АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
ЦЕНТРОСОЮЗА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ КООПЕРАЦИИ»
КАЗАНСКИЙ КООПЕРАТИВНЫЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)

Поташев А.В., Поташева Е.В., Сулейманова Д.Ю.

ИНТЕГРАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ОБУЧЕНИЮ В ОБРАЗОВАНИИ

Монография

Казань 2015

Поташев А.В., Поташева Е.В., Сулейманова Д.Ю. Интеграция математического моделирования и инновационных подходов к обучению в образовании. Монография. – Казань: Казанский кооперативный институт, 2015. – 98 с.

В монографии затронуты вопросы, связанные с внедрением инновационных подходов в образование, в том числе математическое; с направлениями их использования для модернизации образования. Приведены примеры их реализации в системе подготовки специалистов экономического профиля на примере Казанского кооперативного института. Рассмотрена интеграция математического моделирования и применения инновационных подходов в преподавании дисциплины «Математика».

Подготовлено на кафедре «Инженерно-технических дисциплин и сервиса» Казанского кооперативного института.

Печатается по решению ученого совета Казанского кооперативного института протокол №10 от 9.07.2015.

Рецензент:

А.М. Елизаров – доктор физико-математических наук, профессор, заместитель директора по научной работе Института математики и механики им. Н.Г. Лобачевского Казанского Федерального университета.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Современная образовательная система характеризуется коренными изменениями во всех ее звеньях, направленными на достижение нового качества образования. Правительственная концепция и стратегия модернизации образования определяют основные приоритетные направления таких изменений – обновление целей и содержания образования, методов и технологий обучения на основе современных достижений педагогической науки и инновационных подходов к его совершенствованию.

Именно инновации (нововведения), как результат научных поисков и передового педагогического опыта, являются наиболее оптимальным средством повышения эффективности образования. Инновация означает новшество, новизну, изменение; применительно к педагогическому процессу – это введение нового во все компоненты педагогической системы – цели, содержание, методы, средства и формы обучения и воспитания, организацию совместной деятельности учителя и учащихся, их методическое обеспечение.

Инновационный подход к обучению или воспитанию означает введение и использование в образовательном процессе учебного заведения педагогических инноваций.

Инновационные процессы в образовании существуют не изолированно друг от друга, а взаимодействуют между собой. Эта тенденция обусловлена интеграционными процессами в науке, в формировании современного стиля научного мышления человека и интеграционными процессами в самом образовании. В этих условиях обновляемые профессионально-педагогические знания и умения учителя, получаемые в ходе освоения инновационных подходов к совершенствованию образования, также должны быть интегрированы.

В первой главе раскрыта сущность основных инновационных подходов в образовании, в том числе математическом; направления их использования для модернизации образования с целью повышения его качества и совершенствования в этом направлении методической системы обучения математике. Во второй главе приведены примеры их реализации в системе подготовки специалистов экономического профиля на примере Казанского кооперативного института. В третьей главе более подробно рассмотрены вопросы применения инновационных подходов в преподавании дисциплины «Математика».

Глава 1. Инновационные подходы к обучению

Правительственная концепция и стратегия модернизации образования определяют основные приоритетные направления таких изменений – обновление целей и содержания образования, методов и технологий обучения на основе современных достижений педагогической науки и инновационных подходов к его совершенствованию.

Именно инновации (нововведения), как результат научных поисков и передового педагогического опыта, являются наиболее оптимальным средством повышения эффективности образования. Инновация означает новшество, новизну, изменение; применительно к педагогическому процессу – это введение нового во все компоненты педагогической системы – цели, содержание, методы, средства и формы обучения и воспитания, организацию совместной деятельности учителя и учащихся, их методическое обеспечение.

Инновационный подход к обучению или воспитанию означает введение и использование в образовательном процессе учебного заведения педагогических инноваций. Инновационная деятельность – это освоение в образовательных учреждениях новшеств, которые могут вести к изменению состояния функционирования и проектированию развития образовательной системы, ее подсистем и звеньев [12, с. 3].

Инновационные процессы в образовании существуют не изолированно друг от друга, а взаимодействуют между собой. Эта тенденция обусловлена интеграционными процессами в науке, в формировании современного стиля научного мышления человека и интеграционными процессами в самом образовании. В этих условиях обновляемые профессионально-педагогические знания и умения учителя, получаемые в ходе освоения инновационных подходов к совершенствованию образования, также должны быть интегрированы.

1.1. Системный подход в образовании

С точки зрения кибернетики для управления течением любого процесса должна существовать некоторая система – множество элементов (предметов), находящихся в отношениях и связях друг с другом, образующих определенную целостность, единство; элементы, образующие это множество, называются компонентами системы. Система характеризуется следующими свойствами: целостностью, структурностью, иерархичностью, взаимосвязанностью системы и среды, множественностью описаний [23, с. 124].

Системность есть всеобщее свойство материи, форма ее существования; это – показатель качества результатов любой человеческой деятельности, и появление проблемы в деятельности есть признак недостаточной системности, а решение проблемы – результат повышения уровня системности. Основными признаками системности являются: структурированность системы, взаимосвязанность составляющих ее частей, подчиненность организации системы определенной цели.

Моделирование как метод научного познания применяется в педагогических исследованиях при проектировании моделей исследуемых объектов, дающих возможность решать проблемы построения эффективного процесса обучения и управления им с позиций не только качественных, но и количественных характеристик. В этом случае модель выступает как средство соединения новых знаний с имеющимися, желаемого состояния или деятельности, которую еще предстоит реализовать, с теми, где цель, как и алгоритм деятельности по ее достижению, уже есть. Такие модели в теории моделирования называют познавательными; они служат средством управления и организации практических действий, способом представления образцов действий или их результата.

В педагогике системный подход определяет систему организации образования, систему педагогического мышления; для управления течением любого педагогического процесса должна существовать соответствующая педагогическая система, представляющая собой системную модель образовательного процесса.

Принцип системности является регулятивным требованием и к разработке концепции образования, и к построению системы образования и ее подсистем – системы общего образования, системы профессионального образования (и ее подсистем), системы содержания образования, системы его целей, системы принципов обучения, дидактической системы и системы воспитания; системы специального (математического и др.) и его методической системы, системы материала в учебнике, системы методов обучения, системы педагогической диагностики, системы (структура) педагогического процесса, инновационной системы управления качеством образования и др.

1.2. Дифференцированный подход к обучению

Элементы дифференциации образования и обучения рассматривались на протяжении всей истории отечественного образования начиная с 1860 года, когда в российской школе появились элементы фуркации – построения учебного плана старших классов средней школы по уклонам (гуманитарным, естественно-научным и др.) и разделении средних учебных заведений на классические, мужские и женские гимназии, реальные коммерческие, епархиальные училища, кадетские корпуса. Е.С. Рабунский называл фуркацией дидактическое положение, предполагающее деление класса на группы, приспособление форм и методов работы к индивидуальным особенностям учащихся [24, с. 113].

Цель начавшейся с 1988 г. дифференциации обучения – обеспечить каждому ученику условия для максимального развития его способностей и склонностей, удовлетворения его познавательных потребностей и интересов в процессе усвоения им содержания образования. Основанный на психолого-педагогических различиях школьников такой подход тем не менее сохранял для всех учащихся единые и для многих непосильные конечные цели обучения. Сущность такой дифференциации состояла в поиске методов и приемов обучения, которые индивидуальными путями вели бы к одинаковому овладению программой.

Теоретически выделяют следующие основные направления дифференциации: образовательные цели, уровень выполнения учебных заданий, первоначальный уровень, время выполнения задания (время обучения), содержание обучения, последовательность учебного материала, структура учебного материала, подход к обучению, виды учебной деятельности, применение знаний, оценка и др.

На практике многие из этих направлений неотделимы друг от друга, поэтому обычно их объединяют в три основных направления:

1) дифференциация по времени обучения,

2) дифференциация по условиям обучения,

3) дифференциация по образовательным целям.

Конкретные проявления дифференциации называют формами дифференцированного обучения, которые, в свою очередь, могут быть объединены в условные виды и реализовываться на разных уровнях (И. М. Осмоловская).

Приоритетными целями уровневой, предпрофильной и профильной дифференциации обучения математике являются выявление, формирование и развитие средствами математики [24, с. 145]:

а) направленности личности, в том числе познавательных и профессиональных интересов;

б) интереса к математике и всех видов мышления, необходимых каждому образованному человеку, и специальных умственных способностей;

в) комплекса математических знаний и умений на уровне, необходимом для продолжения изучения математики на следующей ступени образования.

В различных исследованиях выделены свойства содержания учебного материала, которые положительно влияют на развитие специальных способностей учащихся:

а) математических – абстрактность, обобщенность, формализованность, наличие взаимно обратных утверждений;

б) экономического стиля мышления – систематизированность и структурированность материала, различные подходы к решению задач;

в) естественно-научного мышления – исследовательские задания, обобщенность изложения, наглядность;

г) гуманитарных способностей – использование образов, эстетика математики, личностные отношения; они и должны быть отражены в программах обучения.

В процессе обучения математике нужно показывать роль математической деятельности как в самом курсе математике, так и на практике в смежных науках; связь математики с окружающим миром, практикой и наукой, приобщая учащихся к разным видам такой деятельности, выполняемой на разных уровнях самостоятельности (что и сближает уровневую дифференциацию с профильной).

1.3. Информационный подход к обучению

Большое влияние на совершенствование методов обучения оказало становление кибернетики, что привело к рассмотрению процесса обучения в «информационном аспекте», т.е. рассмотрению возможностей применения понятий, методов и теоретических закономерностей преобразования информации к процессу обучения людей. При этом под информацией понимаются любые сведения и данные, являющиеся объектом передачи, хранения и переработки, а под обучением – целенаправленный процесс, осуществляемый путем внешнего управления познавательной деятельностью ученика и ведущей к усвоению информации, образованию и развитию познавательных сил ученика [43, с. 104].

Для использования более точных методов в оценке эффективности процесса обучения стали рассматривать понятие обучающая система, обозначающее любую систему, которая способна на основе воспринятой ею информации улучшать свои характеристики. Обучающая система может быть образована при различных сочетаниях информации и ее приемника (педагог – учащийся, педагог – группа учащихся и т.п.), откуда следуют особенности принятых форм организации деятельности учащихся и методы управления ею. С точки зрения информационного подхода к обучению необходимо рассматривать его внешнее проявление (информационные процессы, обеспечивающие коммуникативный аспект системы) и внутреннее проявление (информационные процессы, протекающие в голове ученика под влиянием окружения и ведущие к накоплению и оперированию некоторой информацией).

В информационных процессах различают две стороны: содержательную (отвечающую на вопрос «чему учить?») и функциональную (отвечающую на вопрос «как учить?»). Значение информационного аспекта процесса обучения определяется установленным в кибернетике объективным законом необходимого разнообразия, который утверждает, что любая обучающая система может целесообразно функционировать только на основе полученной информации [4, с. 43].

В концепции информатизации образования отмечается, что изменение содержания образования возможно по нескольким направлениям:

а) становление учебных дисциплин, обеспечивающих общеобразовательную и профессиональную подготовку учащихся в области информатики;

б) расширение использования средств информатизации (применение которых становится нормой человеческой деятельности), что влечет за собой изменение содержания всех учебных дисциплин на всех уровнях образования;

в) моделирование качественно новых целей обучения в направлении подготовки членов будущего «информационного общества», для которого способность к человеческим коммуникациям, активное овладение научной картиной мира, гибкое изменение своих функций в труде и творческое мышление станут очевидной жизненной необходимостью.

Среди проблем внешнего управления познавательной деятельностью с точки зрения информационного подхода наиболее интересны такие, как определение количества учебной информации, экономия и учебная трудоемкость содержания обучения, система и последовательность изучения учебного предмета, обоснование дозировки времени на обучение.

Информационный подход дает возможность расширить понятие методов обучения как способов организации учебной деятельности учащихся на различных этапах информационного процесса и их выбора. Так, в выборе методов подготовки и подачи информации на первом этапе нужно отдавать предпочтение таким воздействиям, которые дают возможность увеличить пропускную способность непосредственного канала восприятия информации.

Здесь на первый план выступает методика поэтапного формирования умственных действий, ассоциативная концепция формирования ума, алгоритмизация учебного материала, использование обратной связи и т.п., что в наивысшей степени может быть обеспечено с помощью использования в обучении компьютера [5, с. 38].

Первым детищем союза педагогики и кибернетики стало программированное обучение – метод обучения, в котором изучаемый материал подается в строгой логической последовательности (линейной или разветвленной) «кадров», каждый из которых содержит, как правило, порцию нового материала и контрольный вопрос. В. П. Беспалько сформулировал дидактические принципы программирования усвоения на каждом его уровне [30, с. 56]:

а) управление усвоением осуществляется путем задания учащимся некоторой деятельности с объектом изучения;

б) деятельность, заданная учащимся, должна быть адекватной проектируемому уровню усвоения;

в) на каждом уровне усвоения деятельность строится как поэтапный переход от внешних форм к внутренним, причем исходная форма деятельности зависит от предпрограммы учащегося;

г) управление усвоением осуществляется с использованием обратной связи (циклично).

В работах, посвященных программированному обучению математике, разрабатывались контролирующие программы по различным темам курса, которые использовались не только для контроля и учета знаний, но и в качестве тренировочных упражнений как в безмашинном, так и в машинном варианте; делались попытки организации обучения математике в автоматизированном классе.

Первые попытки внедрения компьютеров в процесс обучения связаны с разработкой контролирующих программ для целей программированного обучения и проблемой его компьютеризации, которая в настоящее время предполагает два направления:

а) компьютер как объект изучения, которое реализуется с введением в школу отдельного предмета «Основы информатики и вычислительной техники»;

б) компьютер как средство управления учебной деятельностью учащихся, когда они выступают в роли пользователя современной вычислительной техники, получают доступ к различной информации, сделав ее средством деятельности.

Компьютер усиливает наглядность учебного материала (используя цвет, движение, мультипликацию); способствует активизации учебной деятельности учащихся; новизна работы с ним вызывает повышенный интерес и усиливает мотивы учения; с его помощью реализуется индивидуализация обучения «в массовом порядке»; расширяются возможности решения задач с помощью моделирования, повышается уровень процессуальной стороны обучения с помощью вычислительных, контролирующих программ и программ-тренажеров.

Основные (наиболее значимые) направления использования компьютера сегодня связаны с организацией и методической поддержкой обучения. Это:

1) визуализация изучения нового материала, наглядная демонстрация динамики изучаемых процессов, графическая интерпретация исследуемых закономерностей;

2) средство самообразования учащихся:

а) индивидуальное выполнение учебных заданий в предложенном учителем программном режиме (электронный учебник, тренажер),

б) виртуальная лабораторная работа;

в) групповая работа («мозговой штурм»), в которой ученики, сидящие возле одного компьютера, отвечают на вопросы учителя, работающего с конкретной программой;

г) электронная почта – обмен сообщениями по схеме: группа-компьютер-группа;

д) компьютерное информирование с использованием сети Интернет, автоматизация библиотек;

е) компьютерное накопление учебного материала (под руководством учителя);

ж) компьютерный контроль (тестирование), мониторинг качества образования;

з) автоматизация подготовки заданий учителем для самостоятельной работы учащихся и самоконтроля.

Все это позволяет реализовать дифференциацию и индивидуализацию процесса обучения, осуществление контроля с обратной связью, самоконтроля и самокоррекции.

Р. Т. Гордеев и А. В. Юрасов выделили три уровня компьютеризации учебного процесса:

1-й уровень – создание образовательного пространства на основе глобальных или региональных компьютерных систем;

2-й уровень – создание обучающей среды на основе локальных компьютерных систем (в рамках учебного заведения, класса;

3-й уровень – включение компьютерной техники в комплекс дидактических средств на уроках.

Компьютеризация обучения реализуется в трех вариантах:

1) как «проникающая технология» (в отдельных темах, разделах, отдельных задач обучения);

2) как основная, определяющая, наиболее значимая из всех других;

3) как монотехнология изучения всего курса.

Таким образом, использование компьютера в обучении использует алгоритмизацию обучения, развивает идеи программированного обучения и открывает его новые варианты, средством реализации которых является компьютер; основывается на использовании некоторой формализованной модели содержания обучения, которое представляется педагогическими программными средствами, записанными в память компьютера, и возможностями телекоммуникационной сети. Эти программные средства применяются в зависимости от учебных целей и ситуаций.

1.4. Компьютерный (электронный) учебник

Компьютерный (электронный) учебник, который сегодня становится основным средством компьютеризации обучения, должен удовлетворять ряду требований – психофизиологических, технических, педагогических.

Психофизиологические требования связаны, во-первых, с учетом возможностей человека (его зрительного анализатора) по приему и переработке воспринимаемой информации; с этих позиций необходимо дифференцировать цветовой фон для различных дидактических материалов и увязывать объем изображаемой дозы информации с интенсивностью (цветовым тоном, насыщенностью или интенсивностью) цветовой гаммы. Во-вторых, правильное сочетание цветов способствует художественно-эстетической стороне учебника и оказывает позитивное влияние на пользователя.

Технические требования состоят в том, что компьютерный учебник, как систематизированное изложение информации для формирования умений и навыков, должен представлять собой некоторую информационную систему, которая включает три основных компонента – базу данных и знаний, подсистему принятия решений и пользовательский интерфейс.

Среди педагогических требований, кроме общих (таких, как научность, системность, полнота, доступность и др.), требования, связанные с возможностями компьютера [27, с. 43]:

а) полнота материала – включение в его содержание наглядности и моделирования, справочного материала, обратной связи (проверочных заданий);

б) имитация объяснения материала учителем (а не в учебнике) при минимуме текста, предназначенного для прочтения с экрана, использование голоса, визуальных образов, игровых моментов и др.;

в) наличие диалогового режима для повторения, тренинга, оперативной проверки усвоения и др.;

г) совмещение контроля и самоконтроля;

д) желательно наличие индивидуальных программ обучения;

е) сбор статистики;

ж) доступность учебника для неквалифицированного пользователя.

Таким образом, компьютерный учебник должен представлять собой программно-методический комплекс, объединяющий в себе свойства обычного учебника, справочника, задачника, лабораторного практикума, систему контроля и оценки усвоения изучаемого материала.

Все технологии обучения, использующие специальные информационные средства (кино, аудио, видео, ЭВМ) и учитывающие возможности, которые дает процесс информатизации обучения, называют информационными технологиями обучения. Их основу составляют [55, с. 48]:

а) появление новых средств накопления информации на машиночитаемых носителях (магнитные ленты, кинофильмы, магнитные и лазерные диски и т.д.);

б) развитие средств связи, обеспечивающих доставку информации практически в любую точку земного шара (радиовещание, телевидение, спутниковая связь, телефонная сеть и др.);

в) возможность автоматизированной обработки информации с помощью компьютера по заданным алгоритмам (ее сортировка, классификация, представление в нужной форме и др.).

Информационные технологии (ИТ) делят на три группы:

1) сберегающие, экономящие время, затраты и материальные ресурсы труда;

2) рационализирующие, улучшающие автоматические системы поиска, заказа и т.д. информации;

3) созидающие (творческие), включающие человека в систему переработки и использования информации.

Новые информационные технологии обучения (НИТО) определяются как совокупность внедряемых («встраиваемых») в системы организационного управления образованием и в системы обучения принципиально новых систем и методов обработки данных, представляющих собой целостные обучающие системы, и отображение информационного продукта с наименьшими затратами и в соответствии с закономерностями той среды, в которой они развиваются. Это синтез современных достижений педагогической науки и средств информационно-вычислительной техники. Разработка НИТО подразумевает научные подходы к организации учебно-воспитательного процесса с целью его оптимизации и повышения его эффективности, формирования информационной компетентности ученика, а также постоянного обновления материально-технической базы образовательного учреждения.

Использование ресурсов Интернета в обучении, как отмечают исследователи, позволяет организовать различные виды самостоятельной работы студентов. При этом наиболее существенным является [43, с. 108]:

1) самостоятельный поиск информации по заданной теме или проблеме, или работа с электронным учебником (обучающийся может отвлекаться, посещая доступные и интересные лично ему разделы и дисциплины, формируя вольно или невольно свою индивидуальную базу знаний). Независимо от индивидуальных особенностей информация особенно хорошо усваивается в том случае, когда обучающийся целенаправленно ищет ее для решения стоящей перед ним задачи, актуализируя уже имеющиеся у него знания; обучающийся в этом случае и объективно, и субъективно готов к восприятию нового знания);

2) содержание интернет-ресурса не ограничивается только тем, которое может поместиться в учебнике, что активизирует мотивацию открытия нового;

3) ресурсы Интернета делают возможным не только нелинейное представление информации, но и нелинейное обучение (online-связи могут следовать по такому количеству направлений, сколько есть студентов и преподавателей);

4) студенты становятся «производителями» собственной online-информации и участниками мирового образовательного сообщества, что активизирует мотивацию успеха;

5) студенты, осознавая значимость Интернета в будущей профессиональной деятельности, связывают свои успехи при изучении дисциплины (в частности математики) с использованием ресурсов Интернета с будущими профессиональными успехами.

Преимущества, которые дает использование ресурсов Интернета в обучении, сами по себе не решают педагогических задач. Дидактические функции Интернета реализуются лишь на основе педагогической технологии, с помощью которой преподаватель выстраивает образовательный процесс.

1.5. Технологический подход к обучению

Термин «технология» имеет латинские корни и переводится как «наука об искусстве» (texno – искусство, мастерство; logos – слово, учение, знание) и означает путь гарантированного получения определенного продукта с заданными свойствами. Как правило, появление нового понятия в науке следует за возникновением нового явления в общественной жизни. Бурное развитие естественных наук и их прикладных направлений в XIX веке, развитие массового промышленного производства, использующего современные для того времени научные достижения, вызвали потребность в массовом обучении подрастающего поколения для участия в производственной деятельности. Образование из элитарного превращается в массовое и приобретает тем самым некоторые характерные черты «производственного процесса», для которого должна существовать и технология. Массовость образования породила проблемы стандартизации и унификации сырья, производственного процесса, системы контроля качества конечного продукта.

