафедры геометрии Тесля О.Ю.

Зайцева А.Г., Россия, г. Казань, ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», Институт вычислительной математики и информационных технологий.
Руководитель: преподаватель Соловьева О.Н.

Зарипова Р.И., Мотигуллина Д.М., Россия, г. Казань, Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского.
Научный руководитель: к.п.н., доцент Фазлеева Э.И.

Збутович И.В., Карпухина А.Д., Россия, г. Елабуга, Елабужский институт Казанского федерального университета.
Научный руководитель: к. ф.-м. н., доцент Костин А.В.

Корепанова А.А., Россия, г. Пермь, Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, математический факультет.
Научный руководитель: к.п.н., доцент Шеремет Г.Г.

Кромская О.С., Россия, г. Самара, Самарский государственный социально-педагогический университет, факультет математики, физики и информатики.
Научный руководитель: к.п.н., доцент Евелина Л.Н.

Кузнецова К.И., Россия, г. Ульяновск, Ульяновский государственный педагогический университет, факультет физико-математического и технологического образования.
Научный руководитель: к.ф.-м.н. Макеева О.В.

Магомедрагимова Э.В., Лютина М.А., Россия, г. Нижневартовск, Нижневартовский государственный университет, факультет информационных технологий и математики.
Научный руководитель: к. п. н., доцент Горлова С.Н.

Макарова Е.А., Россия, г.Нижневартовск, Нижневартовский государственный университет, факультет информационных технологий и математики.
Научный руководитель: к.п.н., доцент Горлова С.Н.

Мичурина К.А., Россия, г. Арзамас, Арзамасский филиал Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, физико-математический факультет.
Научный руководитель: к.п.н., доцент Сангалова М.Е.

Мухтасимов А.Д., Россия, г. Казань, Казанский Государственный Энергетический Университет, Институт цифровых технологий и экономики.
Научный руководитель: преподаватель КГЭУ Коростелева Д.М.

Нигматуллина Г. Х., Сагедиева М. Р., Россия, г. Казань, Казанский (Приволжский) Федеральный университет, Институт математики и механики им. Н. И. Лобачевского
Научный руководитель: к.п.н., доц.Садыкова Е. Р.

Николаева Н.Г., Россия, г. Челябинск, Южно-Уральский государственный университет (НИУ), Институт естественных и точных наук.
Научный руководитель: к. ф.- м. н., доц. Мухаметьярова А.А.

Салминова А.С., Россия, г. Оренбург, Оренбургский государственный педагогический университет, физико-математический факультет.
Научный руководитель: д.п.н, профессор Москвина О.В.

Салминова А.С., Бижанова С.А., Гордиенко Е.А., Россия, г. Оренбург, Оренбургский государственный педагогический университет, физико-математический факультет.
Научный руководитель: к.ф.-м.н, доцент. Прояева И.В.

Семенова Е.Е., Россия, г. Нижневартовск, Нижневартовский государственный университет, факультет информационных технологий и математики.
Научный руководитель: к.п.н., доцент Горлова С.Н.

Сидубаева Т.В., Россия, г. Самара, Самарский государственный социально-педагогический университет, факультет математики, физики и информатики.
Научный руководитель: доцент кафедры физики, математики и методики обучения Иванюк. М.Е.

Суходолова Е.В., Россия, г. Оренбург, Оренбургский государственный педагогический университет, физико-математический факультет.
Научный руководитель: к.п.н., доцент Черемисина М.И., ст. пр. Курбатова Л.Н.

Тагиров К.М., Тагиров Т.М., Россия, г. Нижневартовск, Нижневартовский государственный университет, факультет информационных технологий и математики.
Научный руководитель: к.п.н., доцент Горлова С.Н.
Научный руководитель: к.ф-м.н., доцент Дмитриев Н.П.

Тугушева Д.Р., Россия, г. Оренбург, Оренбургский государственный педагогический университет, физико-математический факультет.
Научный руководитель: к.п.н., доцент Черемисина М.И.

Тухбатова Э.М., Россия, г. Казань, Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им.Н.И. Лобачевского.
Научный руководитель: д.п.н., проф. Шакирова Л.Р.

Филимончева И.Г., Россия, г. Казань, Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева, Казанский учебно-исследовательский и методический центр для людей с ограниченными возможностями здоровья (по слуху).
Научный руководитель: к.п.н., доц. Биряльцева А.Р.

Фролова М.В., Россия, г. Санкт-Петербург, Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена, факультет математики.
Научный руководитель: доцент Ходот Т.Г.

Шалгин В.С., Россия, г. Челябинск, Южно-Уральский государственный университет (НИУ), Институт естественных и точных наук.
Научный руководитель: к. ф.-м. н., доц. Мухаметьярова А.А.

Шелепова А.И., Россия, г. Самара, Самарский государственный социально-педагогический университет, факультет математики, физики и информатики.
Научный руководитель: к.п.н., доцент Евелина Л.Н.