



ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВОЗРАСТАНИЯ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА ОРБИТЫ

В. Л. Воронцова

ON THE INVESTIGATION OF THE BEHAVIOR OF LIMIT CYCLES DEPENDING ON THE INCREASE OF THE ECCENTRICITY OF THE ORBIT

Vorontsova V. L.

Orbital "a bunch of bodies" is considered in the article. The effect of growth eccentricity of the orbit and aerodynamic parameters on the behavior of limit cycles has been researched.

Key words: orbital "a bunch of bodies", limit cycles, aerodynamic parameter, eccentricity of the orbit.

Рассмотрена орбитальная «связка тел». Исследуется влияние роста эксцентриситета орбиты и аэродинамического параметра на поведение предельных циклов.

Ключевые слова: орбитальная связка тел, предельные циклы, аэродинамический параметр, эксцентриситет орбиты.

УДК 521.11

Рассматривается движение орбитальной «связки тел» – двух материальных точек с массами m_1 и m_2 , соединенных идеальной гибкой безмассовой нерастяжимой нитью, под действием гравитационных и аэродинамических сил, приложенных к точкам m_1 и m_2 [1].

Уравнения относительного движения связки с учетом гравитационного воздействия, аэродинамического давления, аэродифференциального и диссипативного факторов подробно описаны в [2].

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 a}{dn^2} - \frac{2e \sin n}{(1+e \cos n)} \left(1 + \frac{da}{dn} \right) - \\ & - \frac{n^2}{(1+e \cos n)} \sin a \cos a - \\ & - a \frac{\bar{s}(n)}{(1+e \cos n)^4} (1+e^2 + 2e \cos n) \sin d - \\ & - k \frac{\bar{s}(n)(1+e^2 + 2e \cos n)}{(1+e \cos n)^4} \sin d \sin a + \\ & + b \frac{\bar{s}(n) \sqrt{1+e^2 + 2e \cos n}}{(1+e \cos n)^2} (1 + \sin^2 d) \left(1 + \frac{da}{dn} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$n^2 = 3 ; a = \frac{r_p P^2}{l} \cdot \frac{(c_2 m_1 - c_1 m_2)}{m_1 m_2} ;$$

$$k = \frac{r_p P^2}{H} \cdot \frac{(c_2 m_1^2 + c_1 m_2^2)}{m_1 m_2 (m_1 + m_2)} ;$$

$$b = r_p P \cdot \frac{c_2 m_1^2 + c_1 m_2^2}{m_1 m_2 (m_1 + m_2)} ;$$

$$P = R_p (1 + e) ;$$



$$\bar{s}(n) = \exp \left\{ -\varepsilon \frac{1 - \cos n}{1 + e \cos n} \right\}, \quad \varepsilon = \frac{R_p}{H} e;$$

$$\sin d = \frac{(1 + e \cos n) \sin a + e \sin n \cos a}{\sqrt{1 + e^2 + 2e \cos n}};$$

$$(\sin d = \frac{V_t \cos a + V_t \sin a}{V}).$$

Параметры n , a , k , b описывают следующие физические воздействия: n – гравитационные; a – аэродинамическое давление; k – аэроградиентный эффект за счет градиента плотности атмосферы вдоль гантели; b – аэродинамическое трение.

Для случая круговой орбиты ранее было выявлено, что сочетание аэроградиентной раскрутки связки с ее торможением аэродинамическим трением в пределе приводит либо к относительным равновесиям, либо к так называемым «предельным циклам» – замкнутым фазовым траек-

ториям, охватывающим фазовый цилиндр (угловая скорость связки вдоль цикла постоянна).

Ранее в работе [3] было выявлено существование предельных циклов, но не было проведено исследование их поведения.

С помощью численной реализации метода точечных отображений Пуанкаре построены фазовые портреты в плоскости (a, a') . Сначала были построены фазовые портреты для орбиты с очень малой эллиптичностью $e=0.001$, при значениях параметров $k=0.1$; $b=0.001$. Параметр a меняется.

Предельный цикл возникает при $a=4$ в окрестности $a' \approx 29,6$. Для этого случая составлена таблица 1. При возрастании параметра a предельный цикл снижается, исчезает он при $a=46$.

Далее были построены фазовые портреты для $e=0.01$ с параметрами $k=0.1$; $b=0.001$. Предельный цикл возникает при $a=4$ в окрестности $a' \approx 29,6$, исчезает при $a>45,6$. Расположение предельного цикла для $e=0.01$ приведено в таблице 2.

Таблица 1

a	4	5	10	15	20	25	30	35	40	45.8
a'	29,6	28,47	23,3	19,92	17,9	16,6	15,7	15,07	14,58	13,9

Таблица 2

a	4	5	10	15	20	25	30	35	40	45.8
a'	29,65	28,6	23,87	20,8	18,75	17,4	16,5	15,87	15,4	15,1

Из сравнения таблиц видно, что при возрастании эксцентриситета орбиты на порядок при одинаковых значениях параметра a и значениях параметров k и b , расположение предельного цикла становится значительно выше, причем, чем больше значение параметра a , тем больше различаются значения a' , при приближении к максимальному значению a , значения a' отличаются примерно на единицу. Это хорошо видно на рисунке 1.

Кроме того, построены фазовые портреты для орбиты с эллиптичностью $e = 0.1$. Предельный цикл возникает при $a = 11$ в окрестности $a' \approx 20$, а исчезает при $a>46$ (Таблица 3).