Динамика этого процесса (от индивидуального мастерства, искусства педагога к активным методам и формам обучения в системе массового образования) показывает, что под влиянием технологического опыта других сфер деятельности (где технологией называют процесс переработки исходного материала с целью получения «на выходе» продукта с заранее заданными свойствами) технологический подход к обучению обретает новые возможности влияния на традиционный процесс обучения и повышает его эффективность. Следует отметить, что еще А.С. Макаренко называл педагогический процесс особым образом организованным «педагогическим производством», ставил проблемы разработки «педагогической техники».

А.И. Уман различает технологический подход к обучению [11, с. 67]:

а) в узком смысле слова – конструирование учебного процесса на основе упорядочения целей обучения;

б) в широком смысле слова – особую организацию обучения, при которой главным является четкая постановка целей обучения и последовательные процедуры их достижения.

Первыми примерами технологического подхода к обучению служат программированное обучение и алгоритмизация обучения. В дальнейшем его теоретическую основу составляют: понятие педагогической технологии и закономерностей ее функционирования; классификация и систематизация существующих педагогических технологий; технология проектирования технологий; технологизация психологических теорий – теории ученой деятельности и деятельностного подхода к обучению, поэтапного формирования умственных действий, теории развивающего обучения; педагогических теорий – теории коллективного обучения, личностно-ориентированного обучения; гуманно-личностного обучения, обучения на основе опорных сигналов.

Смысл понятия педагогической (образовательной) технологии в сфере образования (в частности, технологий воспитания и обучения), с 60-х годов XX века широко обсуждается в педагогических исследованиях, и за последнее десятилетие насчитывают более 300 его определений. В них отмечается, что предмет педагогической технологии – это область знания, которая охватывает сферу практических взаимодействий учителя и учащихся в любых видах деятельности, организованных на основе четкого целеполагания, систематизации, алгоритмизации приемов обучения. Поэтому педагогическая технология предусматривает точное инструментальное управление педагогическим процессом и гарантированное достижение поставленных целей.

В отличие от педагогического искусства, основывающегося на индивидуальности и интуиции педагога, педагогическая технология основывается на научной основе и передовом практическом опыте. Наряду с понятием «педагогическая технология» используется понятие «технология обучения», различие между ними подобно различию между понятиями «педагогика» и «дидактика».

Таким образом, педагогическая технология предполагает реализацию идеи полной управляемости учебным процессом. Важнейшим ее признаком служит также воспроизводимость, подразумевающая возможность применения в других дисциплинах, образовательных учреждениях и с другими субъектами образовательного процесса.

Можно заметить, что составляющие технологически построенного процесса соотносятся не только с компонентами производственного процесса, но и с параметрами системы управления качеством, которую характеризуют:

а) наличие исходного объекта;

б) ориентация на конечный продукт и заданные его свойства;

в) технологические процедуры, составляющие процессы преобразования исходного объекта в конечный продукт;

г) мониторинг начального, промежуточного и конечного состояния продукта;

д) коррекция результатов;

е) осуществление обратной связи, обеспечивающей взаимодействие используемых методов и средств с диагностикой. Педагогическая технология есть один из видов человековедческих технологий, базирующихся на теориях психодидактики, кибернетики, управления и менеджмента.

Классификации образовательных технологий выполняются по широкому спектру оснований (Г.К. Селевко), по видам педагогического воздействия на учащихся (В.Ф. Башарин), по возможности сочетания с традиционной системой обучения (Н.Н. Суртаева), по компонентам методической системы обучения (О.Б. Епишева), по технологическим моделям обучения (М.В. Кларин), профессионально ориентированные технологии (М.Я. Виленский) и др. [31].

Основными технологическими процедурами проектирования педагогической технологии и методической системы обучения В.М. Монахова является целеполагание (на основе государственного образовательного стандарта и логико-методического анализа учебного материала, диагностика и коррекция, их результаты представляются в технологической карте как проекте учебного процесса по учебной теме, информационной карте урока, информационной карте развития ученика. Кроме этого, объектами проектирования являются:

1) траектория обучения и воспитания,

2) учебный процесс,

3) учебник,

4) учебная программа,

5) учебный план школы,

6) дидактические условия обучения (система повторения, система коррекционной работы).

Таким образом, совокупность полученных технологий выступает как система педагогических технологий академика В.М. Монахова, в которой основной акцент сделан на параметрическую модель учебного процесса, что способствует оптимизации его проектирования.

Проведенный анализ показывает, что основные технологии обучения используют элементы деятельностного подхода для решения отдельных задач обучения и один-два из отмеченных выше параметров их проектирования.

1.6. Компетентностный подход в образовании

Основным средством обновления российского образования должен служить компетентностный подход к проектированию его целей, т.к. в самой общей степени компетентностный подход в образовании соотносится с проблемой несоответствия целей, содержания и методов российского образования, а также его оценки потребностям современной экономики и цивилизации («заказчика» образования); «знаниецентрированной» парадигмы образования как культурной формы парадигме культуры XXI века, что в целом приводит к неэффективности всей системы существующего «личностно-отчужденного» образования. Неэффективность проявляется и в том, что не видно результата, значимого вне самой системы образования, ее замкнутости на саму себя, что не позволяет провести ее модернизацию [18, с. 31].

Поэтому компетентностный подход акцентирует внимание на результатах образования, значимых за его пределами, т.е. образовательным результатом должна быть не сумма усвоенной обучаемыми информации, а способность выпускника учебного заведения самостоятельно действовать в различных (жизненных, проблемных, профессиональных и др.) ситуациях. Компетентностный подход выступает как метод моделирования результатов образования и их представления как норм его качества [2, с. 6].

Критерии результативности образования должны относиться ко всем компонентам образовательной «продукции». Такая продукция может оцениваться непосредственно, на педагогическом уровне в виде качественно и количественно оцениваемых знаний, умений и навыков, творческих, мировоззренческих, ментальных и поведенческих качеств, которыми овладевает человек в процессе получения образования соответствующего уровня и профиля. Следовательно, результат образования и его качество следует оценивать как на индивидуально-личностном уровне с учетом реальных образовательных приобретений, так и на общественно-государственном уровне.

Компетентностный подход в образовании означает ориентацию на результаты любой его ступени, связанные с усилением его практической (деятельностной) составляющей, значимой за его пределами, т.е. не на сумме усвоенной обучаемыми информации, а на способности выпускника учебного заведения адаптироваться и самостоятельно действовать в различных ситуациях, решать проблемы различной сложности на основе имеющихся знаний. Он усиливает практико-ориентированность образования, его предметно-профессиональный аспект, подчеркивает роль опыта, умений практически использовать и реализовать знания, решать задачи.

В Стратегии модернизации образования отмечено, что для реализации компетентностного подхода в образовании необходимо решение следующих задач:

1) анализ соотношения между компетентностным и традиционным подходом в российской школе;

2) разработка и уточнение списка ключевых компетенций и рекомендаций по их освоению на разных ступенях школы и на разном предметном материале;

3) интерпретация существующего содержания общего образования в деятельностной форме и в системе координат, задаваемых ключевыми компетентностями;

4) интерпретация самих ключевых компетентностей в деятельностной форме, что соответствует ориентации на их реальной использование учащимися в жизни;

5) разработка технологий на основе компетентностного подхода.

Таким образом, традиционная система измерителей – знания, умения, навыки – не соответствует в полной мере новой парадигме образования. С позиций компетентностного подхода основным непосредственным результатом образования должны стать ключевые компетенции, которые должны выполнять три функции [17, с. 44]:

1) помогать учащимся учиться;

2) позволять соответствовать запросам работодателей,

3) помогать стать более успешными в дальнейшей жизни и не быть «повторением» традиционных измерителей, маскирующих под новой вывеской старые проблемы образования.

Поэтому компетентностный подход требует переориентации доминирующей образовательной парадигмы с преимущественной трансляции знаний, формирования навыков на создание условий для овладения комплексом компетенций, означающих потенциал, способности выпускника к выживанию и устойчивой жизнедеятельности в условиях современного многофакторного социально-политического, рыночно-экономического, информационно и коммуникационно насыщенного пространства.

Понятие компетентности включает не только когнитивную и операционально-технологическую составляющую, но и мотивационную, этическую, социальную и поведенческую, результаты обучения, систему ценностных ориентаций, привычки и др.

Компетентность рассматривается как результативно деятельностная характеристика образования, а нижний порог компетентности – порог деятельности, необходимый и достаточный для минимальной успешности получения результатов [22, с. 86].

Любой набор ключевых компетенций как результата общего образования определяется в качестве рабочего инструмента, он не является ни исчерпывающим, ни окончательным, может дополняться, конкретизироваться, корректироваться и т.д. Главное заключается в том, чтобы он был социально востребован и позволял ученику быть адекватным типичным ситуациям за пределами учебного заведения. Такой набор и становится предметом запросов работодателей (и других заказчиков) и может корректироваться в связи с изменением социально-экономической (в частности, региональной) ситуации[41, с. 112].

1.7. Интегративный подход в образовании

Интеграция – общенаучное понятие теории систем, означающее состояние связанности отдельных частей в целое, а также процесс, ведущий к такому состоянию, к восстановлению какого-либо единства.

Параллельно с интеграцией, направленной на координацию усилий разных ученых-специалистов для познания единого научного предмета, стали появляться так называемые «мостиковые» или «гибридные» науки, в содержании которых соединялись понятия, законы, теории двух близких областей естествознания – физическая химия, химическая физика, биофизика, геохимия, биохимия, биокибернетика, нейрокибернетика, геофизика, астрофизика, радиоастрономия и др. Это не простое сочетание элементов двух наук, а по-новому систематизированное их внутреннее слияние, способствующее углубленному познанию закономерностей природы, подъему научных знаний на более высокий теоретический уровень нескольких ведущих научных отраслей [1, с. 28].

Эта тенденция оказывает настолько глубокое положительное влияние на прогресс науки о природе в целом, что ее определяют как революцию этих наук. Интеграционные процессы в науке играют роль и в формировании современного стиля научного мышления и мировоззрения человека, а влияние на интеграцию процессов теоретизации, формализации и математизации, а также социализации и гуманизации научного знания и научных исследований определяет ее значимость и для образования, где она ассоциируется с понятием «система» и, соответственно, с наличием ведущего компонента (системообразующего фактора), принципа.

Историю интеграции в образовании XX века в литературе разделяют на три этапа [13, с. 42]:

1) начало века (20-е годы) – проблемно-комплексное обучение на межпредметной основе (трудовая школа);

2) 50-70-е годы – межпредметные связи различных учебных дисциплин;

таким образом, на этих двух этапах преобладает интеграция содержания образования;

3) 80-90-е годы – интеграция методов изучения дисциплин.

В начале XXI в. начинается 4-й этап – интеграция различных подходов к обучению.

В 70-80-е годы практической и прикладной направленности обучения, в частности, математике, а также межпредметным и внутрипредметным связям математики было посвящено достаточно много методических исследований (А.Я. Блох, Н.Я. Виленкин, В.А. Далингер, Г.В. Дорофеев, Ю.М. Колягин, А.Г. Мордкович, Н.А. Терешин и др.). Межпредметные связи представляют собой отражение в содержании учебных дисциплин тех диалектических взаимосвязей, которые объективно действуют в природе и познаются современными науками.

Развитие современной науки и интегрированного подхода к обучению усилило интеграцию математики как базового предмета с информатикой, физикой, историей, литературой, английским языком и др. с целью формирования целостного и гармоничного понимания и восприятия мира, для достижения которой проектируются комплексные программы, интегрированные уроки и учебные задания. В содержание математических курсов вносятся элементы гуманитарного знания (история математики, материал литературного, экологического и другого характера).

Наиболее полно интеграция содержания различных дисциплин и реализация межпредметных связей выражена в форме интегрированных курсов, которые позволяют определить экономные во времени учебные планы, программы, учебники; все это способствует рационализации учебного процесса в целом. Программы таких курсов включают отдельные предметные блоки, изучаемые в разных вариантах [46, с. 703]:

а) параллельное изучение;

б) параллельное с опорой на пройденный материал другого блока;

в) совместное изучение материала двух блоков;

г) совместное использование основных понятий, алгоритмов, моделей и др., используемых и при решении задач разных блоков.

Это позволяет реализовать идею обобщения знаний (основных частных идей, теорий и понятий) и способов их усвоения, что способствует оптимизации и интенсификации обучения.

Таким образом, решение проблемы создания образовательных технологий нового поколения видится на пути интеграции ряда существующих образовательных технологий и их модернизации на основе полноценного использования возможностей информационно-коммуникационных технологий (ИКТ).

Использование информационных технологий для компьютерной поддержки процессуальной части методики или технологии позволяет[51, с.118]:

а) индивидуализировать самостоятельную работу учащихся по выполнению учебных заданий в любое удобное для них время;

б) активизировать учебную деятельность учащихся, протекающую в интерактивном режиме;

в) повысить эффективность использования учебного времени;

г) представить текстовую и графическую информацию для самостоятельного изучения не только статически, но и в динамике;

д) осуществлять все виды контроля и самоконтроля усвоения знаний, умений и способов деятельности с последующей коррекцией.

Таким образом, информационные технологии обучения ориентированы не столько на формирование знаний, сколько на средства их самостоятельного добывания и систематизации учащимися. При этом известные образовательные технологии в настоящее время не используются в качестве педагогического обеспечения компьютерных программ.

1.8. Кластерный подход в организации образовательных систем

Удовлетворение новых запросов общества в подготовке специалистов требует перестройки всей работы современного профессионально-технического учебного заведения. Важнейшие современные требования, предъявляемые к системе образования – глобализация и интернационализация, стандартизация и унификация, открытость и доступность, высокое качество образовательных услуг, обеспечивающих конвертируемость образования, социальную и профессиональную мобильность выпускника, его конкурентоспособность и другие личностные качества специалиста.

Одной из наиболее перспективных форм решения данной проблемы являются региональные многоуровневые учебно-научно-производственные инновационные культурно-образовательные кластеры [19, с. 23].

Кластер представляет собой структуру, построенную по принципу пирамиды, в вершине которой находятся кластерообразующие предприятия, деятельность которых зависит от системы организаций и предприятий, работающих в едином экономическом направлении.

Кластерный подход достаточно широко используется для описания функционирования экономических систем и организации деятельности производственных комплексов (И. Портер и др.), как технология организации и управления широко и успешно используется в экономических и социальных системах.

«Кластер» – это блок, состоящий из иерархии структур, объединенных транзитивной сетью взаимосвязей. Структуры каждого иерархического уровня включают совокупность взаимодополняющих элементов одного класса, объединенных по какому-то существенному признаку. В экономике это сети поставщиков, производителей, потребителей, элементов промышленной инфраструктуры, исследовательских институтов, взаимосвязанных в процессе производства добавочной стоимости и образующих целостность. Их агломерация, близость поставщиков, производителей и потребителей, удачное использование местных особенностей, сети динамично развивающихся взаимосвязей обеспечивают синергетический эффект, что приводит к созданию особой формы инновации – совокупного инновационного продукта.

Научно-исследовательские институты, промышленные предприятия, образовательные и иные учреждения региона являются базой студенческих производственных практик и участвуют таким образом в формировании специалиста на собственной научно-учебной базе, в соответствии со своими потребностями и перспективами развития. Будущий специалист еще в студенческие годы активно входит в проблематику предприятия и приобщается к конкретным исследованиям [54, с. 62].

Сеть филиалов позволяет каждому из вузов выстраивать собственное единое региональное образовательное пространство. Несмотря на возражения в средствах массовой информации против филиальной системы, позитивные культуроформирующая, воспитательная и консолидирующая функции филиалов нашего вуза, высвечивающиеся сквозь призму социальных процессов и перемен в регионе, не вызывают сомнения. Они и сегодня выполняют стабилизирующую социальную функцию.

В этом ракурсе можно выделить две плоскости, две особо важных стороны их функционирования:

а) непосредственное влияние вуза и его филиалов на социально-культурную среду поселений разного уровня и прилегающих к ним территорий;

б) опосредованное влияние на уровень культуры населения региона через своих выпускников.

Кластеризация в сфере образования связана с формированием крупных университетских комплексов, включающих в себя подразделения, обеспечивающие подготовку специалистов на всех уровнях профессиональной компетентности.

Выводы по главе

Подводя итоги вышеизложенного, отметим, что для традиционной методической системы характерны: ведущая роль теоретических знаний в содержании образования, преобладание догматического и объяснительно-иллюстративного способов обучения и тем самым – ориентация учебного процесса на деятельность учителя, а в учебной деятельности учащихся – доминирование памяти над мышлением, что является одной из основных причин низкой результативности этой системы обучения, приводящей к задаче повышения его качества.

Одной из значимых педагогических систем является система содержания образования. Ю.К. Бабанский отмечал, что при определении содержания школьного образования учитываются не только принципы дидактики (научности, систематичности, последовательности), но и актуальные задачи и перспективы развития общества.

Под дифференциацией обучения на современном этапе реформы школы понимается создание различий между частями образовательной системы (или подсистемы) с учетом одного или нескольких направлений. Выделяют основные понятия, характеризующие дифференциацию обучения: направления, формы, виды и степень дифференциации.

В концепции информатизации образования отмечается, что изменение содержания образования возможно по нескольким направлениям:

а) становление учебных дисциплин, обеспечивающих общеобразовательную и профессиональную подготовку учащихся в области информатики;

б) расширение использования средств информатизации (применение которых становится нормой человеческой деятельности), что влечет за собой изменение содержания всех учебных дисциплин на всех уровнях образования;

в) моделирование качественно новых целей обучения в направлении подготовки членов будущего «информационного общества», для которого способность к человеческим коммуникациям, активное овладение научной картиной мира, гибкое изменение своих функций в труде и творческое мышление станут очевидной жизненной необходимостью.

Также отметим, что основным средством обновления российского образования должен служить компетентностный подход к проектированию его целей, т.к. в самой общей степени компетентностный подход в образовании соотносится с проблемой несоответствия целей, содержания и методов российского образования, а также его оценки потребностям современной экономики и цивилизации («заказчика» образования); «знание-центрированной» парадигмы образования как культурной формы парадигме культуры XXI века, что в целом приводит к неэффективности всей системы существующего «личностно-отчужденного» образования.

Принимаем во внимание и то, что одно из требований к «хорошему сотруднику» сегодня определяется так: если раньше от него требовались сильные мышцы, то сейчас – крепкие нервы: психологическая устойчивость, готовность к перегрузкам и стрессовым ситуациям, готовность из них выходить. Другое требование – готовность к переменам, умение делать выбор, эффективно использовать ограниченные ресурсы, сопоставлять теоретические решения с практикой, вести переговоры, оперативно находить информацию и использовать ее для решения своих проблем и т.п. С позиций компетентностного подхода уровень образованности определяется способностью решать проблемы различной сложности на основе имеющихся знаний и опыта.

Одна из причин появления интеграции в науке – стирание границ между областями научного знания, появившееся еще в конце XIX века, когда одни и те же явления стали привлекать ученых различных областей знаний, и ставшее самой устойчивой тенденцией во 2-й половине XX века. Это не простое сочетание элементов наук, а по-новому систематизированное их внутреннее слияние, способствующее углубленному познанию закономерностей природы, подъему научных знаний на более высокий теоретический уровень нескольких ведущих научных отраслей. Эта тенденция оказывает настолько глубокое положительное влияние на прогресс науки о природе в целом, что ее определяют как революцию этих наук.

Удовлетворение новых запросов общества в подготовке специалистов требует перестройки всей работы современного профессионально-технического учебного заведения. Важнейшие современные требования, предъявляемые к системе образования – глобализация и интернационализация, стандартизация и унификация, открытость и доступность, высокое качество образовательных услуг, обеспечивающих конвертируемость образования, социальную и профессиональную мобильность выпускника, его конкурентоспособность и другие личностные качества специалиста.

Но традиционная педагогическая воспитательная (как и отмеченная во введении дидактическая) система в профессиональном учебном заведении содержит пять традиционных компонентов, которые не включают социального заказа общества на подготовку такого специалиста и связанных с ним дополнительных структур в этой системе. Одной из наиболее перспективных форм решения данной проблемы являются региональные многоуровневые учебно-научно-производственные инновационные культурно-образовательные кластеры.

Глава 2. Инновационные технологи в обучении студентов экономических специальностей

Учебный процесс, как и структура занятий, не должен быть монотонным, он должен стимулировать творческие силы. При применении методик, способствующих развитию креативности и интеллекта студентов, необходимо постоянно учитывать параметры их личностного роста и психологическое состояние.

В настоящее время известен и широко используется преподавателями довольно широкий круг технологий обучения, которые способствуют развитию креативности и интеллекта студента, а именно:

- технологии модульного обучения;
- технологии проектирования и чтения проблемной лекции;
- технологии проектирования диалогической формы семинарского занятия;
- технологии проектирования современного вузовского учебника;
- технологии организации самостоятельной работы студентов;
- технологии дистанционного обучения.

Также используются в педагогической и преподавательской практике следующие технологии профессионального и личностного развития субъектов образовательного процесса:

- технологии формирования эффективной профессиональной роли преподавателя;
- технологии личностного роста студентов в образовательном процессе;
- технологии развития интеллекта и креативности студентов.

В результате активного развития разных областей науки, техники и культуры, в условиях расширения международных связей возникает потребность в компетентных специалистах с высоким уровнем креативности, обладающих хорошим уровнем адаптации и социализации в современном обществе. Поэтому на современном этапе развития высшего образования большое внимание должно уделяться креативному педагогическому процессу.

2.1. Проблемы внедрения инновационных технологий обучения для развития интеллекта и креативности студентов экономических специальностей

С инновационным развитием системы образования непосредственно связана *экономика знаний*. Идея, лежащая в основе экономики знаний, состоит в том, что экономическая прибыль, генерируемая знанием, значительно превышает объем инвестиций, вложенных в его создание.

