ФИЗИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА И ЕЕ РАЗДЕЛЫ

Физическая механика или просто **механика** – раздел физики, в котором описывается наиболее простая форма движения материи: **механическое движение**, состоящее из изменения взаимного расположения тел или их частей в пространстве и во времени.

Классическая (ньютоновская) механика – раздел механики, в которой изучается движение тел, происходящее при скоростях много меньших по сравнению со скоростью распространения света в пустоте.

Релятивистская механика – раздел механики, в которой изучается движение тел, происходящее при скоростях, сравнимых со скоростью света.

Квантовая или **волновая механика** предназначена для изучения движения микрочастиц, то есть частиц, массы покоя которых сравнимы или меньше массы покоя атомов.

Статистическая механика – механика, в которой описывается движение тождественных частиц средствами теории вероятностей.

ТРИ СОСТАВНЫЕ ЧАСТИ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Статика посвящена изучению состояния механической системы в покое и условий ее равновесия.

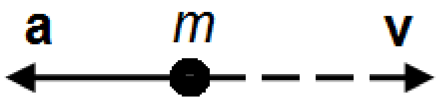
Кинематика посвящена изучению движения тел без выяснения причин, которые это движение вызывают, т.е. без учета сил, действующих на тела и между телами.

Динамика посвящена изучению движения тел с учетом сил, которые действуют на тела и между телами, т.е. в совокупности с причинами, которые это движение вызывают.

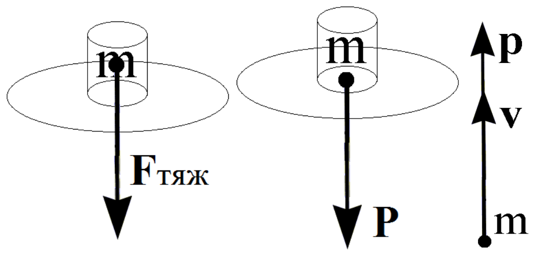
ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

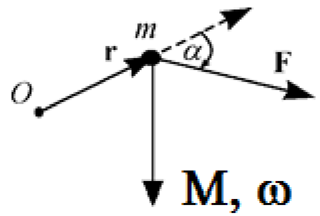
Скалярные величины характеризуются только алгебраическим значением. Примеры: объем *V*, масса *m*, работа *A*.

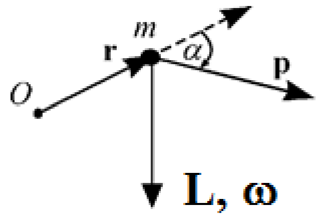
Полярные векторные величины характеризуются 3-мя типами данных: численным значением (модулем), точкой приложения и направлением. Примеры: радиус-вектор $\mathbf{r} \equiv \vec{r}$, сила $\mathbf{F} \equiv \vec{F}$, скорость $\mathbf{v} \equiv \vec{v}$, импульс $\mathbf{p} \equiv \vec{p}$, ускорение $\mathbf{w} \equiv \vec{w}$ или $\mathbf{a} \equiv \vec{a}$.



Аксиальные векторные величины (*неполярные, осевые*) характеризуются 2-мя типами параметров: модулем и направлением. Примеры: угол поворота $\boldsymbol{\alpha} \equiv \vec{\alpha}$, угловая скорость $\boldsymbol{\omega} \equiv \vec{\omega}$, момент силы $\mathbf{M} \equiv \vec{M}$. **M** = [**r, F**], **L** = [**r p**].



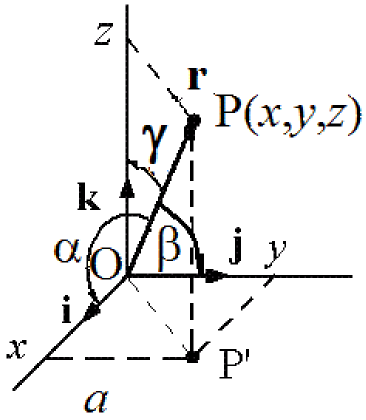




Тензорные величины применяются для отображения зависимости между векторными величинами. Например, в кристаллах векторы электрического смещения **D** и напряженности электрического поля **E** связаны выражением: **D** = $\varepsilon\,\varepsilon_0$ **E** или в тензорной форме $D_i = \varepsilon_{ij}\,\varepsilon_0\,E_j$, где ε_{ij} – тензор, состоящий из 9 компонентов.

