Математические модели теоретической физики

(математика и компьютерные науки)

Математические основы физики

(математика и информатика)

профессор Игнатьев Юрий Геннадиевич

Казанский федеральный университет
Институт математики и механики
им. Н.И. Лобачевского
Кафедра высшей математики и математического моделирования

Казань, VI семестр, 2015 г.

Содержание лекции

- Вывод уравнения одномерных колебаний
- Подобие одномерных колебаний на примере маятника
- Исследование линейных колебаний

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том I. Механика. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. – *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf.*

Содержание лекции

- Вывод уравнения одномерных колебаний
- Подобие одномерных колебаний на примере маятника
- Исследование линейных колебаний

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том I. Механика. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. – *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf.*

Лекция V: Теория одномерных колебаний

Содержание лекции

- Вывод уравнения одномерных колебаний
- Подобие одномерных колебаний на примере маятника
- Исследование линейных колебаний

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том I. Механика. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. – *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf.*

Лекция V: Теория одномерных колебаний

Содержание лекции

- Вывод уравнения одномерных колебаний
- Подобие одномерных колебаний на примере маятника
- Исследование линейных колебаний

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том I. Механика. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. – *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf.*

Содержание лекции

- Вывод уравнения одномерных колебаний
- Подобие одномерных колебаний на примере маятника
- Исследование линейных колебаний

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том I. Механика. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. – *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf.*

Лекция V: Теория одномерных колебаний

Содержание лекции

- Вывод уравнения одномерных колебаний
- Подобие одномерных колебаний на примере маятника
- Исследование линейных колебаний

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том I. Механика. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. – *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf.*

Лекция V: Теория одномерных колебаний

Содержание лекции

- Вывод уравнения одномерных колебаний
- Подобие одномерных колебаний на примере маятника
- Исследование линейных колебаний

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том I. Механика. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М: Наука – любое издание, начиная с 1965 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. – *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf.*

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \qquad (1)$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):
$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \qquad (2)$$
- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leq E_0 \qquad (3)$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \qquad (4)$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{E_0 - U(x)}} = \sqrt{\frac{2}{m}}\, t + \mathrm{Const}. \qquad (5)$$

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \qquad (1)$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):
  $$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \qquad (2)$$
- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \qquad (3)$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \qquad (4)$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}}\, t + \mathrm{Const}. \qquad (5)$$

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \qquad (1)$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \qquad (2)$$

- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \qquad (3)$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \rightarrow x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \qquad (4)$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{E_0 - U(x)}} = \sqrt{\frac{2}{m}}\, t + \mathrm{Const}. \qquad (5)$$

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \qquad (1)$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):
  $$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \qquad (2)$$
- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \qquad (3)$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются **точками поворота**.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \qquad (4)$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти **формальное решение** (4) в квадратурах:
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{E_0 - U(x)}} = \sqrt{\frac{2}{m}}\, t + \mathrm{Const}. \qquad (5)$$

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \qquad (1)$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \qquad (2)$$

- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \qquad (1)$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \qquad (2)$$

- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \qquad (3)$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \rightarrow x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}. \qquad (4)$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{E_0 - U(x)}} = \sqrt{\frac{2}{m}}\, t + \mathrm{Const}. \qquad (5)$$

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \qquad (1)$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):
$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \qquad (2)$$
- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leq E_0. \qquad (3)$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \qquad (4)$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:
-

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \qquad (1)$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \qquad (2)$$

- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \qquad (3)$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \qquad (4)$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}} = \sqrt{\frac{2}{m}}\, t + \mathrm{Const}. \qquad (5)$$

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \qquad (1)$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \qquad (2)$$

- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \qquad (3)$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \qquad (4)$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}} = \sqrt{\frac{2}{m}}\,t + \mathrm{Const}. \qquad (5)$$

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \tag{1}$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):
  $$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \tag{2}$$
- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \tag{3}$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \tag{4}$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{E_0 - U(x)}} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}}\,t + \mathrm{Const}. \tag{5}$$

Одномерные колебания механической системы вблизи точки равновесия

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \tag{1}$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):
$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \tag{2}$$
- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \tag{3}$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \tag{4}$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{E_0 - U(x)}} = \sqrt{\frac{2}{m}}\, t + \mathrm{Const}. \tag{5}$$

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \tag{1}$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):
$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const.} \tag{2}$$
- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \tag{3}$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \tag{4}$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}} = \sqrt{\frac{2}{m}}\, t + \mathrm{Const.}$$

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \tag{1}$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):
$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \tag{2}$$
- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \tag{3}$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \tag{4}$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:

Одномерные колебания механической системы вблизи точки равновесия

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \qquad (1)$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):
  $$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \qquad (2)$$
- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \qquad (3)$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \qquad (4)$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \qquad (1)$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):
  $$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \qquad (2)$$
- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \qquad (3)$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \qquad (4)$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}} = \sqrt{\frac{2}{m}}\, t + \mathrm{Const}. \qquad (5)$$

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \tag{1}$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):
  $$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \tag{2}$$
- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \tag{3}$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \tag{4}$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}} = \sqrt{\frac{2}{m}}t + \mathrm{Const}. \tag{5}$$

- Рассмотрим одномерные движения механической системы. Такая система имеет 2 степени свободы и описывается функцией Лагранжа
- $$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - U(x). \qquad (1)$$
- Учитывая интеграл полной энергии, получим уравнение Эйлера (обращаем внимание на знак!):
$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + U(x) = E_0 = \mathrm{Const}. \qquad (2)$$
- Согласно (2) вследствие неотрицательности $\dot{x}^2$ движение возможно лишь в областях:
- $$U(x) \leqslant E_0. \qquad (3)$$
- В частности, при $U(x) = E_0$ $\dot{x} = 0 \to x = x_i$. Такие точки называются точками поворота.
- При выполнении (3) разрешая (2), получим:
- $$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U)}, \qquad (4)$$
- где знак перед радикалом должен меняться в точках поворота.
- При заданной функции потенциальной энергии мы можем найти формальное решение (4) в квадратурах:
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}} = \sqrt{\frac{2}{m}}t + \mathrm{Const}. \qquad (5)$$

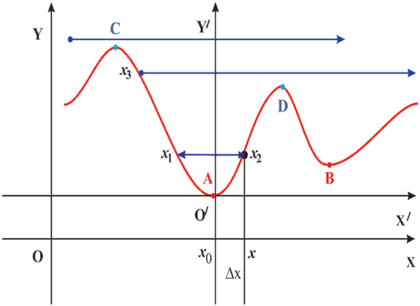
- Если имеются 2 точки поворота, x_1, x_2, причем $E_0 - U(x) > 0$ при $x_1 < x < x_2$, то система совершает колебательные движения между этими точками поворота. Период колебаний T этой системы можно вычислить на основе решения (5):
- $$T = \sqrt{\frac{m}{2}} \int\limits_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}} \qquad (6)$$
- Если имеется одна точка поворота, или их вообще нет, система совершает инфинитное движение.
- 

Figure 1. Одномерные движения механической системы

Учитывая, что потенциальная энергия задана с точностью до произвольной константы и перенося начало координат в точку равновесия системы, разложим потенциал по малости $\Delta x = x$ смещения из положения равновесия.

$$U(x) = U(0) + U'(0)x + \frac{1}{2}U''(0)x^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \qquad (7)$$

Одномерные колебания механической системы вблизи точки равновесия

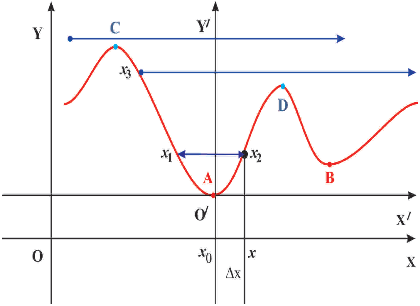
- Если имеются 2 точки поворота, x_1, x_2, причем $E_0 - U(x) > 0$ при $x_1 < x < x_2$, то система совершает колебательные движения между этими точками поворота. Период колебаний T этой системы можно вычислить на основе решения (5):
- $$T = \sqrt{\frac{m}{2}} \int\limits_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}}. \qquad (6)$$
- Если имеется одна точка поворота, или их вообще нет, система совершает инфинитное движение.
- 

Figure 1. Одномерные движения механической системы
Учитывая, что потенциальная энергия задана с точностью до произвольной константы и перенося начало координат в точку равновесия системы, разложим потенциал по малости $\Delta x = x$ смещения из положения равновесия.

$$U(x) = U(0) + U'(0)x + \frac{1}{2}U''(0)x^2$$
$$+\frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \qquad (7)$$

Одномерные колебания механической системы вблизи точки равновесия

- Если имеются 2 точки поворота, x_1, x_2, причем $E_0 - U(x) > 0$ при $x_1 < x < x_2$, то система совершает колебательные движения между этими точками поворота. Период колебаний T этой системы можно вычислить на основе решения (5):

- $$T = \sqrt{\frac{m}{2}} \int\limits_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}}. \qquad (6)$$

- Если имеется одна точка поворота, или их вообще нет, система совершает инфинитное движение.