Наблюдения за процессом обучения и анализ качества изучения экономико-математических дисциплин показывают, что используемые методы не имеют достаточно разработанной теоретической и методологической базы для развития креативных способностей у студентов экономических специальностей в процессе обучения данным дисциплинам.

По этой причине подготовка специалистов экономических специальностей вузов нуждается в разработке и внедрении принципиально новых образовательных технологий, ориентированных на развитие креативности, адаптации и социализации в современном обществе [50, с. 146].

Успешная учебная деятельность студентов зависит не только от степени владения приемами интеллектуальной деятельности, она обусловлена также личностными параметрами учебной деятельности – устойчивой системой отношений студента к окружающему миру и к самому себе. Отношение к студенту как к социально зрелой личности помогает раскрыть новые горизонты, не ограничивая возможности развития личности, а, значит, и креативности, поскольку креативность – это характеристика свободной, способной к саморазвитию личности. Высокий уровень интеллекта обусловливает большую успешность личности и способствует формированию креативных установок.

Эффективность работы высшего учебного заведения в режиме инновационного развития во многом определяется характером управления педагогическими системами и процессами, его нацеленностью на главный результат – обеспечение качества подготовки специалистов. Ориентация вуза на режим развития требует от субъектов управления готовности к активным изменениям, инициативы, создания новых организационно-управленческих структур, введение новых технологий, включение их в опытно-экспериментальную и информационную деятельности, активность освоения достижений науки.

В связи с вышеизложенным, хотелось бы обратить внимание на возможность внедрения технологии развития интеллекта и креативности студентов для преподавания большинства разделов экономико-математических дисциплин. Рассмотрим это на примере преподавания одного из разделов – временных рядов.

Почти в каждой области встречаются явления, которые интересно и важно изучать в их развитии и изменении во времени. В повседневной жизни могут представлять интерес, например, метеорологические условия, цены на тот или иной товар, те или иные характеристики состояния здоровья индивидуума и т. д. Все они изменяются во времени. С течением времени изменяются деловая активность, режим протекания того или иного производственного процесса, глубина сна человека, восприятие телевизионной программы. Совокупность измерений какой-либо одной характеристики подобного рода в течение некоторого периода времени представляют собой временной ряд.

Совокупность существующих методов анализа таких рядов наблюдений называется анализом временных рядов. Основной чертой, выделяющей анализ временных рядов среди других видов статистического анализа, является существенность порядка, в котором производятся наблюдения. Если во многих задачах наблюдения статистически независимы, то во временных рядах они, как правило, зависимы, и характер этой зависимости может определяться положением наблюдений в последовательности. Природа ряда и структура порождающего ряд процесса могут предопределять порядок образования последовательности.

Целью анализа временного ряда является, как правило, получение модели для дискретного временного ряда во временной области, обладающей максимальной простотой и минимальным числом параметров и при этом адекватно описывающей наблюдения [47, с. 703].

Получение такой модели важно по следующим причинам:

– она может помочь понять природу системы, генерирующей временные ряды;
– управлять процессом, порождающим ряд;
– ее можно использовать для оптимального прогнозирования будущих значений временных рядов.

Временные ряды лучше всего описываются нестационарными моделями, в которых тренды и другие псевдоустойчивые характеристики, возможно меняющиеся во времени, рассматриваются скорее как статистические, а не детерминированные явления. Кроме того, временные ряды, связанные с экономикой, часто обладают заметными сезонными, или периодическими, компонентами; эти компоненты могут меняться во времени и должны описываться циклическими статистическими (возможно, нестационарными) моделями.

Структура занятий со студентами может быть построена таким образом, что каждый следующий этап занятия для студентов остается неизвестным, что пробуждает интерес и любопытство и, как следствие, у студентов будет отмечено постоянно активное внимание и концентрация на учебной деятельности.

Обязательным для развития креативности становится создание в процессе обучения данному разделу творческой развивающей среды, которая содержит условия, благоприятствующие проявлению креативности: стимулирование и поощрение самостоятельного подхода, оригинальных предложений, коллективных обсуждений, применение эвристических методов («мозговой штурм», преодоление тупиковых ситуаций, анализ взаимосвязанных областей решения) и др.

Отметим, что на данный момент теория временных рядов хорошо разработана для решения прикладных задач биржевой торговли. Под теорией технического анализа временных рядов подразумевают метод исследования динамичности рынка с целью прогноза дальнейшего направления движения цен. Для наглядности, чаще всего используют графики, где отображены изменения основных рыночных факторов (объема, цен и объема открытых позиций). Главным фактором для анализа все таки являются цены, а остальные изучаются для подтверждения верности направления цен.

При техническом анализе предполагается, что цены отражают все, что только можно узнать о рынке, включая все факторы фундаментального анализа. Каждая цена отражает консенсус по поводу стоимости между всеми участниками рынка, представителями интересов крупных фирм, мелкими спекулянтами, фундаментальными и техническими аналитиками и азартными игроками.

Было бы удачным, в рассматриваемом нами примере, использование технического анализа временных рядов как средства изучения массовой психологии. Частично это наука, а частично – искусство. При техническом анализе можно использовать многие научные методы, включая математические принципы теории игр, теории вероятностей и так далее. Многие технические аналитики используют компьютеры для отслеживания сложных показателей.

Но технический анализ остается и искусством. Черточки на графиках образуют фигуры и конфигурации. Когда цены и индикаторы меняются, то возникает ощущение плавного течения и ритма, чувство напряжения и красоты, которое помогает нам понять, что происходит на рынке и как играть.

Поскольку, как было отмечено выше, подготовка специалистов экономических специальностей вузов нуждается в разработке и внедрении принципиально новых образовательных технологий, ориентированных на развитие креативности, адаптации и социализации в современном обществе, было бы правильным и наглядным рассмотрение и изучение тем, предусмотренных программой, с акцентом на совместную работу преподавателя и студента, исследовательскую направленность занятий и злободневность примеров, представляемых при изложении материала.

Отметим, что в силу сложности большинства исследуемых экономических явлений, методы их исследования предъявляют повышенные требования к экономико-математической подготовке студентов и к их знаниям подходов современной экономической теории. Знание этих методов и способов их применения к анализу конкретных экономических процессов, является в настоящее время необходимой составляющей подготовки экономистов-исследователей (аналитиков).

2.2. Инновации в экономическом образовании: практикоориентированный аспект обучения

Кафедра экономических наук присутствует сегодня практически в любом (даже техническом) ВУЗе, что позволяет с одной стороны говорить о востребованности этих специальностей. Но с другой – возникает справедливый вопрос, а готова ли наша страна к такому количеству экономистов, финансистов и маркетологов?

Всем ли удастся трудоустроиться через 4-5 лет, получив диплом своего ВУЗа? Высокий конкурс означает и высокие требования. Трудоустроиться смогут только лучшие, а значит, важные управляющие посты в ближайшем будущем займут именно эти специалисты, прошедшие и поднявшиеся по карьерной лестнице [48, с. 156].

Основной продукцией системы профессионального образования является выпускник образовательного учреждения, на подготовку которого расходуются значительные финансовые средства.

Эффективность бюджетных расходов на систему профессионального образования повышается одновременно с ростом востребованности выпускников на рынке труда и определяется не только трудоустройством выпускников в целом, но и их работой по полученной специальности. В соответствии с Федеральной целевой программой развития образования на 2011-2015 годы показатель трудоустройства выпускников в течение первого года после выпуска, с учетом выпускников, призванных в ряды Вооруженных Сил Российской Федерации, должен составлять не менее 74%.

В марте-апреле 2014 года на территории 10 регионов РФ были проведены опросы среди учреждений профессионального образования, молодых специалистов из числа выпускников этих образовательных учреждений и работодателей данных регионов. В мае-июле 2014 года аналогичный мониторинг был осуществлен в оставшихся 73 субъектах Российской Федерации.

Таблица 2.2.1 – Распределение выпускников по каналам занятости

Распределение выпускников по каналам занятости	ВПО	СПО	НПО
устроились на работу	58%	51%	55%
призваны в ряды Вооруженных Сил Российской Федерации	10%	17%	22%
продолжили обучение	13%	20%	14%
находятся в отпуске по уходу за ребенком	2%	3%	5%
не трудоустроились	17%	9%	5%

В опросе учреждений профессионального образования приняли участие 3806 образовательных учреждений профессионального образования (далее ОУ ПО) (без учета филиалов), в том числе 556 – ОУ ВПО (учреждений высшего профессионального образования), 1774 – ОУ СПО (учреждений среднего профессионального образования), 1476 – ОУ НПО (учреждений начального профессионального образования).

Исследование показало, что для большинства молодых специалистов ведущим мотивом выбора места работы является уровень заработной платы.

Таблица 2.2.2 – Показатель трудоустройства по учебной специальности

Показатель трудоустройства по учебной специальности	ВПО	СПО	НПО
По самооценке выпускников	80%	82%	93%
Показатель трудоустройства по учебной специальности по отношению к общему выпуску	47%	34%	46%
Удельный вес выпускников, устроившихся на работу в сфере малого бизнеса	41%	50%	62%

Выясним причины нежелания трудоустройства самих выпускников:

- 20% неработающих выпускников считают, что работа по специальности является низкооплачиваемой,
- 15% находятся в отпуске по уходу за ребенком,
- 13% просто не нравится полученная специальность,
- также 52% считают, что им не хватает практических знаний и опыта работы.

Каждый год многие вузы проводят опрос своих работодателей с целью определить потребности в молодых специалистах, понять: какие молодые специалисты нужны предприятиям. Самые продвинутые вузы на основании этой информации делают то, ради чего и стоило затевать это исследование – корректируют учебный процесс, вводят новые учебные курсы и даже целые специальности, чтобы их выпускники соответствовали требованиям рынка труда. А результаты исследований одинаковые везде и всегда, на Поволжье и в Сибири, в Краснодаре и на Дальнем Востоке. Работодатели почти везде говорят одно и то же.

Итак, основными причинами нетрудоустройства выпускников учреждений профессионального образования, по итогам опроса работодателей, являются:

- дисбаланс на рынке труда;
- низкий уровень профессионального образования;
- отсутствие у абитуриентов и их родителей достоверной информации о востребованных профессиях и специальностях не только в средне- и долгосрочной перспективе, но даже и на момент поступления;
- социальные факторы (низкий уровень заработной платы, отсутствие социального пакета, несоответствие условий труда пожеланиям выпускника и др.).
- Итак, приведем основные претензии работодателей к высшему образованию.

1. Основная проблема молодых специалистов – недостаток практических навыков. Эта претензия была названа как сотрудниками мелких предприятий, так и крупных, независимо от специфики осуществляемой деятельности.

2. Несоответствие теоретических знаний, получаемых в ВУЗе, практике. Это касается, в основном, организаций научно-производственной сферы.

3. Среди минусов образования работодатели также называют неумение работать в команде.

4. Среди частых претензий: неумение работать на компьютере, как со специфическими программами, так и со стандартными (например, пакет MS Office), недостаточное знание английского языка.

5. Претензии к личностным качествам: нежелание трудиться, выпускники рассматривают работу как временную или, по крайней мере, не как предмет мечтаний; недостаток навыков общения; их ожидания больше, чем реальность. Молодые специалисты ожидают зарплату, которой должно хватать для безбедной жизни и не готовы работать за меньшую. В свою очередь рынок труда готов предложить им в среднем гораздо меньше, с учетом того, что им еще не скоро предстоит стать полезными работниками.

Основные рекомендации работодателей направлены на решение такой проблемы, как недостаток практических навыков. Однако каждый работодатель вкладывает в это свое понимание. Все рекомендации могут быть поделены на пять групп [49, с. 72]:

1. Более тесное сотрудничество ВУЗов и организаций, развитие системы практики – чтобы можно было постепенно учить студента и делать из него хорошего специалиста для себя.

2. Предоставление возможности сотрудникам организаций и компаний преподавать в ВУЗах практикоориентированные курсы. Это могут быть практикующие маркетологи, экономисты, инженеры и так далее, и преподавателям обучаться на предприятиях.

3. Проведение занятий на базе предприятий с использованием их производственных возможностей и ресурсов.

4. Введение производственной практики на ранних курсах, а не в конце обучения.

5. Более углубленное обучение на новейших программах, например 1С 8.0, пакет MS Office 2007, новые версии Mathcad, Autocad, Adobe Photoshop, MapInfo и другие).

Выводы по главе

Итак, согласно вышеизложенному, основной проблемой молодых специалистов является недостаток практических навыков.

Для исправления ситуации, в данной работе предлагаем рассмотреть успешно используемые нами в обучении особенности смешанного (гибридного) обучения, blended learning.

1. Программа обучения ориентируется на студентов с различным уровнем экономико-математической подготовки и предлагает различные режимы занятий-тренингов: как самостоятельное создание про-

стейших моделей по аналогии, так и режим обсуждения и проработки постановок задач от бизнеса для «продвинутых пользователей».

2. Ориентация на реальные задачи. Отличительной особенностью обучения является рассмотрение в процессе обучения в аудитории широкого спектра кейсов по рассматриваемым предметным областям и проблемным ситуациям, на основе примеров, взятых из реальной практики.

3. Эффективное сочетание теории и практики. В основу подготовки студентов положен академический опыт ведущих научных школ, высокая профессиональная квалификация преподавателей.

Структура занятий со студентами может быть построена таким образом, что каждый следующий этап занятия для студентов остается неизвестным, что пробуждает интерес и любопытство и, как следствие, у студентов будет отмечено постоянно активное внимание и концентрация на учебной деятельности.

Обязательным для развития креативности становится стимулирование и поощрение самостоятельного подхода, оригинальных предложений, коллективных обсуждений, применение эвристических методов («мозговой штурм», преодоление тупиковых ситуаций, анализ взаимосвязанных областей решения) и др.

В рамках предложенной модели обучения делается акцент на то, что экономико-математический анализ остается и искусством. Черточки на графиках образуют фигуры и конфигурации. Когда цены и индикаторы меняются, то возникает ощущение плавного течения и ритма, чувство напряжения и красоты, которое помогает нам понять, что происходит на рынке и как играть.

Глава 3. Математика в системе подготовки специалистов экономического профиля

Велико значение математики, как научной системы, дающей возможность изучить явления окружающей действительности. Проникновение математики и ее различных разделов в экономику, планирование и управление является определяющей особенностью современного этапа развития общества. Появление новых математических методов вызвано объективными причинами. Расширение масштабов производства, углубление его специализации, развитие кооперации, усложнение межхозяйственных связей и другие качественные и количественные изменения в экономике привели к резкому увеличению числа возможных решений, из которых надо выбрать лучшее. Анализ основных концепций современного образования и приоритетных направлений его развития позволил сформулировать основные теоретические подходы к методике преподавания математики.

В ряду дисциплин, знание которых необходимо всякому работнику, будь то квалифицированный специалист или просто рядовой работник, «Математика» занимает исключительное место по значимости охватываемой ею области применения (см., напр., [15, 16, 21, 28, 32, 42, 52, 53]). Всякое явление, изучаемое с количественной и даже качественной стороны, неизбежно ведет к применению математических расчетов, хотя бы самых простых – арифметических. Роль «Математики» заключается в применении ее к исследованию количественных соотношений в тех случаях, когда требуется более совершенный метод решения, когда элементарная математика оказывается бессильной.

3.1. О преподавании математики[1]

Развитие науки и техники, расширение масштабов производства, углубление его специализации, развитие кооперации, усложнение межхозяйственных связей – все это ведет к необходимости воспитания грамотных специалистов. Инженеры, биологи, экономисты, менеджеры, работники сервиса – все нуждаются в серьезной математической подготовке, которая дает возможность исследовать математическими методами широкого круга новых проблем, позволяет применять современную вычислительную технику и использовать теоретические достижения на практике (см., напр. [6, 7]). Для этого, как минимум, необ-

---

[1] Данный раздел написан с использованием материалов работы [33].

ходимо получение будущими специалистами правильного общего представления о том, что такое математика и математическая модель, в чем заключается математический подход к изучению явлений реального мира, как его можно применять и что он может дать.

Принципиальными моментами математического образования являются:

– выбор объема и содержания математических курсов;
– определение целей обучения;
– правильное сочетание широты и глубины изложения, степени наглядности.

Таким образом, очень важен выбор наиболее эффективных и рациональных путей обучения, причем с учетом ограниченного времени, отводимого на изучении математики и все более увеличивающегося количества часов самостоятельной работы студентов.

Обучение математике нельзя подменить обучением ряду ее приложений и методов, не разъясняя сущности математических понятий и не учитывая внутреннюю логику самой математики. Так подготовленные специалисты могут оказаться беспомощными при изучении новых конкретных явлений, поскольку будут лишены необходимой математической культуры и не приучены к рассмотрению абстрактных математический моделей. Кроме того, одних рабочих программ и учебных планов недостаточно, чтобы обучение осуществлялось наиболее рациональным образом и с оптимальной пользой для дела. Большое значение для успеха имеет правильно поставленная и хорошо продуманная вплоть до деталей методика преподавания.

Эффективность учения, как всякого труда, во многом зависит от его организации. В частности, если обучение, протекает таким образом, что у учащегося поддерживается постоянный интерес к изучаемому предмету, то в результате возникают прочные профессиональные знания.

Нельзя забывать, что основной задачей преподавателя математики, наряду с обучением самой математике, является задача научить человека думать. Именно изучение математики приучает учащегося работать систематически, последовательно и настойчиво. Таким образом, преподавание математики следует использовать для воспитания объективности, честности, справедливости, добросовестности, настойчивости, любви к труду и самокритичности.

Особое место в учебном процессе занимают лекции. Они играют основополагающую роль, направляют процесс обучения, определяют его содержание и уровень. Поэтому от качества лекций во многом зависит и качество всего обучения в целом. Содержание лекций должно отвечать высоким требованиям, как в научном, так и в методическом отношениях, полно освещать программный материал и представлять собой логически законченное его изложение. Объем сведений, сообщаемых на лекции, должен быть достаточным для того, чтобы студент, усвоивший их, мог выдержать соответствующий экзамен.

Практические занятия также являются очень важным этапом обучения математике. Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, их содержание должно быть хорошо согласовано с лекционным материалом. Практические занятия – это коллективные занятия, что имеет большое значение. Важен воспитательный аспект практических занятий. Именно здесь преподаватель имеет большую возможность активно воспитывать в студентах честность, порядочность, уважение к окружающим, любовь к труду. Именно здесь студент может оценить значение помощи друга, роль доверия, которое оказывает ему преподаватель.

Так чему же должен научить преподаватель учащихся? В чем суть и необходимость основ математических знаний?

Математизация – характерная черта современной науки и техники. Человечество ныне, как никогда, осознает, что знание, во всяком случае, в области естественных наук, делается точным только тогда, когда для его описания удается использовать математическую модель (или специально созданную или уже используемую).

В настоящее время в результате появления быстродействующих вычислительных машин возникли качественно новые возможности использования математических методов. Они стали применяться не только там, где это делалось издавна – в механике и физике, но и там, где совсем недавно об этом не было и речи – в экономике, экологии, геологии, социологии, медицине, управлении.

Конечно, для представителей разных профессий требуется разный уровень математических знаний. Поэтому при отборе материала надо помнить, что объем информации, которую может усвоить обучаемый, не беспределен. Не стоит перегружать учебные программы, а следует составлять их сообразно требованиями конкретной специальности или направления подготовки и с реальным объемом времени, которое могут тратить студенты на усвоение материала. Основу же математического образования должна составлять подготовка специалистов, способных не просто использовать готовые рецепты, а принимать свои нестандартные и творческие решения в нестандартных ситуациях. Этот груз полностью ложится на преподавателя. Он должен научить студента творческому, а не шаблонному подходу к решению задач; научить грамотно подходить к постановке задачи и правильно строить математические модели; целесообразно выбирать необходимые математические методы решения; качественно анализировать полученные результаты и делать на их основе выводы.

С появлением новых возможностей использования математики, связанных с применением вычислительной техники, не потеряли своего значения и методы классической математики, в частности методы качественного исследования. С помощью подобных методов производится правильная постановка математических задач, создание новых математических моделей, отбор материала, разработка вычислительных методов.

Вместе с увеличением объема приложений математики продолжает интенсивно развиваться и она сама. Математика имеет свою внутреннюю логику развития, следуя которой математики создают новые понятия и целые разделы.

3.2. Использование презентаций PowerPoint при чтении лекций по дисциплине «Математика»[2]

3.2.1. Лекция – основа теоретического обучения

В настоящее время в связи с возрастающей ролью математики в современной науке и технике необычайно большое число будущих инженеров, социологов и экономистов нуждается в серьезной математической подготовке, которая давала бы возможность исследовать математическими методами широкий круг новых проблем. Для этого необходимо получение ими правильного общего представления о том, что такое математика и математическая модель, в чем заключается математический подход к изучению явлений реального мира.

Принципиальными моментами математического образования являются:

- выбор объема и содержания математических курсов;
- определение целей обучений;
- правильное сочетание широты и глубины изложения; строгости и наглядности;

то есть выбор наиболее эффективных и рациональных путей обучения с учетом ограниченного времени, отводимого на изучение математики.

[2] Данный пункт написан с использованием материалов работ [36, 38].

Согласно этому лекции составляют основу теоретического обучения и должны отвечать следующим требованиям:

- давать систематизированные основы научных знаний по дисциплине,
- раскрывать состояние и перспективы развития соответствующей области науки и техники,
- концентрировать внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах,
- стимулировать их активную познавательную деятельность,
- способствовать формированию творческого мышления.

Ведущим методом в лекции выступает устное изложение учебного материала, сопровождающееся:

- демонстрацией видео- и кинофильмов, схем, плакатов,
- показом моделей, приборов и макетов,
- использованием электронно-вычислительной техники.

В соответствии с этим используются две основные формы проведения лекций:

1) у доски с мелом;

2) с использованием мультимедийного сопровождения.

Остановимся кратко на этих формах.

