

Интернет-журнал «Наукovedение» ISSN 2223-5167 <http://naukovedenie.ru/>

Том 7, №5 (2015) <http://naukovedenie.ru/index.php?p=vol7-5>

URL статьи: <http://naukovedenie.ru/PDF/93TVN515.pdf>

DOI: 10.15862/93TVN515 (<http://dx.doi.org/10.15862/93TVN515>)

УДК 910(075.8)+51(71+74)

Миронова Юлия Николаевна

ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет (КФУ)»

Филиал «Елабужский институт»

Россия, г. Елабуга¹

Доцент кафедры «Математического анализа, алгебры и геометрии»

Кандидат физико-математических наук

Профессор РАЕ

E-mail: miironovajjn@mail.ru

Scopus: <http://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=6603018879>

РИНЦ: http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=384800

Математические аспекты геоинформатики

¹ 423600, Россия, Республика Татарстан, г. Елабуга, ул. Казанская, д. 89

Аннотация. В данной статье рассматривается понятие геоинформационной системы, состав этой системы, пространственные данные и атрибутивные данные. Показывается применение систем глобального спутникового позиционирования в создании геоинформационной информации.

Для анализа полученной разными способами информации применяются различные методы, в том числе математические.

Одной из основных задач, решаемых средствами геоинформационных систем (ГИС), является поиск и анализ топологических связей территориально-распределенных объектов на карте или чертеже.

В данной работе рассматриваются топологические аспекты работы с геоинформационной информацией.

Рассмотрена топологическую модель геоинформационной системы данных, основанная на понятии отображений топологических пространств.

Рассмотрим пространство X , которое содержит слои над некоторым пространством Y . Пространство Y будем считать обычным координатным пространством. Обозначим Oy окрестность точки y . Рассмотрим трубку $f^{-1}Oy$ над множеством Oy . Определим метрику на слое Y_i . Тогда все слои мы можем считать метризуемыми, отображение $f: X \rightarrow Y$ - непрерывным.

Тогда для любой точки $y \in Y$ мы можем рассмотреть трубку $f^{-1}Oy$, и при достаточно малой величине этой трубки мы можем определить все свойства точки $x \in f^{-1}y$, которые заложены в нашу геоинформационную цифровую карту.

Таким образом, мы применяем топологические преобразования в работе с геоинформационной информацией. Если автоматизировать этот принцип, то возможна более гибкая работа с имеющейся информацией.

Ключевые слова: геоинформационная система; цифровая карта; пространственные данные; атрибутивные данные; топология; топологическое пространство; слой; метрика; трубка; звезда.

Ссылка для цитирования этой статьи:

Миронова Ю.Н. Математические аспекты геоинформатики // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 7, №5 (2015) <http://naukovedenie.ru/PDF/93TVN515.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/93TVN515

Географические информационные системы (ГИС) как область информационных технологий зародились в конце 1960-х годов. Однако масштабное внедрение этих систем сдерживал недостаточный уровень развития вычислительной техники. Только с середины 1980-х годов начался бурный рост этой области знаний, обусловленный большими темпами развития компьютерной индустрии.

Геоинформационная система (ГИС) — это система сбора, хранения, анализа и графической визуализации пространственных (географических) данных и связанной с ними информацией о необходимых объектах [5].

Рассмотрим, из чего состоит ГИС [4].

Во-первых, это пространственные данные, выраженные в графической форме. То есть, это некоторый набор карт, связанных между собой некоторыми координатами. Эти карты могут касаться друг друга, пересекаться, накладываться друг на друга в качестве слоёв. Например, на карту местности можно наложить соответствующую ей карту автомобильных дорог, или на карту города – карту подземных коммуникаций.

Кроме графических данных в геоинформационную систему обычно включаются атрибутивные данные в виде базы данных свойств различных объектов, встречающихся на картах. Эти объекты разделены на категории, например, населенные пункты, автомобильные дороги, водоёмы и т.д.

Для любого объекта на карте мы можем получить его точные координаты в той проекции, которая принята в данной ГИС (если это не противоречит режиму секретности для данного объекта [1]).

Получение и обработка данных для ГИС – наиболее важный и трудоемкий этап создания подобных информационных систем. В настоящее время самым перспективным и экономически целесообразным считается метод получения данных об объектах на основе данных дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) и GPS-измерений.