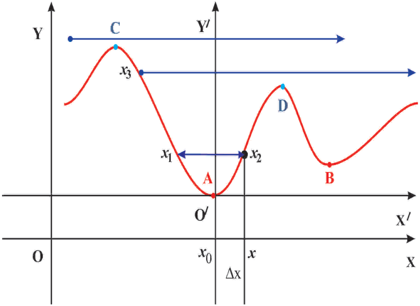
- 

Figure 1. Одномерные движения механической системы

Учитывая, что потенциальная энергия задана с точностью до произвольной константы и переноса начало координат в точку равновесия системы, разложим потенциал по малости $\Delta x = x$ смещения из положения равновесия.

$$U(x) = U(0) + U'(0)x + \frac{1}{2}U''(0)x^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \qquad (7)$$

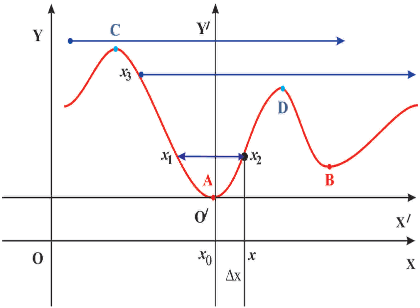
- Если имеются 2 точки поворота, x_1, x_2, причем $E_0 - U(x) > 0$ при $x_1 < x < x_2$, то система совершает колебательные движения между этими точками поворота. Период колебаний T этой системы можно вычислить на основе решения (5):
- $$T = \sqrt{\frac{m}{2}} \int\limits_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}}. \tag{6}$$
- Если имеется одна точка поворота, или их вообще нет, система совершает инфинитное движение.
- 

Figure 1. Одномерные движения механической системы

Учитывая, что потенциальная энергия задана с точностью до произвольной константы и переноса начало координат в точку равновесия системы, разложим потенциал по малости $\Delta x = x$ смещения из положения равновесия.

$$U(x) = U(0) + U'(0)x + \frac{1}{2}U''(0)x^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \tag{7}$$

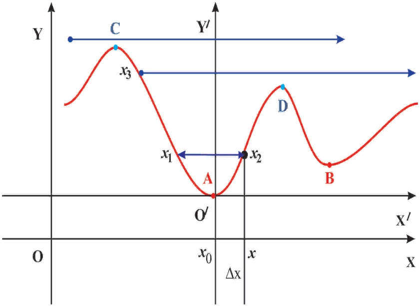
- Если имеются 2 точки поворота, x_1, x_2, причем $E_0 - U(x) > 0$ при $x_1 < x < x_2$, то система совершает колебательные движения между этими точками поворота. Период колебаний T этой системы можно вычислить на основе решения (5):
- $$T = \sqrt{\frac{m}{2}} \int\limits_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}}. \qquad (6)$$
- Если имеется одна точка поворота, или их вообще нет, система совершает инфинитное движение.
- 

Figure 1. **Одномерные движения механической системы**

Учитывая, что потенциальная энергия задана с точностью до произвольной константы и перенося начало координат в точку равновесия системы, разложим потенциал по малости $\Delta x = x$ смещения из положения равновесия.

$$U(x) = U(0) + U'(0)x + \frac{1}{2}U''(0)x^2$$
$$+\frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \qquad (7)$$

- Если имеются 2 точки поворота, x_1, x_2, причем $E_0 - U(x) > 0$ при $x_1 < x < x_2$, то система совершает колебательные движения между этими точками поворота. Период колебаний T этой системы можно вычислить на основе решения (5):
- $$T = \sqrt{\frac{m}{2}} \int\limits_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}}. \tag{6}$$
- Если имеется одна точка поворота, или их вообще нет, система совершает инфинитное движение.
-

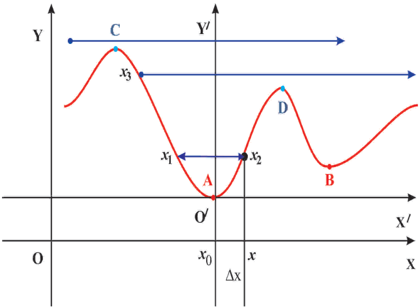


Figure 1. Одномерные движения механической системы
Учитывая, что потенциальная энергия задана с точностью до произвольной константы и переноса начало координат в точку равновесия системы, разложим потенциал по малости $\Delta x = x$ смещения из положения равновесия.

$$U(x) = U(0) + U'(0)x + \frac{1}{2}U''(0)x^2$$
$$+\frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \tag{7}$$

Линейные одномерные колебания механической системы

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$\boxed{U(0) = 0, \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0.} \tag{8}$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \ldots \tag{9}$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x) \approx \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow F = -kx \text{ — Закон Гука}. \tag{10}$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0. \tag{11}$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- $$x = e^{\lambda t}. \tag{12}$$
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения
- $$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0, \quad \text{где } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ — собственная частота системы}. \tag{13}$$

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0. \qquad (8)$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0.$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0. \tag{8}$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \ldots \tag{9}$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2, \rightarrow F = -kx \text{ — Закон Гука!} \tag{10}$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0. \tag{11}$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- $$x = e^{\lambda t}. \tag{12}$$
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения
- $$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0; \quad \text{где } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ — собственная частота системы.} \tag{13}$$

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$\boxed{U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0. \qquad (8)}$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \ldots \qquad (9)$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x) \approx \frac{1}{2}kx^2, \Rightarrow F = -kx \text{ — Закон Гука!} \qquad (10)$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0. \qquad (11)$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- $$x = e^{\lambda t}. \qquad (12)$$
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения
- $$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0, \text{ где } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ — собственная частота системы.} \qquad (13)$$

Линейные одномерные колебания механической системы

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$\boxed{U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0. \qquad (8)}$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \qquad (9)$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$\boxed{U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0. \qquad (8)}$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \qquad (9)$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x) \approx \frac{1}{2}kx^2, \Longrightarrow F = -kx - \text{Закон Гука!} \qquad (10)$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0. \qquad (11)$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- $$x = e^{\lambda t}. \qquad (12)$$
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения
- $$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0, \quad \text{где } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} - \text{собственная частота системы.} \qquad (13)$$

Линейные одномерные колебания механической системы

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
-

$$U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0. \tag{8}$$

- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \tag{9}$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
-
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
-
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
-
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения
-

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
-

$$\boxed{U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0.} \tag{8}$$

- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \tag{9}$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x) \approx \frac{1}{2}kx^2, \Rightarrow F = -kx \quad \text{Закон Гука!}. \tag{10}$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0. \tag{11}$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения

Линейные одномерные колебания механической системы

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$\boxed{U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0.} \qquad (8)$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \qquad (9)$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x) \approx \frac{1}{2}kx^2, \Rightarrow F = -kx \quad \text{Закон Гука!.} \qquad (10)$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения

- Далее, поскольку точка $x=0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$\boxed{U(0)=0; \quad U'(0)=0; \quad U''(0)=k>0.} \qquad (8)$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x)=\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{6}U'''(0)x^3+\frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4+\cdots \qquad (9)$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x)\approx\frac{1}{2}kx^2, \Rightarrow F=-kx \qquad \text{Закон Гука!}. \qquad (10)$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0. \qquad (8)$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \qquad (9)$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x) \approx \frac{1}{2}kx^2, \Rightarrow F = -kx \quad \text{Закон Гука!}. \qquad (10)$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0. \qquad (11)$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- $$x = e^{\lambda t}. \qquad (12)$$
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения
- $$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0, \quad \text{где } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ — собственная частота системы}. \qquad (13)$$

Линейные одномерные колебания механической системы

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0. \tag{8}$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \tag{9}$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x) \approx \frac{1}{2}kx^2, \Rightarrow F = -kx \qquad \text{Закон Гука!}. \tag{10}$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0. \tag{11}$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения

- Далее, поскольку точка $x=0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$\boxed{U(0)=0;\quad U'(0)=0;\quad U''(0)=k>0.} \qquad (8)$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x)=\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{6}U'''(0)x^3+\frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4+\cdots \qquad (9)$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x)\approx\frac{1}{2}kx^2, \Rightarrow F=-kx \qquad \text{Закон Гука!}. \qquad (10)$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2}+kx=0. \qquad (11)$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения

Линейные одномерные колебания механической системы

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
-
$$U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0. \tag{8}$$

- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \tag{9}$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x) \approx \frac{1}{2}kx^2, \Rightarrow F = -kx \quad \text{Закон Гука!}. \tag{10}$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0. \tag{11}$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- $$x = e^{\lambda t}. \tag{12}$$
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения

Линейные одномерные колебания механической системы

- Далее, поскольку точка $x=0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$\boxed{U(0)=0;\quad U'(0)=0;\quad U''(0)=k>0.} \qquad (8)$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x)=\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{6}U'''(0)x^3+\frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4+\cdots \qquad (9)$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x)\approx\frac{1}{2}kx^2, \Rightarrow F=-kx \quad \text{Закон Гука!}. \qquad (10)$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2}+kx=0. \qquad (11)$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- $$x=e^{\lambda t}. \qquad (12)$$
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения

Линейные одномерные колебания механической системы

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$\boxed{U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0.} \qquad (8)$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \qquad (9)$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x) \approx \frac{1}{2}kx^2, \Rightarrow F = -kx \qquad \text{Закон Гука!}. \qquad (10)$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0. \qquad (11)$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- $$x = \mathrm{e}^{\lambda t}. \qquad (12)$$
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$\boxed{U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0.} \tag{8}$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \tag{9}$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x) \approx \frac{1}{2}kx^2, \Rightarrow F = -kx \quad \text{Закон Гука!}. \tag{10}$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0. \tag{11}$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- $$x = \mathrm{e}^{\lambda t}. \tag{12}$$
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения
- $$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0; \quad \text{где } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ — собственная частота системы.} \tag{13}$$

Линейные одномерные колебания механической системы

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$\boxed{U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0.} \tag{8}$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \tag{9}$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x) \approx \frac{1}{2}kx^2, \Rightarrow F = -kx \quad \text{Закон Гука!}. \tag{10}$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0. \tag{11}$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- $$x = \mathrm{e}^{\lambda t}. \tag{12}$$
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения
- $$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0; \quad \text{где } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ – собственная частота системы.} \tag{13}$$

- Далее, поскольку точка $x = 0$ является точкой минимума, то вследствие выбранной нами системы координат:
- $$\boxed{U(0) = 0; \quad U'(0) = 0; \quad U''(0) = k > 0. \qquad (8)}$$
- Таким образом, разложение потенциальной энергии вблизи точки равновесия (7) начинается с квадратичного члена:
- $$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{6}U'''(0)x^3 + \frac{1}{24}U^{IV}(0)x^4 + \cdots \qquad (9)$$
- Ограничиваясь первым членом этого разложения, получим:
- $$U(x) \approx \frac{1}{2}kx^2, \Rightarrow F = -kx \qquad \text{Закон Гука!}. \qquad (10)$$
- Таким образом, уравнение Эйлера в этом случае принимает вид:
- $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0. \qquad (11)$$
- Это обыкновенное, линейное, однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Согласно теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (см., например, Эльсгольц) его общее решение необходимо искать в виде
- $$x = \mathrm{e}^{\lambda t}. \qquad (12)$$
- Подставляя (12) в (11), найдем корни характеристического уравнения
- $$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0; \quad \text{где } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ – собственная частота системы.} \qquad (13)$$

- Поэтому согласно (12) и (13) общее решение линейных свободных колебаний есть:
- – гармонические колебания, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ – амплитуда колебаний, φ_0 – начальная фаза колебаний. Таким образом, для консервативной системы гармонические колебания вблизи точки равновесия являются общей закономерностью.