3.2.2. Чтение лекции «у доски с мелом»

Это традиционная форма проведения лекций. Она использовалась еще в то время, когда не было никаких технических средств обучения. На доске, выписываются все формулы и выполняются все чертежи. При этом важно, чтобы записи на доске были аккуратными и удобно расположенными.

Иногда полезно применять модели, плакаты или слайды (при изучении геометрически сложных объектов). Однако следует иметь в виду, что методически более правильным является вычерчивание чертежей на доске, чем применение готовых плакатов. Дело в том, что чертеж дается не в готовом виде, а вычерчивается последовательно. Это помогает студенту проследить процесс построения чертежа, увидеть все логические связи. В результате такое представление графического материала помогает формированию понятия у студентов.

3.2.3. Чтение лекции «с использованием мультимедийного сопровождения»

На данной форме проведения лекции хотелось бы остановиться подробнее.

На что здесь стоит обратить особое внимание?

При анализе занятий, проводимых с использованием мультимедийного сопровождения можно отметить следующее: в презентационных материалах, подготовленных для занятия, превалирует текстовый материал. В результате использование таких материалов *сводиться к зачитыванию текста с экрана*. Этот недостаток являются следствием того, что не в полной мере используются возможности имеющихся технических средств обучения.

Давайте посмотрим, как можно «оживить» чтении лекций с использованием мультимедийного сопровождения, а именно с использованием презентаций, созданных в программе Microsoft Office PowerPoint.

Лекция состоит из трех основных частей:

- введение в лекцию;
- основная часть лекции;
- заключение по лекции.

Остановимся на каждой из этих частей.

3.2.3.1. Введение в лекцию

Лекция начинается с небольшого ***введения***, в котором:

- напоминается пройденный материал,
- объявляется тема,
- ставится цель лекции, разъясняется ее значение для дальнейшего обучения математике и для изучения других дисциплин.

Посмотрим пример **введения** в лекции, читаемые по дисциплине «Математика» (рисунок 3.2.1).

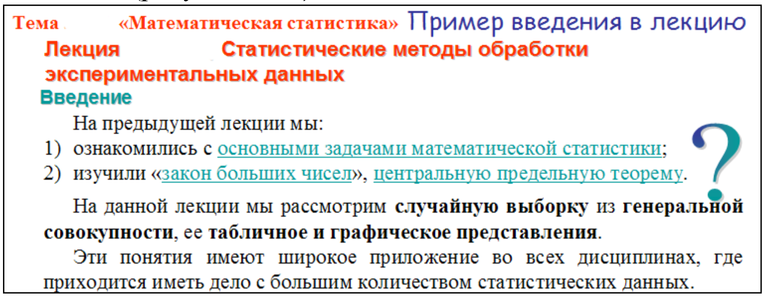

Рисунок 3.2.1 – Пример введения в лекцию

На экран последовательно выводятся название темы и название лекции.

Затем на экране появляются основные вопросы, которые студенты должны были уяснить из предыдущей лекции.

Часть текста здесь отмечена как **гиперссылка**. Это дает возможность задать вопросы и проконтролировать ответы на них. Достаточно ***«щелкнуть»*** мышкой по выделенной части текста.

Например, после ответа на вопрос «Из чего складывается **закон больших чисел**?», можно увидеть правильный ответ (рисунок 3.2.2).

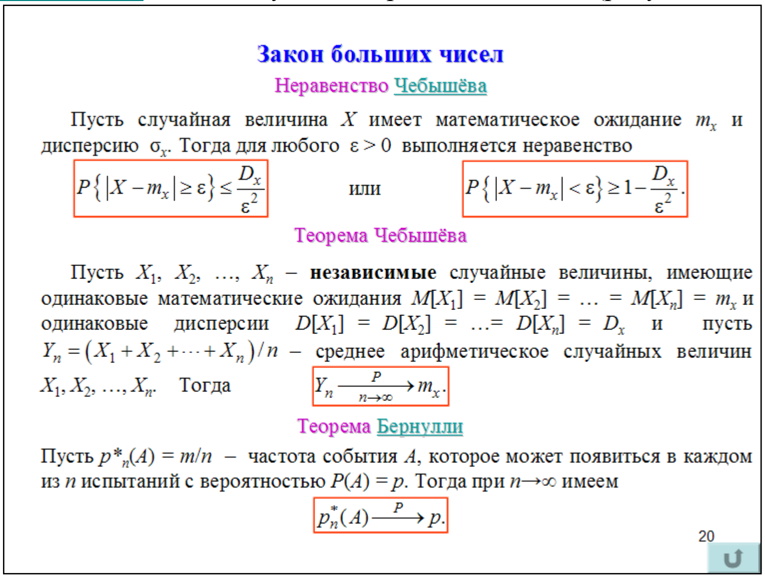

Рисунок 3.2.2 – Пример повторения ранее пройденного материала

Для возврата во введение достаточно «щелкнуть» по управляющей клавише .

На приведенном выше рисунке можно заметить еще один пример использования **гиперссылки**.

Дело в том, что по ходу чтения лекций, довольно часто упоминаются фамилии различных ученых. У студентов, естественно возникает вопрос «**Кто это такой, когда и где он жил, какими науками занимался?**». Вставляя соответствующую **гиперссылку**, а точнее, **настраивая действие** (рисунок 3.2.3) мы можем, хоть и в краткой форме, удовлетворить это полезное любопытство.

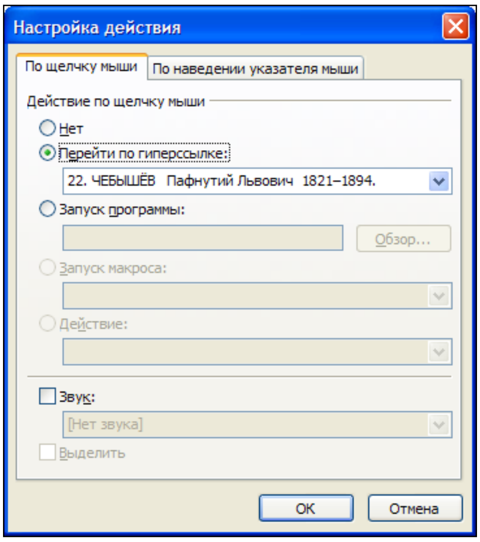

Рисунок 3.2.3 – Настройка действия для гиперссылки

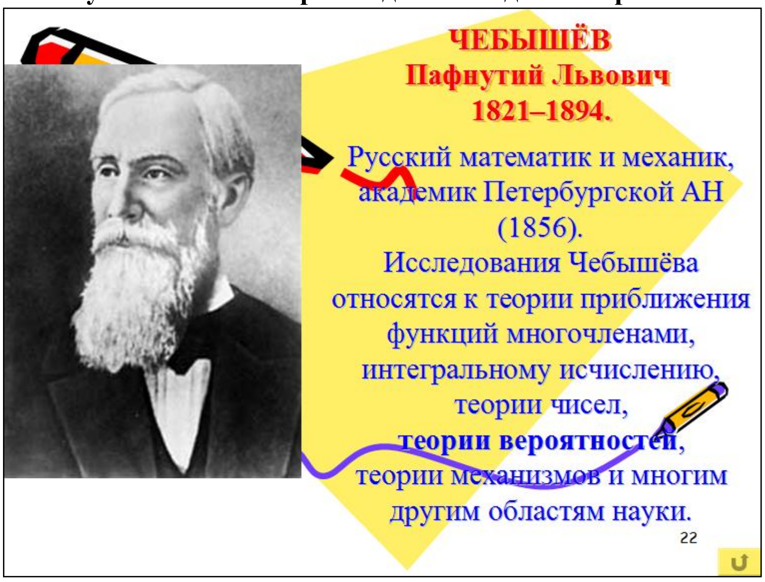

Рисунок 3.2.4 – Пример представления сведений об известных ученых

После просмотра сведений об ученом (рисунок 3.2.4) мы можем вернуться к материалу лекции, «щелкнув» по управляющей клавише .

Далее на экран выводятся сведения о материале, рассматриваемом в данной лекции, ее цели и вопросы (рисунок 3.2.5). Также здесь можно прокомментировать, для чего нужен материал лекции, где он пригодится студентам.

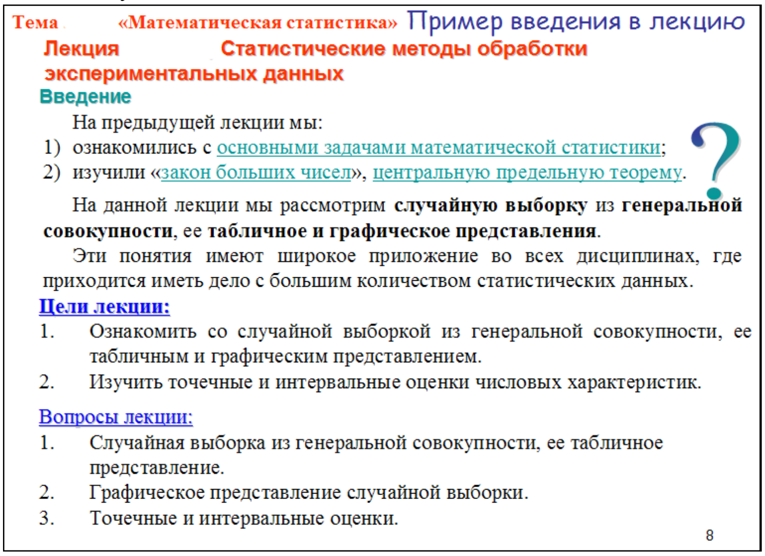

Рисунок 3.2.5 – Пример введения в лекцию (продолжение)

3.2.3.2. Основная часть лекции

Основная часть лекции отводится на последовательное изложение лектором учебного материала:

- формулируются определения, теоремы, правила;
- дается доказательство теорем и правил;
- разбираются примеры.

В следующем примере (рисунок 3.2.6) показано, как, используя настройки эффектов анимации, можно приводить формулировку определения производной.

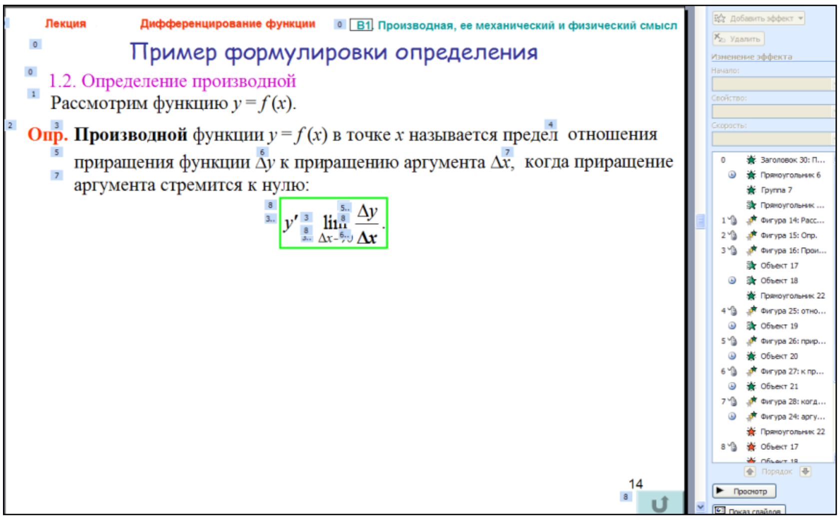

Рисунок 3.2.6 – Пример формулировки теоремы

Основным моментом здесь является продуманная настройка эффектов анимации (правая часть рисунка). Из приведенного примера видно, что весь материал слайда разбит на фрагменты, каждому из которых присвоен определенный эффект анимации, и задана последовательность выполнения действий. В результате определение дается не в готовом виде, а последовательно. При этом одновременно происходит формирование формулы, определяющей это понятие.

Пример такого последовательного вывода информации показан далее (рисунок 3.2.7). Здесь мы видим несколько, следующих друг за другом, фрагментов вывода информации при формулировке определения производной.

а) **Опр.** **Производной** функции $y = f(x)$ в точке x называется предел отношения

$$y' = \lim \frac{}{}$$

б) **Опр.** **Производной** функции $y = f(x)$ в точке x называется предел отношения приращения функции Δy

$$y' = \lim \frac{\Delta y}{}$$

в) **Опр.** **Производной** функции $y = f(x)$ в точке x называется предел отношения приращения функции Δy к приращению аргумента Δx,

$$y' = \lim \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Рисунок 3.2.7 – Пример вывода на экран определений

При доказательстве теорем важно, чтобы студенты имели возможность проследить за последовательностью действий, чтобы они уловили логику этого доказательства. Все это показано на следующем примере (рисунок 3.2.8).

На первый взгляд материал слайда перенасыщен. Однако на самом деле, различные его элементы появляются или исчезают в процессе изложения доказательства теоремы.

Так, при необходимости использования различных формул, которые студенты должны знать, появляются знаки вопроса «?». А после этого приводятся и сами формулы, например, формула первого замечательного предела. Затем справочный материал с экрана убирается.

Кроме того, для акцентирования внимания на отдельных элементах доказательства, используется выделение некоторых элементов с помощью обведения их овалами или прямоугольниками.

Таким образом, доказывая теорему, мы можем проследить всю последовательность действий, а также вспомнить ранее изученный материал и использовать его.

Рисунок 3.2.8 – Пример доказательства теоремы

Как уже говорилось ранее, при чтении лекций с мелом у доски методически более правильным является вычерчивание графиков и чертежей, чем применение готовых плакатов.

Использование средств PowerPoint позволяет все это проделать и на экране. Например, при объяснении построения циклоиды можно организовать процесс так, что будет видно, как при качении окружности по оси *Ox* фиксированная точка на окружности описывает эту кривую (рисунок 3.2.9).

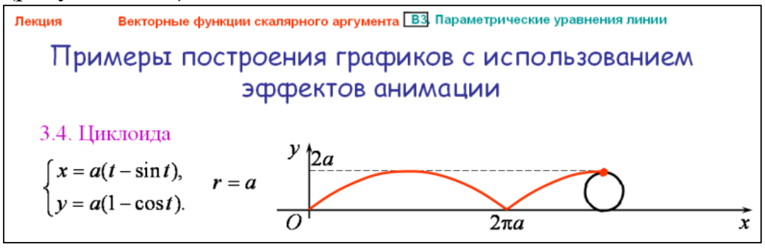

Рисунок 3.2.9 – Пример построения графиков

Заметим также, что презентации PowerPoint позволяют широко использовать уже готовые чертежи, графики или фотографии различных геометрически сложных объектов (рисунок 3.2.10), вставлять видеоклипы, звуковое сопровождение и т.п.

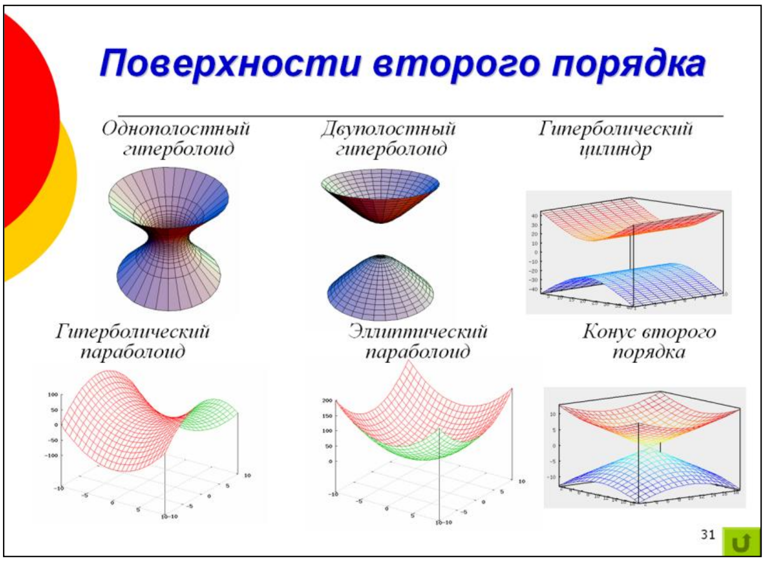

Рисунок 3.2.10 – Поверхности второго порядка

3.2.3.3. Заключение по лекции

В заключительной части лекционного занятия подводятся его итоги:

– формулируются основные моменты, рассмотренные на лекции;
– кратко повторяется пройденный материал;
– выдается задание на самостоятельную работу.

Посмотрим один из таких примеров (рисунок 3.2.11).

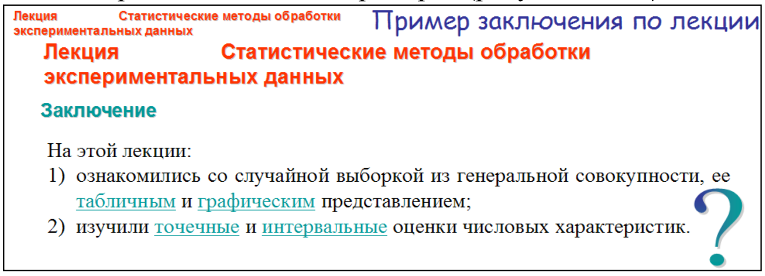

Рисунок 3.2.11 – Пример заключения по лекции

На экран последовательно выводятся основные моменты, с которыми студенты ознакомились во время лекции. Здесь, как вы видите, опять задействованы **гиперссылки**. Их использование позволяет в сжатой форме повторить пройденный материал, а также оценить степень его усвоения.

Например, после ответа на вопрос, что является графическим представлением выборки, можно вывести на экран правильный ответ (рисунок 3.2.12). Это позволяет не только проконтролировать знания конкретного студента, но и помогает остальным повторить изученный на лекции материал.

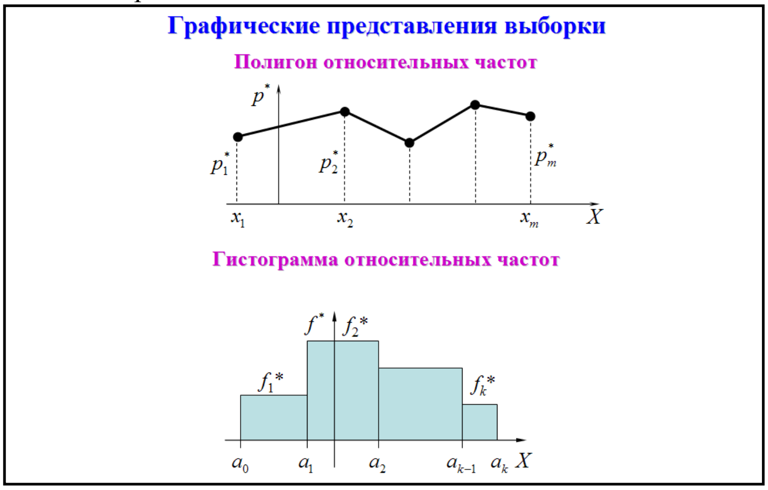

Рисунок 3.2.12 – Пример повторения изученного на лекции материала

После подведения итогов лекции выдается задание на самостоятельную работу (рисунок 3.2.13), которое можно оживить, показав студентам необходимую литературу.

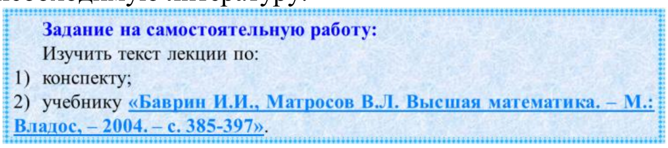

Рисунок 3.2.13 – Пример выдачи задания на самостоятельную работу

Здесь появляется возможность увидеть, как выглядит этот учебник (рисунок 3.2.14).

Рисунок 3.2.14 – Основная литература

В том случае, когда имеется электронная версия учебника или учебного пособия, например, в виде pdf-фала, можно показать на конкретное место изученного материала в них. Для этого с использованием меню «Вставка объекта» в презентацию вставляется файл с нужным учебником (рисунок 3.2.15).

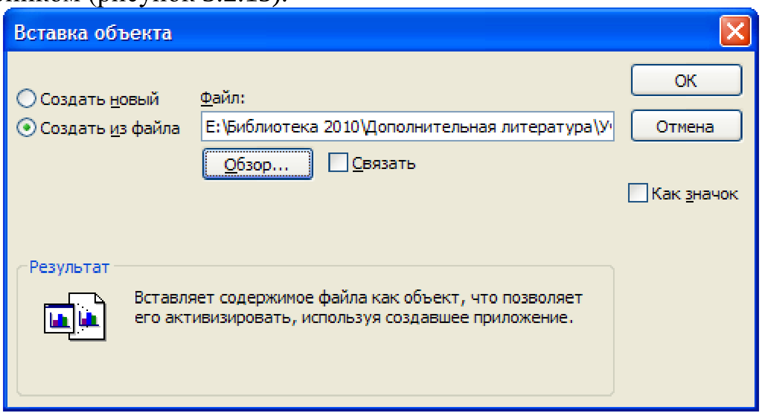

Рисунок 3.2.15 – Вставка объекта

Затем для вставленного объекта настраивается действие «Open». В результате «щелчок» по изображению титульного листа пособия во время показа приводит к открытию вставленного файла (рисунок 3.2.16).

