

П. А. Поляков, И. А. Яицков, С. Н. Коржов, Г. И. Галимова, Н. А. Задаянчук

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ КОЛОДКИ ТОРМОЗНОГО УСТРОЙСТВА ДИСКОВО-КОЛОДОЧНОГО ТИПА ПОДВИЖНОГО СОСТАВА В ПРОЦЕССЕ ТОРМОЖЕНИЯ

Аннотация. Тормозное оборудование имеет большое значение для обеспечения комплексной системы активной безопасности. Несмотря на многочисленные исследования в области тормозных устройств, в работе этого узла имеется множество проблем, которые могут отразиться на заданных эксплуатационных свойствах подвижного состава. Для оценки факторов, влияющих на кривую тормозного момента, была разработана математическая модель, учитывающая конструктивные, технологические параметры клещевого механизма как одного из основных элементов конструкции тормозного устройства. Решение системы уравнений сил и моментов позволило определить зависимости для расчета линейных и угловых перемещений колодки с учетом её инерционных характеристик, жесткостных и демфирующих параметров. Для расчета инерционной нагрузки тормозной колодки как основной характеристики смещения колодки относительно рассчитанного положения центра давления в тангенциальном и радиальном направлениях были определены суммарные величины колебаний ускорений в продольном и поперечном направлениях колодки для её четырех краев. Согласно полученной диаграмме можно утверждать, что тормозная колодка в начале торможения смещается в направлении вращения диска и периферии тормозного диска, что приводит к кратковременному увеличению тормозного момента

Ключевые слова: торможение, угловые колебания, угловые ускорения, клещевой механизм, инерционная нагрузка, тормозная колодка.

Для цитирования: Разработка математической модели динамики колодки тормозного устройства дисково-колодочного типа подвижного состава в процессе торможения / П. А. Поляков, И. А. Яицков, С. Н. Коржов [и др.] // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2025. – № 3. – С. 125–137. – DOI 10.46973/0201-727X_2025_3_125.

Введение

В работе [1] была разработана математическая модель динамики взаимодействия поверхностей дискового тормоза. Оценено влияния массы шкива и троса, ускорения и замедления поднимаемого груза на изменение тормозного момента, эквивалентные напряжения и рабочие температуры диска при экстренном торможении. Наибольшая амплитуда момента наблюдалось при подъеме с постоянной скоростью. Увеличение массы привело к снижению амплитуд тормозного момента, эквивалентного напряжения и рабочей температуры. Увеличение ускорения/замедления груза при подъеме и максимальной скорости подъема приводит к росту максимальных эквивалентных напряжений и рабочих температур при незначительном снижении тормозного момента. В исследовании [2] составлены уравнения нелинейного продольного перемещения и перемещения по нормали, проведенной к поверхности диска. Колебания колодки усиливаются с ростом жесткости тангенциального контакта, жесткости нормального контакта и жесткости сопряжения колодки и суппорта. В статье [3] разработана расчетная модель тормозного механизма с гистерезисными элементами, основанная на методе Бука – Вена. Изменения параметров гистерезиса оказывают существенное влияние на тормозной путь, время торможения и среднее замедление. В статье [4] приводится влияние вибрации на тепловые, фрикционные характеристики и напряженно-деформируемые состояния тормозной колодки. Вибрации приводят к увеличению эквивалентного напряжения и температуры на контактирующих поверхностях. В статье [5] рассматривается явление самовозбуждающихся колебаний в тормозном блоке грузового вагона. Была создана математическая модель в Matlab Simulink, результаты математического моделирования сравнивали с экспериментальными данными, полученными при торможении электропоезда серии 412-416, оснащенного колодочным тормозным устройством. Экспериментальные исследования проводились в лаборатории и в реальных условиях с использованием тормозного поезда. Целью исследования [6] являлось определение влияния состава фрикционной составляющей колодки на вибрации, возникающие при взаимодействии колодки и диска. На инерционном тормозном динамометре были протестированы 8 комбинаций составов фрикционных

накладок, при этом рассматривалась только вибрация, возникающая в дисковом тормозном узле. Представлен новый подход, основанный на тестировании различных составов фрикционных накладок и выявлении взаимосвязи вибраций суппорта со следующими факторами: изменение тормозного момента, изменение толщины диска и свойства фрикционных накладок. В статье приводится классификация причин и типов вибраций, возникающих при торможении, а также приводятся количественные результаты, определяющие диапазон факторов на основе экспериментальных данных. В исследовании [7] предлагается трёхслойная конструкция тормозной колодки, на основе которой создана динамическая модель тормозного диска и колодки с шестью степенями свободы. Анализ показывает, что изменение массы и жёсткости тормозной колодки влияет на стабильность системы. С помощью линейного комплексного анализа собственных значений были предсказаны нестабильные режимы вибрации тормозной системы, а эффективность модели комплексного анализа режимов была подтверждена стендовыми испытаниями тормозной системы. Разработаны тормозные колодки различной формы, проанализировано их влияние на стабильность тормозной системы. Результаты показывают, что трёхслойная конструкция и прорези на тормозных колодках могут эффективно снизить уровень шума при торможении, особенно высокочастотного. В статье [8] приведены результаты лабораторных испытаний изменения поперечных колебаний тормозной колодки на развиваемый тормозной момент. Эксплуатационные недостатки (неравномерный износ по длине) тормозной колодки увеличивают перепад тормозного момента в зоне стабилизации.

На основе анализа результатов выполненных исследований можно сделать вывод, что тематика исследований, связанных с поведением колодки в процессе торможения, актуальна в настоящее время. Для анализа колебательного процесса взаимодействия колодки с поверхностью диска необходимо строить математическую модель, учитывающую не только линейные, но и угловые перемещения, габаритные размеры колодки, инерционные характеристики и диссипативно-жесткостные параметры. Используя комплексный фактор, возможно максимально приблизиться к результатам экспериментальных данных и прогнозировать нестационарные процессы, происходящие при взаимодействии контактирующих поверхностей фрикционного узла.

Материалы и методы

Процесс взаимодействия рабочих поверхностей тормоза относится к нестационарным, поэтому построение математической модели динамических процессов во время торможения (рис. 1) представляется крайне сложным.

При моделировании помимо инерционных нагрузок необходимо учитывать жесткостные и демпфирующие связи между элементами системы «клещевой механизм – тормозная колодка – тормозной диск».

Для описания взаимодействия рабочих поверхностей тормоза и оценки влияния колебаний колодки при торможении на величину тормозного момента узла в целом необходимо учитывать перемещения колодки в шести координатах. Несмотря на наличие связей между клещевым механизмом, колодкой, опорой и приводом, необходимо учитывать в расчетной модели люфты и зазоры, которые предусмотрены при проектировании и появляются в процессе эксплуатации.

Отличие разрабатываемой математической модели от применяемых заключается в распределении массы клещевого механизма. Рычаг клещевого механизма обладает массами, которые разнесены в его сочленениях с колодкой $m_{p11(21)}$ и приводом $m_{p12(22)}$. Это позволяет учесть массу элементов привода тормоза при динамическом процессе торможения. Аналогично тормозная колодка представлена в виде двухмассовой системы, что точнее позволит определять кинематические параметры колодки в процессе взаимодействия поверхностей трения тормоза и учитывать влияние её габаритных размеров на колебательный процесс. Массы тормозной колодки ($m_{k11(21)}$, $m_{k12(22)}$) сосредоточены в местах креплений к клещевому механизму, что излишне не перегружает математическую модель. Связь между i -м краем j -й колодкой и рычагом клещевого механизма обладает коэффициентом демпфирования b_{pkij} и жесткостью c_{pkij} . Связи в парах «крепление – рычаг» и «привод – рычаг» обладают аналогичным набором параметров (b_{poj} , c_{poj}) и (b_{pij} , c_{pij}) соответственно.