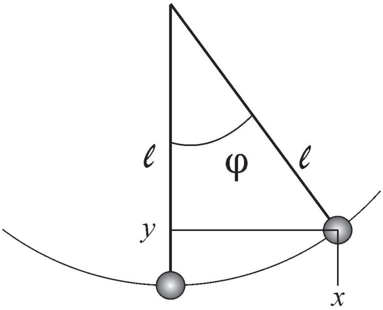


Figure 2. Малые колебания маятника. Для маятника получим: $x(t) = \ell\sin\varphi(t) \approx \ell\varphi$, $y(t) = \ell - \ell\cos\varphi(t) \approx \frac{1}{2}\ell\dot{\varphi}^2$, т.о., $v_x = \dot{x} = \ell\cos\varphi(t)\dot{\varphi} \approx \ell\dot{\varphi}0$, $v_y = \dot{y} = \ell\sin\varphi(t)\dot{\varphi} \approx -\ell\varphi\dot{\varphi}$. Таким образом:

Таким образом, преобразованием $L = L/\ell; \varphi = x; mg = k$ задача о колебании маятника сводится к задаче о малых одномерных колебаниях системы вблизи точки равновесия.

- Поэтому согласно (12) и (13) общее решение линейных свободных колебаний есть:

$$x = C_+ e^{i\omega_0 t} + C_- e^{-i\omega 0 t} = C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t) = C_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0).(14)$$

- – гармонические колебания, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ – амплитуда колебаний, φ_0 – начальная фаза колебаний. Таким образом, для консервативной системы гармонические колебания вблизи точки равновесия являются общей закономерностью.

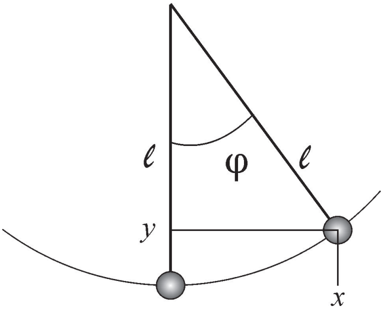


Figure 2. Малые колебания маятника. Для маятника получим: $x(t) = \ell \sin\varphi(t) \approx \ell\varphi$, $y(t) = \ell - \ell\cos\varphi(t) \approx \frac{1}{2}\ell\dot{\varphi}^2$, т.о., $v_x = \dot{x} = \ell\cos\varphi(t)\dot{\varphi} \approx \ell\dot{\varphi}0$, $v_y = \dot{y} = \ell\sin\varphi(t)\dot{\varphi} \approx -\ell\varphi\dot{\varphi}$. Таким образом:

$$L = \frac{mv^2}{2} - mgy \approx \frac{m\ell}{2}\dot{\varphi}^2 - \frac{\ell}{2} mg\varphi^2.(15)$$

Таким образом, преобразованием $L = L/\ell; \varphi = x; mg = k$ задача о колебании маятника сводится к задаче о малых одномерных колебаниях системы вблизи точки равновесия.

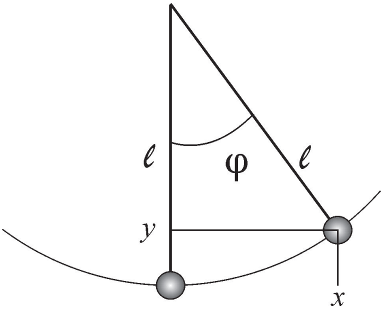
- Поэтому согласно (12) и (13) общее решение линейных свободных колебаний есть:
- $$\boxed{x = C_+ \mathrm{e}^{i\omega_0 t} + C_- \mathrm{e}^{-i\omega 0t} = C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t) = C_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0).(14)}$$
- – гармонические колебания, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ – амплитуда колебаний, φ_0 – начальная фаза колебаний. Таким образом, для консервативной системы гармонические колебания вблизи точки равновесия являются общей закономерностью.
- 

Figure 2. Малые колебания маятника. Для маятника получим: $x(t) = \ell \sin\varphi(t) \approx \ell\varphi$, $y(t) = \ell - \ell\cos\varphi(t) \approx \frac{1}{2}\ell\dot{\varphi}^2$, т.о., $v_x = \dot{x} = \ell\cos\varphi(t)\dot{\varphi} \approx \ell\dot{\varphi}0$, $v_y = \dot{y} = \ell\sin\varphi(t)\dot{\varphi} \approx -\ell\varphi\dot{\varphi}$. Таким образом:

$$L = \frac{mv^2}{2} - mgy \approx \frac{m\ell}{2}\dot{\varphi}^2 - \frac{\ell}{2}mg\varphi^2 (15)$$

Таким образом, преобразованием $L = L/\ell; \varphi = x; mg = k$ задача о колебании маятника сводится к задаче о малых одномерных колебаниях системы вблизи точки равновесия.

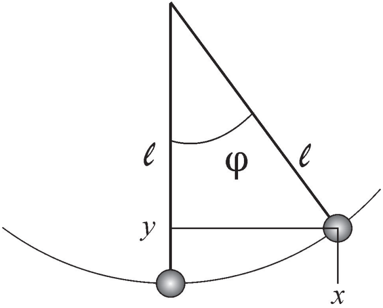
- Поэтому согласно (12) и (13) общее решение линейных свободных колебаний есть:
- $$\boxed{x = C_+ \mathrm{e}^{i\omega_0 t} + C_- \mathrm{e}^{-i\omega 0 t} = C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t) = C_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0).(14)}$$
- – гармонические колебания, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ – амплитуда колебаний, φ_0 – начальная фаза колебаний. Таким образом, для консервативной системы гармонические колебания вблизи точки равновесия являются общей закономерностью.
- 

Figure 2. Малые колебания маятника. Для маятника получим: $x(t) = \ell \sin\varphi(t) \approx \ell\varphi$, $y(t) = \ell - \ell\cos\varphi(t) \approx \frac{1}{2}\ell\dot{\varphi}^2$, т.о., $v_x = \dot{x} = \ell\cos\varphi(t)\dot{\varphi} \approx \ell\dot{\varphi}0$, $v_y = \dot{y} = \ell\sin\varphi(t)\dot{\varphi} \approx -\ell\varphi\dot{\varphi}$. Таким образом:

$$L = \frac{mv^2}{2} - mgy \approx \frac{m\ell}{2}\dot{\varphi}^2 - \frac{\ell}{2}mg\varphi^2.(15)$$

Таким образом, преобразованием $L = L/\ell; \varphi = x; mg = k$ задача о колебании маятника сводится к задаче о малых одномерных колебаниях системы вблизи точки равновесия.

- Поэтому согласно (12) и (13) общее решение линейных свободных колебаний есть:
- $$\boxed{x = C_{+}\mathrm{e}^{i\omega_0 t} + C_{-}\mathrm{e}^{-i\omega 0 t} = C_1\cos(\omega_0 t) + C_2\sin(\omega_0 t) = C_0\sin(\omega_0 t + \varphi_0).(14)}$$
- – гармонические колебания, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ – амплитуда колебаний, φ_0 – начальная фаза колебаний. Таким образом, для консервативной системы гармонические колебания вблизи точки равновесия являются общей закономерностью.
-

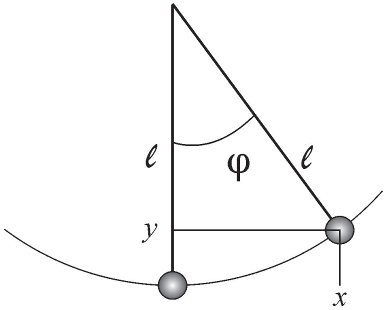


Figure 2. Малые колебания маятника. Для маятника получим: $x(t) = \ell\sin\varphi(t) \approx \ell\varphi$, $y(t) = \ell - \ell\cos\varphi(t) \approx \frac{1}{2}\ell\dot{\varphi}^2$, т.о., $v_x = \dot{x} = \ell\cos\varphi(t)\dot{\varphi} \approx \ell\dot{\varphi}0$, $v_y = \dot{y} = \ell\sin\varphi(t)\dot{\varphi} \approx -\ell\varphi\dot{\varphi}$. Таким образом:

$$L = \frac{mv^2}{2} - mgy \approx \frac{m\ell}{2}\dot{\varphi}^2 - \frac{\ell}{2}mg\varphi^2.(15)$$

Таким образом, преобразованием $L = L/\ell; \varphi = x; mg = k$ задача о колебании маятника сводится к задаче о малых одномерных колебаниях системы вблизи точки равновесия.

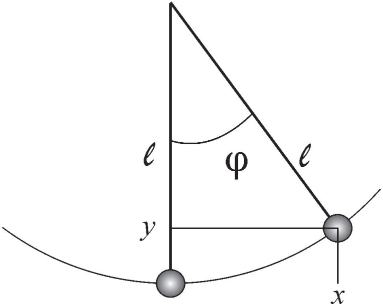
- Поэтому согласно (12) и (13) общее решение линейных свободных колебаний есть:
- $$\boxed{x = C_+ \mathrm{e}^{i\omega_0 t} + C_- \mathrm{e}^{-i\omega 0 t} = C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t) = C_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0).(14)}$$
- – гармонические колебания, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ – амплитуда колебаний, φ_0 – начальная фаза колебаний. Таким образом, для консервативной системы гармонические колебания вблизи точки равновесия являются общей закономерностью.
- 

Figure 2. Малые колебания маятника. Для маятника получим: $x(t) = \ell \sin\varphi(t) \approx \ell\varphi$, $y(t) = \ell - \ell\cos\varphi(t) \approx \frac{1}{2}\ell\dot{\varphi}^2$, т.о., $v_x = \dot{x} = \ell\cos\varphi(t)\dot{\varphi} \approx \ell\dot{\varphi}0$, $v_y = \dot{y} = \ell\sin\varphi(t)\dot{\varphi} \approx -\ell\varphi\dot{\varphi}$. Таким образом:

$$L = \frac{mv^2}{2} - mgy \approx \frac{m\ell}{2}\dot{\varphi}^2 - \frac{\ell}{2}mg\varphi^2.(15)$$

Таким образом, преобразованием $L = L/\ell; \varphi = x; mg = k$ задача о колебании маятника сводится к задаче о малых одномерных колебаниях системы вблизи точки равновесия.