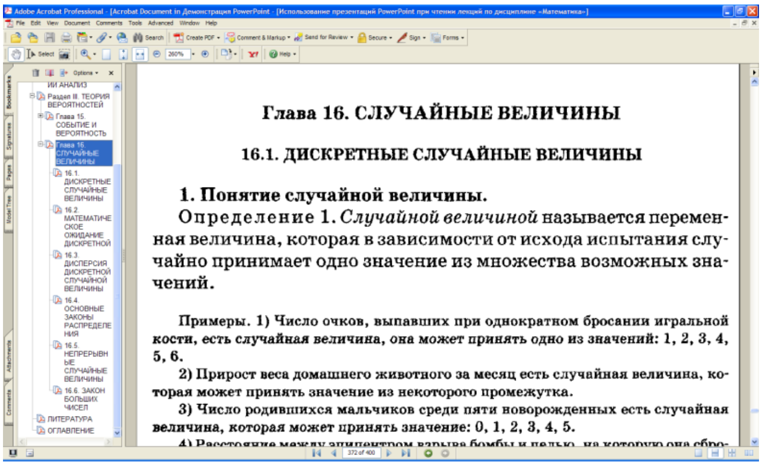

Рисунок 3.2.16 – Пример показа задания на самостоятельную работу

3.2.3.4. Требования к методике проведения лекции

Подводя итог всему сказанному, можно отметить, что использование презентаций PowerPoint позволяет обеспечить все требования к методике проведения лекций, а именно:

- в лекции присутствуют все необходимые компоненты;
- материал изложен в строгой логической последовательности;
- обеспечена наглядность изложения материала;
- реализована возможность повторение как ранее пройденного, так и изученного на данной лекции материала;
- возможна вставка различных материалов, привлекающих внимание студентов, оживляющих чтение лекции;
- обеспечена возможность правильного и грамотного ведения конспекта.

Все сказанное, позволяет сделать вывод, что грамотное создание и использование презентаций PowerPoint при чтении лекций позволяет не только дать обучаемым необходимые знания, но и активизировать их работу на лекции.

При этом конечно следует иметь в виду, что создание таких презентаций требует самого активного участия именно того преподавателя, который будет читать данную лекцию. Поэтому всем преподавателям следует осваивать современные компьютерные технологии и тогда можно избежать тех недостатков, которые были отмечены ранее.

3.3. Математический анализ – основа описания экономических и социальных процессов[3]

Велико значение математики, как научной системы, дающей возможность изучения окружающей действительности. Проникновение ее в экономику, планирование, управление и сервис является особенностью современного развития общества.

Современные экономические и социальные теории и исследования, опирающиеся в значительной степени на использование математических моделей и методов анализа, требуют от экономистов, менеджеров и работников сервиса достаточно свободного владения математическим аппаратом.

Знание поведения основных элементарных функций, дает возможность сформулировать основополагающую в любой экономической теории связь между спросом y и стоимостью x в виде функциональной зависимости $y = \frac{C}{x}$, графиком которой является гипербола.

Дисциплина «Математика» и такой ее раздел, как «Математический анализ», являются необходимым инструментом, лежащим в основе изучения как общенаучных, так и специальных дисциплин в вузах экономического профиля (см., напр., [8, 26, 44, 45]).

В настоящем разделе мы рассмотрим основные понятия, встречающиеся в задачах экономики, а также связанные с ними функциональные зависимости и их показатели.

3.3.1. Полные, средние и предельные экономические показатели; оптимальный объем выпуска продукции

3.3.1.1. Функции спроса и предложения

Функциональная связь между количеством покупаемого товара Q (или q) (от английского слова *quantity* – объем) и его ценой P (или p) (от *price* – цена), то есть функциональная зависимость вида $Q_D = f(P)$ (или $q_D = f(p)$), называется **функцией спроса** (индекс $_D$ от *demand* – спрос).

Зависимость между произведенной продукцией и ее ценой $Q_S = q(P)$ (или $q_S = q(p)$) называется **функцией предложения** (индекс $_S$ от *supply* – предложение).

---

[3] Данный раздел написан с использованием материалов работ [20, 40].

Иногда функции спроса и предложения записывают в виде $D:\ P_D = P(q)$; $S:\ P_S = P(q)$, то есть как зависимость цены от объема продукции.

Ситуация, когда величина спроса равна величине предложения, называется **равновесием**, а p_0 и q_0 – равновесной ценой и равновесным объемом. Для их нахождения необходимо решить уравнение $P_D(q) = P_S(q)$.

3.3.1.2. Полные экономические показатели

Обычно в экономике **полные (суммарные) показатели** сопровождаются буквой T (*total*). Например:

– $TR(q)$ – полный доход (*total revenue*);
– $TC(q)$ – полные затраты (*total cost*);
– $TQ(l)$ – полный объем выпуска в зависимости от вложенного труда l (*total quantity*);
– Π – прибыль (*profit*).

3.3.1.3. Средние экономические показатели

Средние величины определяются как отношение полных показателей к независимой переменной и сопровождаются буквой A (от английского *average* – средний).

Например:

– $AR(q) = TR(q)/q$ – средний доход (*average revenue*);
– $AC(q) = TC(q)/q$ – средние издержки (*average cost*)

и т. д.

3.3.1.4. Предельные экономические показатели

Предельные (маржинальные) экономические показатели определяются как предел отношения приращения показателя к приращению независимой переменной. Например,

– $MR(q) = \lim\limits_{\Delta q \to 0} \Delta TR/\Delta q = TR(q)'$ – предельная величина дохода (marginal revenue);
– $MC(q) = \lim\limits_{\Delta q \to 0} \Delta TC/\Delta q = TC(q)'$ – предельные затраты (marginal cost);

– $MQ(q) = \lim\limits_{\Delta q \to 0} \Delta TQ/\Delta q = TQ(q)'$ – предельный объем выпуска.

Таким образом, в экономике встречаются многочисленные примеры функциональных зависимостей. Причем предельные экономические показатели представляют собой производные от этих функций.

3.3.2. Эластичность функции и ее место в исследовании задач экономики

Одним из инструментов исследования социально-экономических процессов является теория дифференциального исчисления, основанная на понятии производной (см. п.3.3.1.4). Производная функции позволяет определить скорость абсолютных ее изменений в зависимости от изменений аргумента.

Если ΔP – изменение цены, ΔQ – вызванное им изменение объема спроса, то значение производной $\frac{dQ}{dP}$ покажет, на сколько единиц изменится спрос в расчете на единичное изменение цены в бесконечно малой окрестности исходного значения.

Однако очень часто экономиста гораздо больше интересуют не абсолютные, а относительные изменения. Например, непосредственное использование производной как характеристики реакции спроса на изменение цен не дает ответа на ряд вопросов, интересующих экономиста.

Если, например, маленький арбуз подорожал на 1 рубль, то при этом большой арбуз подорожал, скажем, на 3 рубля. или даже больше. В то же время, если арбузы подорожали в 1,5 раза, то в 1,5 раза дороже стал и маленький, и большой арбуз, и килограмм, и вагон арбузов.

Анализ относительных изменений позволяет судить о многих экономических явлениях с большей степенью общности, чем анализ абсолютных изменений. Поэтому наряду с производными при анализе различных зависимостей в экономике широко пользуются особыми показателями – эластичностями.

3.3.2.1. Определение

Эластичность (elasticity) – это мера чувствительности одной переменной (например: спроса или предложения) к изменению другой (например: цены, дохода), показывающая на сколько процентов изменится первый показатель при изменении второго на 1%.

Рассмотрим функцию $y = f(x)$ и введем относительные изменения входящих в нее переменных

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x},\ \delta y = \frac{\Delta y}{y} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{y}.$$

Тогда можно дать следующее определение эластичности функции.

Определение. Эластичностью (**коэффициентом эластичности**) переменной y по переменной x называется предел

$$E_x[y] = E_{y/x} = \lim_{\delta x \to 0} \frac{\delta y}{\delta x}.$$

Приведенное определение дает значение эластичности в конкретной точке. Такую эластичность еще называют **точечной**.

В ряде случаев рассчитывают также **среднюю (дуговую)** эластичность как отношение процентных изменений y и x на отрезке $x \in [x_1, x_2]$:

$$E_x[y] = E_{y/x} = \frac{\delta y}{\delta x} = \frac{\Delta y / y_1}{\Delta x / x_1},$$

где

$$\Delta x = x_2 - x_1,\ \Delta y = y_2 - y_1,\ y_1 = f(x_1),\ y_2 = f(x_2).$$

При рассмотрении *средней эластичности* иногда вместо x_1 и y_1 используют среднюю точку в интервале изменения их значений:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2},\ \bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Тогда получаем следующую формулу

$$E_x[y] = E_{y/x} = \frac{\Delta y / \bar{y}}{\Delta x / \bar{x}}.$$

3.3.2.2. Свойства эластичности

1. Эластичность – это безразмерная величина, значение которой не зависит от того, в каких единицах измерены аргумент и функция.

2. Эластичности взаимно обратных функций – взаимно обратные величины:

$$E_x\ y\ = \frac{1}{E_y\ x}.$$

3. Эластичность переменной y по переменной x равна производной логарифма y по логарифму x:

$$E_x\ y\ = \lim_{\delta x\to 0}\frac{\delta y}{\delta x} = \frac{dy/y}{dx/x} = \frac{d(\ln y)}{d(\ln x)}.$$

3.3.2.3. Виды эластичности функции

В зависимости от величины коэффициента эластичности функции подразделяют на 3 вида.

1. Функция называется **эластичной**, если

$$\left| E_x\ y \right| > 1.$$

2. Функция называется **неэластичной**, если

$$\left| E_x\ y \right| < 1.$$

3. Функция называется **нейтральной**, если

$$\left| E_x\ y \right| = 1.$$

3.3.2.4. Примеры задач использования эластичности функции

Задача №1

Постановка задачи. Найти эластичность спроса D от цены p, если

$$D\ p\ = \frac{1}{\sqrt{p}}.$$

Решение. Вычислим точечный коэффициент эластичности

$$E_p\ D\ = \frac{dD/D}{dp/p} = \frac{p}{D}\frac{dD}{dp} = \frac{p}{p^{-1/2}}\frac{d(p^{-1/2})}{dp} = -\frac{1}{2}.$$

Таким образом, $\left| E_p\ D \right| < 1$ то есть спрос неэластичный.

Это означает, что при возрастании цены на 1% спрос уменьшается примерно на 0,5%. При уменьшении цены на 1% спрос возрастает на 0.5%.

Задача №2

Постановка задачи. Найти эластичность спроса от цены , если

$$D(p)=\frac{1}{p^3}.$$

Решение. Вычислим точечный коэффициент эластичности

$$E_p(D)=\frac{p}{D}\frac{dD}{dp}=\frac{p}{p^{-3}}\frac{d(p^{-3})}{dp}=-3.$$

Таким образом, $|E_p(D)|>1$, то есть спрос эластичный.

Это означает, что при возрастании цены на 1% спрос уменьшается примерно на 3%. При уменьшении цены на 1% спрос возрастает на 3%.

Задача №3

Постановка задачи. Найти эластичность функций спроса и предложения в точке равновесия, если они имеют вид

$$q_D(p)=2p^2-36p+194,\; q_S(p)=3p^2-10p+39.$$

Решение. Найдем равновесную цену из условия равенства спроса и предложения

$$2p^2-36p+194=3p^2-10p+39\Rightarrow\begin{cases}p_1=5,\\ p_2=-31.\end{cases}$$

Второй корень – лишний, так как цена p не может быть отрицательной.

Найдем эластичности функций

$$E_p(q_D)=\frac{2p^2-18p}{p^2-18p+97},\; E_p(q_S)=\frac{6p^2-10p}{3p^2-10p+39}.$$

Вычислим их значения в точке равновесия $p=5$:

$$E_p(q_D)\Big|_{p=5}=-1{,}25,\; E_p(q_S)\Big|_{p=5}=1{,}5625.$$

Видим, что обе функции в точке равновесия являются эластичными.

Итак, мы продемонстрировали применение понятия эластичности функции в задачах экономики; показали влияние величины эластичности функции спроса на поведение потребителя при изменении цены на товар. Также на примере конкретных функций спроса провели исследование их эластичности в точке равновесия.

3.4. Дифференциальные уравнения как инструмент исследования прикладных экономических задач[4]

Математическое изучение закономерностей действительного мира часто приводит к уравнениям, связывающим неизвестные величины и их производные. Такие уравнения называются дифференциальными. Математики XVII-XVIII вв., периода создания высшей математики не без основания считали, что «язык природы – есть язык дифференциальных уравнений».

Термин «дифференциальное уравнение» ввел Г. Лейбниц. Основы методов решения дифференциальных уравнений были заложены Г. Лейбницем и И. Ньютоном, достаточно стройная теория дифференциальных уравнений появилась в XVIII веке в результате решения задач естествознания.

Методы дифференциальных уравнений являются наиболее плодотворными методами для решения задач, возникающих при изучении процессов, происходящих в окружающем нас мире. Даже самые простые дифференциальные уравнения первого порядка помогают нам справиться с различными задачами экономики, управления и сервиса (см., напр., [6, 7]).

Действительно, дифференциальные уравнения являются математическим аппаратом, позволяющим устанавливать законы протекания физических процессов на основе изучения скоростей изменения величин, характеризующих эти процессы.

Многочисленные задачи естественных, социальных, экономических наук сводятся к тому, что по заданным свойствам некоторого процесса или явления необходимо найти математическую модель самого процесса в виде формулы, связывающей переменные величины, то есть в виде функциональной зависимости. При изучении таких задач используются дифференциальные уравнения. Они являются мощным средством познания окружающего нас мира.

Ниже перечислены постановки решенных и исследованных задач, важных в экономике и демонстрирующих, насколько необходимо знание этого раздела математики.

---

[4] Данный раздел написан с использованием материалов работ [6, 7, 9, 29, 10].

3.4.1. Задачи экономики, приводящиеся к дифференциальным уравнениям первого порядка

3.4.1.1. Теория фирмы, рынок

Постановка задачи. Пусть интенсивность выпуска продукции некоторым предприятием определяется функцией $y(t)$. Предположим, что с ростом выпуска происходит насыщение рынка. Вследствие этого цена товара $p(y)$ падает, причем зависимость $p(y)$ является линейной

$$p(y) = b - ay,\ (a, b > 0).$$

Будем также считать, что скорость увеличения интенсивности выпуска продукции $y'(t)$ является возрастающей функцией дохода:

$$\frac{dy}{dt} = kR,$$

где $R = p(y)y = (b - ay)y$ – доход от продажи выпуска y продукции по цене $p(y)$, $k > 0$.

Математическая модель задачи. При построении математической модели процесса приходим к дифференциальному уравнению первого порядка с разделяющимися переменными

$$\frac{dy}{dt} = k(b - ay)y. \qquad (1)$$

Решение задачи. Для решения уравнения (1) следует разделить переменные:

$$\frac{dy}{(b - ay)y} = kdt$$

и проинтегрировать обе части равенства:

$$\int \frac{dy}{(b - ay)y} = \frac{1}{b}\ \ln y - \ln(b - ay) \ = \ln\left(\sqrt[b]{\frac{y}{b - ay}}\right),$$

$$\int kdt = kt + \ln C = \ln\ Ce^{kt}\ .$$

Приравнивая найденные выражения, получим

$$\frac{y}{b - ay} = C_1 e^{bkt},$$

где $C_1 = C^b$.

В результате решение уравнения (1) запишется в виде

$$y(t) = \frac{C_1 b e^{bkt}}{1 + C_1 a e^{bkt}}, \qquad (2)$$

Значение произвольной постоянной C_1 определяется начальным условием $y(0) = y_0$:

$$C_1 = \frac{y_0}{b - ay_0}.$$

Решение (2) представляет собой уравнение так называемой **логистической кривой** (рисунок 3.4.1), часто возникающей в различных разделах социально-экономических наук. В данном примере логистическая кривая показывает, что с ростом времени t происходит насыщение рынка.

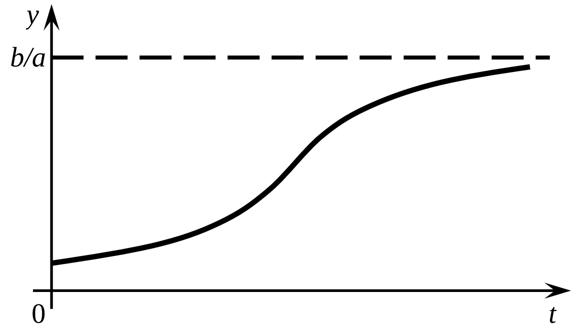

Рисунок 3.4.1 – Логистическая кривая

3.4.1.2. Рост общественного благосостояния. Модель Золотаса

Постановка задачи. Крупнейший греческий экономист К. Золотас высказал гипотезу, согласно которой производство большего количества товаров не обязательно ведет к лучшей жизни. Он рассматривает два фактора, которые действуют с большей или меньшей относительной интенсивностью в зависимости от уже достигнутого уровня общественного благосостояния. Один фактор является стимулирующим развитие, другой – сдерживающим.

Математическая модель задачи. Пусть W – уровень общественного благосостояния, а A – критический уровень, то величина $A - W$ является сдерживающим фактором, а KW ($K > 0$) – стимулирующим.

Динамика уровня общественного благосостояния определяется тогда дифференциальным уравнением вида:

$$\frac{dW}{dY} = KW(A - W), \tag{3}$$

где $Y = Y(t)$ – доход на душу населения.

Дифференциальное уравнение (3) трактуется как **модель Золотаса** и представляет, с формальной точки зрения, **логистическое уравнение** или **уравнение Ферхюльста-Перла**, полученное при рассмотрении модели роста численности населения.

Решение задачи. Нетрудно заметить, что уравнение (3) аналогично уравнению (1). Поэтому его решение определяет хорошо известную логистическую кривую (рисунок 3.4.2), широко используемую при исследовании социально-экономических процессов. Исследуя решение уравнения (3), К. Золотас выделяет три стадии развития общества: I – «общество нужды», II – «общество постоянных улучшений», III – «общество снижающихся темпов роста общественного благосостояния». Константы P и Q определяют некоторые уровни доходов.

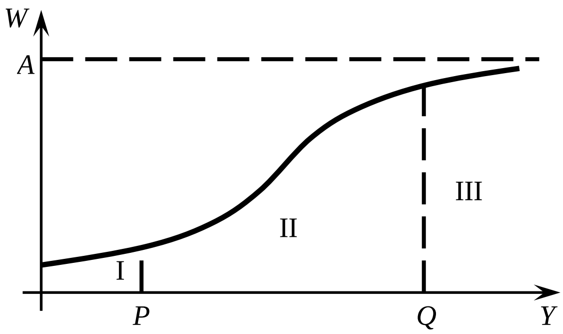

Рисунок 3.4.2 – Уровень общественного благосостояния

3.4.1.3. Реклама – «Двигатель торговли»

Постановка задачи. Пусть некоторая фирма реализует продукцию, о которой в момент t из числа потенциальных покупателей N знает лишь x покупателей. Для ускорения сбыта продукции даны рекламные объявления. Требуется построить математическую модель описания числа $x(t)$ покупателей, знающих о продукции, при условии, что время отсчитывается с момента выхода рекламных объявлений, когда о товаре узнало x_0 ($x_0 < N$) человек, т.е. $x(0) = x_0$.

Математическая модель задачи. Для построения математической модели процесса введем предположение о том, что после рекламы скорость изменения числа людей, знающих о продукте, пропорционально как числу потенциальных покупателей x, уже знающих о продукции, так и еще не знающих о ней $N - x$. В результате приходим к дифференциальному уравнению

$$\frac{dx}{dt} = kx(N - x)\,, \tag{4}$$

где $k > 0$ – коэффициент пропорциональности.

Решение задачи. Уравнение (4) также, как и уравнение (3), аналогично уравнению (1). Поэтому его решение может быть представлено в виде, похожем на (2):

$$x(t) = \frac{C_1 N e^{Nkt}}{1 + C_1 e^{Nkt}} = \frac{N}{1 + e^{-Nkt} / C_1}\,. \tag{5}$$

Произвольная постоянная C_1 находится из начального условия $x(0) = x_0$:

$$C_1 = \frac{x_0}{N - x_0}\,.$$

В результате получим

$$x(t) = \frac{N}{1 + \dfrac{N - x_0}{x_0} e^{-Nkt}}\,.$$

Таким образом, количество знающих о товаре не может расти неограниченно: $\lim\limits_{t\to\infty} x(t) = N$. При этом с течением времени эффективность рекламы, выраженная через скорость роста числа покупателей, знающих о продукции, существенно падает (рисунок 3.4.3).

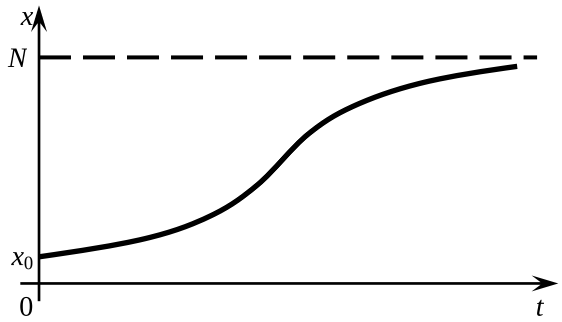

Рисунок 3.4.3 – Динамика изменения числа людей, знающих о продукции

3.4.1.4. Модель естественного роста выпуска продукции

Постановка задачи. Рассмотрим модель естественного роста выпуска некоторой продукции, которая продается по фиксированной цене p. Пусть $q(t)$ – количество продукции, реализованной на момент времени t. Тогда на этот момент времени получен доход, равный $p \cdot q(t)$, часть которого расходуется на инвестиции в производство реализуемой продукции, то есть $I(t) = mpq(t)$, где m – норма инвестиции, $m = \text{const}$, $0 < m < 1$.

Математическая модель задачи. Если предположить, что рынок не насыщен, то есть продукция полностью реализуется, то скорость роста выпуска продукции будет прямо пропорциональна инвестициям (**принцип акселерации**):

$$\frac{dq}{dt} = \alpha I(t).$$

В результате получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dq}{dt} = kq, \tag{6}$$

где $k = \alpha mp$.

Решение задачи. Уравнение (6), как и уравнения из предыдущих пунктов, является дифференциальным уравнением первого порядка с разделяющимися переменными. Его решение может быть записано в виде

$$q = Ce^{kt}$$

или при заданном начальном условии $q(t_0) = q_0$ –

$$q = q_0 e^{k(t-t_0)}. \tag{7}$$

Полученное решение (7) будет определять модель естественного роста выпуска продукции.

3.4.1.5. Анализ производительности труда

Постановка задачи. Темп T_y изменения производительности труда $y(t)$ равен

$$T_y(t) = \frac{t}{t^2 + a^2}.$$

Найти закон изменения производительности труда, если при $t = 0$ производительность равна y_0.

