

Психолого-педагогические основы историко-математической подготовки будущих учителей

Изучение истории математики является важнейшей частью подготовки математиков-специалистов. Но еще важнее ее роль в подготовке учителей математики. История математики выделяет законы развития математической науки, указывает пути формирования и становления основных математических понятий и теорий, дает осознание роли математики в познании мира и общественном прогрессе. Если школьный учитель знает, как формировались математические знания, и понимает значение историко-математических методов в обучении, то он может координировать учебный процесс, сделать его более эффективным. Поэтому важно в педагогическом вузе осуществлять соответствующую историко-математическую подготовку будущих учителей. Нужно дать студентам такие знания по истории математики, которые необходимы, в первую очередь, учителю математики, и формировать методические умения их применения в процессе обучения математике.

В течение последних двадцати лет активно ведутся научно-методические исследования, посвященные проблемам историко-математической подготовки учителей (см., например, [1, 5, 7]). Психолого-педагогической основой для этих исследований является признание педагогического значения историко-математических знаний как для образования и воспитания учащихся, так и для профессионального становления будущих учителей. С начала 90-х годов XX столетия изучение истории математики как части истории науки и культуры стало считаться одной из условий реформирования математического образования на основе принципов гуманизации и гуманитаризации.

Основной формой взаимосвязи истории математики как науки и учебного предмета в педагогическом вузе с методикой обучения математике считается историко-генетический метод преподавания. Согласно этому методу, преподавание предмета математики должно в общих чертах повторять путь развития самой науки. Его психолого-педагогической основой является положение о том, что учащиеся при изучении математики повторяют путь развития человечества, который оно прошло, добывая математические знания.

В России историко-генетический метод стал широко популяризоваться в 80-х годах XIX столетия. Ярким его сторонником был известный историк математики и математического образования Виктор Викторович Бобынин (1849-1919). Он считал историю математики теоретической основой методики математики: «История математики должна начертить искусству преподавания математики подробную программу и также вместе с Философией математики указать ему приемы и методы исполнения этой программы» [2, с. 31]. В своей работе 1886 года «Философское, научное и педагогическое значение истории математики» ученый писал: «Умственное развитие молодых поколений управляется теми же законами и вследствие этого проходит в существенных чертах те же самые фазы развития, которые имели место в соответствующих ступенях умственного развития всего человечества» [2, с. 27]. «Изложенный

вывод показывает, что преподавание каждой науки должно идти тем же путем, которым шла при своем развитии сама наука, и что, следовательно, для правильной и строго научной постановки дела преподавания необходимо знать, во-первых, фазы развития науки в прошлом и, во-вторых, законы и вытекающие из них практические условия этого развития» [2, с. 31].

Определенного рода повторяемость в процессах развития психики человека и историей познания потом отмечали многие философы, психологи и дидакты. В середине XX века эти явления стали целенаправленно исследоваться психологами (Л.С. Выготский, Э.В. Ильенков, Б.М. Кедров, А.Н. Леонтьев и др.). Психолог В.В. Давыдов установил, что проблема истории сознания и его онтогенеза внутренне связана с проблемой исторического формирования культуры и присвоения индивидом [4]. Он считает, что учащиеся присваивают культурные формы в процессе учебной деятельности. При этом они осуществляют мыслительные действия, аналогичные тем, посредством которых вырабатывались продукты духовной культуры. Школьники воспроизводят реальный процесс создания людьми понятий и образов. Таким образом, историко-генетический метод действительно может сыграть большую роль в обучении математике.

Естественно, воспроизвести весь исторический путь добывания математических знаний в процессе обучения невозможно. Поэтому историко-генетическому методу противопоставляется логический метод. При логическом построении курса математики в нем не должно быть ничего лишнего, нарушающего систематичность изложения. Такой метод тоже имеет свои недостатки: при таком изложении математика становится искусственной. Становятся неясными как происхождение понятий, так и связь математической теории с практикой. В методико-математических исследованиях доказывается, что обучение математике будет эффективным лишь в том случае, если для его организации будет найдено оптимальное соотношение историко-генетического и логического методов. Это условие выдвигается как положение о единстве исторического и логического: «Истинное понимание математических идей возможно лишь на основе знания их происхождения, знания тех их источников в реальной действительности, в ее проблематике, которая в результате абстракции приводит к соответствующим математическим теориям», – утверждает, например, М.В. Потоцкий [8, с. 62].