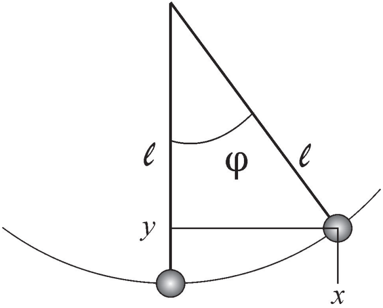
- Поэтому согласно (12) и (13) общее решение линейных свободных колебаний есть:
- $$x = C_+ \mathrm{e}^{i\omega_0 t} + C_- \mathrm{e}^{-i\omega 0 t} = C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t) = C_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (14)$$
- – гармонические колебания, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ – амплитуда колебаний, φ_0 – начальная фаза колебаний. Таким образом, для консервативной системы гармонические колебания вблизи точки равновесия являются общей закономерностью.
- 

Figure 2. Малые колебания маятника. Для маятника получим: $x(t) = \ell \sin\varphi(t) \approx \ell\varphi$, $y(t) = \ell - \ell\cos\varphi(t) \approx \frac{1}{2}\ell\dot{\varphi}^2$, т.о., $v_x = \dot{x} = \ell\cos\varphi(t)\dot{\varphi} \approx \ell\dot{\varphi}0$, $v_y = \dot{y} = \ell\sin\varphi(t)\dot{\varphi} \approx -\ell\varphi\dot{\varphi}$. Таким образом:

$$L = \frac{mv^2}{2} - mgy \approx \frac{m\ell}{2}\dot{\varphi}^2 - \frac{\ell}{2}mg\varphi^2. \quad (15)$$

Таким образом, преобразованием $L = L/\ell; \varphi = x; mg = k$ задача о колебании маятника сводится к задаче о малых одномерных колебаниях системы вблизи точки равновесия.

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \qquad (16)$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t). \qquad (17)$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin \omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A \sin \omega t, \qquad (18)$$
- причем для константы A найдем:
- $$A = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \qquad (19)$$
- Таким образом, получим решение:
- $$x = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t + \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}\sin \omega t. \qquad (20)$$

- Рассмотрим теперь неконсервативную системy, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \qquad (16)$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \qquad (17)$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin \omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A \sin \omega t, \qquad (18)$$
- причем для константы A найдем:
- $$A = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \qquad (19)$$
- Таким образом, получим решение:
- $$x = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t + \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}\sin \omega t. \qquad (20)$$

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \tag{16}$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \tag{17}$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin \omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A \sin \omega t, \tag{18}$$
- причем для константы A найдем:
- $$A = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{19}$$
- Таким образом, получим решение:
- $$x = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t + \frac{F_0}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} \sin \omega t \tag{20}$$

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \qquad (16)$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin \omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- причем для константы A найдем:
- Таким образом, получим решение:

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \qquad (16)$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin\omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- причем для константы A найдем:
- Таким образом, получим решение:

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \qquad (16)$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \qquad (17)$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin\omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A\sin\omega t, \qquad (18)$$
- причем для константы A найдем:
- $$A = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \qquad (19)$$
- Таким образом, получим решение:
- $$x = C_1\cos\omega_0 t + C_2\sin\omega_0 t + \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}\sin\omega t. \qquad (20)$$

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \tag{16}$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \tag{17}$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin\omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A\sin\omega t, \tag{18}$$
- причем для константы A найдем:
- $$A = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \tag{19}$$
- Таким образом, получим решение:
- $$x = C_1\cos\omega_0 t + C_2\sin\omega_0 t + \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}\sin\omega t. \tag{20}$$

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \tag{16}$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \tag{17}$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin \omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A \sin \omega t, \tag{18}$$
- причем для константы A найдем:
- $$A = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \tag{19}$$
- Таким образом, получим решение:
- $$x = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t + \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}\sin \omega t. \tag{20}$$

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \qquad (16)$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \qquad (17)$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin \omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- причем для константы A найдем:
- Таким образом, получим решение:

Линейные одномерные колебания механической системы: вынужденные колебания

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \qquad (16)$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \qquad (17)$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin \omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A\sin\omega t, \qquad (18)$$
- причем для константы A найдем:
- Таким образом, получим решение:

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \tag{16}$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m} F(t) \tag{17}$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin \omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A \sin \omega t, \tag{18}$$
- причем для константы A найдем:
- Таким образом, получим решение:

Линейные одномерные колебания механической системы: вынужденные колебания

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \qquad (16)$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \qquad (17)$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin\omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A\sin\omega t, \qquad (18)$$
- причем для константы A найдем:
- Таким образом, получим решение:

Линейные одномерные колебания механической системы: вынужденные колебания

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \qquad (16)$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \qquad (17)$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin\omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A\sin\omega t, \qquad (18)$$
- причем для константы A найдем:
- $$A = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \qquad (19)$$
- Таким образом, получим решение:

Линейные одномерные колебания механической системы: вынужденные колебания

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \qquad (16)$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \qquad (17)$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin\omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A\sin\omega t, \qquad (18)$$
- причем для константы A найдем:
- $$A = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \qquad (19)$$
- Таким образом, получим решение:

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \qquad (16)$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \qquad (17)$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin \omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A \sin \omega t, \qquad (18)$$
- причем для константы A найдем:
- $$A = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \qquad (19)$$
- Таким образом, получим решение:

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \qquad (16)$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \qquad (17)$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin\omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A\sin\omega t, \qquad (18)$$
- причем для константы A найдем:
- $$A = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \qquad (19)$$
- Таким образом, получим решение:
- $$x = C_1\cos\omega_0 t + C_2\sin\omega_0 t + \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2}\sin\omega t. \qquad (20)$$

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \tag{16}$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \tag{17}$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin\omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A\sin\omega t, \tag{18}$$
- причем для константы A найдем:
- $$A = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \tag{19}$$
- Таким образом, получим решение:
- $$x = C_1\cos\omega_0 t + C_2\sin\omega_0 t + \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2}\sin\omega t. \tag{20}$$

- Рассмотрим теперь неконсервативную систему, когда:
- $$U(x,t) = U_0(x) - xF(t), \qquad (16)$$
- где $F(t)$ – внешняя (вынуждающая) сила.
- Тогда вместо уравнения свободных колебаний (14) получим уравнение малых вынужденных колебаний:
- $$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F(t) \qquad (17)$$
- Поскольку это линейное дифференциальное уравнение, его общее решение равно сумме общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения (14) и частного решения неоднородного уравнения.
- Рассмотрим частный случай вынуждающей силы $F = F_0 \sin \omega t$. Тогда очевидно, что частное решение уравнения (17) можно искать в виде:
- $$x_1(t) = A \sin \omega t, \qquad (18)$$
- причем для константы A найдем:
- $$A = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \qquad (19)$$
- Таким образом, получим решение:
- $$x = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t + \frac{F_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} \sin \omega t. \qquad (20)$$

- Формула (20) неприменима в случае совпадения собственной и вынуждающей частот колебаний. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0$:
- Теория ОДУ с постоянными коэффициентами утверждает, что в случае совпадения характеристических чисел с частотами в правой части уравнения частное решение последнего необходимо искать в виде:
- Вычисляя производные, подставляя их в уравнение, найдем:
- Таким образом, в условиях резонанса получим общее решение:
- Таким образом, в условиях резонанса амплитуда колебаний растет линейно со временем.
- Вычислим скорость колебаний. Дифференцируя (24), получим:
- Таким образом, скорость колебаний растет также линейно со временем, а, стало быть, кинетическая энергия колебаний растет квадратично по времени.

- Формула (20) неприменима в случае совпадения собственной и вынуждающей частот колебаний. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0$:
- Теория ОДУ с постоянными коэффициентами утверждает, что в случае совпадения характеристических чисел с частотами в правой части уравнения частное решение последнего необходимо искать в виде:

$$x_1 = At\sin\omega_0 t. \tag{21}$$

- Вычисляя производные, подставляя их в уравнение, найдем:

$$A = -\frac{F_0}{2m\omega_0}. \tag{22}$$

- Таким образом, в условиях резонанса получим общее решение:
-

$$\boxed{x = C_1\cos\omega_0 t + C_2\sin\omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{t}{\omega_0}\cos\omega_0 t.} \tag{23}$$

- Таким образом, в условиях резонанса амплитуда колебаний растет линейно со временем.
- Вычислим скорость колебаний. Дифференцируя (24), получим:

$$v = -C_1\omega_0\sin\omega_0 t + C_2\omega_0\cos\omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{1}{\omega_0}\cos\omega_0 t + \frac{F_0}{2m}t\sin\omega_0 t. \tag{24}$$

- Таким образом, скорость колебаний растет также линейно со временем, а, стало быть, кинетическая энергия колебаний растет квадратично по времени.

- Формула (20) неприменима в случае совпадения собственной и вынуждающей частот колебаний. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0$:
- Теория ОДУ с постоянными коэффициентами утверждает, что в случае совпадения характеристических чисел с частотами в правой части уравнения частное решение последнего необходимо искать в виде:

$$x_1 = At\sin\omega_0 t. \tag{21}$$

- Вычисляя производные, подставляя их в уравнение, найдем:
- Таким образом, в условиях резонанса получим общее решение:
- Таким образом, в условиях резонанса амплитуда колебаний растет линейно со временем.
- Вычислим скорость колебаний. Дифференцируя (24), получим:
- Таким образом, скорость колебаний растет также линейно со временем, а, стало быть, кинетическая энергия колебаний растет квадратично по времени.

- Формула (20) неприменима в случае совпадения собственной и вынуждающей частот колебаний. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0$:
- Теория ОДУ с постоянными коэффициентами утверждает, что в случае совпадения характеристических чисел с частотами в правой части уравнения частное решение последнего необходимо искать в виде:

$$x_1 = At\sin\omega_0 t. \tag{21}$$

- Вычисляя производные, подставляя их в уравнение, найдем:

$$A = -\frac{F_0}{2m\omega_0}. \tag{22}$$

- Таким образом, в условиях резонанса получим общее решение:
- Таким образом, в условиях резонанса амплитуда колебаний растет линейно со временем.
- Вычислим скорость колебаний. Дифференцируя (24), получим:
- Таким образом, скорость колебаний растет также линейно со временем, а, стало быть, кинетическая энергия колебаний растет квадратично по времени.

Линейные одномерные колебания механической системы: резонанс

- Формула (20) неприменима в случае совпадения собственной и вынуждающей частот колебаний. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0$:
- Теория ОДУ с постоянными коэффициентами утверждает, что в случае совпадения характеристических чисел с частотами в правой части уравнения частное решение последнего необходимо искать в виде:

$$x_1 = At\sin\omega_0 t. \tag{21}$$

- Вычисляя производные, подставляя их в уравнение, найдем:

$$A = -\frac{F_0}{2m\omega_0}. \tag{22}$$

- Таким образом, в условиях резонанса получим общее решение:
- Таким образом, в условиях резонанса амплитуда колебаний растет линейно со временем.
- Вычислим скорость колебаний. Дифференцируя (24), получим:
- Таким образом, скорость колебаний растет также линейно со временем, а, стало быть, кинетическая энергия колебаний растет квадратично по времени.