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

КИНЕМАТИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ



Системы отсчета, системы координат

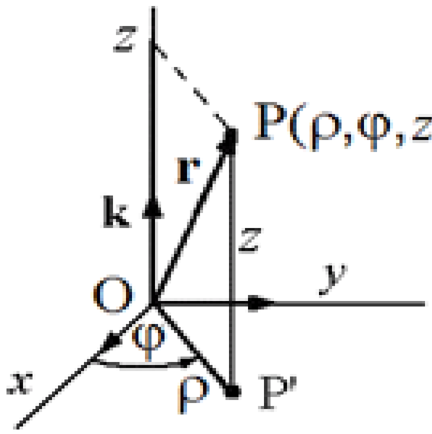
Движение любого тела – **относительное**. Совокупность тел отсчета и времени называется **системой отсчета**. С телами отсчета жёстко связана пространственная система координат: прямоугольная или декартовая система $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x,y,z)$, цилиндрическая система $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\rho,\varphi,z)$, сферическая система $\mathbf{r} = \mathbf{r}(r,\theta,\varphi)$.

В декартовой системе координат справедливы следующие соотношения:

$$\mathbf{r} = \mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k},$$

$$x = r\cos\alpha\,,\quad y = r\cos\beta\,,\quad z = r\cos\gamma\,,$$

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad \text{и} \quad \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1.$$

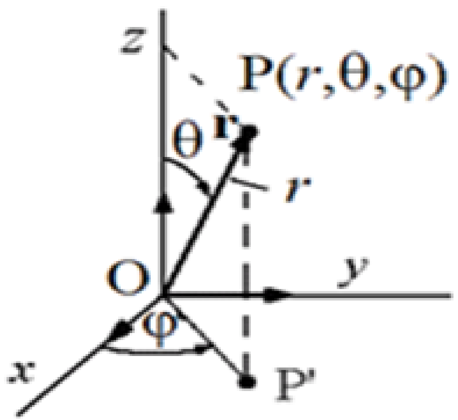


Формулы перехода от декартовых к цилиндрическим координатам и обратно:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \qquad x = \rho\cos\varphi,$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(y/x\right), \qquad y = \rho\sin\varphi,$$

$$z = z, \qquad z = z.$$



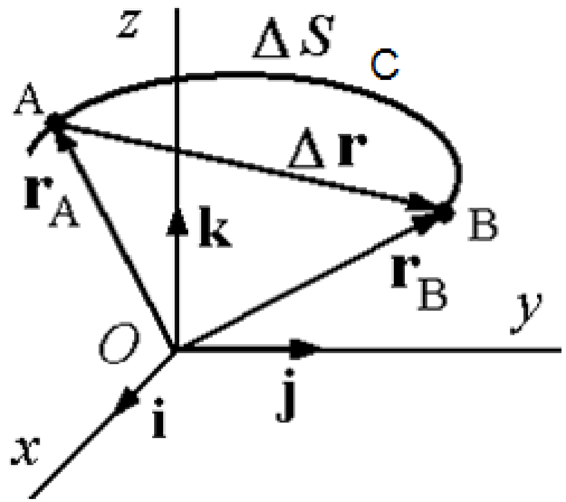
Формулы перехода от декартовых координат к сферическим и обратно:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \qquad x = r\cos\varphi\sin\theta,$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(y/x\right), \qquad y = r\sin\varphi\sin\theta,$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\left(\sqrt{x^2 + y^2}\Big/z\right), \qquad z = r\cos\theta.$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ И КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ М.Т.



Траектория ∪ACB**, радиус-вектор r**, **путь** S, **вектор смещения** $\Delta\mathbf{r}$**, скорость v, ускорение w**

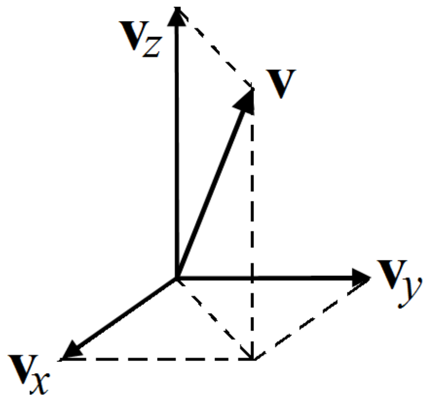
$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$, **радиус-вектор** пункта А → $\mathbf{r}_A = \overrightarrow{OA}$,

Длина траектории ∪AB = S или ΔS → **путь.**

Вектор смещения (перемещения) $\Delta\mathbf{r}$ → приращение радиус-вектора $\mathbf{r}$ → $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A$, модуль смещения = длине прямой линии, соединяющей 2 пункта траектории ACB: $\Delta r = AB = |\Delta\mathbf{r}| = |\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A|$, $\Delta r < \Delta S$,

$\Delta S/\Delta t = v_{\text{ср}}$ → модуль средней скорости м.т. на траектории ACB.