Несмотря на всеобщее признание методистами педагогического значения историко-генетического метода, принципа историзма в обучении математике, они применяются в школьной практике недостаточно активно. Мы считаем, что это связано со слабой методической подготовкой в педвузе учителей к такой работе, а также неразработанностью технологии. В специальной подготовке учителей математики в настоящее время, чаще всего, опираются на теоретическую концепцию профессионально-педагогической направленности обучения, предложенную А.Г. Мордковичем. В частности, С.В. Белобородова разработала теоретические основы педагогизации историко-математической подготовки будущих учителей с использованием историко-генетического метода [1]. Концепция А.Г. Мордковича основана на принципах

фундаментальности, бинарности, непрерывности и ведущей идеи. В применении к историко-математической подготовке, принцип фундаментальности требует, чтобы основной курс истории математики давал прочные и глубокие знания, выявлял общие закономерности развития математики, связи математики с всеобщей историей. Принцип бинарности требует необходимости объединения общенаучной и методических линий. Нужно, чтобы в этом курсе происходило как обучение будущих учителей методике применения историко-математических сведений, так и раскрытие педагогического значения истории математики. Принцип непрерывности заключается в том, что все изучаемые в педвузе курсы должны приобщать студентов к их будущей педагогической деятельности, формировать у них интерес к профессии. Принцип ведущей идеи полагает осуществление связей курса истории математики со школьным курсом математики. Это означает, что этот курс должен содержать преимущественно те историко-математические сведения, которые необходимы учителю для преподавания математики в школе.

На основе перечисленных принципов С.В. Белобородовой построена методическая система историко-математической подготовки учителей математики, определены ее компоненты: цели, содержание, методы, формы и средства. На уровне целей определены психолого-педагогические требования к такой подготовке: воспитание научного мировоззрения, формирование общей, методической и математической культуры будущего учителя, воспитание интереса к математике и ее истории. Нами же выделены образовательные, воспитательные и практические группы целей методической системы.

Другое основание историко-математической подготовки предлагается Т.С. Поляковой [7]. Ее концепция историко-методической подготовки учителя математики в педагогическом университете имеет содержательной основой систему знаний по истории школьного математического образования с органически включенными в нее элементами истории методики преподавания математики. Вся система подготовки направлена на повышение уровня историко-методической компетентности будущих учителей и формирование ценностных ориентаций, в том числе на отечественное математическое образование, как безусловную общенациональную ценность. При этом историко-методическая подготовка завершает исторический компонент дидактической и методической подготовки учителя математики.

В настоящее время генетический подход к обучению математике воспринимается не только как исторический подход, а связывается с психологией, логикой, эпистемологией и учитывает социальную функцию знания. И.С. Сафуанов разработал теоретическую концепцию генетического подхода к обучению математическим дисциплинам в педвузе, заключающегося в опоре на естественные пути и методы познания, присущие самой науке [9]. Он считает, что генетический подход предъявляет довольно высокие требования к квалификации преподавателей, требует эрудиции в истории науки, психологии обучения, но, прежде всего, совершенного владения учебным предметом.

Ю.А. Дробышев подробно проанализировал исследования, связанные с использованием истории математики в обучении учащихся и с подготовкой будущего учителя к такой работе [5]. Ему удалось создать определенную систему методической подготовки будущего учителя математики к реализации принципа историзма. Большинство исследований названной тематики обходит стороной вопросы формирования методических умений по работе с историко-математическим материалом. Ю.А. Дробышев выделил уровни таких умений и этапы их формирования.

Как и в любой методической системе, нами выделена внешняя среда методической системы обучения истории математики – совокупность факторов, оказывающих на нее влияние. Ее компонентами являются цели среднего и высшего профессионального образования, предмет математики и истории математики, гуманизация и гуманитаризация образования, связь с такими науками, как математика, история, педагогика, психология, философия и др. Внешняя среда оказывает влияние на все компоненты методической системы, большей частью через цели обучения истории математики.

Связь истории математики с психологией осуществляется через компоненты внешней среды. В концепции А.Г. Мордковича она большей частью осуществляется через принципы бинарности и непрерывности, то есть опосредуется через методическую систему обучения математике. Отношение методики обучения и психологии более прозрачно. При решении проблем методики используются результаты психологических исследований. Развивающее обучение, деятельностный подход, педагогическая деятельность являются проблемами, как педагогической психологии, так и современной методики обучения математике. В исследованиях, посвященных психолого-педагогическим основам обучения математике [3, 8, 10], подробно рассматриваются вопросы развития математического мышления, формирования интереса и мотивации обучения, возрастные психологические особенности ученика как объекта обучения математике, учебной деятельности, формирования умений и навыков, развития активности, творческой и исследовательской деятельности, математических способностей.

Психологические трудности, испытываемые школьниками при изучении математики, отражают трудности, возникавшие в ходе ее развития и становления. Известно, с каким трудом овладевали ученые с операциями над дробями, понятиями отрицательного и комплексного числа. Такие же трудности возникают и у учеников. Так как история математики дает возможность раскрытия генезиса и эволюции ее понятий, идей, законов, то она дает возможность понимания и организации естественного усвоения математических знаний, позволяет разобраться в вопросах методики обучения математике.

Ни один из методических вопросов не решается без психологического обоснования. Например, известно, что структуры мозга, руководящие аналитической деятельностью, формируются к 14 годам. Поэтому дедуктивное изложение математики возможно не ранее VII класса. А в младших классах доказательство сводится к проверке на примерах. То же самое иллюстрирует

развитие математики в начале ее истории: сначала она решала прикладные задачи и выделяла свойства чисел и фигур, только потом перешла к доказательствам.