Математическая модель задачи. Под темпом изменения функции понимается относительная скорость ее изменения, то есть ее логарифмическая производная

$$T_y = \frac{y'}{y} = \ \ln y\ ' .$$

Тогда согласно условию задачи получим дифференциальное уравнение

$$\frac{y'}{y} = \frac{t}{t^2 + a^2} . \tag{8}$$

Решение задачи. Записывая в (8) производную y' в виде отношения дифференциалов

$$y' = \frac{dy}{dt}$$

придем к дифференциальному уравнению первого порядка с разделяющимися переменными

$$\frac{dy}{y} = \frac{tdt}{t^2 + a^2} . \tag{9}$$

Его решение может быть получено в виде

$$\ln y = \frac{1}{2}\ln(t^2 + a^2) + \ln C ,$$

откуда с учетом начального условия получим

$$y = \frac{y_0}{a}\sqrt{t^2 + a^2} .$$

3.4.2. Задачи экономики, приводящиеся к линейным дифференциальным уравнениям

3.4.2.1. Динамика рыночной цены

Постановка задачи. Рассмотрим задачу моделирования и исследования связи между изменением цены p и неудовлетворенным спросом $d(p) - s(p)$, где спрос $d(p) = a - bp$ и предложение $s(p) = \alpha + \beta p$ линейно зависят от цены p ($a, b, \alpha, \beta > 0$).

Математическая модель задачи. Согласно модели Самуэльсона скорость изменения цены пропорциональна неудовлетворенному спросу с коэффициентом пропорциональности $k > 0$, то есть

$$\frac{dp}{dt} = k \ \ d(p) - s(p) \ \ . \tag{10}$$

С учетом вида функций спроса и предложения данное уравнение примет вид

$$\frac{dp}{dt} + k(b + \beta)p = k(a - \alpha) . \tag{11}$$

Решение задачи. Уравнение (11) является **линейным неоднородным дифференциальным уравнением** (ЛНДУ) первого порядка. Его решение может быть найдено в виде суммы $p(t) = p_{\text{î}}(t) + p_{\div}(t)$ общего решения $p_{\text{î}}(t)$ соответствующего однородного уравнения

$$\frac{dp}{dt} + k(b+\beta)p = 0 \qquad (12)$$

и частного решения $p_{\div}(t)$ неоднородного уравнения (11).

Уравнение (12) является уравнением с разделяющимися переменными и его общее решение имеет вид

$$p_{\text{î}}(t) = Ce^{-k(b+\beta)t}\,. \qquad (13)$$

В качестве частного решения уравнения (11) (так как $k(b+t) \neq 0$) может быть взята функция

$$p_{\div}(t) = \overline{p} = \text{const}\,, \qquad (14)$$

где величина $\overline{p}$ находится из условия того, что функция (14) является решением уравнения (11). Отсюда имеем, что

$$\overline{p} = \frac{a-\alpha}{b-\beta}\,, \qquad (15)$$

то есть является равновесной ценой (цена, при которой спрос равен предложению).

Складывая функции (13) и (15), запишем общее решение нашей задачи

$$p(t) = \frac{a-\alpha}{b-\beta} + Ce^{-k(b+\beta)t}\,. \qquad (16)$$

Из полученного решения (16) видно, что в силу положительности коэффициентов k, b и β с ростом времени t функция $p(t)$ стремится к своему равновесному значению $\overline{p}$.

3.4.2.2. Задача о движении фондов

Постановка задачи. Пусть K – величина фондов в натуральном или стоимостном выражении, μ – коэффициент выбытия фондов. Выбытие ведет к уменьшению фондов за год на величину μK. Если считать, что выбытие фондов происходит равномерно, то за время Δt фонды уменьшатся на $\mu K \Delta t$.

С другой стороны, инвестиции ведут к увеличению фондов. Предположим, что инвестиции в размере I за год дадут увеличение фондов на величину ρI, где ρ, I – константы. Тогда за время Δt инвестиции при их равномерном вложении дадут увеличение фондов на величину $\rho I\Delta t$.

Математическая модель задачи. Учитывая предложенные предположения, имеем

$$K(t+\Delta t)=K(t)-\mu K\Delta t+\rho I\Delta t$$

или

$$K(t+\Delta t)-K(t)+\mu K\Delta t=\rho I\Delta t .$$

Разделив обе части последнего равенства на Δt , получим

$$\frac{\Delta K}{\Delta t}+\mu K=\rho I .$$

Устремляя $\Delta t\to 0$ придем к дифференциальному уравнению

$$\frac{dK}{dt}+\mu K=\rho I . \qquad (17)$$

Решение задачи. Полученное уравнение (17) является ЛНДУ первого порядка. Для его решения воспользуемся **методом вариации произвольной постоянной**, состоящим из трех этапов.

1. Составим соответствующее линейное однородное дифференциальное уравнение (ЛОДУ)

$$\frac{dK}{dt}+\mu K=0 , \qquad (18)$$

соответствующее ЛНДУ (17). Оно является дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными:

$$\frac{dK}{dt}=-\mu K\Rightarrow\frac{dK}{K}=-\mu dt\Rightarrow\int\frac{dK}{K}=-\int\mu dt+\ln C\Rightarrow$$

$$\ln|K|=-\mu t+\ln C\ -$$

общий интеграл ЛОДУ. Потенцируя, получим общее решение ЛОДУ (18) в виде

$$K=e^{-\mu t+\ln C}=e^{-\mu t}e^{\ln C} .$$

Следовательно

$$K=Ce^{-\mu t} . \qquad .(19)$$

2. Решение ЛНДУ будем искать в виде

$$K=z(t)e^{-\mu t} , \qquad (20)$$

то есть в решении ЛОДУ (19) произвольную постоянную *C* заменим новой неизвестной функцией $z(t)$. Такое представление решения ЛНДУ объясняет название метода решения.

Продифференцировав равенство (19), получим

$$K' = z'e^{-\mu t} - \mu z e^{-\mu t}.$$

Подставив теперь выражения $K(t)$ и $K'(t)$ в исходное ЛНДУ (17), придем к дифференциальному уравнению относительно функции $z(t)$:

$$z'e^{-\mu t} - \mu z e^{-\mu t} + \mu z e^{-\mu t} = \rho I \Rightarrow$$

$$z'e^{-\mu t} = \rho I \Rightarrow z' = \rho I e^{\mu t}.$$

Полученное уравнение является простейшим дифференциальным уравнением, а его решение имеет вид

$$z = \rho I \int e^{\mu t} dt + C_1 = \frac{\rho I}{\mu} e^{\mu t} + C_1.$$

Подставив найденное выражение в представление (20), получим решение ЛНДУ

$$K = z(t)e^{-\mu t} = \left(\frac{\rho I}{\mu} e^{\mu t} + C_1 \right) e^{-\mu t}.$$

Итак, искомая величина фондов выражается зависимостью

$$K(t) = \frac{\rho I}{\mu} + C_1 e^{-\mu t}.$$

3.4.2.3. Модель инвестирования Эйзнера-Штротца

Постановка задачи. В рассматриваемой модели фирма решает вопрос об использовании акционерного капитала K для расширения завода. Прибыль фирмы Π зависит от масштаба завода и имеет вид $\pi(K)$.

Математическая модель задачи. Затраты c, связанные с расширением производства, пропорциональны скорости расширения $K'(t)$. Таким образом, мы имеем возрастающую функцию $c = c(K')$. Если функция затрат c адекватно отражает трудности приведения в соответствие масштаба расширения завода и затрат, то, определив траекторию $K^*(t)$, мы можем рассматривать ее производную $\frac{dK^*}{dt}$, как оптимальную траекторию чистого инвестирования без использования механизма акселерации.

Задача фирмы сводится к следующему: найти зависимость $K^*(t)$, которая максимизирует ее общую прибыль

$$\Pi(K) = \int \Pi(K) - c(K') \; e^{-\rho t} dt, \tag{21}$$

при начальном условии $K(0) = K_0$ (ρ – процент дисконтирования).

Решение задачи. Необходимое условие экстремума функции (21) выражается уравнением Эйлера

$$\frac{\partial F}{\partial K} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial F}{\partial K'}\right) = 0,$$

где $F = \Pi(K) - c(K')\; e^{-\rho t}$.

Если предположить, что функции $\Pi(K)$ и $c(K')$ являются квадратическими:

$$\Pi = \alpha K - \beta K^2,\; c = aK'^2 + bK',\; (a, b, \alpha, \beta > 0),$$

то задача сведется к ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами

$$K'' - \rho K' - \frac{\beta}{a} K = \frac{b\rho - \alpha}{2a}. \qquad (22)$$

Решая уравнения (22), найдем оптимальную траекторию

$$K^*(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_1 e^{k_1 t} + \bar{K},$$

где

$$k_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\rho \pm \sqrt{\rho^2 + \frac{4\beta}{a}}\right),\; \bar{K} = \frac{\alpha - b\rho}{2\beta}.$$

3.4.2.4. Динамическая модель монополиста

Постановка задачи. Рассматривается фирма-монополист, производящая продукцию с квадратичной функцией затрат $C = \alpha Q^2 + \beta Q + \gamma$, ($\alpha, \beta, \gamma > 0$).

Так как запасы продукции не предусматриваются, выпуск Q устанавливается равным спросу. Спрос предполагается зависящим как от цены $P(t)$, так и от скорости ее изменения $P'(t)$:

$$Q = a - bP(t) + hP'(t),\; (a, b > 0;\; h \neq 0).$$

Тогда прибыль фирмы $\Pi = PQ - C$ будет зависеть от двух функций

$$\Pi(P(t), P'(t)) =$$

$$= (a - bP + hP')P - \alpha(a - bP + hP')^2 - \beta(a - bP + hP') - \gamma. \qquad (23)$$

Целью фирмы является нахождение оптимальной траектории цены $P^*(t)$, максимизирующей общую прибыль

$$\max \int_0^T \Pi(P, P')dt \qquad (24)$$

на конечном промежутке времени $t \in [0, T]$. Этот промежуток должен быть достаточно коротким, чтобы оправдать предположение о фиксированных функциях спроса и затрат, также как отсутствие множителя дисконтирования.

Математическая модель задачи. Для построения математической модели задачи запишем условие максимума функционала (24) в виде уравнения Эйлера

$$\frac{\partial \Pi}{\partial P} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \Pi}{\partial P'}\right) = 0 . \tag{25}$$

Учитывая вид функции (23), уравнение (25) можно привести к линейному дифференциальному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами

$$P'' - \frac{b(1+ab)}{\alpha h^2} P = -\frac{a + 2\alpha ab + \beta b}{2\alpha} .$$

Решение задачи. Общее решение этого уравнения с учетом условий

$$P(0) = P_0 ,\ P(T) = P_T$$

имеет вид

$$P*(t) = C_1 e^{rt} + C_2 e^{-rt} + \overline{P} ,$$

где

$$\overline{P} = \frac{a + 2\alpha ab + \beta b}{2b(1+\alpha b)} ,\ r = \sqrt{\frac{b(1+\alpha b)}{\alpha h^2}} ,$$

$$C_1 = \frac{P_0 - \overline{P} - (P_T - \overline{P})e^{rT}}{1 - 2^{2rT}} ,\ C_1 = \frac{P_0 - \overline{P} - (P_T - \overline{P})e^{-rT}}{1 - 2^{-2rT}} .$$

Таким образом, оптимальная траектория цены $P*(t)$ имеет достаточно сложный вид и требует дополнительного исследования.

3.4.3. Задачи экономики, приводящиеся к дифференциальным уравнениям Бернулли

3.4.3.1. Уравнение Бернулли

В курсе дисциплины «Математика» изучается решение линейных дифференциальных уравнений (ДУ) первого порядка

$$y' + a(x)y = f(x) . \tag{26}$$

Рассмотрим еще один класс ДУ, которые могут быть решены сведением к линейным ДУ.

Уравнение вида

$$y' + a(x)y = f(x)y^n, \tag{27}$$

где $n \in$ Ў называется уравнением Бернулли. Оно названо в честь Якоба Бернулли, опубликовавшего его в 1695 году. Метод решения с помощью замены, сводящей это уравнение к линейному, нашёл его брат Иоганн Бернулли в 1697 году.

В случае, когда $n = 0$ уравнение (27) является линейным, а при $n = 1$ – ДУ с разделяющимися переменными. Поэтому будем рассматривать случай, когда $n \neq 0$ и $n \neq 1$.

3.4.3.2. Первый метод решения

Первый метод решения уравнения (27) состоит в следующем. Предполагая, что $y \neq 0$, поделим обе части уравнения (27) на y^n. В результате получим

$$y^{-n}y' + a(x)y^{1-n} = f(x). \tag{28}$$

Для дальнейшего решения введем новую неизвестную функцию

$$z = y^{1-n}. \tag{29}$$

Тогда

$$z' = \left(y^{1-n}\right)' = (1-n)y^{-n}y'.$$

Следовательно

$$y^{-n}y' = \frac{z'}{1-n}. \tag{30}$$

Подставив выражения (29) и (30) в (28), придем к дифференциальному уравнению

$$\frac{z'}{1-n} + a(x)z = f(x). \tag{31}$$

Отсюда видно, что полученное уравнение (31) по своей форме аналогично уравнению (26), то есть является линейным однородным дифференциальным уравнением первого порядка. Следовательно, решение уравнения (27) состоит в сведении его путем замены (29) к уравнению (31), которое решается как линейное неоднородное ДУ относительно функции $z(x)$.

После того, как будет найдена новая функция $z(x)$, решение уравнения (27) отыскивается с учетом (29) в виде

$$y(x) = \left(z(x)\right)^{1/(1-n)} = \sqrt[1-n]{z(x)}.$$

3.4.3.3. Второй метод решения

Уравнение Бернулли можно проинтегрировать сразу методом вариации произвольной постоянной.

Составим сначала соответствующее линейное однородное ДУ

$$y' + a(x)y = 0 . \tag{32}$$

Общее решение уравнения (32) имеет вид

$$y = Ce^{-\int a(x)dx} . \tag{33}$$

Далее решение уравнения (27) ищем в виде

$$y = w(x)e^{-\int a(x)dx} , \tag{34}$$

где $w(x)$ – новая неизвестная функция.

Функцию $w(x)$ определяем из условия того, что функция (34) обращает уравнение (27) в тождество. Для этого продифференцируем (34)

$$y' = \left(w(x) \cdot e^{-\int a(x)dx} \right)' = w'(x) \cdot e^{-\int a(x)dx} + w(x) \cdot \left(e^{-\int a(x)dx} \right)' =$$

$$= w'(x) \cdot e^{-\int a(x)dx} + w(x) \cdot e^{-\int a(x)dx} \left(-\int a(x)dx \right)' =$$

$$= w'(x) \cdot e^{-\int a(x)dx} + w(x) \cdot e^{-\int a(x)dx} \cdot \left(-a(x) \right) =$$

$$= w'(x) \cdot e^{-\int a(x)dx} - a(x) \cdot w(x) \cdot e^{-\int a(x)dx} . \tag{35}$$

Подставляя полученное выражение (35) в уравнение (27), получим

$$\left(w'(x) \cdot e^{-\int a(x)dx} - a(x) \cdot w(x) \cdot e^{-\int a(x)dx} \right) + a(x) \cdot w(x) \cdot e^{-\int a(x)dx} =$$

$$= f(x)w^n(x)e^{-n\int a(x)dx} .$$

Раскрывая скобки и проводя несложные преобразования, придем к ДУ с разделяющимися переменными

$$w' = f(x)w^n e^{(1-n)\int a(x)dx} . \tag{36}$$

Для решения уравнения (36) перепишем его в виде

$$\frac{dw}{w^n} = f(x)e^{(1-n)\int a(x)dx} dx . \tag{37}$$

Интегрируя обе части уравнения (37), получим

$$\int \frac{dw}{w^n} = \int f(x)e^{(1-n)\int a(x)dx} dx ,$$

$$\int w^{-n}dw = \int f(x)e^{(1-n)\int a(x)dx}dx,$$

$$\frac{w^{-n+1}}{-n+1} = \int f(x)e^{(1-n)\int a(x)dx}dx + C_1,$$

$$w(x) = \left[(1-n)\int f(x)e^{(1-n)\int a(x)dx}dx + C_1\right]^{\frac{1}{1-n}}, \qquad (38)$$

где C_1 – постоянная интегрирования.

Подставив выражение (38) в формулу (34), найдем общее решение уравнения Бернулли

$$y(x) = \left[(1-n)\int f(x)e^{(1-n)\int a(x)dx}dx + C_1\right]^{\frac{1}{1-n}} \cdot e^{-\int a(x)dx}. \qquad (39)$$

3.4.3.4. Третий метод решения

Для интегрирования уравнения Бернулли можно также воспользоваться подстановкой

$$y(x) = u(x)v(x), \qquad (40)$$

где в качестве $v(x)$ берется любое нетривиальное решение однородного уравнения

$$v' + a(x)v = 0. \qquad (41)$$

Для того, чтобы найти функцию $u(x)$, продифференцируем (40)

$$y'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) \qquad (42)$$

и подставим (40) и (42) в уравнение (27). В результате получим

$$u'v + uv' + a(x)uv = f(x)(uv)^n,$$

$$u'v + u\left(v' + a(x)v\right) = f(x)(uv)^n. \qquad (43)$$

Учитывая (41), уравнение (43) можно переписать в виде

$$u'v = f(x)(uv)^n$$

или

$$\frac{u'}{u^n} = f(x)\cdot v^{n-1}. \qquad (44)$$

Проинтегрировав (44), получим

$$\frac{u^{1-n}}{1-n} = \int f(x)\cdot v^{n-1}(x)dx + C_1,$$

или

$$u(x) = \left[(1-n)\int f(x)\cdot v^{n-1}(x)dx + C_1\right]^{\frac{1}{1-n}}.$$

Тогда решение уравнения (27) в силу (40) запишется в виде

$$y(x) = v(x)\left[(1-n)\int f(x)\cdot v^{n-1}(x)dx + C_1\right]^{\frac{1}{1-n}}. \qquad (45)$$

Функция $v(x)$ является любым решение однородного уравнения (41). Тогда, согласно (33), можно взять

$$v(x) = e^{-\int a(x)dx}. \qquad (46)$$

Если теперь подставить (46) в (45) придем к решению, полностью совпадающему с (39).

Следует также отметить, решение, получаемое первым методом, также совпадет с решением (39).

3.4.3.5. Модель роста Солоу

Постановка задачи. В качестве примера задач, приводящих к уравнению Бернулли рассмотрим модель экономического роста, в которой производственные фонды K и трудовые ресурсы L связаны производственной функцией $Q = f(K,L)$, ($K,L>0$), где Q – конечный продукт (выпуск).

Математическая модель задачи. В **модели Солоу** предполагается, что

$$\frac{dK}{dt} = sQ, \qquad (47)$$

где s – доля сбережений в доходе, и

$$\frac{dL}{dt} = \lambda L, \qquad (48)$$

где λ – темп роста трудовых ресурсов.

Динамическая природа этих предположений состоит в том, что они определяют не уровни значений K и L, а скорости их изменения.

Возьмем в качестве производственной функции функцию Кобба-Дугласа $Q = K^{\alpha}L^{1-\alpha}$. Если обозначить

$$k = K/L, \qquad (49)$$

то производственную функцию можно переписать в виде

$$Q = Lk^{\alpha}. \qquad (50)$$

Подставим теперь выражение (50) в уравнение (47):

$$\frac{dK}{dt} = sLk^{\alpha}. \qquad (51)$$

Так как $K = kL$ (см. (49)), то

$$\frac{dK}{dt} = L\frac{dk}{dt} + k\frac{dL}{dt}.$$

Отсюда, с учетом (48), имеем:

$$\frac{dK}{dt} = L\frac{dk}{dt} + k\lambda L. \qquad (52)$$

Приравняв теперь правые части равенств (51) и (52) и поделив на L, получим дифференциальное уравнение для функции $k(t)$

$$\frac{dk}{dt} + k\lambda = sk^{\alpha}. \qquad (53)$$

Уравнение (53) является дифференциальным уравнением Бернулли.

Решение задачи. Для решения полученного уравнения вводится новая искомая функция

$$z(t) = k^{1-\alpha}. \qquad (54)$$

Такая замена приводит уравнение (53) к ЛНДУ первого порядка относительно новой функции $z(t)$:

$$\frac{dz}{dt} + (1-\alpha)\lambda z = (1-\alpha)s. \qquad (55)$$

Решение вновь полученного уравнения (55) находится аналогично решению уравнения (17) из предыдущей задачи и имеет вид

$$z(t) = \frac{s}{\lambda} + C_1 e^{-(1-\alpha)\lambda t}.$$

Учитывая теперь замену (54), получим

$$k(t) = \left(\frac{s}{\lambda} + C_1 e^{-(1-\alpha)\lambda t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}.$$

Из анализа полученного решения при $t \to \infty$ видно что отношение $k = K/L$ стремится к постоянному значению

$$\lim_{t\to\infty} k(t) = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{s}{\lambda} + C_1 e^{-(1-\alpha)\lambda t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(\frac{s}{\lambda}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}.$$

Это равновесное значение прямо пропорционально доле сбережений в доходе s и обратно пропорционально темпу роста рабочей силы λ.

3.4.4. Задачи экономики, приводящиеся к системам дифференциальных уравнений

3.4.4.1. Задача о разведчике

В качестве примера задачи, приводящей к системе дифференциальных уравнений, рассмотрим «задачу о разведчике».

Постановка задачи. В засекреченном городке около 100000 рабочих работало на трех крупных заводах A, B и C (других заводов в городе не было). Разведчику удалось достать данные о текучести кадров: за год из каждой тысячи работающих с завода A 20 человек переходит на завод B и 15 человек на завод C и т.д. (см. рисунок 3.4.4). Городок тем не менее жил стабильной спокойной жизнью уже много лет. В этих условиях разведчику удалось установить численность работающих на каждом из заводов.