Данные систем глобального спутникового позиционирования применяются в различных (мониторинговые, изыскательские, исследовательские и т.п.) системах, где требуется жесткая пространственно-временная привязка результатов измерений [6].

На сегодняшний день каждая развитая и некоторые развивающиеся страны имеют свои собственные системы глобального позиционирования. Самая распространенная – это американская система глобального позиционирования GPS (Global Positioning System). Затем идет отечественная система ГЛОНАСС (Глобальная навигационная спутниковая система).

Для анализа полученной разными способами информации применяются различные методы, в том числе математические. Например, анализ топологических структур объектов карты [9], использование теории графов [8] и т.д.

Одной из основных задач, решаемых средствами геоинформационных систем (ГИС) и систем автоматизированного проектирования (САПР), является поиск и анализ топологических связей территориально-распределенных объектов на карте или чертеже. Одним из средств такого анализа является теория графов. К классическим задачам, решаемым средствами теории графов в ГИС и САПР, относятся сетевые, транспортные и многие другие инженерные задачи [8].

В последнее время в ГИС все заметнее тенденция к переходу от нетопологических форматов представления данных к топологическим, когда пространственные отношения между объектами определяются в явном виде. Большинство разработчиков систем управления базами данных (СУБД) предлагают средства для работы с пространственными данными.

Рассмотрим топологическую модель геоинформационной системы данных, основанную на понятии отображений топологических пространств. Пусть у нас имеется система слоев некоторой цифровой карты.