Разрабатывая методику обучения математике в I-VII классах, исследователи опираются на положение о соотношении логической и наглядно-образной составляющими мышления. Для обеспечения наглядности и доступности изложения, в частности, используется исторический элемент. Например, изучая формулы сокращенного умножения, следует напомнить, что в Древней Греции эти формулы доказывались геометрически, привести рисунок, иллюстрирующий формулу квадрата суммы чисел. Это же углубляет понимание изучаемого материала. Исторический подход можно отнести к эвристическим методам. Его использование часто способствует созданию мотивации учебной деятельности.

Период современной математики характеризуется особенно тесным переплетением проблем развития математики и математического образования. Поэтому в эту эпоху возрастает роль психолого-педагогических исследований проблем математического образования. В качестве примера рассмотрим попытку реформы математического образования в 80-х годах XX века в некоторых странах Европы, а также в Советском Союзе. С начала 70-х годов на реформу школьного математического образования большое влияние оказывала методология математической науки, в частности, теория множеств и математическая логика. Современная математика тогда рассматривалась как наука о математических структурах, определенная в духе идеологии группы французских математиков Н. Бурбаки. Другим основанием реформы была концепция Ж. Пиаже о становлении умственного развития школьников. Она оказала сильное влияние на обновление содержания математического образования.

Благодаря работам Ж. Пиаже [6], наряду с историко-генетическим обучением, появляется психолого-генетическое обучение. Он выявил определенные параллели между психогенезисом математических структур в индивиде и историей возникновения и развития этих структур в математической науке. Пиаже пришел к выводу о соответствии каждой элементарной математической структуре (алгебраической, порядковой и топологической) структуры умственной. Математическое мышление рассматривалось как композиция элементарных умственных структур. Поэтому условием формирования мышления объявлялось изучение математических структур. Это означало, что для развития математического мышления наиболее эффективным является обучение математике, основанное на теории множеств и математической логике.

Но такое модернистское направление реформы образования не увенчалось успехом. В СССР эту работу возглавляла комиссия при АН и АПН во главе с академиком А.Н. Колмогоровым. Новые школьные учебники были составлены на теоретико-множественной основе, идеях функций, геометрических преобразований, векторов, координатного и аксиоматического

метода. Но значительные трудности в их использовании привели к отказу от них.

Этот опыт тесного взаимодействия в методике обучения математике психологических и современных математических исследований следует использовать как пример непосредственной разработки психологами основополагающих идей математического образования. Психолого-педагогическими проблемами математической науки и математического образования занимались также многие выдающиеся математики: Ж. Адамар, А. Пуанкаре, Б.В. Гнеденко, А.Н. Колмогоров, А.Я. Хинчин и другие.

Анализ исследований по проблемам историко-математической подготовки будущих учителей позволяет выделить следующие ее психолого-педагогические основы:

1) Обучение истории математики в педвузе должно опираться на научно обоснованную методическую систему, в которой определены цели, содержание, методы, формы и средства, основанные на концепцию профессионально-педагогической направленности обучения.

2) Подготовка будущего учителя математики должна основываться на понимание педагогического значения истории математики и быть направлена на формирование методических умений по применению принципа историзма и историко-генетического метода обучения.

3) Историко-математическая подготовка должна служить целям формирования математической культуры будущего учителя и всестороннего развития его личности.

Список литературы

1. Белобородова С.В. Профессионально-педагогическая направленность историко-математической подготовки учителей математики в педвузах: дис. ...канд. пед. наук / С.В. Белобородова; Московский город. пед. ун-т. – М., 1999. – 163 с.
2. Бобынин В.В. Философское, научное и педагогическое значение истории математики / В.В. Бобынин. – М.: Изд. ред журнала «Физико-математические науки в их настоящем и прошедшем», 1886. – 40 с.
3. Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике / В.А. Гусев. – М.: Вербум-М, 2003. – 432 с.
4. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения / В.В. Давыдов. – М.: ИНТОР, 1996. – 544 с.
5. Дробышев Ю.А. Историко-математический аспект в методической подготовке будущего учителя / Ю.А. Дробышев. – Калуга: Изд-во КГПУ им. К.Э. Циолковского, 2004. – 156 с.
6. Пиаже Ж. Структуры математические и операторные структуры мышления / Ж. Пиаже // Математика: Хрестоматия по истории, методологии, дидактике / Сост. Г.Д. Глейзер. – М.: Изд-во УРАО, 2001. – С. 302-322.
7. Полякова Т.С. Историко-методическая подготовка учителей математики в педагогическом университете: дис. ...д-ра пед. наук / Т.С. Полякова; Ростовский гос. пед. ун-т. – Ростов-на-Дону, 1998. – 457 с.

8. Потоцкий М.В. О педагогических основах обучения математике / М.В. Потоцкий. – М.: Учпедгиз, 1963. – 200 с.
9. Сафуанов И.С. Теория и практика преподавания математических дисциплин в педагогических институтах / И.С. Сафуанов. – Уфа: Магрифат, 1999. – 107 с.
10. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе / Л.М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.