При взаимодействии рабочих поверхностей тормоза в местах контакта возникают силы, которые обладают коэффициентом демпфирования и жесткостью (рис. 2).

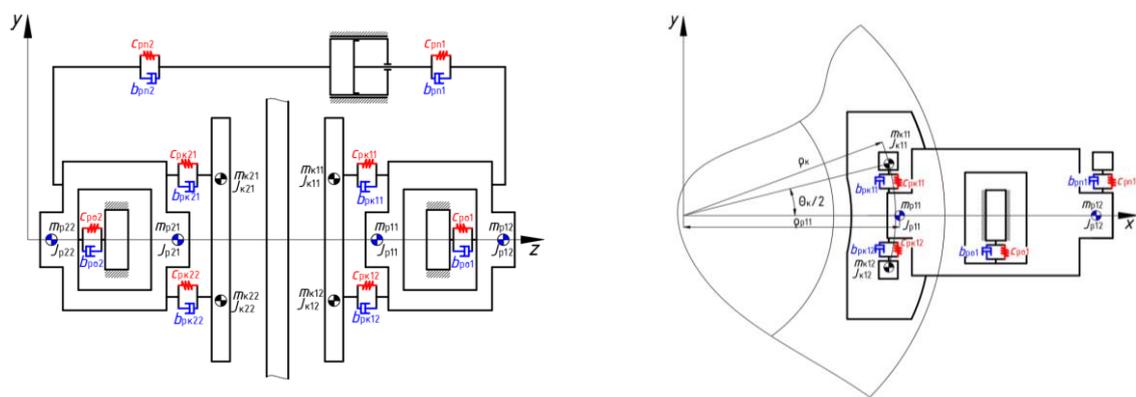


Рис. 1. Динамическая модель системы «клещевой механизм – тормозная колодка – тормозной диск» перед взаимодействием рабочих поверхностей тормозного устройства дисково-колодочного типа

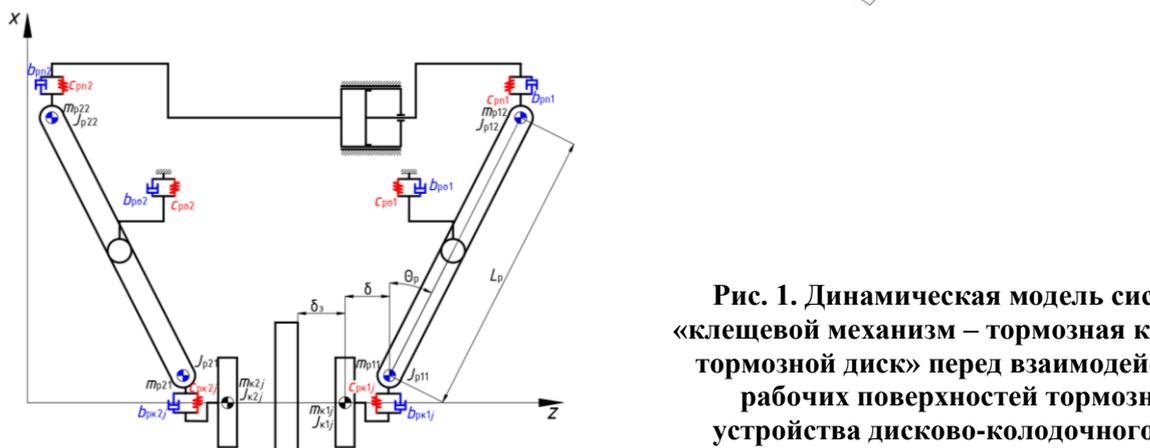


Рис. 2. Динамическая модель системы «клещевой механизм – тормозная колодка – тормозной диск» в процессе взаимодействия рабочих поверхностей тормозного устройства дисково-колодочного типа

В качестве допущения для моделирования необходимо принять точки приложения силовых факторов в точках приложения связей между рычагом и колодкой. Силы контакта обладают жесткостью S_{kij} и коэффициентом диссипации b_{kij} . Взаимодействие колодок с поверхностью диска приводит к смещению приведенных центров масс колодок ($x_{kij}, y_{kij}, z_{kij}$) и рычагов ($x_{rij}, y_{rij}, z_{rij}$) клещевого механизма. Помимо смещения приведенные массы поворачиваются на углы, которые оценивают продольный (φ_{tkj}), поперечный (φ_{ckj}) наклоны и вращение (φ_{pkj}).

Для описания динамических процессов при торможении необходимо составить расчетную схему математической модели заменив все жесткостные и диссипативные составляющие связями ($S_{poj}, S_{pnj}, S_{pkij}$) и силами в контакте взаимодействующих площадок (N_{ij}, fN_{ij}), а инерционные нагрузки направить из центров масс по трем направлениям линейных перемещений (рис. 3).

Для математической модели необходимо сформулировать следующие допущения:

- рассматривается лишь одна тормозная колодка, взаимодействующая с одной из сторон тормозного диска;
- связь между рычагом и опорой клещевого механизма направлена из центра масс передней части рычага;
- нормальные силы и силы трения колодки приложены в точках крепления колодки к клещевому механизму;
- масса колодки делится пополам между двумя центрами масс;
- углы отклонения колодки и рычага от продольной и поперечной плоскостей и вращения относительно оси Z примем идентичными из-за бесконечной малости смещения двух элементов математического моделирования.