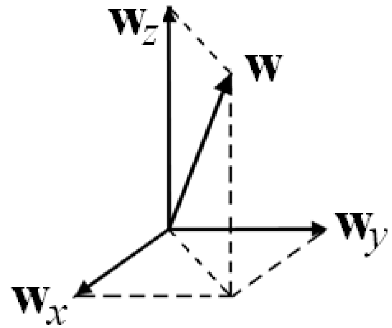
$\Delta r/\Delta t < \Delta S/\Delta t$, но $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\Delta r}{\Delta t} = \lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\Delta S}{\Delta t} = v$ или $v = \dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}$.



Вектор мгновенной скорости → $\mathbf{v} = \dfrac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{r}_t' = \dot{\mathbf{r}}$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_x + \mathbf{v}_y + \mathbf{v}_z,\ \mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k},\ v^2 = v_x{}^2 + v_y{}^2 + v_z{}^2,$$

$$v_x = \dot{x} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\ \ v_y = \dot{y} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\ \ v_z = \dot{z} = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}.$$

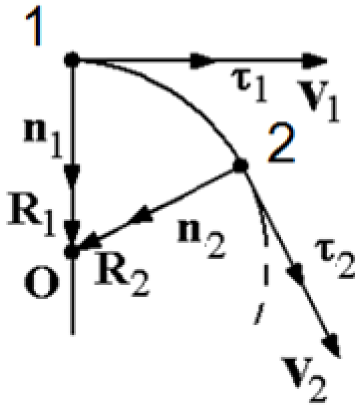


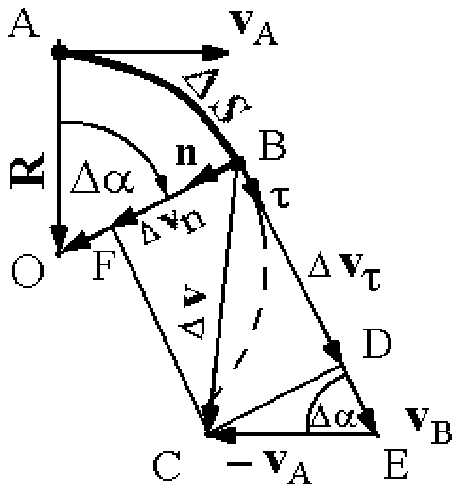
Ускорение → $\mathbf{w} = \dfrac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t}\right) = \dfrac{\mathrm{d}^2\mathbf{r}}{\mathrm{d}t^2}$ или $\mathbf{w} = \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{r}}$.

$$w_x = \dot{v}_x = \ddot{x},\quad w_y = \dot{v}_y = \ddot{y},\quad w_z = \dot{v}_z = \ddot{z},$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_x + \mathbf{w}_y + \mathbf{w}_z,\ \mathbf{w} = w_x\mathbf{i} + w_y\mathbf{j} + w_z\mathbf{k} \ \text{ и } \ w^2 = w_x{}^2 + w_y{}^2 + w_z{}^2.$$

ПРОИЗВОЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ. УСКОРЕНИЕ В ПОДВИЖНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА.





$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{v}/v$, ($\boldsymbol{\tau}_1 = \mathbf{v}_1/v_1$) → орт касательной

$\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$, ($\mathbf{n}_1 = \mathbf{R}_1/R_1$) → орт нормали

$$\Delta\mathbf{v} = \overrightarrow{BC} = \mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A;$$

$$\Delta v_\tau = BD = BE - DE = v_B - v_A\cdot\cos(\Delta\alpha); \quad \Delta v_n = BF = CD = v_A\cdot\sin(\Delta\alpha).$$

$$\Delta\mathbf{v} = \Delta\mathbf{v}_\tau + \Delta\mathbf{v}_n = \Delta v_\tau\cdot\boldsymbol{\tau} + \Delta v_n\cdot\mathbf{n}; \qquad \Delta\mathbf{v}/\Delta t = \Delta\mathbf{v}_\tau/\Delta t + \Delta\mathbf{v}_n/\Delta t$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{v}_\tau}{\Delta t} + \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{v}_n}{\Delta t}, \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\mathbf{v}_\tau}{dt} + \frac{d\mathbf{v}_n}{dt},$$

$$a_\tau = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\Delta v_\tau/\Delta t\right) = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{v_B - v_A\cdot\cos\alpha}{\Delta t}\right) = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{v_B - v_A}{\Delta t}\right) = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right) = \frac{dv}{dt},$$

$$a_n = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\Delta v_n/\Delta t\right) = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{v_A\cdot\sin\Delta\alpha}{\Delta t}\right) = \lim_{\Delta t\to 0}\left(v_A\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}\right) = \lim_{\Delta t\to 0}\left(v_A\frac{\Delta S/R}{\Delta t}\right) = \frac{v}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta S}{\Delta t}\right) = \frac{v}{R}v = \frac{v^2}{R}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_n = a_\tau\cdot\boldsymbol{\tau} + a_n\cdot\mathbf{n} = \frac{dv}{dt}\boldsymbol{\tau} + \frac{v^2}{R}\mathbf{n}; \qquad a = \sqrt{a_\tau^{\,2} + a_n^{\,2}} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}.$$