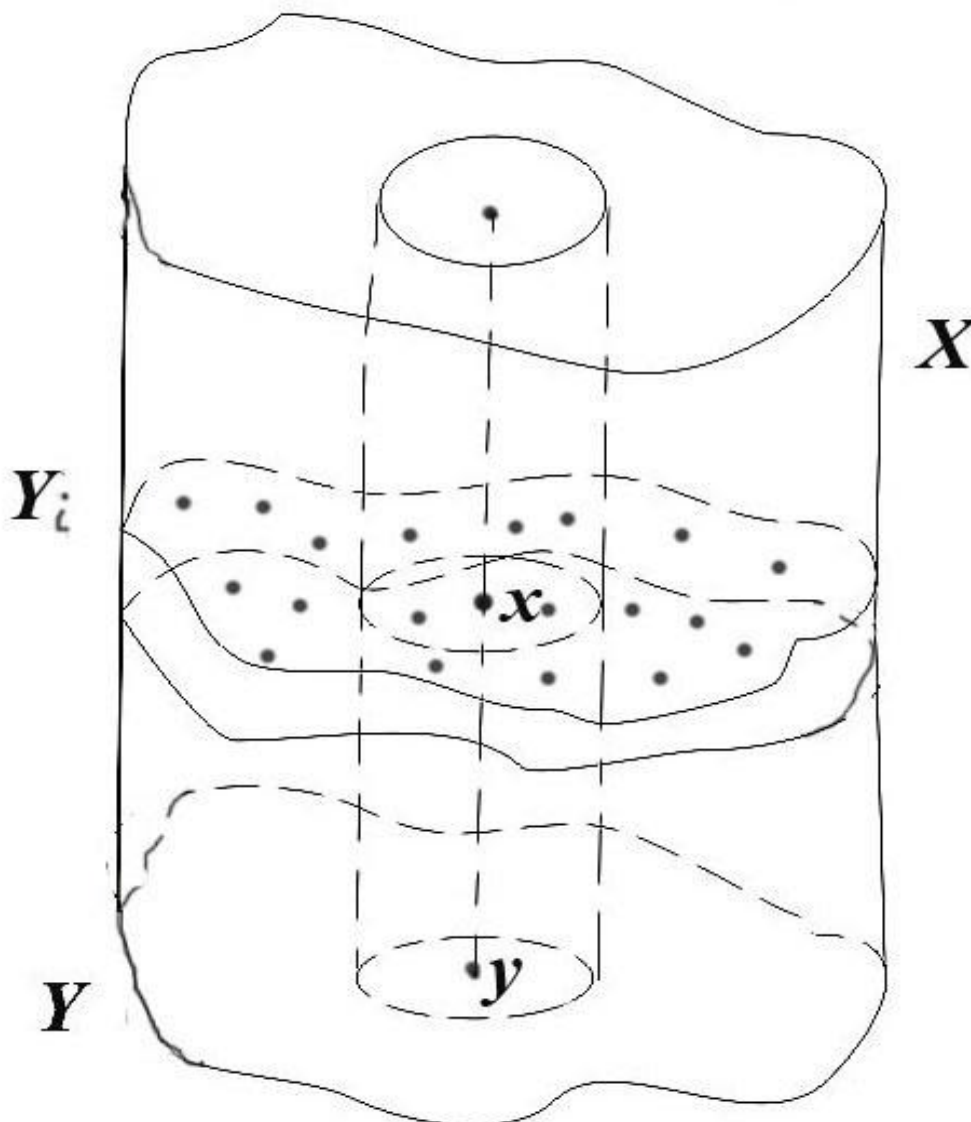


Рисунок 1. Топологическая модель цифровой карты (составлено автором)

Рассмотрим пространство X , которое содержит слои над некоторым пространством Y (см. Рис. 1). Пространство Y , для простоты, будем считать обычным координатным пространством, в котором каждая точка $y \in Y$ будет иметь соответствующие GPS-координаты y_1 и y_2 .

Рассмотрим некоторое отображение $f: X \rightarrow Y$, где какая-либо точка $x \in X$ находится на определенном слое Y_i и имеет некоторые атрибуты (x_1, x_2, \dots, x_k) . Так как мы имеем наложение слоев друг на друга, то для любой точки $x \in X$ существует такая точка $y \in Y$, что $f(x) = y$, то есть $x \in f^{-1}y$.

Как известно, окрестность точки $x \in X$ - это открытое множество $O \delta X$, содержащее эту точку. Обычно окрестность точки x обозначают Ox .

Обозначим O_u окрестность точки u . Множество $f^{-1}O_u$ назовём трубкой (смотри [7]) над множеством O_u . Тогда для каждой окрестности O_u точки u будут возникать множества $Y_i \cap f^{-1}O_u$, где Y_i является i -м слоем пространства X . Пусть $Y_i \cap f^{-1}O_u \neq \emptyset$.

Если для соответствующей точки $x_i \in Y_i \cap f^{-1}O_u$ заданы GPS-координаты (x_1, x_2) , соответствующие координатам (y_1, y_2) точки $u \in Y$, то $x_i \in f^{-1}u$. Иначе $x_i \in f^{-1}O_u$.

Если множество слоёв, образующих пространство X , конечно (как и бывает в реальных геоинформационных системах), то мы получаем конечное множество $f^{-1}u = \{(Y_1 \cap f^{-1}u), (Y_2 \cap f^{-1}u), \dots, (Y_n \cap f^{-1}u)\}$, и непустые пересечения $(Y_i \cap f^{-1}u)$, $1 \leq i \leq n$, будем называть свойствами точки u .

Аналогично, построим множество $f^{-1}O_u = \{(Y_1 \cap f^{-1}O_u), (Y_2 \cap f^{-1}O_u), \dots, (Y_n \cap f^{-1}O_u)\}$, и непустые пересечения $(Y_i \cap f^{-1}O_u)$, $1 \leq i \leq n$, будем называть свойствами окрестности O_u точки u .

Например, если слой Y_2 определяет принадлежность точек слоя к водоёмам, и $Y_2 \cap f^{-1}u = \emptyset$, то точка $u(y_1, y_2)$ не принадлежит водоёму, но если для некоторой окрестности O_u точки u имеем $Y_2 \cap f^{-1}O_u \neq \emptyset$, то точка u находится в некоторой окрестности водоёма.

Рассмотрим случай, когда водоёмов несколько, то есть $Y_2 = B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_k$, где B_i – некоторый водоём, $1 \leq i \leq k$, $k \in \mathbb{N}$. Тогда имеем: если $B_i \cap f^{-1}u \neq \emptyset$, то точка $u(y_1, y_2)$ принадлежит водоёму B_i , а если для некоторой окрестности O_u точки u имеем $Y_2 \cap f^{-1}O_u \neq \emptyset$, то точка u находится в некоторой окрестности одного или нескольких водоёмов.

