

Краткое сообщение, представленное С.Г. Самко

Л.Г. САЛЕХОВ, Л.Л. САЛЕХОВА

О СУЩЕСТВОВАНИИ И ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА МУЛЬТИПЛИКАТИВНО-СВЕРТОЧНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аннотация. В пространстве обобщенных функций медленного (умеренного) роста рассматривается класс уравнений на вещественной оси, содержащий операции свертки и мультипликативного умножения. Он содержит уравнения сверток, в частности, обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, уравнения в копечных разностях, функциональные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и сдвигами, а также парные дифференциальные уравнения. В силу возможности аналитического представления обобщенных функций медленного роста (преобразование Гильберта или Коши) рассматриваемый класс уравнений эквивалентен классу краевых задач типа Римана, где уравнение играет роль граничного условия в смысле обобщенных функций медленного роста. В качестве аппарата исследования привлекаются преобразование Фурье, обобщенное преобразование Фурье (преобразование Карлемана–Фурье), а также теория уравнений сверток в пространстве обобщенных функций медленного роста.

Ключевые слова: уравнения сверток, сверточные алгебры и модули, преобразование Фурье, преобразование Карлемана–Фурье, аналитическое представление обобщенных функций, обобщенные функции медленного (умеренного) роста, пространство свертывателей для пространства обобщенных функций медленного роста.

УДК: 517.982

В пространстве S' обобщенных функций медленного (умеренного роста) рассматривается уравнение

$$A_+[F * \Phi]_+ - B_-[G * \Phi]_- = W, \quad (I)$$

где A_+ , B_- – заданные обобщенные функции соответственно из мультипликативных алгебр $\mathcal{F}(S'_+)$ и $\mathcal{F}(S'_-)$, изоморфных сверточным алгебрам S'_+ и S'_- ([1], с. 122) обобщенных функций из S' с носителями в $\mathbb{R}_+ := [0; +\infty)$ и $\mathbb{R}_- := (-\infty; 0]$ соответственно при преобразовании Фурье \mathcal{F} , основанием на формуле ([1], с. 126)

$$\langle \mathcal{F}T, \varphi \rangle := \langle T, \mathcal{F}\varphi \rangle \quad \forall \varphi \in S, \quad \forall T \in S',$$

где $(\mathcal{F}\varphi)(\xi) := \int_{\mathbb{R}} e^{2\pi i x \xi} \varphi(x) dx \quad \forall \xi \in \mathbb{R}$; обобщенные функции F и G задаются из пространства Θ'_c свертывателей для пространства S' ; $[F * \Phi]_+$ и $[G * \Phi]_-$ – граничные значения (в смысле S') аналитических представлений $(\widehat{F * \Phi})(z)$ и $(\widehat{G * \Phi})(z)$ при $\operatorname{Im} z \rightarrow +0$ и $\operatorname{Im} z \rightarrow -0$ соответственно; W – заданная, а Φ – искомая обобщенные функции из S' .

Поступила 17.05.2011