Математическая модель задачи. Попробуем повторить его рассуждения и расчеты, опираясь на теорию дифференциальных уравнений.

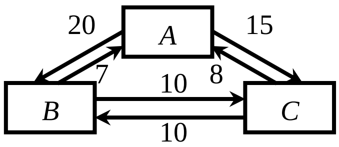

Рисунок 3.4.4. Данные о текучести кадров

Пусть $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ – численность работающих на заводах A, B и C, соответственно. Тогда текучесть кадров на упомянутых заводах соответствует скорости изменения численности работающих и, следовательно, равна производным функций $x(t)$, $y(t)$ и $z(t)$.

Используя приведенные на рисунке (рисунок 3.4.4) данные о текучести кадров составим систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -0.035x + 0.007y + 0.008z \\ \dfrac{dy}{dt} = 0.030x - 0.017y + 0.010z \\ \dfrac{dz}{dt} = 0.015x + 0.010y - 0.018z \end{cases} \tag{56}$$

и запишем начальное условие

$$x(0)+y(0)+z(0)=100000, \tag{57}$$

которое представляет собой так называемое нормировочное уравнение.

Решение задачи. Если ввести обозначения

$$X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},\ \frac{dX}{dt}=\begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix}$$

и записать матрицу коэффициентов системы (56)

$$A=\begin{pmatrix} -0.035 & 0.007 & 0.008 \\ 0.020 & -0.017 & 0.010 \\ 0.015 & 0.010 & -0.018 \end{pmatrix}, \tag{58}$$

то получим матричную запись системы (56)

$$\frac{dX}{dt}=AX\ .$$

Для получения общего решения системы дифференциальных уравнений следует записать характеристическую матрицу

$$A-\lambda E\ =\begin{pmatrix} -0.035-\lambda & 0.007 & 0.008 \\ 0.020 & -0.017-\lambda & 0.010 \\ 0.015 & 0.010 & -0.018-\lambda \end{pmatrix},$$

и записав характеристическое уравнение

$$\det\ A-\lambda E\ =0,$$

найдем собственные значения матрицы (58)

$$\lambda_1=-0.0423,\ \lambda_2=0,\ \lambda_3=-0.0276$$

и собственные векторы

$$B_1=\begin{pmatrix} -0.8043 \\ 0.5240 \\ 0.2803 \end{pmatrix},\ B_2=\begin{pmatrix} -0.2886 \\ -0.7145 \\ -0.6374 \end{pmatrix},\ B_3=\begin{pmatrix} 0.0475 \\ -0.7296 \\ 0.6821 \end{pmatrix}.$$

В результате общее решение системы (56) примет вид

$$X=C_1B_1e^{-0.0423t}+C_2B_2+C_3B_3e^{-0.0276t}$$

или

$$X = C_1 \begin{pmatrix} -0.8043 \\ 0.5240 \\ 0.2803 \end{pmatrix} e^{-0.0423t} + C_2 \begin{pmatrix} -0.2886 \\ -0.7145 \\ -0.6374 \end{pmatrix} + C_3 \begin{pmatrix} 0.0475 \\ -0.7296 \\ 0.6821 \end{pmatrix} e^{-0.0276t}, \quad (59)$$

где C_i – произвольные постоянные.

Из полученного общего решения системы дифференциальных уравнений видно, что система (56) обладает предельным стационарным решением при $t \to \infty$. Действительно в этом случае первое и третье слагаемые в выражении (59) стремятся к нулю и остается лишь среднее слагаемое.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C_2 \begin{pmatrix} -0.2886 \\ -0.7145 \\ -0.6374 \end{pmatrix},$$

Для нахождения постоянной C_2 воспользуемся условием (57), откуда получим $C_2 = -60957.03$. Окончательно получим

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17592 \\ 43554 \\ 38854 \end{pmatrix}.$$

3.4.4.2. Экономическая задача выравнивания цен по уровню актива

Постановка задачи. Пусть изменение уровня актива q пропорционально разности между предложением s и спросом d с коэффициентом пропорциональности k ($k > 0$). Пусть, кроме того, изменение цены p также пропорционально отклонению актива q от некоторого фиксированного уровня q_0 с коэффициентом пропорциональности m ($m > 0$).

Требуется записать систему дифференциальных уравнений, соответствующую задаче выравнивания цен по уровню актива q при вышеизложенных предположениях.

Математическая модель задачи. Согласно механическому смыслу производной скорость изменения функции является ее производной по времени. Тогда, следуя условиям задачи, можем записать

$$\begin{cases} q' = k(s-d), \\ p' = -m(q-q_0). \end{cases}$$

где штрих при переменной обозначает производную по времени.

Учитывая, что предложение s и спрос d являются функциями цены p, то есть $s = s(p)$ и $d = d(p)$, придем к следующей системе дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} q' = k[s(p) - d(p)], \\ p' = -m(q - q_0). \end{cases} \tag{60}$$

Полученная система описывает динамическую модель выравнивания цен по уровню актива. Система может быть как линейной, так и нелинейной в зависимости от вида входящих в нее функций спроса и предложения.

Решение задачи. Рассмотрим простейший случай, когда зависимости спроса и предложения от цены линейные:

$$s(p) = ap + s_0, \; d(p) = -cp + d_0, \; a, c > 0.$$

тогда система (60) перепишется в виде

$$\begin{cases} q' = k[(a+c)p + s_0 - d_0], \\ p' = -m(q - q_0). \end{cases} \tag{61}$$

Таким образом, пришли к системе линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. В случае $s_0 \neq d_0$ и $q \neq q_0$ система является неоднородной.

Исследуемая система обладает стационарной точкой $q = q_0$, $p = p_0 = \dfrac{d_0 - s_0}{a + c}$, определяемой системой уравнений

$$\begin{cases} k[(a+c)p + s_0 - d_0] = 0, \\ -m(q - q_0) = 0. \end{cases}$$

Следовательно, система (61) может быть приведена к однородной системе введением замены $x_1 = q - q_0$, $x_2 = p - p_0$:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ \dfrac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1 + a_{22}x_2, \end{cases} \tag{62}$$

где $a_{11} = 0$, $a_{12} = k(a+c)$, $a_{21} = -m$, $a_{22} = 0$.

К системе (62) легко может быть применен аппарат теории дифференциальных уравнений. В частности система (62) легко сводится к двум линейным однородным дифференциальным уравнениям второго порядка для каждой из искомых функций $x_1(t)$ и $x_2(t)$.

3.5. Разностные уравнения в системе подготовки специалистов экономического профиля[5]

Как было показано в предыдущем разделе, важным инструментом построения математических моделей социально-экономических задач, задач планирования, управления и сервиса являются дифференциальные уравнения (см., например, [26, 44]).

Дискретным аналогом таких уравнений являются разностные уравнения [44]. В них операция дифференцирования заменяется конечной разностью, переводящей последовательность значений искомой функции в различные моменты времени в последовательность конечных разностей.

3.5.1. Применение разностных уравнений первого порядка для исследования паутинообразной модели рынка

3.5.1.1. Постановка задачи

Пусть некоторая производственная фирма определяет предложение S товара в текущем периоде на основе цены p, установившейся в предыдущем периоде: $S_t = S(p_{t-1})$. Спрос на товар D зависит от цены товара в данном периоде: $D_t = D(p_t)$. Требуется исследовать динамику цен и найти равновесную цену.

3.5.1.2. Математическая модель задачи

Для построения математической модели предположим, что функции спроса и предложения линейны относительно цены, причем с ростом цены предложение растет, а спрос падает. $S_t = m + qp_{t-1}$, $D_t = a - bp_t$. Здесь $a > m > 0$, $q > 0$, $b > 0$.

Найдем равновесную цену из условия равенства спроса и предложения $D_t = S_t$. В результате получим разностное уравнение $bp_t + qp_{t-1} = a - m$. Переходя на один период по времени, придем к л**инейному неоднородному разностному уравнению** первого порядка относительно цены

$$p_{t+1} + \frac{q}{b} p_t = \frac{a-m}{b}. \qquad (63)$$

---

[5] Данный раздел написан с использованием материалов работ [3, 14, 34, 35, 39].

3.5.1.3. Решение задачи

Как и при решении линейных дифференциальных уравнений, решение уравнения (63) может быть представлено как сумма общего решения $p_{\hat{\imath}}(t)$ однородного и частного решения $p_{\div}(t)$ неоднородного уравнений

$$p_t = p_{\div}(t) + p_{\hat{\imath}}(t)\,. \tag{64}$$

Решение соответствующего однородного уравнения находится в виде

$$p_{\hat{\imath}}(t) = C\left(-\frac{q}{b}\right)^t, \tag{65}$$

где C – произвольная постоянная.

Частное решение неоднородного уравнения (63) следует искать в виде

$$p_{\div}(t) = p_{\div}(t+1) = c = \text{const}\,.$$

После подстановки в уравнение (63) получим

$$p_{\div}(t) = \frac{a-m}{b+q}\,. \tag{66}$$

Подставив теперь найденные выражения (65) и (66) в общее решение (64) неоднородного уравнения, получим

$$p_t = \frac{a-m}{b+q} + C\left(-\frac{n}{b}\right)^t, \quad t = 1, 2, 3, \ldots\,. \tag{67}$$

Постоянная C находится из условия задания начальной цены p_0 при $t = 0$:

$$C = p_0 - \frac{a-m}{b+q}\,.$$

Подставив найденные выражения в общее решение, получим

$$p_t = \frac{a-m}{b+q} + \left(p_0 - \frac{a-m}{b+q}\right)\left(-\frac{n}{b}\right)^t, \quad t = 0, 1, 2, 3, \ldots\,.$$

3.5.1.4. Исследование решения задачи

Полученное решение позволяет наглядно продемонстрировать динамику изменения цены в зависимости от величин параметров q и b.

1. Если $q < b$, то последовательность цен p_t будет сходиться к равновесному состоянию $p^* = \dfrac{a - m}{q + n}$ (рисунок 3.5.1).

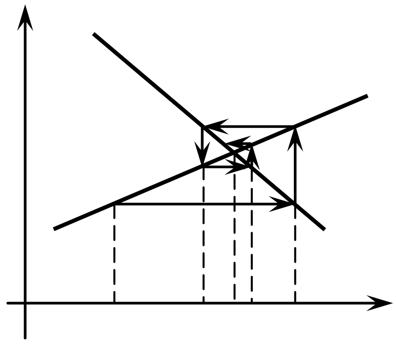

Рисунок 3.5.1

2. Если $q > b$, то с течением времени цена p_t будет удаляться от равновесного состояния (рисунок 3.5.2).

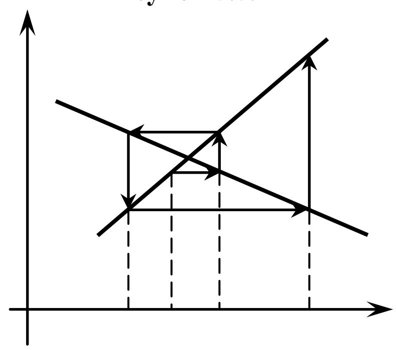

Рисунок 3.5.2

3. При $q = b$ будут иметь место циклические колебания цены относительно равновесного состояния (рисунок 3.5.3).

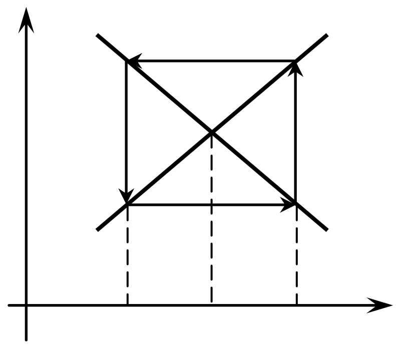

Рисунок 3.5.3

Подводя итог изложенному, отметим, что мы познакомились с важным с точки зрения приложений классом уравнений, а именно с **разностными уравнениями**. Рассмотренное одно из приложений показало пример решения задач экономической динамики с дискретным временем.

3.5.2. Модель делового цикла Самуэльсона-Хикса

Рассмотрим теперь пример построения математической модели делового цикла Самуэльсона-Хикса и решения соответствующего линейного разностного уравнения второго порядка.

3.5.2.1. Построение математической модели

Модель Самуэльсона-Хикса или **модель мультипликатора-акселератора** – динамическая экономическая модель (модель экономических циклов), связывающая экономические циклы с взаимодействием мультипликатора инвестиций (больший рост выпуска по сравнению с вызвавшим его ростом инвестиций) и акселератора (увеличение инвестиций, индуцированное ростом выпуска).

Построим математическую модель делового цикла Самуэльсона-Хикса (см., например, [44]). В этой модели используется так называемый принцип акселерации, то есть предположение о том, что масштабы инвестирования прямо пропорциональны приросту национального дохода $I_t = V(y_{t-1} - y_{t-2})$, где $V > 0$ – фактор акселерации, I_t – величина инвестиций в период t, y_{t-2}, y_{t-1} – величины национального дохода в $(t-2)$-м и $(t-1)$-м периодах. Предполагается также, что потребление на данном этапе зависит от величины национального дохода на предыдущем этапе $C_t = ay_{t-1} + b$.

Тогда условие равенства спроса и предложения $y_t = I_t + C_t$ приводит к разностному уравнению

$$y_t = (a+V)y_{t-1} - Vy_{t-2} + b, \qquad (68)$$

называемому **уравнением Хикса**.

Переходя на два периода по времени и вводя обозначения $p = -(a+V)$, $q = V$, придем к линейному неоднородному разностному уравнению второго порядка

$$y_{t+2} + py_{t+1} + qy_t = b. \qquad (69)$$

3.5.2.2. Решение задачи

Структура общего решения уравнения (69) определяется как сумма общего решения $y_{\hat{\imath}}(t)$ однородного и частного решения $y_{\div}(t)$ неоднородного уравнений:

$$y_t = y_{\hat{\imath}}(t) + y_{\div}(t). \qquad (70)$$

Для **решения однородного уравнения** составляется характеристическое уравнение $\lambda^2 + p\lambda + q = 0$. Решение однородного уравнения зависит от величины дискриминанта $D = p^2 - 4q$ (см., напр., [37]).

Частное решение неоднородного уравнения ищем в виде $\tilde{y}(t) = c$. Тогда $y_t = y_{t+1} = y_{t+2} = c$ и из уравнения (69) получаем $c + pc + qc = b$. Следовательно,

$$y_{ч}(t) = \frac{b}{1 + p + q}. \tag{71}$$

Рассмотрим решение уравнения Хикса (68) при конкретных значениях параметров $a = 0.5$, $V = 0.5$, $b = 4$, то есть решение уравнения $y_t - y_{t-1} + 0.5y_{t-2} = 4$.

Частное решение этого уравнения, согласно формуле (71), будет иметь вид

$$y_{ч}(t) = \frac{4}{1 - 0.5} = 8. \tag{72}$$

Для построения общего решения соответствующего однородного уравнения составим характеристическое уравнение

$$\lambda^2 - \lambda + 0.5 = 0.$$

Дискриминант этого уравнения равен $D = 1 - 4 \cdot 0.5 = -1 < 0$, а его корни равны

$$\lambda_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{-1}}{2} = \frac{1 \pm i}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} \pm i \sin\frac{\pi}{4}\right).$$

Следовательно, общее решение соответствующего однородного уравнения примет вид

$$y_{о}(t) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^t \left(C_1 \cos\frac{t\pi}{4} + C_2 \sin\frac{t\pi}{4}\right). \tag{73}$$

Окончательно, подставив (73) и (72) в (70), найдем общее решение исходного неоднородного уравнения

$$y_t = 8 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^t \left(C_1 \cos\frac{t\pi}{4} + C_2 \sin\frac{t\pi}{4}\right). \tag{74}$$

Характер поведения решения (74) при различных значениях постоянных C_1 и C_2 демонстрируют приведенные ниже примеры (рисунок 1– рисунок 4). Величины параметров указаны в подписях к рисункам.

Видно, что присутствие тригонометрических функций в решении приводит к колебательному характеру изменения национального дохода. При этом амплитуда колебаний $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^t$ с течением времени убывает.[6]

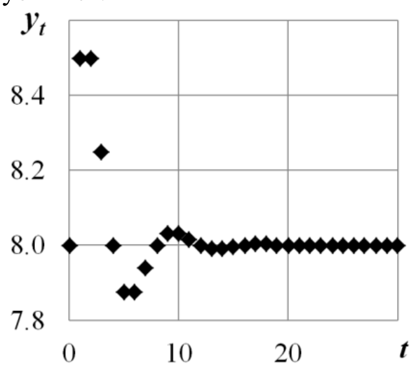

Рисунок 3.5.4 – Динамика поведения решения при $C_1 = 0$, $C_2 = 1$

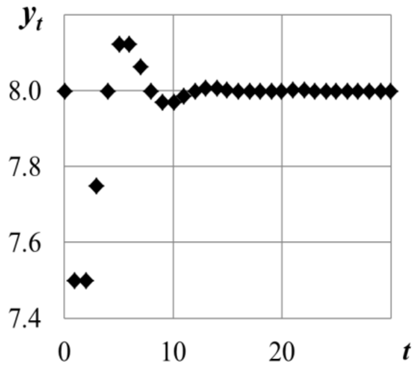

Рисунок 3.5.5 – Динамика поведения решения при $C_1 = 0$, $C_2 = -1$

[6] Отметим, что в учебнике [44], откуда взят этот пример, имеется неточность в определении корней характеристического уравнения. Поэтому в [44] сделан неверный вывод о возрастании амплитуды колебаний.

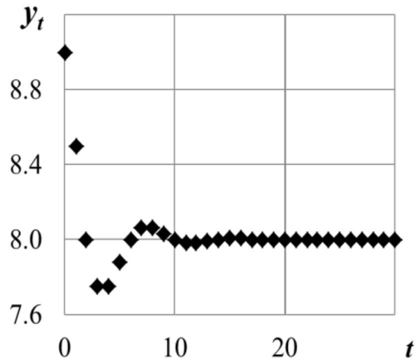

Рисунок 3.5.6 – Динамика поведения решения при $C_1 = 1$, $C_2 = 0$

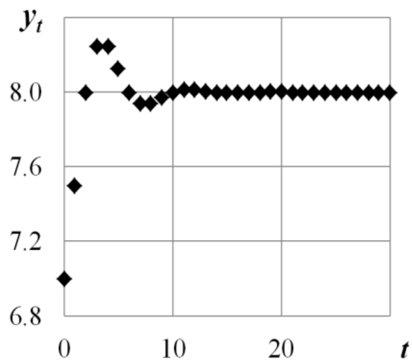

Рисунок 3.5.7 – Динамика поведения решения при $C_1 = -1$, $C_2 = 0$

Подводя итог изложенному, отметим, что мы познакомились с важным с точки зрения приложений классом уравнений, а именно с **разностными уравнениями**. Рассмотренная модель делового цикла Самуэльсона-Хикса показала пример решения задач экономической динамики с дискретным временем.

3.5.3. Динамическая модель Леонтьева, как пример линейной системы разностных уравнений

В настоящем параграфе на примере динамической модели В.В. Леонтьева рассмотрим применение линейных систем разностных уравнений для описания модели межотраслевого баланса. Данная система уравнений учитывает инерцию планирования. В результате продукт, предназначенный для внутреннего и конечного потребления в период t, определяется не текущим выпуском, а выпуском в последующий период $t+1$.

3.5.3.1. Модель межотраслевого баланса

Межотраслевой баланс (МОБ) – это экономико-математическая балансовая модель, характеризующая межотраслевые производственные взаимосвязи в экономике страны. Он характеризует связи между выпуском продукции в одной отрасли и затратами, расходованием продукции всех участвующих отраслей, необходимыми для обеспечения этого выпуска.

Теоретические основы межотраслевого баланса были разработаны В.В. Леонтьевым в Берлине, русскую версию его статьи под названием «Баланс народного хозяйства СССР» опубликовал журнал «Плановое хозяйство» в № 12 за 1925 год [25].

В своей статье учёный показал, что коэффициенты, выражающие связи между отраслями экономики, достаточно стабильны и их можно прогнозировать.

В 1930-е годы В.В. Леонтьев применил метод анализа межотраслевых связей с привлечением аппарата линейной алгебры для исследования экономики США. Метод стал известен под названием «затраты-выпуск». Аналогичный баланс для СССР, разработанный Леонтьевым, использовался властями США для принятия решения об объёмах и структуре Ленд-лиза.

Первая в нашей стране и одна из первых в мире динамическая межотраслевая модель национальной экономики была разработана в Новосибирске доктором экономических наук Н.Ф. Шатиловым. В дальнейшем, под разные конкретные задачи, разрабатывались и другие динамические модели МОБ.

В настоящем разделе показано построение динамической модели МОБ с использованием теории разностных уравнений.

3.5.3.2. Построение математической модели

Классическая модель МОБ описывается на языке линейной алгебры уравнением Леонтьева

$$X = AX + Y, \tag{75}$$

где

$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ – столбец валового выпуска,

$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$ – столбец конечного потребления,

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ – матрица коэффициентов прямых затрат.

В уравнении Леонтьева (75) все его компоненты полагались осредненными за некоторый период времени.

В реальности же продукт, предназначенный для внутреннего и конечного потребления в период t, определяется не текущим выпуском, а выпуском в последующий период $t+1$.

Эта задержка производства обусловлена многими факторами.

Например:

- инерцией планирования производства,
- инерцией его перенастройки,
- изменением расходов на сырье

и т.д.