Зададим на пространстве Y метрику ρ : $\rho(x, y) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ и рассмотрим ε -окрестность точки u : $O_\varepsilon u$. Тогда, если при $\varepsilon \rightarrow 0$ имеем $St(f^{-1}O_\varepsilon u, Y_2) \neq \emptyset$, но имеем $St(f^{-1}u, Y_2) = \emptyset$, где $St(Z, \omega)$ – звезда (смотри [10]) относительно множества Z и системы множеств ω , то точка u касается системы водоёмов, то есть находится на границе одного из них.

В данном случае, так как мы имеем дело с реальными объектами, то слой Y всегда будет метризуем какой-либо метрикой, а каждый из слоёв Y_i – либо конечное число точек, либо метризуемое пространство (так как объекты привязаны к определённым точкам или определённым расстояниям).

Таким образом, мы получаем отображение $f: X \rightarrow Y$ пространства X всех слоёв на метризуемое пространство Y .

Определим метрику на слое Y_i следующим образом. Пусть слой Y_i состоит из конечного числа точек. Рассмотрим две точки x_1 и x_2 на слое Y_i . Тогда $f(x_1) = y_1$, $f(x_2) = y_2$, $y_1, y_2 \in Y$. Пусть $\rho(x_1, x_2) = \rho(y_1, y_2)$. Рассмотрим аксиомы метрики.

- 1) $\rho(x_1, x_2) \geq 0$ (так как $\rho(x_1, x_2) = \rho(y_1, y_2)$, а $\rho(y_1, y_2) \geq 0$). Для любой точки $x_1 \in Y_i$ имеем $\rho(x_1, x_1) = \rho(y_1, y_1) = 0$.
- 2) $\rho(x_1, x_2) = \rho(y_1, y_2) = \rho(y_2, y_1) = \rho(x_2, x_1)$.
- 3) Рассмотрим точку x_3 на слое Y_i . Тогда $f(x_3) = y_3$, $y_3 \in Y$. Имеем $\rho(x_1, x_3) = \rho(y_1, y_3) \leq \rho(y_1, y_2) + \rho(y_2, y_3) = \rho(x_1, x_2) + \rho(x_2, x_3)$.

То есть мы определили метрику на слое Y_i .

Пусть на некотором слое Y_k рассматриваются некоторые объекты или системы объектов. Тогда каждый объект привязан к одной или нескольким точкам. Например, город обычно привязан к координатам его центра. Тогда расстояние между объектами можно вычислить как расстояние между их центрами. То есть метрика на слое остаётся прежней.

Если имеются уравнения кривых, описывающих какие-либо объекты, то опять же мы можем вычислить координаты точек, лежащих на этих кривых.

То есть все слои мы можем считать метризуемыми, отображение $f: X \rightarrow Y$ - непрерывным. Тогда для любой точки $y \in Y$ мы можем рассмотреть трубку $f^{-1}Oy$, и при достаточно малой величине этой трубки мы можем определить все свойства точки $x \in f^{-1}y$, которые заложены в нашу геоинформационную цифровую карту.

Предположим, что на слое Y_1 у нас имеются линии высот некоторой местности. Тогда третья координата точки $x \in f^{-1}y = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_{i+2}, \dots, y_{n+2})$ будет равна $y_3 = k$, где k - это высота точки $x \in f^{-1}y$ над уровнем моря.

Далее, пусть Y_2 - это наличие или отсутствие растительности в данной точке, причем определенной цифрой передаётся тип растительности. Тогда четвертая координата точки $x \in f^{-1}y$ - это соответствующая цифра.

Для $(n + 2)$ -й координаты точки $x \in f^{-1}y$ можно оставить уровень доступа. В зависимости от секретности информации мы можем показывать или скрывать на карте наличие определенного атрибута (или даже целого слоя). Например, если уровень секретности информации $N = 0$, то информация доступна всем, при $N = 1$ - лицам с авторизованным входом, при $N = 2$ - лицам с допуском к данной информации, и так далее. В некоторых случаях можно отключить показ не только одного объекта, но и целого слоя.

Таким образом, для любой точки $x \in X$ мы можем перейти на нижний слой Y , выбрать точку $y \in Y$, и уже для неё найти все атрибуты для прообраза этой точки, которые и будут совпадать с атрибутами точки $x \in X$.

Если мы рассматриваем какую-либо область $B \subset X$, то мы можем рассмотреть множество $f(B) \subset Y$ и его окрестность $Of(B)$. После этого мы рассматриваем трубку $f^{-1}(Of(B))$ и имеем свойства этой трубки в пространстве $X = Y_1 \cup Y_2 \cup \dots \cup Y_n$, где Y_i - это слой карты в геоинформационной системе.