- Формула (20) неприменима в случае совпадения собственной и вынуждающей частот колебаний. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0$:
- Теория ОДУ с постоянными коэффициентами утверждает, что в случае совпадения характеристических чисел с частотами в правой части уравнения частное решение последнего необходимо искать в виде:
$$x_1 = At \sin \omega_0 t. \tag{21}$$
- Вычисляя производные, подставляя их в уравнение, найдем:
$$A = -\frac{F_0}{2m\omega_0}. \tag{22}$$
- Таким образом, в условиях резонанса получим общее решение:
-
$$\boxed{x = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{t}{\omega_0}\cos \omega_0 t.} \tag{23}$$
- Таким образом, в условиях резонанса амплитуда колебаний растет линейно со временем.
- Вычислим скорость колебаний. Дифференцируя (24), получим:
$$v = -C_1\omega_0 \sin \omega_0 t + C_2\omega_0 \cos \omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{1}{\omega_0}\cos \omega_0 t + \frac{F_0}{2m} t \sin \omega_0 t. \tag{24}$$
- Таким образом, скорость колебаний растет также линейно со временем, а, стало быть, кинетическая энергия колебаний растет квадратично по времени.

- Формула (20) неприменима в случае совпадения собственной и вынуждающей частот колебаний. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0$:
- Теория ОДУ с постоянными коэффициентами утверждает, что в случае совпадения характеристических чисел с частотами в правой части уравнения частное решение последнего необходимо искать в виде:

$$x_1 = At \sin \omega_0 t. \tag{21}$$

- Вычисляя производные, подставляя их в уравнение, найдем:

$$A = -\frac{F_0}{2m\omega_0}. \tag{22}$$

- Таким образом, в условиях резонанса получим общее решение:
-

$$\boxed{x = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{t}{\omega_0} \cos \omega_0 t.} \tag{23}$$

- Таким образом, в условиях резонанса амплитуда колебаний растет линейно со временем.
- Вычислим скорость колебаний. Дифференцируя (24), получим:

$$v = -C_1 \omega_0 \sin \omega_0 t + C_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{1}{\omega_0} \cos \omega_0 t + \frac{F_0}{2m} t \sin \omega_0 t. \tag{24}$$

- Таким образом, скорость колебаний растет также линейно со временем, а, стало быть, кинетическая энергия колебаний растет квадратично по времени.

- Формула (20) неприменима в случае совпадения собственной и вынуждающей частот колебаний. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0$:
- Теория ОДУ с постоянными коэффициентами утверждает, что в случае совпадения характеристических чисел с частотами в правой части уравнения частное решение последнего необходимо искать в виде:

$$x_1 = At \sin \omega_0 t. \tag{21}$$

- Вычисляя производные, подставляя их в уравнение, найдем:

$$A = -\frac{F_0}{2m\omega_0}. \tag{22}$$

- Таким образом, в условиях резонанса получим общее решение:
-

$$\boxed{x = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t - \frac{F_0}{2m} \frac{t}{\omega_0} \cos \omega_0 t. \qquad (23)}$$

- Таким образом, в условиях резонанса амплитуда колебаний растет линейно со временем.
- Вычислим скорость колебаний. Дифференцируя (24), получим:

$$v = -C_1 \omega_0 \sin \omega_0 t + C_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - \frac{F_0}{2m} \frac{1}{\omega_0} \cos \omega_0 t + \frac{F_0}{2m} t \sin \omega_0 t. \tag{24}$$

- Таким образом, скорость колебаний растет также линейно со временем, а, стало быть, кинетическая энергия колебаний растет квадратично по времени.

- Формула (20) неприменима в случае совпадения собственной и вынуждающей частот колебаний. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0$:
- Теория ОДУ с постоянными коэффициентами утверждает, что в случае совпадения характеристических чисел с частотами в правой части уравнения частное решение последнего необходимо искать в виде:
$$x_1 = At\sin\omega_0 t. \tag{21}$$
- Вычисляя производные, подставляя их в уравнение, найдем:
$$A = -\frac{F_0}{2m\omega_0}. \tag{22}$$
- Таким образом, в условиях резонанса получим общее решение:
-
$$\boxed{x = C_1\cos\omega_0 t + C_2\sin\omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{t}{\omega_0}\cos\omega_0 t.} \tag{23}$$
- Таким образом, в условиях резонанса амплитуда колебаний растет линейно со временем.
- Вычислим скорость колебаний. Дифференцируя (24), получим:
- Таким образом, скорость колебаний растет также линейно со временем, а, стало быть, кинетическая энергия колебаний растет квадратично по времени.

Линейные одномерные колебания механической системы: резонанс

- Формула (20) неприменима в случае совпадения собственной и вынуждающей частот колебаний. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0$:
- Теория ОДУ с постоянными коэффициентами утверждает, что в случае совпадения характеристических чисел с частотами в правой части уравнения частное решение последнего необходимо искать в виде:

$$x_1 = At\sin\omega_0 t. \tag{21}$$

- Вычисляя производные, подставляя их в уравнение, найдем:

$$A = -\frac{F_0}{2m\omega_0}. \tag{22}$$

- Таким образом, в условиях резонанса получим общее решение:
-

$$\boxed{x = C_1\cos\omega_0 t + C_2\sin\omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{t}{\omega_0}\cos\omega_0 t. \qquad (23)}$$

- Таким образом, в условиях резонанса амплитуда колебаний растет линейно со временем.
- Вычислим скорость колебаний. Дифференцируя (24), получим:

$$v = -C_1\omega_0\sin\omega_0 t + C_2\omega_0\cos\omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{1}{\omega_0}\cos\omega_0 t + \frac{F_0}{2m}t\sin\omega_0 t. \tag{24}$$

- Таким образом, скорость колебаний растет также линейно со временем, а, стало быть, кинетическая энергия колебаний растет квадратично по времени.

- Формула (20) неприменима в случае совпадения собственной и вынуждающей частот колебаний. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0$:
- Теория ОДУ с постоянными коэффициентами утверждает, что в случае совпадения характеристических чисел с частотами в правой части уравнения частное решение последнего необходимо искать в виде:

$$x_1 = At\sin\omega_0 t. \qquad (21)$$

- Вычисляя производные, подставляя их в уравнение, найдем:

$$A = -\frac{F_0}{2m\omega_0}. \qquad (22)$$

- Таким образом, в условиях резонанса получим общее решение:
-

$$\boxed{x = C_1\cos\omega_0 t + C_2\sin\omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{t}{\omega_0}\cos\omega_0 t. \qquad (23)}$$

- Таким образом, в условиях резонанса амплитуда колебаний растет линейно со временем.
- Вычислим скорость колебаний. Дифференцируя (24), получим:

$$v = -C_1\omega_0\sin\omega_0 t + C_2\omega_0\cos\omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{1}{\omega_0}\cos\omega_0 t + \frac{F_0}{2m}t\sin\omega_0 t. \qquad (24)$$

- Таким образом, скорость колебаний растет также линейно со временем, а, стало быть, кинетическая энергия колебаний растет квадратично по времени.

- Формула (20) неприменима в случае совпадения собственной и вынуждающей частот колебаний. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0$:
- Теория ОДУ с постоянными коэффициентами утверждает, что в случае совпадения характеристических чисел с частотами в правой части уравнения частное решение последнего необходимо искать в виде:

$$x_1 = At\sin\omega_0 t. \tag{21}$$

- Вычисляя производные, подставляя их в уравнение, найдем:

$$A = -\frac{F_0}{2m\omega_0}. \tag{22}$$

- Таким образом, в условиях резонанса получим общее решение:
-

$$\boxed{x = C_1\cos\omega_0 t + C_2\sin\omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{t}{\omega_0}\cos\omega_0 t.} \tag{23}$$

- Таким образом, в условиях резонанса амплитуда колебаний растет линейно со временем.
- Вычислим скорость колебаний. Дифференцируя (24), получим:

$$v = -C_1\omega_0\sin\omega_0 t + C_2\omega_0\cos\omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{1}{\omega_0}\cos\omega_0 t + \frac{F_0}{2m}\mathbf{t}\sin\omega_0 t. \tag{24}$$

- Таким образом, скорость колебаний растет также линейно со временем, а, стало быть, кинетическая энергия колебаний растет квадратично по времени.

- Формула (20) неприменима в случае совпадения собственной и вынуждающей частот колебаний. Рассмотрим случай $\omega = \omega_0$:
- Теория ОДУ с постоянными коэффициентами утверждает, что в случае совпадения характеристических чисел с частотами в правой части уравнения частное решение последнего необходимо искать в виде:

$$x_1 = At\sin\omega_0 t. \tag{21}$$

- Вычисляя производные, подставляя их в уравнение, найдем:

$$A = -\frac{F_0}{2m\omega_0}. \tag{22}$$

- Таким образом, в условиях резонанса получим общее решение:
- $$\boxed{x = C_1\cos\omega_0 t + C_2\sin\omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{t}{\omega_0}\cos\omega_0 t.} \tag{23}$$
- Таким образом, в условиях резонанса амплитуда колебаний растет линейно со временем.
- Вычислим скорость колебаний. Дифференцируя (24), получим:

$$v = -C_1\omega_0\sin\omega_0 t + C_2\omega_0\cos\omega_0 t - \frac{F_0}{2m}\frac{1}{\omega_0}\cos\omega_0 t + \frac{F_0}{2m}\mathbf{t}\sin\omega_0 t. \tag{24}$$

- Таким образом, скорость колебаний растет также линейно со временем, а, стало быть, кинетическая энергия колебаний растет квадратично по времени.