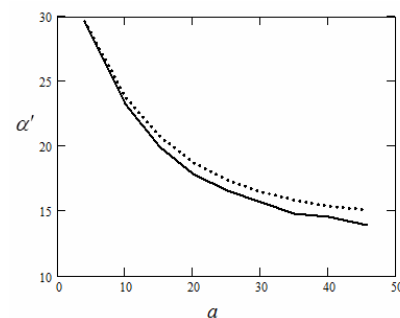


Рис. 1. Графическое изображение зависимостей, приведенных в таблицах 1, 2

Таблица 3

a	11	15	20	30	40	46
a'	20	17,8	16,8	15,2	14,2	14,15



При возрастании эксцентриситета до $e=0.1$ расположение предельного цикла становится значительно ниже. На рисунке 2 представлены предельные циклы, когда параметры a, b, k при-

нимают одинаковые значения ($a=30; b=0.001; k=0.1$) и меняется эксцентриситет.

В статье прослеживается эволюция предельного цикла в зависимости от роста эксцентриситета и аэродинамического параметра.

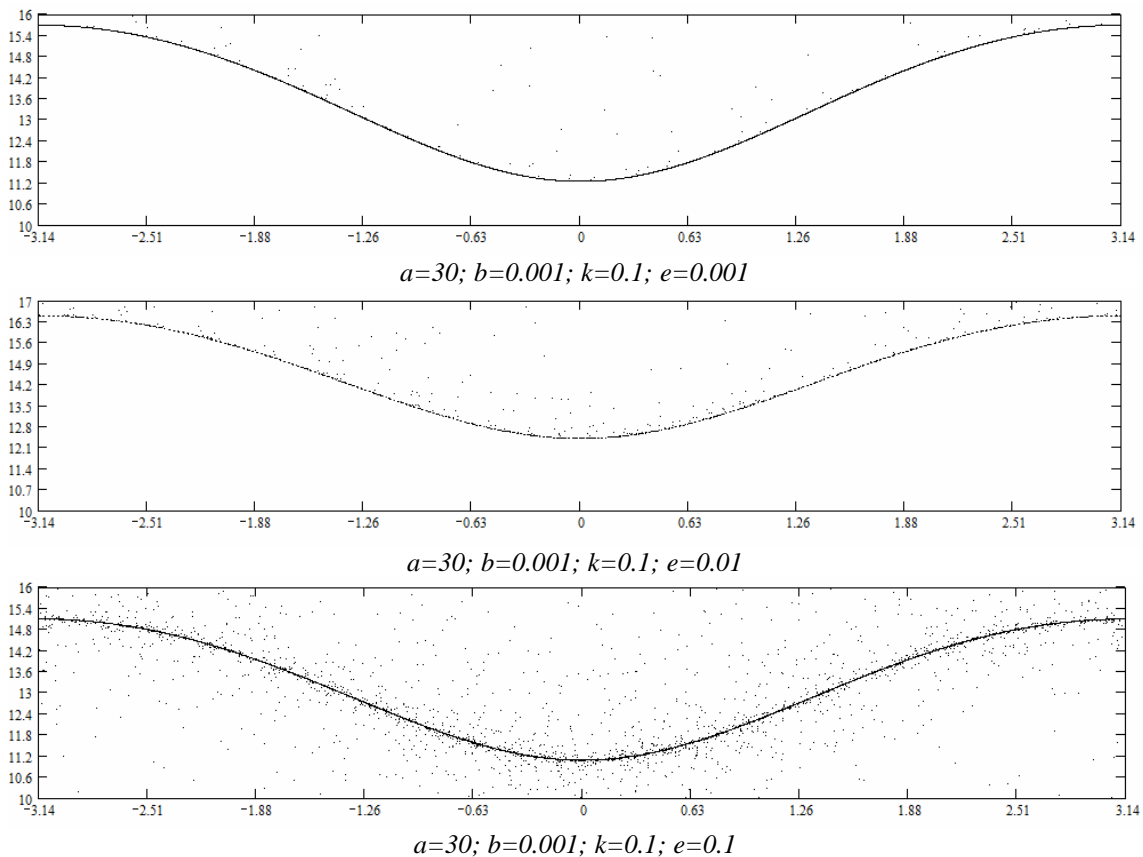


Рис. 2. Пример расположения предельного цикла в зависимости от роста эксцентриситета, при $a=30; b=0.001; k=0.1$

ЛИТЕРАТУРА

1. Белецкий В. В., Воронцова В. Л., Коф Л. М., Панкова Д. В. Влияние аэродинамики на относительное движение орбитальной связки двух тел. Часть 1. Регулярные движения. Препринт Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, 1996, № 38, 32 стр.
2. Белецкий В. В., Пивоваров М. Л. О влиянии атмосферы на относительное движение гантелеобразного спутника. «Прикладная математика и механика», 2000, № 4, 11 стр.
3. Гончарова Е. Н., Воронцова В. Л. Выявление

предельных циклов при движении связки двух тел под влиянием аэродинамики. Вестник СГУ №57(4), 2008. – с. 14-17.

Об авторе

Воронцова Валерия Леонидовна, институт экономики и финансов Казанского (Приволжского) федерального университета, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и экономической информатики. Сфера научных интересов – исследование динамики космических тросовых систем.
milen99@narod.ru