Таким образом, мы применяем топологические преобразования в работе с геоинформационной информацией. Если автоматизировать этот принцип, то возможна более гибкая работа с имеющейся информацией.

Если перед нами возникла задача трехмерной визуализации соответствующего участка карты, то мы должны для каждой точки пространства X построить ее образ, обладающий тремя координатами (будем считать, что информация об интересующих нас объектах доступна). В зависимости от наличия каких-либо объектов наносятся их обозначения или их изображения на местности.

Визуализация полученных результатов во многом зависит от масштаба карты. Так, если на крупномасштабной карте мы видим изображение завода, фабрики, очертания города, то на мелкомасштабной карте будет обозначение промышленного центра, а сам город обозначится кружком определенного диаметра, соответствующего количеству населения ([4]).

Например, если имеется карта города, то для каждого дома отдельно строится его начертание (см. Рис. 2). Кроме того, обычно изображаются дороги, водные объекты, лесные массивы. Далее детализация ведется в зависимости от потребностей конечного пользователя.



Рисунок 2. Яндекс. Карты. Фрагмент карты города

Таким образом, мы рассмотрели применение математических (а точнее – топологических) методов в обработке геоинформационных данных, заключенных в наборе слоёв цифровых карт, а также атрибутивных данных, привязанных к конкретным точкам этих карт.

Это облегчает обработку и визуализацию карт, включение и выключение слоёв, добавление или удаление объектов (включая целый слой). Так, добавление нового слоя к уже имеющейся системе не меняет принципиально обработку данных по точкам и областям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабенко Л.К. Защита данных геоинформационных систем: учеб. пособие для студентов вузов. / [Бабенко Л.К., Басан А.С., Журкин И.Г. и др.] Под ред. И.Г. Журкина. – М.: Гелиос АРВ, 2010. – 336 с. – 400 экз. - ISBN 978-5-85438-198-7.
2. Капралов Е.Г. Геоинформатика: в 2 кн. Кн. 1: учебник для студ. высш. учеб. заведений. / [Е.Г. Капралов, А.В. Кошкарёв, В.С. Тикунов и др.]; под ред. В.С. Тикунова. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2010. – 400 с. - 2500 экз. – ISBN 978-5-7695-6468-0.
3. Капралов Е.Г. Геоинформатика: в 2 кн. Кн. 2: учебник для студ. высш. учеб. заведений. / [Е.Г. Капралов, А.В. Кошкарёв, В.С. Тикунов и др.]; под ред. В.С. Тикунова. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2010. – 432 с. – 2500 экз. - ISBN 978-5-7695-6820-6.
4. Миронова Ю.Н. Состав геоинформационной системы. // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. №4 (75) 2015 г. Ч.1., с. 88 – 90.
5. Миронова Ю.Н. Геоинформационные системы. // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук №03 (62) 2014 Ч.1., Москва, с. 63 – 65.
6. Миронова Ю.Н. Применение систем глобального позиционирования в геоинформационных системах. // Теоретические и прикладные проблемы географии: Материалы международной научно-практической конференции (Астана, 9-10 июня 2014 г.). – Астана, 2014, часть II, с. 307-309.
7. Пасынков Б.А. О распространении на отображения некоторых понятий и утверждений, касающихся пространств // Отображения и функторы. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. с. 77–82.
8. Сарычев Д.С., Скворцов А.В., Слюсаренко С.Г. Применение графовых моделей для анализа инженерных сетей. // Вестник Томского государственного университета. 2002. №275. с. 70-74.
9. Скворцов А.В., Сарычев Д.С. Технология построения и анализа топологических структур для геоинформационных систем и систем автоматизированного проектирования. // Вестник Томского государственного университета. 2002. №275. с. 60-63.
10. Mironova Yu.N. τ -pseudocompact mappings. // Siberian Mathematical Journal. 2001. Т. 42. № 3. С. 537-545.

Рецензент: Капустина Татьяна Васильевна, кандидат физико-математических наук, доктор педагогических наук, профессор кафедры «Математического анализа, алгебры и геометрии» Елабужского института «Казанского (Приволжского) федерального университета».