- Разумеется, энергия колебаний не может расти до бесконечности. При существенном увеличении амплитуды колебаний мы, во-первых, нарушаем условие малости колебаний (необходимо учитывать дополнительные члены в разложении функции потенциала), но кроме того, в системе естественным образом возникают диссипативные процессы, связанные с силами трения и приводящие к диссипации энергии на тепловые процессы.
- Простейшим способом учета сил трения является введение в правую часть уравнения колебаний дополнительного члена линейного сопротивления:
- где β – коэффициент линейного трения. Тогда получим уравнение колебаний с учетом силы трения:
- Решая соответствующее однородное уравнение, найдем:

- Разумеется, энергия колебаний не может расти до бесконечности. При существенном увеличении амплитуды колебаний мы, во-первых, нарушаем условие малости колебаний (необходимо учитывать дополнительные члены в разложении функции потенциала), но кроме того, в системе естественным образом возникают диссипативные процессы, связанные с силами трения и приводящие к диссипации энергии на тепловые процессы.
- Простейшим способом учета сил трения является введение в правую часть уравнения колебаний дополнительного члена линейного сопротивления:

$$F_{dis} = -m\beta v, \tag{25}$$

- где β – коэффициент линейного трения. Тогда получим уравнение колебаний с учетом силы трения:
- Решая соответствующее однородное уравнение, найдем:

- Разумеется, энергия колебаний не может расти до бесконечности. При существенном увеличении амплитуды колебаний мы, во-первых, нарушаем условие малости колебаний (необходимо учитывать дополнительные члены в разложении функции потенциала), но кроме того, в системе естественным образом возникают диссипативные процессы, связанные с силами трения и приводящие к диссипации энергии на тепловые процессы.
- Простейшим способом учета сил трения является введение в правую часть уравнения колебаний дополнительного члена линейного сопротивления:

$$F_{dis} = -m\beta v, \qquad (25)$$

- где β – коэффициент линейного трения. Тогда получим уравнение колебаний с учетом силы трения:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F_0 \sin\omega t. \qquad (26)$$

- Решая соответствующее однородное уравнение, найдем:
- $$x = e^{-\frac{\beta}{2}t}(C_1\cos\omega_0' t + C_2\sin\omega_0' t), \quad \omega_0' = \omega_0\sqrt{1 - \frac{\beta^2}{4\omega_0^2}}. \qquad (27)$$

- Разумеется, энергия колебаний не может расти до бесконечности. При существенном увеличении амплитуды колебаний мы, во-первых, нарушаем условие малости колебаний (необходимо учитывать дополнительные члены в разложении функции потенциала), но кроме того, в системе естественным образом возникают диссипативные процессы, связанные с силами трения и приводящие к диссипации энергии на тепловые процессы.
- Простейшим способом учета сил трения является введение в правую часть уравнения колебаний дополнительного члена линейного сопротивления:

$$F_{dis} = -m\beta v, \tag{25}$$

- где β – коэффициент линейного трения. Тогда получим уравнение колебаний с учетом силы трения:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F_0 \sin\omega t. \tag{26}$$

- Решая соответствующее однородное уравнение, найдем:

- Разумеется, энергия колебаний не может расти до бесконечности. При существенном увеличении амплитуды колебаний мы, во-первых, нарушаем условие малости колебаний (необходимо учитывать дополнительные члены в разложении функции потенциала), но кроме того, в системе естественным образом возникают диссипативные процессы, связанные с силами трения и приводящие к диссипации энергии на тепловые процессы.
- Простейшим способом учета сил трения является введение в правую часть уравнения колебаний дополнительного члена линейного сопротивления:

$$F_{dis} = -m\beta v, \tag{25}$$

- где β – коэффициент линейного трения. Тогда получим уравнение колебаний с учетом силы трения:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F_0 \sin\omega t. \tag{26}$$

- Решая соответствующее однородное уравнение, найдем:

- Разумеется, энергия колебаний не может расти до бесконечности. При существенном увеличении амплитуды колебаний мы, во-первых, нарушаем условие малости колебаний (необходимо учитывать дополнительные члены в разложении функции потенциала), но кроме того, в системе естественным образом возникают диссипативные процессы, связанные с силами трения и приводящие к диссипации энергии на тепловые процессы.
- Простейшим способом учета сил трения является введение в правую часть уравнения колебаний дополнительного члена линейного сопротивления:

$$F_{dis} = -m\beta v, \tag{25}$$

- где β – коэффициент линейного трения. Тогда получим уравнение колебаний с учетом силы трения:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F_0 \sin\omega t. \tag{26}$$

- Решая соответствующее однородное уравнение, найдем:

- Разумеется, энергия колебаний не может расти до бесконечности. При существенном увеличении амплитуды колебаний мы, во-первых, нарушаем условие малости колебаний (необходимо учитывать дополнительные члены в разложении функции потенциала), но кроме того, в системе естественным образом возникают диссипативные процессы, связанные с силами трения и приводящие к диссипации энергии на тепловые процессы.
- Простейшим способом учета сил трения является введение в правую часть уравнения колебаний дополнительного члена линейного сопротивления:

$$F_{dis} = -m\beta v, \tag{25}$$

- где β – коэффициент линейного трения. Тогда получим уравнение колебаний с учетом силы трения:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F_0 \sin\omega t. \tag{26}$$

- Решая соответствующее однородное уравнение, найдем:
-
$$x = e^{-\frac{\beta}{2}t}\left(C_1\cos\bar{\omega}_0 t + C_2\sin\bar{\omega}_0 t\right); \quad \bar{\omega}_0 = \omega_0\sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega_0^2}}. \tag{27}$$

- Разумеется, энергия колебаний не может расти до бесконечности. При существенном увеличении амплитуды колебаний мы, во-первых, нарушаем условие малости колебаний (необходимо учитывать дополнительные члены в разложении функции потенциала), но кроме того, в системе естественным образом возникают диссипативные процессы, связанные с силами трения и приводящие к диссипации энергии на тепловые процессы.
- Простейшим способом учета сил трения является введение в правую часть уравнения колебаний дополнительного члена линейного сопротивления:

$$F_{dis} = -m\beta v, \tag{25}$$

- где β – коэффициент линейного трения. Тогда получим уравнение колебаний с учетом силы трения:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F_0 \sin\omega t. \tag{26}$$

- Решая соответствующее однородное уравнение, найдем:
- $$x = \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}\left(C_1\cos\tilde{\omega}_0 t + C_2\sin\tilde{\omega}_0 t\right), \quad \tilde{\omega}_0 = \boldsymbol{\omega_0}\sqrt{\mathbf{1} - \frac{\boldsymbol{\beta^2}}{\boldsymbol{4\omega^2}}}. \tag{27}$$

- Разумеется, энергия колебаний не может расти до бесконечности. При существенном увеличении амплитуды колебаний мы, во-первых, нарушаем условие малости колебаний (необходимо учитывать дополнительные члены в разложении функции потенциала), но кроме того, в системе естественным образом возникают диссипативные процессы, связанные с силами трения и приводящие к диссипации энергии на тепловые процессы.
- Простейшим способом учета сил трения является введение в правую часть уравнения колебаний дополнительного члена линейного сопротивления:

$$F_{dis} = -m\beta v, \tag{25}$$

- где β – коэффициент линейного трения. Тогда получим уравнение колебаний с учетом силы трения:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}F_0 \sin\omega t. \tag{26}$$

- Решая соответствующее однородное уравнение, найдем:
- $$x = \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}\left(C_1\cos\tilde{\omega}_0 t + C_2\sin\tilde{\omega}_0 t\right), \quad \tilde{\omega}_0 = \boldsymbol{\omega_0\sqrt{1-\frac{\beta^2}{4\omega^2}}}. \tag{27}$$

Линейные одномерные колебания механической системы: диссипативные процессы

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) \qquad (28)$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
$$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- $$\begin{array}{l|l} \sin(\omega t) & -A\omega^2 - \beta B\omega + A\omega_0^2 = \frac{F_0}{m}, \\ \cos(\omega t) & -B\omega^2 + A\beta\omega + B\omega_0^2 = 0. \end{array} \qquad (29)$$
- Решая (29), найдем:
- $$A = -\frac{F_0}{m}\frac{\omega^2-\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}, \quad B = -\frac{F_0}{m}\frac{\beta\omega}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}. \qquad (30)$$
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- $$x = e^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\bar{\omega}t+\varphi_0) + C\sin(\omega t+\varphi), \qquad (31)$$
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,
- $$C = \sqrt{A^2+B^2} = \frac{|F_0|}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}} \qquad (32)$$

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \qquad (28)$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$ $$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- Решая (29), найдем:
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \quad (28)$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
$$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- $$\begin{array}{l|l} \sin(\omega t) & -A\omega^2 - \beta B\omega + A\omega_0^2 = \frac{F_0}{m}; \\ \cos(\omega t) & -B\omega^2 + \beta A\omega + B\omega_0^2 = 0. \end{array} \quad (29)$$
- Решая (29), найдем:
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \tag{28}$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
$$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- Решая (29), найдем:
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \quad (28)$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
$$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- Решая (29), найдем:
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,

Линейные одномерные колебания механической системы: диссипативные процессы

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \qquad (28)$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
  $$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \tag{28}$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$ $$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- $$\begin{array}{l|ll} \sin(\omega t) & -A\omega^2 - B\beta\omega + A\omega_0^2 & = \frac{F_0}{m}; \\ \cos(\omega t) & -B\omega^2 + A\beta\omega + B\omega_0^2 & = 0. \end{array} \tag{29}$$
- Решая (29), найдем:
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \qquad (28)$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
  $$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- $$\begin{array}{l|ll} \sin(\omega t) & -A\omega^2 - B\beta\omega + A\omega_0^2 & = \frac{F_0}{m}; \\ \cos(\omega t) & -B\omega^2 + A\beta\omega + B\omega_0^2 & = 0. \end{array} \qquad (29)$$
- Решая (29), найдем:
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \qquad (28)$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
$$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- $$\begin{array}{l|ll} \sin(\omega t) & -A\omega^2 - B\beta\omega + A\omega_0^2 & = \frac{F_0}{m}; \\ \cos(\omega t) & -B\omega^2 + A\beta\omega + B\omega_0^2 & = 0. \end{array} \qquad (29)$$
- Решая (29), найдем:
- $$A = -\frac{F_0}{m}\frac{\omega^2-\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}; \quad B = -\frac{F_0}{m}\frac{\beta\omega}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}; \qquad (30)$$
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \qquad (28)$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$ $$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- $$\begin{array}{r|ll} \sin(\omega t) & -A\omega^2 - B\beta\omega + A\omega_0^2 & = \frac{F_0}{m}; \\ \cos(\omega t) & -B\omega^2 + A\beta\omega + B\omega_0^2 & = 0. \end{array} \qquad (29)$$
- Решая (29), найдем:
- $$A = -\frac{F_0}{m}\frac{\omega^2-\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}; \quad B = -\frac{F_0}{m}\frac{\beta\omega}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}; \qquad (30)$$
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- $$x = e^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\omega_0 t + \varphi_0) + C\sin(\omega t + \varphi), \qquad (31)$$
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,
- $$C = \sqrt{A^2+B^2} = \frac{|F_0|}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}} \qquad (32)$$