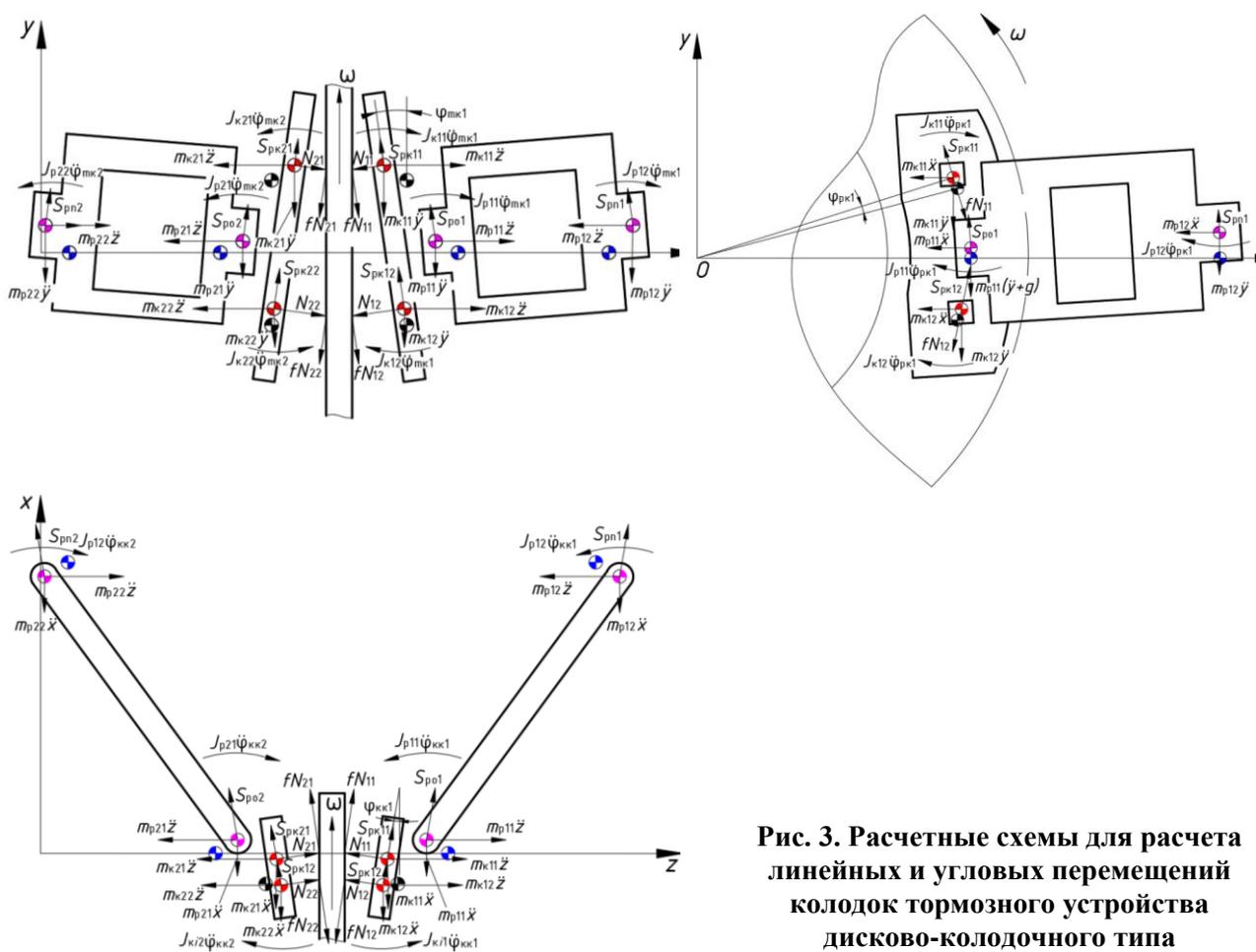


Рис. 3. Расчетные схемы для расчета линейных и угловых перемещений колодок тормозного устройства дисково-колодочного типа

Система уравнений колебательной системы в общем виде представлена в следующем виде [7].

При решении системы уравнений сил и моментов в векторно-матричной форме были определены коэффициенты приведенных значений инерционных характеристик, диссипативных и жесткостных параметров уравнений движения колодки при торможении (таблица).

Для анализа влияния конструктивных и технологических параметров на смещение центра давления достаточно найти две угловые координаты, определяющие повороты в продольной и поперечной плоскости колодки. Общее решение относительно координат колебательной системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{\tau} = e^{\frac{b_{np4}\tau}{J_{np1}}} \left(\left[\left(\frac{b_{np4}}{J_{np1}} \right) \varphi_{\tau 0} / \sqrt{\left(\frac{c_{np4}}{J_{np1}} \right)^2 - \left(\frac{b_{np4}}{J_{np1}} \right)^2} \right] \sin \left[\sqrt{\left(\frac{c_{np4}}{J_{np1}} \right)^2 - \left(\frac{b_{np4}}{J_{np1}} \right)^2} \right] \tau + \right. \\ \left. + \varphi_{\tau 0} \cos \left[\sqrt{\left(\frac{c_{np4}}{J_{np1}} \right)^2 - \left(\frac{b_{np4}}{J_{np1}} \right)^2} \right] \tau \right) + k_{41} \sin(\omega\tau - \psi_{b41}), \\ \varphi_{\kappa} = e^{\frac{b_{np5}\tau}{J_{np2}}} \left(\left[\left(\frac{b_{np5}}{J_{np2}} \right) \varphi_{\kappa 0} / \sqrt{\left(\frac{c_{np5}}{J_{np2}} \right)^2 - \left(\frac{b_{np5}}{J_{np2}} \right)^2} \right] \sin \left[\sqrt{\left(\frac{c_{np5}}{J_{np2}} \right)^2 - \left(\frac{b_{np5}}{J_{np2}} \right)^2} \right] \tau + \right. \\ \left. + \varphi_{\kappa 0} \cos \left[\sqrt{\left(\frac{c_{np5}}{J_{np2}} \right)^2 - \left(\frac{b_{np5}}{J_{np2}} \right)^2} \right] \tau \right) + k_{51} \sin(\omega\tau - \psi_{b51}). \end{array} \right. \quad (1)$$

где k_{ij} – амплитуда вынужденных колебаний, действующих в i -м направлении от j -го источника возмущений, м; ω – частоты вынужденных колебаний, Гц; ψ_{ij} – сдвиг фаз между амплитудой возбуждающего момента и амплитудой, вызываемой этим моментом колебаний, действующих в i -м направлении от j -го источника возмущений, град.

Величина амплитуды k_{ij} и сдвига фаз ψ_{bij} определяется из формул:

$$k_{ij} = \frac{x_0(y_0, z_0, \varphi_{\tau k 0}, \varphi_{\rho k 0}, \varphi_{\kappa k 0})}{m_{npi}(J_{npi})}, \quad (2)$$

$$k_{ij} = \frac{1}{\sqrt{\left[\left(\frac{c_{ij}}{m_{npi}(J_{npi})} \right)^2 - \left(\frac{b_{ij}}{m_{npi}(J_{npi})} \right)^2 \right]^2 + 4\omega_{bi}^2 \left(\frac{b_{ij}}{m_{npi}(J_{npi})} \right)^2}},$$

$$tg\psi_{bij} = \frac{2\omega_{bi} \frac{b_{ij}}{m_{npi}(J_{npi})}}{\sqrt{\left(\frac{c_{ij}}{m_{npi}(J_{npi})} \right)^2 - \left(\frac{b_{ij}}{m_{npi}(J_{npi})} \right)^2}}. \quad (3)$$

Для решения векторно-матричного уравнения движения колодки (1) используют форму общего решения колебательной системы и приведенные коэффициенты определяют из свойства равенства матриц [7]. В результате приведенные коэффициенты общего решения уравнения, записанного в векторно-матричной форме, сведены в таблицу.

Для оценки нестационарных процессов при взаимодействии колодки необходимо разделить колодку на четыре сектора, сосредоточенные массы которых будут расположены в четырех концах колодки в точках O_{ij} , согласно примеру [8]. Первоначально необходимо определить суммарные углы продольного $\varphi_{\tau k}$ и поперечного наклона $\varphi_{\kappa k}$ колодки при торможении, учитывая вынужденные колебания в отдельных зонах колодки (рис. 4).