Mironova Yuliya Nikolaevna
Kazan Federal University
Elabuga Institute
Russia, Elabuga
E-mail: mironovajn@mail.ru

Mathematical aspects of Geoinformatics

Abstract. This article discusses the concept of geographic information systems, image processing systems, spatial data and attribute data. Application of systems of global satellite positioning in the development of geospatial information.

For the analysis obtained by different methods of information apply a variety of methods, including mathematical.

One of the main tasks solved by means of geoinformation systems is a search and analysis of topological relations of geographically distributed objects on the map or drawing.

This paper discusses the topological aspects of geographic information. Considered the topological model of geographic information system data, based on the notion of mappings of topological spaces.

Consider the space X that contains layers under some space Y . Space Y we assume the usual coordinate space. We denote a neighborhood Oy of the point y . Consider a tube $f^{-1}Oy$ on Oy . We define the metric on the layer of Y_i . Then all the layers we can consider metrizable, a mapping $f: X \rightarrow Y$ is continuous.

Then for any point $y \in Y$ we can consider a tube $f^{-1}Oy$, and at a sufficiently small value of this tube, we can determine all the properties of a point $x \in f^{-1}y$, which are incorporated in our digital map.

Thus, we apply topological transformations in work with geospatial information. If you automate this principle, it is possible a more flexible job with available information.

Keywords: geographic information system; digital map; spatial data; attribute data; topology; topological space; layer; metric; tube; star.

REFERENCES

1. Babenko L.K. Zashchita dannykh geoinformatsionnykh sistem: ucheb. posobie dlya studentov vuzov. / [Babenko L.K., Basan A.S., Zhurkin I.G. i dr.] Pod red. I.G. Zhurkina. – M.: Gelios ARV, 2010. – 336 s. – 400 ekz. - ISBN 978-5-85438-198-7.
2. Kapralov E.G. Geoinformatika: v 2 kn. Kn. 1: uchebnyk dlya stud. vyssh. ucheb. zavedeniy. / [E.G. Kapralov, A.V. Koshkarev, V.S. Tikunov i dr.]; pod red. V.S. Tikunova. – 3-e izd., pererab. i dop. – M.: Izdatel'skiy tsentr «Akademiya», 2010. – 400 s. - 2500 ekz. – ISBN 978-5-7695-6468-0.
3. Kapralov E.G. Geoinformatika: v 2 kn. Kn. 2: uchebnyk dlya stud. vyssh. ucheb. zavedeniy. / [E.G. Kapralov, A.V. Koshkarev, V.S. Tikunov i dr.]; pod red. V.S. Tikunova. – 3-e izd., pererab. i dop. – M.: Izdatel'skiy tsentr «Akademiya», 2010. – 432 s. – 2500 ekz. - ISBN 978-5-7695-6820-6.
4. Mironova Yu.N. Sostav geoinformatsionnoy sistemy. // Aktual'nye problemy gumanitarnykh i estestvennykh nauk. №4 (75) 2015 g. Ch.I., s. 88 – 90.
5. Mironova Yu.N. Geoinformatsionnye sistemy. // Aktual'nye problemy gumanitarnykh i estestvennykh nauk №03 (62) 2014 Ch.I., Moskva, s. 63 – 65.
6. Mironova Yu.N. Primenenie sistem global'nogo pozitsionirovaniya v geoinformatsionnykh sistemakh. // Teoreticheskie i prikladnye problemy geografii: Materialy mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii (Astana, 9-10 iyunya 2014 g.). – Astana, 2014, chast' II, s. 307-309.
7. Pasyukov B.A. O rasprostraneniі na otobrazheniya nekotorykh ponyatiy i utverzheniy, kasayushchikhsya prostranstv // Otobrazheniya i funktoiry. M.: Izd-vo Mosk. un-ta, 1984. s. 77–82.
8. Sarychev D.S., Skvortsov A.V., Slyusarenko S.G. Primenenie grafovykh modeley dlya analiza inzhenernykh setey. // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. 2002. №275. s. 70-74.
9. Skvortsov A.V., Sarychev D.S. Tekhnologiya postroeniya i analiza topologicheskikh struktur dlya geoinformatsionnykh sistem i sistem avtomatizirovannogo proektirovaniya. // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. 2002. №275. s. 60-63.
10. Mironova Yu.N. τ -pseudocompact mappings. // Siberian Mathematical Journal. 2001. T. 42. № 3. S. 537-545.