Таким образом, мы пришли к системе линейных неоднородных разностных уравнений первого порядка

$$X(t+1) = AX(t) + Y(t),$$

которая может быть расписана в следующем виде

$$\begin{cases} x_1(t+1) = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + \ldots + a_{1n}x_n(t) + y_1(t), \\ x_2(t+1) = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + \ldots + a_{2n}x_n(t) + y_2(t), \\ \quad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \ddots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ x_n(t+1) = a_{n1}x_1(t) + a_{n2}x_2(t) + \ldots + a_{nn}x_n(t) + y_n(t). \end{cases}$$

3.5.3.3. Постановка задачи

Определить динамику вектора валового выпуска $X(t)$, при заданной матрице коэффициентов прямых затрат

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 \\ 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$$

и при заданном векторе конечного потребления

$$Y(t) = \begin{pmatrix} 2^t \\ 2^t \end{pmatrix}.$$

3.5.3.4. Решение задачи

Согласно условиям задачи ее решение сводится к решению системы линейных неоднородных разностных уравнений

$$\begin{cases} x_1(t+1) - 0,2x_1(t) - 0,3x_2(t) = 2^t, \\ x_2(t+1) - 0,3x_1(t) - 0,2x_2(t) = 2^t. \end{cases}$$

Общее решение этой системы ищется как сумма частного ее решения $X_{ч}(t)$ и общего решения $X_{о}(t)$ соответствующей системы однородных разностных уравнений

$$\begin{cases} x_1(t+1) - 0,2x_1(t) - 0,3x_2(t) = 0, \\ x_2(t+1) - 0,3x_1(t) - 0,2x_2(t) = 0. \end{cases}$$

Используя метод неопределенных коэффициентов, получим, что частное решение системы неоднородных уравнений имеет вид

$$X_{ч}(t) = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 2/3 \end{pmatrix} \cdot 2^t .$$

Общее решение системы однородных уравнений было получено в виде

$$X_{о}(t) = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \lambda_1^t + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \lambda_2^t ,$$

где C_1, C_2 – произвольные коэффициенты, $\lambda_1 = 0,5$, $\lambda_2 = -0,1$.

Складывая решения $X_{ч}(t)$ и $X_{о}(t)$, найдем общее решение рассматриваемой задачи

$$X(t) = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 2/3 \end{pmatrix} \cdot 2^t + C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot (0,5)^t + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot (-0,1)^t .$$

Полученное решение показывает динамику изменения вектора валового выпуска в двухотраслевой динамической модели Леонтьева.

Произвольные постоянные C_1 и C_2 определяются по задаваемым начальным условиям.

Итак, мы познакомились с динамической моделью межотраслевого баланса, приводящую с системе линейных неоднородных разностных уравнений первого порядка.

Приведенный пример показывает важность изучения данных уравнений, как имеющих несомненное прикладное значение.

Выводы по главе

Экономика и финансы по своей сути количественные науки и математические методы играют важную роль в подготовке грамотных специалистов. Несмотря на появление новых возможностей использования математики, связанных с применением вычислительной техники, не потеряли своего значения и классические методы, в частности методы качественного исследования, использующие аппарат математического анализа. С помощью этих методов производится правильная постановка задач, создание новых математических моделей, отбор материала, разработка алгоритмов.

Основной задачей преподавателя математики, наряду с обучением самой математике, является задача научить человека думать. Именно изучение математики приучает учащегося работать систематически, последовательно и настойчиво.

Особое место в учебном процессе занимают лекции. Они играют основополагающую роль, направляют процесс обучения, определяют его содержание и уровень. Грамотное создание и использование презентаций PowerPoint при чтении лекций позволяет не только дать обучаемым необходимые знания, но и активизировать их работу на лекции.

Математическое изучение закономерностей действительного мира, в частности, проблем, которые ставит перед нами экономика, часто приводит к уравнениям, связывающим неизвестные величины и производные этих величин, то есть к дифференциальным уравнениям.

Обыкновенные дифференциальные уравнения объединяют и обобщают основные идеи математического анализа, раскрывают сущность бесконечно малых как одного из важнейших средств познания явлений природы, процессов, происходящих в различных разделах науки и техники, экономики, экологии.

Процедура составления дифференциальных уравнений является важным и достаточно трудоемким этапом любого исследования, так как не существует единого универсального подхода, пригодного на все случаи жизни. Поэтому необходимы знания основных понятий данной прикладной дисциплины и, кроме того, обладание опытом и определенными навыками решения различных задач.

Дискретным аналогом дифференциальных уравнений являются разностные уравнения. В них операция дифференцирования заменяется конечной разностью, переводящей последовательность значений искомой функции в различные моменты времени в последовательность конечных разностей. Такие уравнения возникают в задачах экономики для процессов с дискретным временем.

Таким образом, мы еще раз убеждаемся, что не должно быть разрыва при изучении классических разделов математики и специальных разделов экономики в вузах социально-экономического профиля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итог вышеизложенному, отметим, что для традиционной методической системы характерны: ведущая роль теоретических знаний в содержании образования, преобладание догматического и объяснительно-иллюстративного способов обучения. Тем самым делается упор на ориентацию учебного процесса на деятельность педагога, а в учебной деятельности учащихся – на доминирование памяти над мышлением, что является одной из основных причин низкой результативности этой системы обучения.

В результате активного развития разных областей науки, техники и культуры, в условиях расширения международных связей возникает потребность в компетентных специалистах с высоким уровнем креативности, обладающих хорошим уровнем адаптации и социализации в современном обществе. Поэтому на современном этапе развития высшего образования большое внимание должно уделяться креативному педагогическому процессу.

Удовлетворение новых запросов общества в подготовке специалистов требует перестройки всей работы современного учебного заведения. Важнейшие современные требования, предъявляемые к системе образования – глобализация и интернационализация, стандартизация и унификация, открытость и доступность – требуют высокого качества образовательных услуг, обеспечивающих конвертируемость образования, социальную и профессиональную мобильность выпускника, его конкурентоспособность и другие личностные качества специалиста.

Обязательным для развития креативности становится стимулирование и поощрение самостоятельного подхода, оригинальных предложений, коллективных обсуждений, применение эвристических методов («мозговой штурм», преодоление тупиковых ситуаций, анализ взаимосвязанных областей решения) и др.

Проведенный анализ состояния организации самостоятельной работы студентов (СРС) по изучению математики в вузе выявил противоречия между:

а) социальным заказом общества к совершенствованию самостоятельной учебной деятельности студентов, сформулированном в государственных нормативных документах по образованию, и уровнем их умений учиться самостоятельно;

б) требованием концепции модернизации российского образования по усилению роли деятельностного подхода к обучению и недостаточным использованием его возможностей в имеющихся теоретических исследованиях и в практике вузовского обучения;

в) сокращением количества аудиторных занятий в вузе, увеличением доли СРС в ФГОС ВПО и низким уровнем сформированности умений студентов учиться самостоятельно;

г) возрастанием роли педагогических и информационных технологий в образовании и недостаточным вниманием теории и методики профессионального образования к использованию интеграции технологического и информационного подходов к обучению в вузе и к организации СРС по изучению математических курсов.

Для исправления ситуации, в данной работе рассмотрены успешно используемые нами в обучении особенности смешанного (гибридного) обучения, blended learning:

1) программа обучения ориентируется на студентов с различным уровнем экономико-математической подготовки и предлагает различные режимы занятий-тренингов: как самостоятельное создание простейших моделей по аналогии, так и режим обсуждения и проработки постановок задач от бизнеса для «продвинутых пользователей»;

2) ориентация на реальные задачи: отличительной особенностью обучения является рассмотрение в процессе обучения в аудитории широкого спектра кейсов по рассматриваемым предметным областям и проблемным ситуациям, на основе примеров, взятых из реальной практики;

3) эффективное сочетание теории и практики: в основу подготовки студентов положен академический опыт ведущих научных школ, высокая профессиональная квалификация преподавателей.

Основной проблемой молодых специалистов является недостаток практических навыков. Поэтому, начиная с самого начала обучения, студента необходимо знакомить с практическими приложениями получаемых знаний. Особенно это относится к изучению математики, значение которой многие студенты, мягко говоря, недооценивают.

Основной задачей преподавателя математики, наряду с обучением самой математике, является задача научить человека думать. Именно изучение математики приучает учащегося работать систематически, последовательно и настойчиво.

Проникновение математики и ее различных разделов в экономику, планирование и управление является определяющей особенностью современного этапа развития общества. Появление новых математических методов вызвано объективными причинами. Расширение масштабов производства, углубление его специализации, развитие кооперации, усложнение межхозяйственных связей и другие качественные и количественные изменения в экономике привели к резкому увеличению числа возможных решений, из которых надо выбрать лучшее.

Экономика и финансы по своей сути количественные науки и математическое образование играет важную роль в подготовке грамотных специалистов экономического профиля. Несмотря на появление новых возможностей использования математики, связанных с применением вычислительной техники, не потеряли своего значения и классические методы, в частности методы качественного исследования, использующие аппарат математического анализа, дифференциальных и разностных уравнений. Знание этих методов позволит будущим специалистам создавать новые математические модели социально-экономических процессов, давать правильную математическую постановку стоящих передними задач, разрабатывать алгоритмы их решения.

Инновационный подход к обучению или воспитанию означает введение и использование в образовательном процессе учебного заведения педагогических инноваций. Инновационные процессы в образовании существуют не изолированно друг от друга, а взаимодействуют между собой. Эта тенденция обусловлена интеграционными процессами в науке, в формировании современного стиля научного мышления человека и интеграционными процессами в самом образовании.

Учебный процесс не должен быть монотонным, он должен стимулировать творческие силы. При применении инновационных методик, способствующих развитию креативности и интеллекта студентов, необходимо постоянно учитывать параметры их личностного роста и психологическое состояние.

Особое место в учебном процессе занимают лекции. Они играют основополагающую роль, направляют процесс обучения, определяют его содержание и уровень. Поэтому инновационные технологии преподнесения студентам лекционного материала являются одной из основных форм стимулирования их познавательной деятельности. Грамотное создание и использование презентаций PowerPoint при чтении лекций позволяет не только дать обучаемым необходимые знания, но и активизировать их работу на лекции.

Таким образом, мы еще раз убеждаемся, что не должно быть разрыва при изучении классических разделов математики и специальных разделов экономики в вузах социально-экономического профиля. Должна происходить интеграция математического образования и инновационных подходов к обучению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аверина Л.В. Интегрированный курс «Математика и информатика». – Интегрированное обучение: Технологические аспекты: Сб. статей. Ч. II / Под ред. Е.И. Саниной. – Тула: ТОИРО, 2010. – С. 26-46.
2. Алексеев М.В. Ключевые компетенции в педагогической литературе // Педагогические технологии. – № 3. – 2011. – С. 3-17.
3. Андреева Т.С., Поташев А.В., Поташева Е.В. Динамическая модель Леонтьева, как пример линейной системы разностных уравнений // Современные проблемы технологий торгового и гостиничного сервиса. Материалы международной конференции молодых ученых, аспирантов, студентов и учащихся / Под ред. И.Т. Насретдинова, д.э.н., проф. – М.: Российский университет кооперации, 2014. – С.28-29.
4. Байдак В.А. Алгоритмическая направленность обучения математике: Кн. для учителя. – Омск: ОмГПУ, 2012. – 100 с.
5. Бершадский М.Е. Возможные направления интеграции образовательных и информационно-коммуникативных технологий // Педагогические технологии. – 2012. – № 1. – С. 29-50.
6. Валиуллина И.И., Гальчанский П.С., Поташев А.В., Поташева Е.В., Солодухина В.О. Построение математических моделей экономических задач // Интеллектуальный потенциал молодых – науке и практике потребительской кооперации: материалы II Всероссийской конференции молодых ученых / под ред. д.э.н., проф. И.Т. Насретдинова. – Казань: Редакционно-издательский центр, 2012. – С. 339-342.
7. Гайнутдинова А.Р., Козлова В.В., Насрутдинова Л.А., Поташев А.В., Поташева Е.В., Савкина М.В. Дифференциальные уравнения как инструмент исследования прикладных задач // Интеллектуальный потенциал молодых – науке и практике потребительской кооперации: материалы II Всероссийской конференции молодых ученых / под ред. д.э.н., проф. И.Т. Насретдинова. – Казань: Редакционно-издательский центр, 2012. – С. 57-61.
8. Гальперин В.М., Игнатьев С.М., Моргунов В.И. Микроэкономика. В 2-х томах. – Санкт-Петербург: Экономическая школа, 2003.
9. Гальчанский П.С., Насрутдинова Л.А., Поташев А.В., Поташева Е.В. Дифференциальные уравнения как важнейший инструмент моделирования и исследования социально-экономических задач // Актуальные проблемы качества и конкурентоспособности товаров и услуг. Тезисы докладов Первой международной научно-практической конференции (22-23 марта 2013 года). Министерство труда, занятости

и социальной защиты РТ, Набережночелнинский государственный торгово-технологический институт, под редакцией доктора педагогических наук, профессора В.С. Суворова. – Набережные Челны, 2013. – С. 322-329.

10. Гальчанский П.С., Поташев А.В., Поташева Е.В. Системы дифференциальных уравнений в социально-экономических задачах // Безопасность и качество в современных условиях: возникающие вопросы и нерешенные проблемы. Материалы международной научно-практической конференции молодых ученых, аспирантов и учащихся / Под ред И.Т. Насретдинова, д.э.н., проф. – Казань: Республиканский центр мониторинга качества образования (редакционно-издательский отдел), 2013. – С. 63-66.

11. Гершунский Б.С. Философия образования для XXI века (в поисках практико-ориентированных образовательных концепций). – М.: Совершенство, 2013. – 608 с.

12. Гузеев В.В. Инновационные идеи в современном образовании // Школьные технологии. – №1. – 2012. – С. 3-9.

13. Данилюк А.Я. Теория интеграции образования. – Ростов-на-Дону: Дон, 2010. – 232 с.

14. Доронина Д.А., Поташев А.В., Поташева Е.В. Применение разностных уравнений для исследования модели рынка // Современные информационные технологии. Материалы научно-практической конференции. 16 мая 2014 г. Казань: ККИ, 2014. – С. 80.

15. Жукова Г.Н. Преподавание математики студентам экономических специальностей: от практики к теории // Концепт. – 2014. – № 07 (июль). – ART 14182. – 0,4 п. л. – URL: http://e-koncept.ru/2014/14182.htm. – Гос. рег. Эл № ФС 77- 49965. – ISSN 2304-120X.

16. Жилкин Г.Ф. О преподавании математики в гуманитарном вузе // Фундаментальные исследования – № 1. – 2008. – С. 58-59.

17. Зеер Э.Ф., Павлова, А. М., Сыманюк, Э. Э. Модернизация профессионального образования: компетентностный подход: Учеб. пособие для вузов. – М.: МПСИ, 2013. – 216 с.

18. Зимняя И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования // Высшее образование сегодня. – №5. – 2011. – С 29-33.

19. Извозчиков В.А., Бережной И.В., Слуцкий А.М. Межпредметные связи и информатика. Методические рекомендации. – СПб.: ГУПМ, 2012. – 44 с.

20. Иванова А.А., Поташев А.В., Поташева Е.В. Полные, средние и предельные экономические показатели; оптимальный объем выпуска продукции // Современные проблемы технологий торгового и гостиничного сервиса. Материалы международной конференции молодых ученых, аспирантов, студентов и учащихся / Под ред. И.Т. Насретдинова, д.э.н., проф. – М.: Российский университет кооперации, 2014. – С.29-30.

21. Капустин А.Н. О преподавании математики «нематематикам» // Перспективы науки и образования. – № 6. – 2013. – С.97-99.

22. Компетентностный подход в педагогическом образовании: Коллективная монография / Под ред. В.А. Козырева, Н.Ф. Родионовой, А.П. Тряпицыной. – СПб.: РГПУ им. А. И. Герцена, 2011. – 392 с.

23. Куприянов М. Дидактический инструментарий новых образовательных технологий // Высшее образование в России. – № 1. – 2011. – С. 124-126.

24. Левитес Д.Г. Практика обучения: Современные образовательные технологии. – М.: ИПП, 2013. – 288 с.

25. Леонтьев В.В. Баланс народного хозяйства СССР. Методологический разбор работы ЦСУ // Плановое хозяйство: Ежемесячный журнал. – М.: Госплан СССР, 1925. – № 12. – С.254-258.

26. Малыхин В.И. Математика в экономике: Учебное пособие. – М.: ИНФРА-М, 2000. – 356 с.

27. Машбиц Е.И. Компьютеризация обучения: Проблемы и перспективы. – М.: Знание, 2012. – 80 с.

28. Можей Н.П. Преподавание высшей математики студентам экономических специальностей в современных условиях // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – Т.14. – №4. – 2009. – С. 768-770.

29. Насрутдинова Л.А., Поташев А.В., Поташева Е.В. Использование линейных дифференциальных уравнений в задачах экономики // Безопасность и качество в современных условиях: возникающие вопросы и нерешенные проблемы. Материалы международной научно-практической конференции молодых ученых, аспирантов и учащихся / Под ред И.Т. Насрутдинова, д.э.н., проф. – Казань: Республиканский центр мониторинга качества образования (редакционно-издательский отдел), 2013. – С. 195-200.

30. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: Учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повышения квалиф. пед. кадров / Е.С. Полат, М. Ю. Бухарина, М. В.

Моисеева, А. Е. Петров / Под ред. Е.С. Полат. – М.: Академия, 2013. – 272 с.

31. Основы разработки педагогических технологий и инноваций / Под ред. В.А. Пятина. – Астрахань: АГПУ, 2013. – 380 с.

32. Павлюченко Ю.В. О преподавании математики студентам гуманитарного профиля // Высшее образование в России. – 2014. – №4. – С.152-157.

33. Поташев А.В., Поташева Е.В. О преподавании математики // Инновации в научных исследованиях современного общества: Материалы Международной научно-практической конференции, посвященной 125-летию А.В. Чаянова. – Ярославль-Москва: Издательство «Канцлер», 2013. – С. 610-613.

34. Поташев А.В., Поташева Е.В. Разностные уравнения в системе подготовки специалистов экономического профиля // Научное обозрение. – 2014. – №.12. – Часть 3. – С.991-993.

35. Поташев А.В., Поташева Е.В. Разностные уравнения как инструмент математического моделирования экономических и социальных процессов // Проблемы и перспективы развития индустрии сервиса, торговли и общественного питания в современной России: Материалы международной научно-практической конференции / под ред. д.э.н., проф. И.Т. Насретдинова. – М.: ООО «Издательский дом Центросоюза», 2014. – С. 342-346.

36. Поташев А.В., Поташева Е.В. Использование презентаций PowerPoint при чтении лекций по дисциплине «Математика» // Интеграция науки, образования и практики развития кооперативного сектора экономики: материалы международной научно-практической конференции / под ред. д.э.н., проф. И.Т. Насретдинова. – Казань: Редакционно-издательский центр, 2012. – С.307-318.

37. Поташев А.В., Поташева Е.В. Математика. Учебное пособие. – М: ООО «Издательский дом Центросоюза». – 2014. – 352 с.

38. Поташев А.В., Поташева Е.В. Использование презентаций при чтении лекций по дисциплине «Математика» // Научное обозрение. – 2014. – №.12. – Часть 3. – С.994-998.

39. Поташев А.В., Поташева Е.В., Хидиятуллина Г.А. Разностные уравнения, как инструмент построения модели делового цикла Самуэльсона-Хикса // Современные информационные технологии. Материалы научно-практической конференции. 16 мая 2014 г. Казань: ККИ, 2014. – С. 89.

40. Поташев А.В., Поташева Е.В., Яшанова Е.М. Эластичность функции и ее место в исследовании задач экономики // Современные

проблемы технологий торгового и гостиничного сервиса. Материалы международной конференции молодых ученых, аспирантов, студентов и учащихся / Под ред. И.Т. Насретдинова, д.э.н., проф. – М.: Российский университет кооперации, 2014. – С.30-31.

41. Равен Дж. Компетентность в современном обществе: выявление, развитие и реализация: Пер. с англ. – М.: Когито-Центр, 2012. – 396 с.

42. Сачкова О.А. Динамическая визуализация решения дифференциальных уравнений при преподавании высшей математики // Ученые записки казанской государственной академии ветеринарной медицины им. Н.Э. Баумана. – 2014. – №3. – С.242-248.

43. Соловов А. Электронное обучение – новая технология или новая парадигма? // Высшее образование в России. – 2013. – №11. – С. 104-110.

44. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. Математика в экономике: Учебник: В 2-х ч. Ч.2. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 376 с.

45. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. Математика в экономике: Учебное пособие: В 2-х ч. Ч.2. Математический анализ. – М.: Финансы и статистика, 2013. – 560 с.

46. Сулейманова Д.Ю., Гумеров М.Ф. Дифференциальное исчисление в экономике: исторический и феноменологический аспект // Научное обозрение. – 2014. – № 7. – С. 703-706.

47. Сулейманова Д.Ю., Гумеров М.Ф. О вопросах применения системного анализа и моделирования в решении проблем таможенного дела // Научное обозрение. – 2014. – № 12. – С. 703-706.

48. Сулейманова Д.Ю. Специальность «бизнес-информатика» – шаг в будущее. Информационно-экономический сервис в современном мире // Интеграция науки, практики и образования. – 2014. – № 1. – С. 156.

49. Сулейманова Д.Ю. Практикум по эконометрике. Учебное пособие. – Казань: Казанский кооперативный институт, 2014. – 72 с.

50. Сулейманова Д.Ю. Проблемы внедрения инновационных технологий обучения для развития интеллекта и креативности студентов экономических специальностей // Чаяновские чтения. – Москва. – 2013. – № 10. – С.146.

51. Сулейманова Д.Ю., Кошурина Е.Г. Использование пакетов прикладных программ в реализации экономических процессов // Интеграция науки, практики и образования. – 2013. – № 1. – С.118.

52. Тактаров Н.Г О преподавании математики для гуманитариев // Успехи современного естествознания. – 2004. – №1. – С.52-54.

53. Хабибуллина Г.З. Основные проблемы использования компьютерных технологий в преподавании математики в вузах // Казанский педагогический журнал. – 2014. – № 1 (102). – С.75-80.

54. Хуторской А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования // Народное образование. – 2013. – №2. – С. 56-65.

55. Чошанов М. А. Гибкая технология проблемно-модульного обучения: Метод. пособие. – М.: Народное образование, 2012. – 160 с.