Приведенные коэффициенты для общего решения

J_{np1}	J_{np2}
$\sum_{i=1}^n (J_{pij} + J_{kij}) - m_{p11} [y_{p11}^2 + z_{p11}^2] +$ $+ m_{p12} [y_{p12}^2 + (L_p \cos \Theta_p + z_{p12})^2] +$ $+ m_{k11} [(\rho_k \sin [\Theta/2] - y_{k11})^2 + (\delta + z_{k11})^2] -$ $- m_{k12} [(L_p \cos \Theta_p + z_{p12})^2 + (\delta + z_{k12})^2]$	$m_{p11} [x_{p11}^2 + z_{p11}^2] + \sum_{i=1}^n (J_{kij} - J_{pij}) -$ $- m_{p12} [(L_p \cos \Theta_p - x_{p12})^2 + (L_p \sin \Theta_p + z_{p12})^2] -$ $- m_{k11} [(\rho_{11} - \rho_k \cos \Theta_k / 2 - x_{k11})^2 + (\delta + z_{k11})^2] -$ $- m_{k12} [(\rho_{11} - \rho_k \cos \Theta_k / 2 - x_{k12})^2 + (\delta + z_{k12})^2]$
b_{np4}	b_{np5}
$b_{p01} [y_{p11}^2 + z_{p11}^2] - b_{p11} [y_{p12}^2 + (L_p \cos \Theta_p + z_{p12})^2] +$ $+ (b_{pk11} - b_{k11}) [(\rho_k \sin [\Theta/2] + y_{k11})^2 + (\delta + z_{k11})^2] +$ $+ (b_{pk12} - b_{k12}) [(\rho_k \sin [\Theta/2] - y_{k12})^2 + (\delta + z_{k12})^2] -$ $- fb_{k11} [(\rho_k \sin [\Theta/2] + y_{k11})^2 + (\delta + \delta_3)^2] -$ $- fb_{k12} [(\rho_k \sin [\Theta/2] - y_{k12})^2 + (\delta + \delta_3)^2]$	$b_{p01} [x_{p11}^2 + z_{p11}^2] -$ $- b_{p11} [(L_p \cos \Theta_p - x_{p12})^2 + (L_p \sin \Theta_p + z_{p12})^2] +$ $+ (b_{pk11} + b_{k11}) [(\rho_{11} - \rho_k \cos \Theta_k / 2 - x_{k11})^2 + (\delta + z_{k11})^2] +$ $+ (b_{pk12} + b_{k12}) [(\rho_{11} - \rho_k \cos \Theta_k / 2 - x_{k12})^2 + (\delta + z_{k12})^2] +$ $+ fb_{k11} [(\rho_{11} - \rho_k \cos \Theta_k / 2 - x_{k11})^2 + (\delta + \delta_3)^2] -$ $- fb_{k12} [(\rho_{11} - \rho_k \cos \Theta_k / 2 - x_{k12})^2 + (\delta + \delta_3)^2]$
c_{np4}	c_{np5}
$c_{p01} [y_{p11}^2 + z_{p11}^2] - c_{p11} [y_{p12}^2 + (L_p \cos \Theta_p + z_{p12})^2] +$ $+ (c_{pk11} - c_{k11}) [(\rho_k \sin [\Theta/2] + y_{k11})^2 + (\delta + z_{k11})^2] +$ $+ (c_{pk12} - c_{k12}) [(\rho_k \sin [\Theta/2] - y_{k12})^2 + (\delta + z_{k12})^2] -$ $- fc_{k11} [(\rho_k \sin [\Theta/2] + y_{k11})^2 + (\delta + \delta_3)^2] -$ $- fc_{k12} [(\rho_k \sin [\Theta/2] - y_{k12})^2 + (\delta + \delta_3)^2]$	$c_{p01} [x_{p11}^2 + z_{p11}^2] -$ $- c_{p11} [(L_p \cos \Theta_p - x_{p12})^2 + (L_p \sin \Theta_p + z_{p12})^2] +$ $+ (c_{pk11} + c_{k11}) [(\rho_{11} - \rho_k \cos \Theta_k / 2 - x_{k11})^2 + (\delta + z_{k11})^2] +$ $+ (c_{pk12} + c_{k12}) [(\rho_{11} - \rho_k \cos \Theta_k / 2 - x_{k12})^2 + (\delta + z_{k12})^2] +$ $+ fc_{k11} [(\rho_{11} - \rho_k \cos \Theta_k / 2 - x_{k11})^2 + (\delta + \delta_3)^2] -$ $- fc_{k12} [(\rho_{11} - \rho_k \cos \Theta_k / 2 - x_{k12})^2 + (\delta + \delta_3)^2]$
b_{41}	b_{51}
$f(b_{k11} + b_{k12})$	$f(b_{k11} + b_{k12})$
c_{41}	c_{51}
$f(c_{k11} + c_{k12})$	$f(c_{k11} + c_{k12})$

Здесь ρ_{pij} , ρ_k – расстояния от оси вращения диска до центра масс i -го рычага j -й колодки и до центра масс колодки соответственно, м; Θ_k – угол между центрами масс колодки тормоза, град.; f – коэффициент трения в паре трения; Θ_p – угол между осью рычага и осью Ox , град.; B – ширина тормозной колодки, м; L_p – длина рычага, м; δ – расстояние между центрами масс рычага и колодки, м.

Вынужденные возмущения от рабочей поверхности диска будут учитываться для двух зон, разделенных осями колодки:

– для расчета угла продольного наклона колодки относительно поперечной оси колодки

$$\Phi_{ткв} = \Phi_{тк(с)} + \Phi_{ткв(в)}, \quad \Phi_{ткн} = \Phi_{тк(с)} + \Phi_{ткн(в)}, \quad (4)$$

– для расчета угла поперечного наклона колодки относительно продольной оси колодки

$$\Phi_{ккл} = \Phi_{кк(с)} + \Phi_{ккл(в)}, \quad \Phi_{ккп} = \Phi_{кк(с)} + \Phi_{ккп(в)}, \quad (5)$$

где $\Phi_{тк(с)}$, $\Phi_{кк(с)}$ – собственные колебания колодки в продольном и поперечном направлениях соответственно, рад.;

$\Phi_{ткв(в)}$, $\Phi_{ткн(в)}$ – вынужденные колебания колодки в продольном направлении, учитываемые в верхней и нижней зонах соответственно, рад.;

$\Phi_{ккв(в)}$, $\Phi_{ккп(в)}$ – вынужденные колебания колодки в поперечном направлении, учитываемые в левой и правой зонах соответственно, рад.

Получив таким образом модули векторов угловых перемещений, сосредоточенных в массах четырех секторов, приложенных в точках $O_{11}(\vec{\varphi}_{\text{ТКВ}}; \vec{\varphi}_{\text{ККЛ}})$, $O_{12}(\vec{\varphi}_{\text{ТКВ}}; \vec{\varphi}_{\text{ККП}})$, $O_{21}(\vec{\varphi}_{\text{ТКН}}; \vec{\varphi}_{\text{ККЛ}})$, $O_{22}(\vec{\varphi}_{\text{ТКН}}; \vec{\varphi}_{\text{ККП}})$, можно перейти к расчету ускорений в указанных точках.

$$\ddot{\varphi}_{\text{ТК}} = e \frac{b_{\text{пр}4}\tau}{J_{\text{пр}1}} \left[\begin{array}{l} \left[\frac{b_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \varphi_{\text{ТК}0} \sin \left(\sqrt{\left(\frac{c_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \right)^2 - \left(\frac{b_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \right)^2} \right) \tau_{\tau} + \right. \\ \left. + \varphi_{\text{ТК}0} \cos \left(\sqrt{\left(\frac{c_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \right)^2 - \left(\frac{b_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \right)^2} \right) \tau_{\tau} \right] - \\ \left[\frac{b_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \varphi_{\text{ТК}0} \sin \left(\sqrt{\left(\frac{c_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \right)^2 - \left(\frac{b_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \right)^2} \right) \tau_{\tau} - \right. \\ \left. - \frac{b_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \sqrt{\left(\frac{c_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \right)^2 - \left(\frac{b_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \right)^2} \right] - \left[\frac{b_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \varphi_{\text{ТК}0} \cos \left(\sqrt{\left(\frac{c_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \right)^2 - \left(\frac{b_{\text{пр}4}}{J_{\text{пр}1}} \right)^2} \right) \tau_{\tau} \right] \end{array} \right] - k_{41} \omega_d^2 \sin(\omega_d \tau - \psi_{в41}), \quad (6)$$