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \qquad (28)$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
$$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- $$\begin{array}{r|ll} \sin(\omega t) & -A\omega^2 - B\beta\omega + A\omega_0^2 & = \frac{F_0}{m}; \\ \cos(\omega t) & -B\omega^2 + A\beta\omega + B\omega_0^2 & = 0. \end{array} \qquad (29)$$
- Решая (29), найдем:
- $$A = -\frac{F_0}{m}\frac{\omega^2-\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}; \quad B = -\frac{F_0}{m}\frac{\beta\omega}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}; \qquad (30)$$
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \tag{28}$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
$$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- $$\begin{array}{r|ll} \sin(\omega t) & -A\omega^2 - B\beta\omega + A\omega_0^2 & = \frac{F_0}{m}; \\ \cos(\omega t) & -B\omega^2 + A\beta\omega + B\omega_0^2 & = 0. \end{array} \tag{29}$$
- Решая (29), найдем:
- $$A = -\frac{F_0}{m}\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2\omega^2}; \quad B = -\frac{F_0}{m}\frac{\beta\omega}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2\omega^2}; \tag{30}$$
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- $$x = e^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\omega_0 t + \varphi_0) + C\sin(\omega t + \varphi), \tag{31}$$
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,

Линейные одномерные колебания механической системы: диссипативные процессы

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \qquad (28)$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
  $$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- $$\begin{array}{r|ll} \sin(\omega t) & -A\omega^2 - B\beta\omega + A\omega_0^2 & = \frac{F_0}{m}; \\ \cos(\omega t) & -B\omega^2 + A\beta\omega + B\omega_0^2 & = 0. \end{array} \qquad (29)$$
- Решая (29), найдем:
- $$A = -\frac{F_0}{m}\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2\omega^2}; \quad B = -\frac{F_0}{m}\frac{\beta\omega}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2\omega^2}; \qquad (30)$$
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- $$x = e^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde{\omega}_0 t + \varphi_0) + C\sin(\omega t + \varphi), \qquad (31)$$
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,

Линейные одномерные колебания механической системы: диссипативные процессы

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \qquad (28)$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
$$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- $$\begin{array}{r|ll} \sin(\omega t) & -A\omega^2 - B\beta\omega + A\omega_0^2 & = \frac{F_0}{m}; \\ \cos(\omega t) & -B\omega^2 + A\beta\omega + B\omega_0^2 & = 0. \end{array} \qquad (29)$$
- Решая (29), найдем:
- $$A = -\frac{F_0}{m}\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2\omega^2}; \quad B = -\frac{F_0}{m}\frac{\beta\omega}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2\omega^2}; \qquad (30)$$
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- $$x = \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde{\omega}_0 t + \varphi_0) + C\sin(\omega t + \varphi), \qquad (31)$$
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \tag{28}$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
$$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- $$\begin{array}{r|ll} \sin(\omega t) & -A\omega^2 - B\beta\omega + A\omega_0^2 & = \frac{F_0}{m}; \\ \cos(\omega t) & -B\omega^2 + A\beta\omega + B\omega_0^2 & = 0. \end{array} \tag{29}$$
- Решая (29), найдем:
- $$A = -\frac{F_0}{m}\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2\omega^2}; \quad B = -\frac{F_0}{m}\frac{\beta\omega}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2\omega^2}; \tag{30}$$
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- $$x = \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde{\omega}_0 t + \varphi_0) + C\sin(\omega t + \varphi), \tag{31}$$
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,
- $$C = \sqrt{A^2 + B^2} = \frac{|F_0|}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2\omega^2}} \tag{32}$$

Линейные одномерные колебания механической системы: диссипативные процессы

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \qquad (28)$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
$$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- $$\begin{array}{r|ll} \sin(\omega t) & -A\omega^2 - B\beta\omega + A\omega_0^2 & = \frac{F_0}{m}; \\ \cos(\omega t) & -B\omega^2 + A\beta\omega + B\omega_0^2 & = 0. \end{array} \qquad (29)$$
- Решая (29), найдем:
- $$A = -\frac{F_0}{m}\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2\omega^2}; \quad B = -\frac{F_0}{m}\frac{\beta\omega}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2\omega^2}; \qquad (30)$$
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- $$x = \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t} C_0\sin(\tilde{\omega}_0 t + \varphi_0) + C\sin(\omega t + \varphi), \qquad (31)$$
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,
- $$C = \sqrt{A^2 + B^2} = \frac{|F_0|}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \beta^2\omega^2}}. \qquad (32)$$

- Частное решение уравнения (31) будем искать в виде:
- $$x_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \tag{28}$$
- Подставим это решение в уравнение (31):
- $$-A\omega^2\sin(\omega t) - B\omega^2\cos(\omega t) + \beta A\omega\cos(\omega t) - \beta B\omega\sin(\omega t)$$
$$+A\omega_0^2\sin(\omega t) + B\omega_0^2\cos(\omega t) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega t).$$
- Приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$ в правых и левых частях этого уравнения, получим систему алгебраических уравнений на коэффициенты A и B:
- $$\begin{array}{r|ll} \sin(\omega t) & -A\omega^2 - B\beta\omega + A\omega_0^2 & = \frac{F_0}{m}; \\ \cos(\omega t) & -B\omega^2 + A\beta\omega + B\omega_0^2 & = 0. \end{array} \tag{29}$$
- Решая (29), найдем:
- $$A = -\frac{F_0}{m}\frac{\omega^2-\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}; \quad B = -\frac{F_0}{m}\frac{\beta\omega}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}; \tag{30}$$
- таким образом, общее решение уравнения вынужденных колебаний с учетом линейного коэффициента трения можно записать в виде:
- $$x = \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde{\omega}_0 t + \varphi_0) + C\sin(\omega t + \varphi), \tag{31}$$
- где φ_0, φ – некоторые фазы, $C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$,
- $$C = \sqrt{A^2 + B^2} = \frac{|F_0|}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}}. \tag{32}$$

- Вычисляя скорость колебаний относительно решения (31), а затем – кинетическую энергию колебаний, найдем:
- $$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\left(-\frac{-\beta}{2}\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde{\omega}_0 t + \varphi_0) + \right.$$
$$\left. \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}\tilde{\omega}_0 C_0\cos(\tilde{\omega}_0 t + \varphi_0) + \omega C\cos(\omega t + \varphi)\right)^2, \qquad (33)$$
- Отсюда при $t \to \infty$ получим:

Усредняя (34) по периоду колебаний с учетом соотношения:

- получим:
- Таким образом, в условиях резонанса $\omega = \omega_0$ получим:

- Вычисляя скорость колебаний относительно решения (31), а затем – кинетическую энергию колебаний, найдем:
- $$E=\frac{mv^2}{2}=\frac{m}{2}\Bigl(-\frac{-\beta}{2}\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde\omega_0 t+\varphi_0)+$$
$$\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}\tilde\omega_0 C_0\cos(\tilde\omega_0 t+\varphi_0)+\omega C\cos(\omega t+\varphi)\Bigr)^2, \qquad (33)$$
- Отсюда при $t\to\infty$ получим:

Усредняя (34) по периоду колебаний с учетом соотношения:

- получим:
- Таким образом, в условиях резонанса $\omega=\omega_0$ получим:

- Вычисляя скорость колебаний относительно решения (31), а затем – кинетическую энергию колебаний, найдем:
- $$E=\frac{mv^2}{2}=\frac{m}{2}\Big(-\frac{-\beta}{2}\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde\omega_0 t+\varphi_0)+$$
$$\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}\tilde\omega_0 C_0\cos(\tilde\omega_0 t+\varphi_0)+\omega C\cos(\omega t+\varphi)\Big)^2, \qquad (33)$$
- Отсюда при $t\to\infty$ получим:

$$E\underset{t\to\infty}{\simeq}\frac{F_0^2}{m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}\cos^2(\omega t+\varphi). \qquad (34)$$

Усредняя (34) по периоду колебаний с учетом соотношения:

- получим:
- Таким образом, в условиях резонанса $\omega=\omega_0$ получим:

- Вычисляя скорость колебаний относительно решения (31), а затем – кинетическую энергию колебаний, найдем:
-

$$E=\frac{mv^2}{2}=\frac{m}{2}\biggl(-\frac{-\beta}{2}\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde\omega_0 t+\varphi_0)+$$

$$\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}\tilde\omega_0 C_0\cos(\tilde\omega_0 t+\varphi_0)+\omega C\cos(\omega t+\varphi)\biggr)^2, \qquad (33)$$

- Отсюда при $t\to\infty$ получим:

$$E \underset{t\to\infty}{\backsimeq} \frac{F_0^2}{m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}\cos^2(\omega t+\varphi). \qquad (34)$$

Усредняя (34) по периоду колебаний с учетом соотношения:

- получим:
- Таким образом, в условиях резонанса $\omega=\omega_0$ получим:

- Вычисляя скорость колебаний относительно решения (31), а затем – кинетическую энергию колебаний, найдем:
- $$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\Bigl(-\frac{-\beta}{2}\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde\omega_0 t+\varphi_0)+$$ $$\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}\tilde\omega_0 C_0\cos(\tilde\omega_0 t+\varphi_0)+\omega C\cos(\omega t+\varphi)\Bigr)^2, \qquad (33)$$
- Отсюда при $t\to\infty$ получим:

$$\boxed{E \underset{t\to\infty}{\backsimeq} \frac{F_0^2}{m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}\cos^2(\omega t+\varphi). \qquad (34)}$$

Усредняя (34) по периоду колебаний с учетом соотношения:

- $$\langle\cos^2 x\rangle = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\cos^2 x\,dx = \frac{1}{2} \qquad (35)$$
- получим:
- Таким образом, в условиях резонанса $\omega=\omega_0$ получим:

- Вычисляя скорость колебаний относительно решения (31), а затем – кинетическую энергию колебаний, найдем:
- $$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\left(-\frac{-\beta}{2}\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde{\omega}_0 t+\varphi_0)+\right.$$
$$\left.\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}\tilde{\omega}_0 C_0\cos(\tilde{\omega}_0 t+\varphi_0)+\omega C\cos(\omega t+\varphi)\right)^2, \qquad (33)$$
- Отсюда при $t\to\infty$ получим:

$$\boxed{E \underset{t\to\infty}{\backsimeq} \frac{F_0^2}{m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}\cos^2(\omega t+\varphi).} \qquad (34)$$

Усредняя (34) по периоду колебаний с учетом соотношения:

- $$\langle\cos^2 x\rangle = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\cos^2 x dx = \frac{1}{2} \qquad (35)$$
- получим:
- Таким образом, в условиях резонанса $\omega=\omega_0$ получим:

- Вычисляя скорость колебаний относительно решения (31), а затем – кинетическую энергию колебаний, найдем:
- $$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\left(-\frac{-\beta}{2}\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde{\omega}_0 t + \varphi_0) + \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}\tilde{\omega}_0 C_0\cos(\tilde{\omega}_0 t + \varphi_0) + \omega C\cos(\omega t + \varphi)\right)^2, \qquad (33)$$
- Отсюда при $t \to \infty$ получим:

$$\boxed{E \underset{t\to\infty}{\backsimeq} \frac{F_0^2}{m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}\cos^2(\omega t+\varphi). \qquad (34)}$$

Усредняя (34) по периоду колебаний с учетом соотношения:

- $$\langle\cos^2 x\rangle = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\cos^2 x dx = \frac{1}{2} \qquad (35)$$
- получим:

$$\langle E\rangle \underset{t\to\infty}{=} \frac{F_0^2}{2m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}. \qquad (36)$$

- Таким образом, в условиях резонанса $\omega = \omega_0$ получим:

$$E \simeq \frac{F_0^2}{m}\frac{1}{\beta^2}\cos^2(\omega t+\varphi) \to \langle E\rangle = \frac{F_0^2}{2m}\frac{1}{\beta^2} \qquad (37)$$

- Вычисляя скорость колебаний относительно решения (31), а затем – кинетическую энергию колебаний, найдем:
- $$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\Bigg(-\frac{-\beta}{2}\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde{\omega}_0 t + \varphi_0) + \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}\tilde{\omega}_0 C_0\cos(\tilde{\omega}_0 t + \varphi_0) + \omega C\cos(\omega t + \varphi)\Bigg)^2, \qquad (33)$$
- Отсюда при $t \to \infty$ получим:

$$\boxed{E \underset{t\to\infty}{\simeq} \frac{F_0^2}{m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}\cos^2(\omega t+\varphi).} \qquad (34)$$

Усредняя (34) по периоду колебаний с учетом соотношения:

- $$\langle\cos^2 x\rangle = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\cos^2 x dx = \frac{1}{2} \qquad (35)$$
- получим:

$$\langle E\rangle \underset{t\to\infty}{=} \frac{F_0^2}{2m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}. \qquad (36)$$

- Таким образом, в условиях резонанса $\omega = \omega_0$ получим:

$$E \approx \frac{F_0^2}{m}\frac{1}{\beta^2}\cos^2(\omega t+\varphi) \to \langle E\rangle = \frac{F_0^2}{2m}\frac{1}{\beta^2} \qquad (37)$$

- Вычисляя скорость колебаний относительно решения (31), а затем – кинетическую энергию колебаний, найдем:
- $$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\Biggl(-\frac{-\beta}{2}\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde{\omega}_0 t+\varphi_0)+ \mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}\tilde{\omega}_0 C_0\cos(\tilde{\omega}_0 t+\varphi_0)+\omega C\cos(\omega t+\varphi)\Biggr)^2, \qquad (33)$$
- Отсюда при $t\to\infty$ получим:

$$\boxed{E \underset{t\to\infty}{\backsimeq} \frac{F_0^2}{m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}\cos^2(\omega t+\varphi). \qquad (34)}$$

Усредняя (34) по периоду колебаний с учетом соотношения:

- $$\langle\cos^2 x\rangle = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\cos^2 x dx = \frac{1}{2} \qquad (35)$$
- получим:

$$\langle E\rangle \underset{t\to\infty}{=} \frac{F_0^2}{2m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}. \qquad (36)$$

- Таким образом, в условиях резонанса $\omega=\omega_0$ получим:

$$E \approx \frac{F_0^2}{m}\frac{1}{\beta^2}\cos^2(\omega t+\varphi) \to \langle E\rangle = \frac{F_0^2}{2m}\frac{1}{\beta^2}. \qquad (37)$$

- Вычисляя скорость колебаний относительно решения (31), а затем – кинетическую энергию колебаний, найдем:
-

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\Biggl(-\frac{-\beta}{2}\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde{\omega}_0 t+\varphi_0)+$$
$$\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}\tilde{\omega}_0 C_0\cos(\tilde{\omega}_0 t+\varphi_0)+\omega C\cos(\omega t+\varphi)\Biggr)^2, \qquad (33)$$

- Отсюда при $t\to\infty$ получим:

$$\boxed{E \underset{t\to\infty}{\backsimeq} \frac{F_0^2}{m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}\cos^2(\omega t+\varphi). \qquad (34)}$$

Усредняя (34) по периоду колебаний с учетом соотношения:

- $$\langle\cos^2 x\rangle = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\cos^2 x dx = \frac{1}{2} \qquad (35)$$
- получим:

$$\langle E\rangle \underset{t\to\infty}{=} \frac{F_0^2}{2m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}. \qquad (36)$$

- Таким образом, в условиях резонанса $\omega=\omega_0$ получим:

$$E \approx \frac{F_0^2}{m}\frac{1}{\beta^2}\cos^2(\omega t+\varphi) \to \langle\mathbf{E}\rangle = \frac{\mathbf{F_0^2}}{\mathbf{2m}}\frac{\mathbf{1}}{\beta^2}. \qquad (37)$$

- Вычисляя скорость колебаний относительно решения (31), а затем – кинетическую энергию колебаний, найдем:
- $$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\Big(-\frac{-\beta}{2}\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}C_0\sin(\tilde{\omega}_0 t+\varphi_0)+$$
$$\mathrm{e}^{-\frac{\beta}{2}t}\tilde{\omega}_0 C_0\cos(\tilde{\omega}_0 t+\varphi_0)+\omega C\cos(\omega t+\varphi)\Big)^2, \qquad (33)$$
- Отсюда при $t\to\infty$ получим:

$$\boxed{E \underset{t\to\infty}{\backsimeq} \frac{F_0^2}{m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}\cos^2(\omega t+\varphi). \qquad (34)}$$

Усредняя (34) по периоду колебаний с учетом соотношения:

- $$\langle\cos^2 x\rangle = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\cos^2 x dx = \frac{1}{2} \qquad (35)$$
- получим:
$$\langle E\rangle \underset{t\to\infty}{=} \frac{F_0^2}{2m}\frac{\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+\beta^2\omega^2}. \qquad (36)$$
- Таким образом, в условиях резонанса $\omega=\omega_0$ получим:
$$E \approx \frac{F_0^2}{m}\frac{1}{\beta^2}\cos^2(\omega t+\varphi) \to \langle\mathbf{E}\rangle = \frac{\mathbf{F_0^2}}{\mathbf{2m}}\frac{\mathbf{1}}{\beta^\mathbf{2}}. \qquad (37)$$

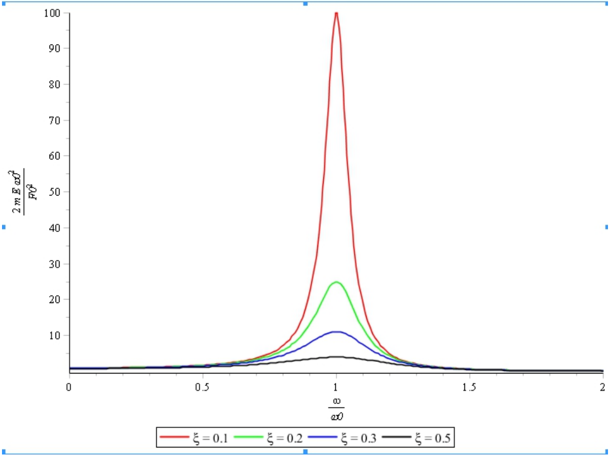


Figure 3. 4.5
График зависимости средней нормированной энергии колебаний $\mathcal{E} = 2mE\frac{\omega_0^2}{F_0^2}$ от относительной частоты $x = \omega/\omega_0$. Здесь $\xi = \frac{\beta}{\omega_0}$. Таким образом, высота пика в максимуме равна $\frac{1}{\xi^2} = \left(\frac{\omega_0}{\beta}\right)^2$.

- Maple-демонстрации

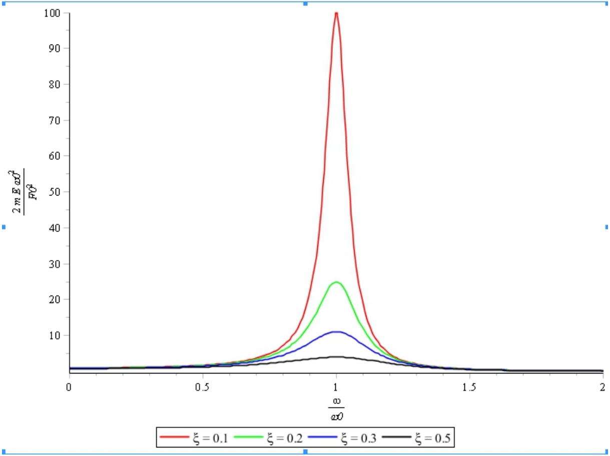


Figure 3. 4.5
График зависимости средней нормированной энергии колебаний $\mathcal{E} = 2mE\frac{\omega_0^2}{F_0^2}$ от относительной частоты $x = \omega/\omega_0$. Здесь $\xi = \frac{\beta}{\omega_0}$. Таким образом, высота пика в максимуме равна $\frac{1}{\xi^2} = \left(\frac{\omega_0}{\beta}\right)^2$.

► Maple-демонстрации

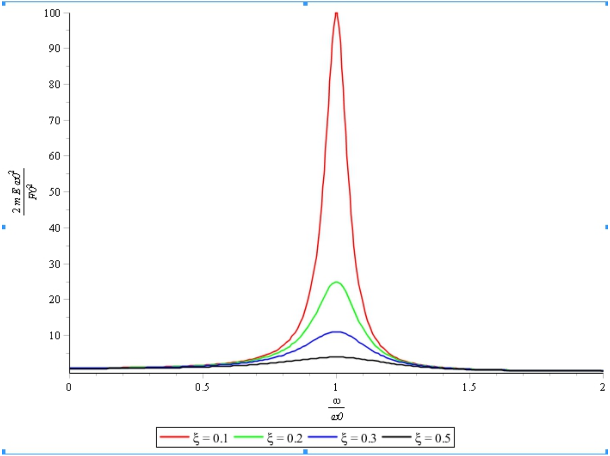


Figure 3. 4.5

График зависимости средней нормированной энергии колебаний $\mathcal{E} = 2mE\frac{\omega_0^2}{F_0^2}$ от относительной частоты $x = \omega/\omega_0$. Здесь $\xi = \frac{\beta}{\omega_0}$. Таким образом, высота пика в максимуме равна $\frac{1}{\xi^2} = \left(\frac{\omega_0}{\beta}\right)^2$.

- Maple-демонстрации