Труды Математического центра имени Н.И.Лобачевского

Том 43

сгущения порядка n, то решение уравнения (1)*, обращающееся в нуль на E, имеет в этой точке нуль порядка не менее, чем n. Лучи l_k, $k = 1, \dots, n$, можно подобрать так, чтобы E было множеством единственности для решений уравнения* (1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Balk M. B. *Polyanalytic functions.* – Berlin: Akademie Verlag, 1991. – 198 p.

А. М. Бикчентаев, А. А. Сабирова

НИИ математики и механики им. Н.Г. Чеботарева Казанского (Приволжского) федерального университета,

Airat.Bikchentaev@ksu.ru, fakhra@mail.ru

МАЖОРИРУЕМАЯ СХОДИМОСТЬ ПО МЕРЕ И СРЕДНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ИЗМЕРИМЫХ ОПЕРАТОРОВ

Пусть алгебра фон Неймана $\mathcal{M}$ действует в гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$, I – единица алгебры $\mathcal{M}$, τ – точный нормальный полуконечный след на $\mathcal{M}$.

Замкнутый оператор X, присоединенный к $\mathcal{M}$, имеющий всюду плотную в $\mathcal{H}$ область определения $\mathcal{D}(X)$, называется *τ-измеримым*, если для любого $\varepsilon > 0$ существует такой проектор $P \in \mathcal{M}$, что $P\mathcal{H} \subset \mathcal{D}(X)$ и $\tau(I-P) < \varepsilon$. Множество $\widetilde{\mathcal{M}}$ всех τ-измеримых операторов является *-алгеброй относительно перехода к сопряженному оператору, умножения на скаляр и операций сильного сложения и умножения, получаемых замыканием обычных операций. В $\widetilde{\mathcal{M}}$ вводится топология t_τ сходимости по мере [1]; $(\widetilde{\mathcal{M}}, t_\tau)$ является полной метризуемой топологической *-алгеброй. Для обозначения сходимости последовательности $\{X_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \widetilde{\mathcal{M}}$ к $X \in \widetilde{\mathcal{M}}$ в топологии t_τ используется запись $X_n \xrightarrow{\tau} X$.

Через $\mu_t(X)$ обозначим *невозрастающую перестановку* оператора $X \in \widetilde{\mathcal{M}}$. Множество τ-компактных операторов $\widetilde{\mathcal{M}}_0 = \{X \in \widetilde{\mathcal{M}} : \lim\limits_{t\to\infty} \mu_t(X) = 0\}$ является идеалом в $\widetilde{\mathcal{M}}$. Пусть m – мера Лебега на $\mathbb{R}$. Некоммутативное L_p-пространство Лебега ($0 < p < \infty$), ассоциированное с $(\mathcal{M}, \tau)$ может быть определено как

$$L_p(\mathcal{M}, \tau) = \{X \in \widetilde{\mathcal{M}} : \mu(X) \in L_p(\mathbb{R}^+, m)\}$$

с F-нормой (нормой для $1 \leqslant p < \infty$) $\|X\|_p = \|\mu(X)\|_p$. Пусть $|X| = \sqrt{X^*X}$ для $X \in \widetilde{\mathcal{M}}$. Для семейства $\mathcal{L} \subset \widetilde{\mathcal{M}}$ обозначим через $\mathcal{L}^+$ и $\mathcal{L}^h$ его положительную и эрмитову части соответственно. Пусть $\leqslant$ – частичный порядок в $\widetilde{\mathcal{M}}^h$, порожденный собственным конусом $\widetilde{\mathcal{M}}^+$.

Теорема 1. *Пусть $\mathcal{M}$ – алгебра фон Неймана с точным нормальным полуконечным следом τ и $X_n, X \in \widetilde{\mathcal{M}}_0$, $X \geqslant 0$ с $|X_n|^2 \leqslant X$ $(n \in \mathbb{N})$. Тогда существует подпоследовательность $\{X_{n_i}\}_{i=1}^{\infty}$, средние арифметические*

$$\widetilde{X}_k = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} X_{n_i} \tag{1}$$

которой t_τ-сходятся к некоторому оператору $\widetilde{X} \in \widetilde{\mathcal{M}}_0$ с $|\widetilde{X}|^2 \leqslant X$.

Следствие. *Пусть $0 < p < \infty$, $\mathcal{M}$ – алгебра фон Неймана*