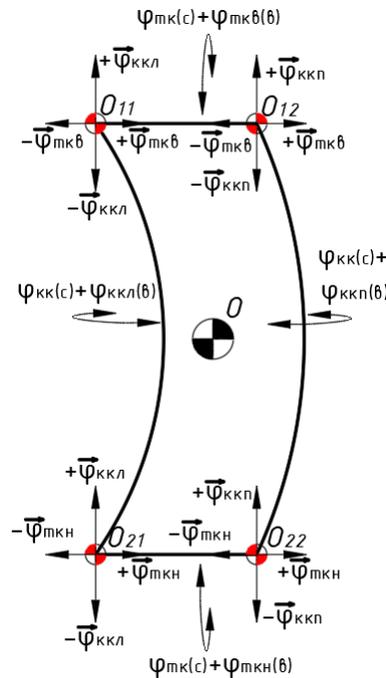


Рис. 4. Расчетная схема для расчета угловых перемещений краев тормозной колодки

Угловые ускорения краев колодки позволят учесть инерционные силы, возникающие при взаимодействии с диском, в связи с этим инерционную силу колодки разбивают на четыре центра масс, учитывая угловые ускорения в крайних точках колодки:

$$N_i = m_{\text{кij}} \sqrt{\left(\rho_{\text{вн(внеш)}} \sin \left[\Theta_{\text{вн(внеш)}} / 2 \right] \right)^2 + \left(\rho_{\text{к}} \pm \rho_{\text{вн(внеш)}} \cos \left[\Theta_{\text{вн(внеш)}} / 2 \right] \right)^2} \sqrt{|\ddot{\varphi}_{\text{ТКij}}|^2 + |\ddot{\varphi}_{\text{ККij}}|^2}, \quad (7)$$

где m_{kij} – масса i -й половины в продольном направлении и j -й половины в поперечном направлении тормозной колодки, кг; r_k , $r_{вн}$, $r_{внеш}$ – радиусы положения центра давления, внутренний и наружный радиусы тормозной колодки соответственно, м; $\Theta_{вн}$, $\Theta_{внеш}$ – углы обхвата колодки по внутреннему и наружному радиусам тормозной колодки, соответственно, град.; $\vec{\varphi}_{tkij}$, $\vec{\varphi}_{kkij}$ – векторы угловых ускорений в точках i -й половины в продольном направлении и j -й половины в поперечном направлении тормозной колодки, с-2.

Расчетная схема для определения инерционных сил в точках тормозной колодки представлена на рис. 5.

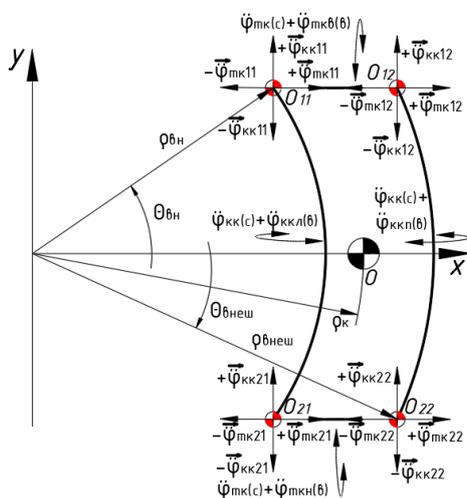


Рис. 5. Расчетная схема для определения инерционных сил в точках тормозной колодки

Для оценки изменения инерционных сил в каждом крае колодки рассчитаем изменения угловых колебаний продольного и поперечного наклона и угловых ускорений в тех же плоскостях во времени торможения ($\tau_r = 22,5$ с). Снижение частот возмущений от рабочей поверхности диска:

- в продольном направлении колодки для верхней зоны – с 1,82 Гц до 1,43 Гц;
- в продольном направлении колодки для нижней зоны – с 1,67 Гц до 1,28 Гц;
- в поперечном направлении колодки для левой стороны – с 2,41 Гц до 2,02 Гц;
- в продольном направлении колодки для нижней зоны – с 1,45 Гц до 1,06 Гц.

Для определения кинематических характеристик заданы следующие значения коэффициентов диссипации $b_{пр4} = b_{пр5} = b_{41} = b_{51} = 2,8$ Нс/м; жесткости $c_{пр4} = c_{пр5} = c_{41} = c_{51} = 5$ Н/м; моментов инерции $J_{пр4} = 3,9$ кг м²; $J_{пр5} =$ кг м²; начальные углы $\varphi_{тк0} = 0,017453$ рад.; $\varphi_{кк0} = 0,034907$ рад [9]. Изменения угловых перемещений в продольном и поперечном направлениях для четырех крайних точек представлены на рис. 6.

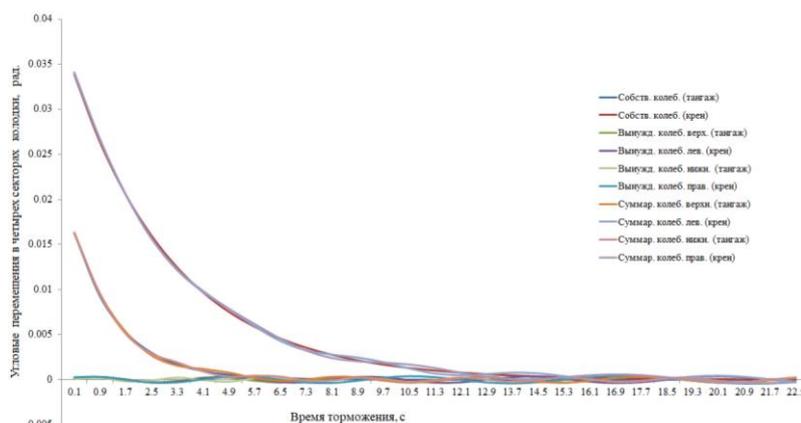


Рис. 6. Изменения угловых перемещений в продольном и поперечном направлениях для четырех секторов тормозной колодки

По правилу сложения векторов угловых перемещений определим их модули в каждой крайней точке колодки во время взаимодействия с рабочей поверхностью диска (рис. 7).

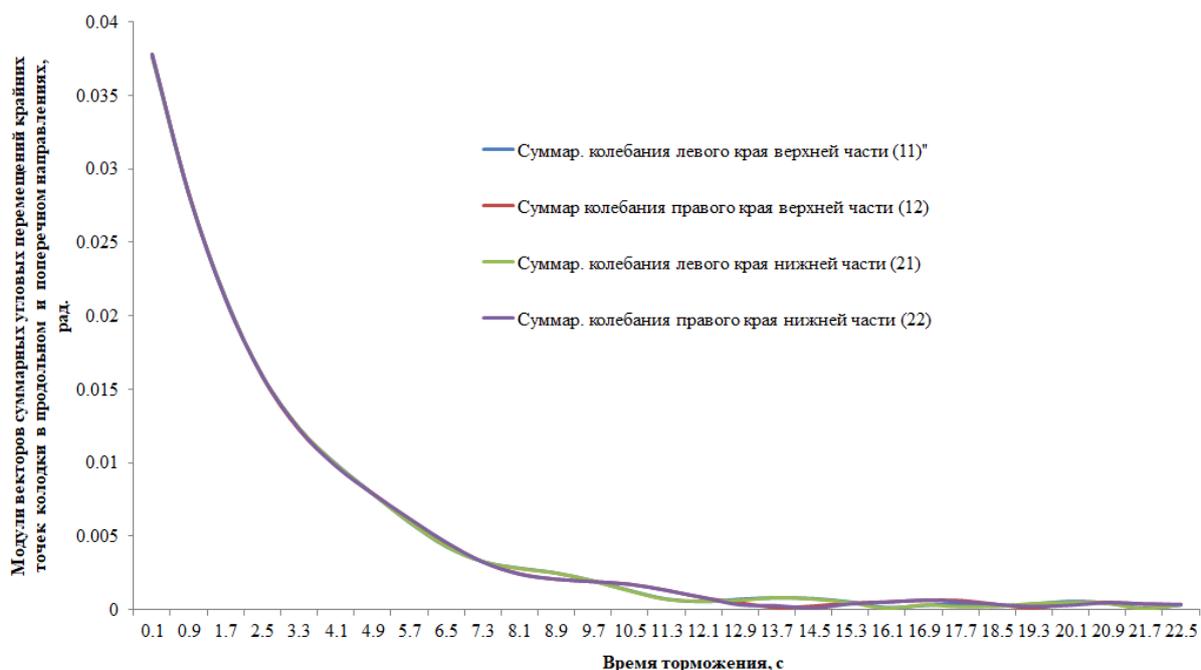


Рис. 7. Изменение модулей векторов угловых перемещений в продольном и поперечном направлениях для четырех крайних точек колодки во время взаимодействия рабочих поверхностей тормоза

Аналогично рассчитаем ускорения в продольном и поперечном направлениях для четырех крайних точек (рис. 8) и модули суммарных ускорений для крайних точек колодки (рис. 9).

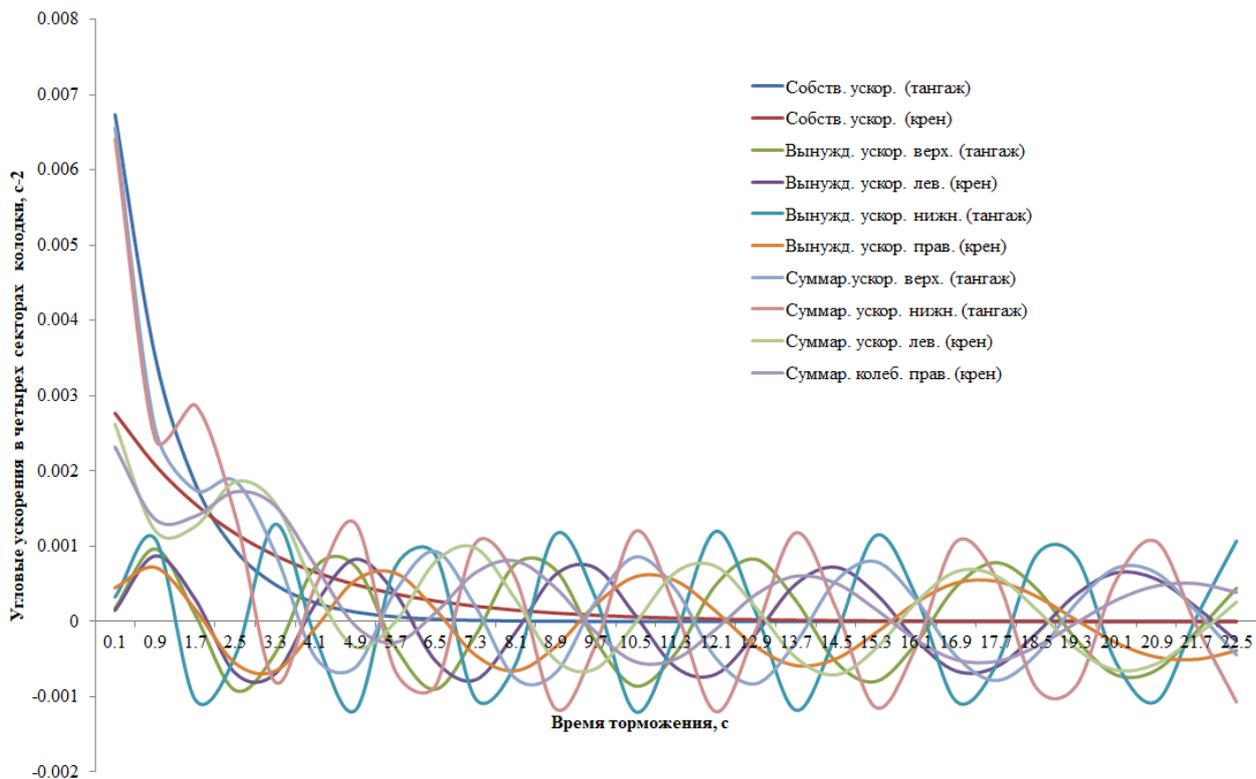


Рис. 8. Изменения угловых ускорений в продольном и поперечном направлениях для четырех секторов тормозной колодки

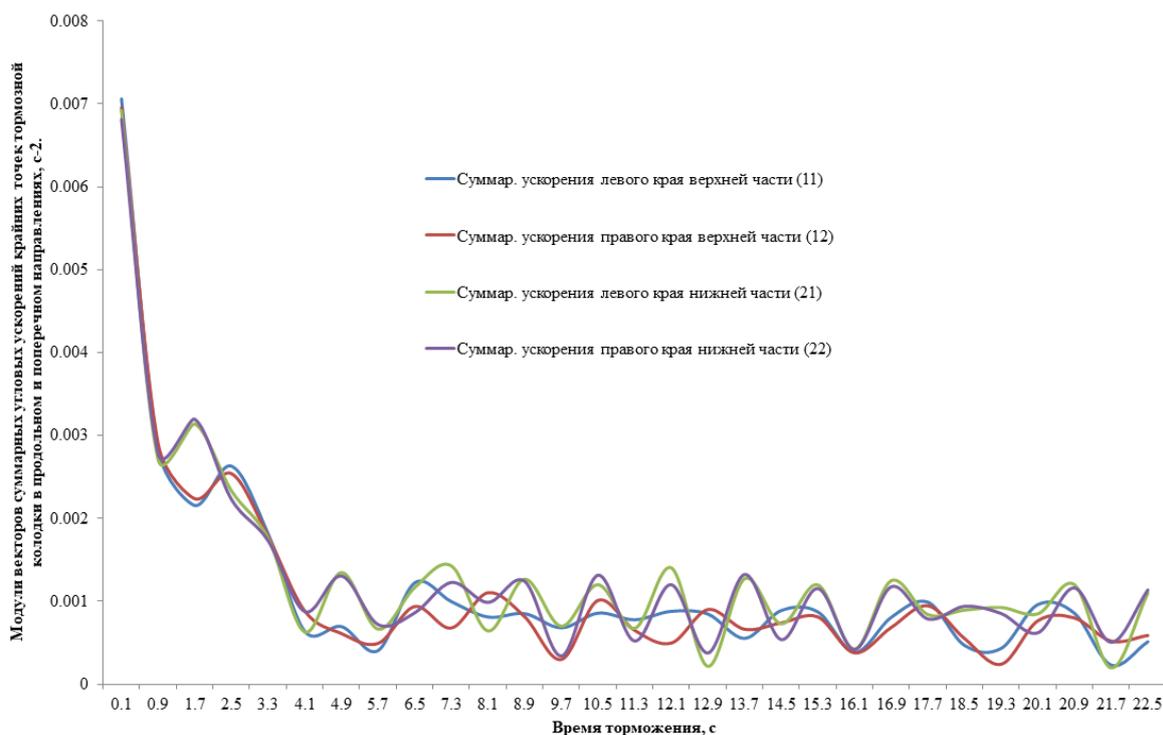


Рис. 9. Изменение модулей векторов угловых ускорений в продольном и поперечном направлениях для четырех крайних точек колодки во время взаимодействия рабочих поверхностей тормоза

В качестве исходных данных для расчета инерционных сил четырех точек тормозной колодки были заданы: масса верхней и нижней частей левого и правого краев $m_{11} = m_{21} = 1,7$ кг; $m_{12} = m_{22} = 4,3$ кг; наружный и внутренний радиусы колодки $\rho_{\text{внеш}} = 0,396$ м, $\rho_{\text{вн}} = 0,27$ м; расстояние положения центра давления в радиальном направлении $\rho_k = 0,375$ м; угол обхвата колодки по внутреннему и наружному радиусам $\Theta_{\text{вн}} = 35$ град. и $\Theta_{\text{внеш}} = 25$ град. соответственно. Результаты моделирования представлены на рис. 10.

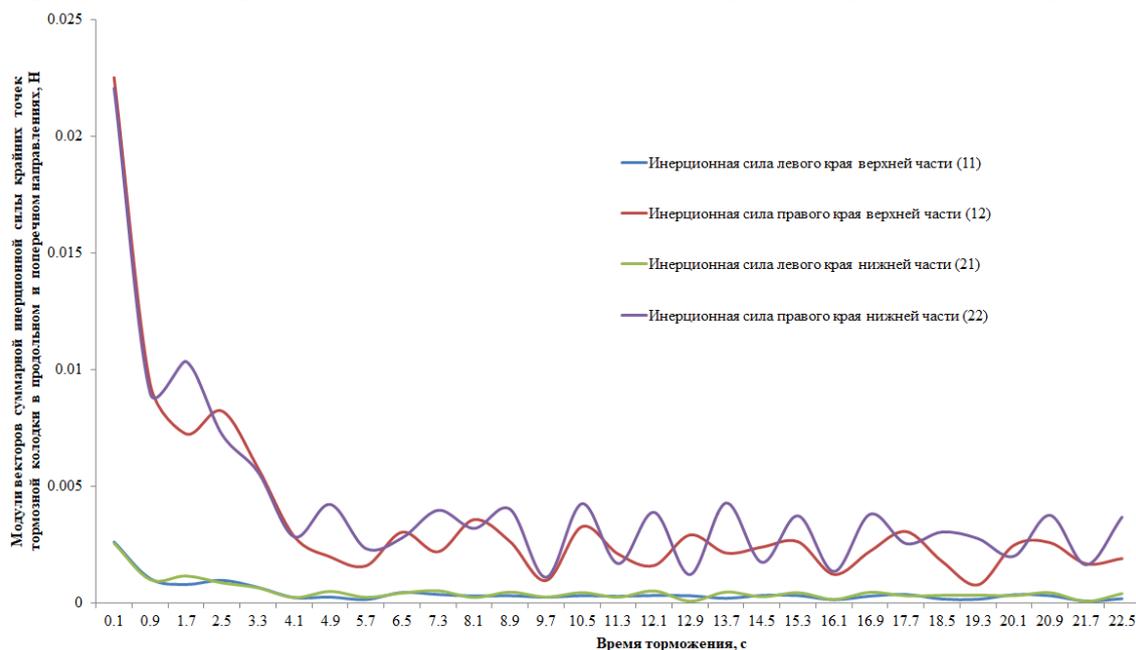


Рис. 10. Изменение модулей векторов инерционных сил в продольном и поперечном направлениях для четырех крайних точек колодки во время взаимодействия рабочих поверхностей тормоза

На основе результатов математического моделирования можно сделать вывод, что инерционная нагрузка неравномерна по ширине тормозной колодки. В начале торможения тормозная колодка

будет смещаться в сторону периферии тормозного диска, что обеспечит максимальное значение тормозного момента в начальный период времени. По окончании процесса приработки рабочих поверхностей тормоза инерционная нагрузка колодки будет выравниваться по всей ширине колодки. Согласно проводимым расчетам инерционной нагрузке подвержен наружный обод тормозной колодки, что постоянно будет сказываться на смещении центра давления к оси вращения тормозного диска. Это приведет к колебанию тормозного момента в процессе торможения и в итоге к снижению эксплуатационных свойств тормозного оборудования. В продольном направлении наблюдается меньшая неравномерность, что обеспечивает меньшее смещение центра давления по длине колодки. Согласно проведенным расчетам основным сектором взаимодействия является нижний, что смещает положение центра давления ближе к оси симметрии колодки по направлению вращения диска.

Подводя итоги, можно утверждать, что разработанная математическая модель определения инерционных сил различных точек колодки позволяет уточнить расчет эксплуатационных показателей тормозных свойств оборудования и учесть эксплуатационные риски при проектировании тормозных устройств как основы тормозного оборудования.

Заключение

Тормозное оборудование имеет большое значение для обеспечения комплексной системы активной безопасности. Несмотря на многочисленные исследования в области тормозных устройств, в работе этого узла имеется множество проблем, которые могут отразиться на заданных эксплуатационных свойствах подвижного состава. При проектировании тормозных устройств в качестве основной характеристики принимают тормозной момент, который считается постоянным при расчетах, однако тормозной момент является функцией, изменяющейся в реальном времени. Для оценки факторов, влияющих на кривую тормозного момента, была разработана математическая модель, учитывающая конструктивные, технологические параметры клещевого механизма как одного из основных элементов конструкции тормозного устройства. Решение системы уравнений сил и моментов позволило определить зависимости для расчета линейных и угловых перемещений колодки с учетом её инерционных характеристик, жесткостных и демпфирующих параметров. Для расчета инерционной нагрузки тормозной колодки как основной характеристики смещения колодки относительно рассчитанного положения центра давления в тангенциальном и радиальном направлениях были определены суммарные величины колебаний ускорений в продольном и поперечном направлениях колодки для её четырех краев, а также модули этих сил для каждого края в зависимости от времени торможения. Согласно полученной диаграмме можно утверждать, что тормозная колодка в начале торможения смещается в направлении вращения диска и периферии тормозного диска, что можно объяснить зоной приработки.

Список литературы

- 1 Dynamic brake characteristics of disc brake during emergency braking of the kilometer-deep coal mine hoist / D. Wang, R. Wang, J. Zhang // *Advances in Mechanical Engineering*. – 2014. – Vol. 12 (5). – 23 p. – DOI 10.1177/1687814020918097.
- 2 Nonlinear dynamics modeling and analysis of disc brake squeal considering acting process of brake force / X. Liu, Y. Zhao, Y. Shan [et al.] // *Journal of Vibroengineering*. – Vol. 16, No. 4. – P. 1964–1976. – Jun. 2014.
- 3 Vehicle dynamics with brake hysteresis / B. Shyrokau, D. Wang, K. Augsburg [et al.] // *J Automobile Engineering*. – 2013. – Vol. 227 (2). – P. 139–150 – DOI 10.1177/0954407012451961.
- 4 Effect of Vibration on Emergency Braking Tribological Behaviors of Brake Shoe of Deep Coal Mine Hoist / D. Wang, R. Wang, B. Wang [et al.] // *Applied Sciences*. – 2021. – Vol. 11 (14). – 23 p. – DOI 10.3390/app11146441.

References

- 1 Dynamic brake characteristics of disc brake during emergency braking of the kilometer-deep coal mine hoist / D. Wang, R. Wang, J. Zhang // *Advances in Mechanical Engineering*. – 2014. – Vol. 12 (5). – 23 p. – DOI 10.1177/1687814020918097.
- 2 Nonlinear dynamics modeling and analysis of disc brake squeal considering acting process of brake force / X. Liu, Y. Zhao, Y. Shan [et al.] // *Journal of Vibroengineering*. – Vol. 16, No. 4. – P. 1964–1976. – Jun. 2014.
- 3 Vehicle dynamics with brake hysteresis / B. Shyrokau, D. Wang, K. Augsburg [et al.] // *J Automobile Engineering*. – 2013. – Vol. 227 (2). – P. 139–150 – DOI 10.1177/0954407012451961.
- 4 Effect of vibration on emergency braking tribological behaviors of brake shoe of deep coal mine hoist / D. Wang, R. Wang, B. Wang [et al.] // *Applied Sciences*. – 2021. – Vol. 11 (14). – 23 p. – DOI 10.3390/app11146441.

5 **Mickoski, H.** Investigation of self-excited vibrations in tread brake unit for railway vehicles / H. Mickoski, I. Mickoski, F. Zdraveski // Journal of Vibroengineering. – Vol. 18, No. 6. – P. 3881–3890, Sep. 2016, DOI 10.21595/jve.2016.16914.

6 Investigation of Brake-judder through Caliper Vibrations due to the Effects of Friction Pad Properties, Disc Thickness Variation and Brake Torque Variation using a Dynamometer / A. Nikhil, K. Subramanian, W. Anand, M. P. Raajha // ARAI Journal of Mobility Technology. – 2022. – Vol. 2 (3). – P. 280–289. – DOI 10.37285/ajmt.2.3.6.

7 **Pan, G.** Impact Analysis of Brake Pad Backplate Structure and Friction Lining Material on Disc-Brake Noise / G. Pan, L. Chen // Advances in Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 2018. – 9 p. – DOI 10.1155/2018/7093978.

8 **Поляков, П. А.** Влияние амплитуд поперечных перемещений тормозных колодок на развиваемый дисково-колодочным тормозом тормозной момент / П. А. Поляков // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2022. – № 3 (87). – С. 55–63. – DOI 10.46973/0201-727X_2022_3_55.

9 **Поляков, П. А.** Влияние конструкции прижимающих механизмов тормоза дисково-колодочного типа на колебания, возникающие в контакте фрикционного узла / П. А. Поляков // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2022. – № 5. – С. 408–420. – DOI 10.24412/2071-6168-2022-5-408-420.

10 Анализ неустойчивых процессов в тормозном устройстве дисково-колодочного типа при торможении / И. А. Яицков, П. А. Поляков, Е. С. Федотов [и др.] // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2024. – № 1 (93). – С. 248–260. – DOI 10.46973/0201-727X_2024_1_248.

11 **Abdo, J. A.** Vibration Response of a Disc Brake : Evaluation and Design / J. A. Abdo, G. A. Meinhardt // Int. J. of Applied Mechanics and Engineering, 2006. – Vol. 11, No. 3. – P. 467–479.

5 **Mickoski, H.** Investigation of self-excited vibrations in tread brake unit for railway vehicles / H. Mickoski, I. Mickoski, F. Zdraveski // Journal of Vibroengineering. – Vol. 18, No. 6. – P. 3881–3890, Sep. 2016, DOI 10.21595/jve.2016.16914.

6 Investigation of brake-judder through caliper vibrations due to the effects of friction pad properties, disc thickness variation and brake torque variation using a dynamometer / A. Nikhil, K. Subramanian, W. Anand, M. P. Raajha // ARAI Journal of Mobility Technology. – 2022. – Vol. 2 (3). – P. 280–289. – DOI 10.37285/ajmt.2.3.6.

7 **Pan, G.** Impact analysis of brake pad backplate structure and friction lining material on disc-brake noise / G. Pan, L. Chen // Advances in Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 2018. – 9 p. – DOI 10.1155/2018/7093978.

8 **Polyakov, P. A.** The influence of the amplitudes of transverse movements of brake pads on the braking torque developed by the disc brake / P. A. Polyakov // Vestnik Rostovskogo Gosudarstvennogo Universiteta Putej Soobshcheniya. – 2022. – No. 3 (87). – P. 55–63. – DOI 10.46973/0201-727X_2022_3_55.

9 **Polyakov, P. A.** The influence of the design of the pressing mechanisms of the disc-shoe brake on the vibrations arising in the contact of the friction unit / P. A. Polyakov // News of the Tula state university. Technical sciences. – 2022. – No. 5. – P. 408–420. – DOI 10.24412/2071-6168-2022-5-408-420.

10 Analysis of unsteady processes in a disc-shoe type braking device during braking / I. A. Yaitskov, P. A. Polyakov, E. S. Fedotov [et al.] // Vestnik Rostovskogo Gosudarstvennogo Universiteta Putej Soobshcheniya. – 2024. – No. 1 (93). – P. 248–260. – DOI 10.46973/0201-727X_2024_1_248.

11 **Abdo, J. A.** Vibration response of a disc brake : evaluation and design / J. A. Abdo, G. A. Meinhardt // Int. J. of Applied Mechanics and Engineering, 2006. – Vol. 11, No. 3. – P. 467–479.

P. A. Polyakov, I. A. Yaitskov, S. N. Korzhov, G. I. Galimova, N. A. Zadayanchuk

DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF SHOE DYNAMICS OF THE DISC-SHOE TYPE BRAKING DEVICE OF THE ROLLING STOCK DURING BRAKING

Abstract. Braking equipment is the main provision of an integrated active safety system. Despite the abundance of work in the field of research on braking devices, this unit remains with numerous problems that can affect the specified operational properties of rolling stock. To assess the factors influencing the braking torque curve, a mathematical model was developed that takes into account the design and technological parameters of the caliper mechanism, as one of the main elements of the braking device design. The system of equations of forces and moments allowed us to determine the dependencies for calculating linear and

angular displacements of the shoe, taking into account its inertial characteristics, stiffness and damping parameters. To calculate the inertial load of the brake pad SHOE, as the main characteristic of the shoe displacement of the pad relative to the calculated position of the center of pressure in the tangential and radial directions, the total values of acceleration fluctuations in the longitudinal and transverse directions of the shoe for its four edges were determined. According to the diagram obtained, it can be argued that the brake pad at the beginning of braking is displaced in the direction of rotation of the disc and the periphery of the brake disc, which leads to a short-term increase in braking torque.

Keywords: braking, angular oscillation, angular acceleration, caliper mechanism, inertial load, brake shoe.

For citation: Development of a mathematical model of shoe dynamics of the disc-shoe type braking device of the rolling stock during braking / P. A. Polyakov, I. A. Yaitskov, S. N. Korzhov [et al.] // Vestnik Rostovskogo Gosudarstvennogo Universiteta Putej Soobshcheniya. – 2025. – No. 3. – P. 125–137. – DOI 10.46973/0201–727X_2025_3_125.

Сведения об авторах

Поляков Павел Александрович

Набережночелнинский институт Казанского федерального университета (НЧИ КФУ),
кафедра «Механика и конструирование»,
доктор технических наук, доцент,
заведующий кафедрой,
e-mail: polyakov.pavel88@mail.ru

Яицков Иван Анатольевич

Ростовский государственный университет путей сообщения (РГУПС),
кафедра «Вагоны и вагонное хозяйство»
доктор технических наук, профессор,
декан электромеханического факультета,
e-mail: yia@rgups.ru

Коржов Сергей Николаевич

Ростовский государственный университет путей сообщения (РГУПС),
кафедра «Безопасность жизнедеятельности»,
аспирант,
e-mail: ksn@engcenter.ru

Галимова Гульназ Ильгизовна

Набережночелнинский институт Казанского федерального университета (НЧИ КФУ),
кафедра «Механика и конструирование»,
старший преподаватель,
e-mail: plosatik1208@mail.ru

Задаянчук Нина Александровна

Кубанский государственный университет (КубГУ),
кафедра «Информационные образовательные технологии»,
преподаватель,
e-mail: nina-nuska@mail.ru

Information about the authors

Polyakov Pavel Alexandrovich

Naberezhnye Chelny Institute of Kazan Federal University (NCI KFU),
Chair “Mechanics and Design Engineering”,
Doctor of Engineering Sciences,
Associate Professor, Head of the Chair,
e-mail: polyakov.pavel88@mail.ru

Yaitskov Ivan Anatolyevich

Rostov State Transport University (RSTU),
Chair “Cars and Car Facilities”,
Doctor of Engineering Sciences, Professor,
Dean of the Electromechanical Department,
e-mail: yia@rgups.ru

Korzhov Sergey Nikolaevich

Rostov State Transport University (RSTU),
Chair “Life Safety”,
Postgraduate Student,
e-mail: ksn@engcenter.ru

Galimova Gulnaz Ilgizovna

Naberezhnye Chelny Institute of Kazan Federal University (NCI KFU),
Chair “Mechanics and Design Engineering”,
Senior Lecturer,
e-mail: plosatik1208@mail.ru

Zadayanchuk Nina Alexandrovna

Kuban State University (KubGU),
Chair “Information and Educational Technologies”,
Lecturer,
e-mail: nina-nuska@mail.ru