ФОРМУЛЫ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ

- **Равномерное** движение: $\mathbf{a} = \mathbf{a}_\tau = \mathbf{a}_n = 0$, $\mathbf{v} = \mathrm{const}$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}\cdot\Delta t$, $\Delta S = v\cdot\Delta t$.
- **Неравномерное** движение:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_\tau \neq 0\ (a_\tau > 0 \text{ или } a_\tau < 0),\ \ \mathbf{a}_n = 0,\ \ |\mathbf{a}| = a = a_\tau$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 + \int_{t_0}^{t} \mathbf{a}(t)\,\mathrm{d}t,\ |\mathbf{v}| = v,$$

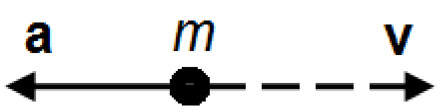
$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \int_{t_0}^{t} \mathbf{v}(t)\,\mathrm{d}t,\ \ \Delta S = \int_{t_0}^{t} v(t)\,\mathrm{d}t.$$

$$\mathbf{v}_{\text{ср}} = \frac{1}{t-t_0}\int_{t_0}^{t} \mathbf{v}(t)\,\mathrm{d}t,\ \ v_{\text{ср}} = \frac{1}{t-t_0}\int_{t_0}^{t} v(t)\,\mathrm{d}t,\ \ |\mathbf{v}_{\text{ср}}| \neq v_{\text{ср}}.$$

$$\mathbf{a}_{\text{ср}} = \frac{1}{t-t_0}\int_{t_0}^{t} \mathbf{a}(t)\,\mathrm{d}t,\ \ a_{\text{ср}} = \frac{1}{t-t_0}\int_{t_0}^{t} a(t)\,\mathrm{d}t,\ \ |\mathbf{a}_{\text{ср}}| \neq a_{\text{ср}}.$$

- Равнопеременное движение: $\mathbf{a} = \mathrm{const}$.
  - **Равноускоренное** движение – векторы ускорения и скорости сонаправленны: $\mathbf{a}\uparrow\uparrow\mathbf{v}$, $a_\tau > 0$.
  - **Равнозамедленное** движение – ускорение направлено против скорости: $\mathbf{a}\uparrow\downarrow\mathbf{v}$, $a_\tau < 0$.

$\mathbf{a}\uparrow\uparrow\mathbf{v}$



$\mathbf{a}\uparrow\downarrow\mathbf{v}$

ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ

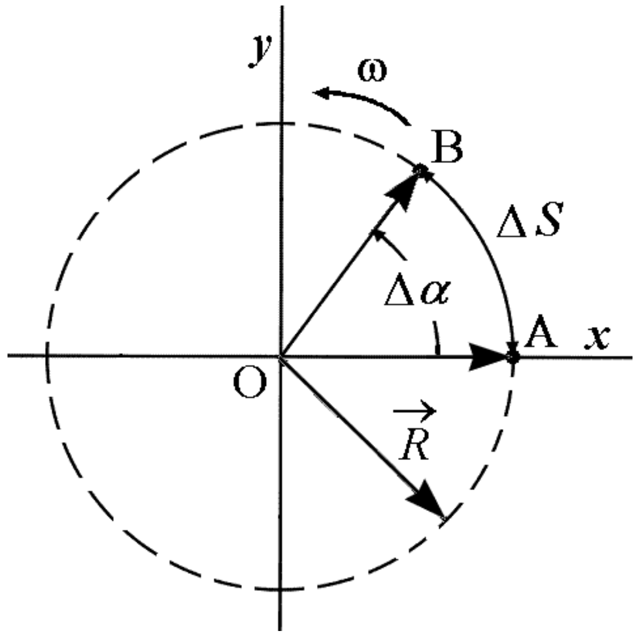
2π рад = 360° или 1 рад ≈ 57°; $\Delta N = \Delta\alpha / 2\pi$, где ΔN число оборотов и $\Delta\alpha$ угол поворота.
Частота оборотов (или частота вращения) радиус-вектора: (1 Гц = 1 оборот/с)

$$f = n = \nu = \Delta N / \Delta t = (\Delta\alpha / 2\pi) / \Delta t = (\Delta\alpha / \Delta t) / 2\pi = \omega_{ср} / 2\pi,$$

$(\Delta\alpha/\Delta t) = \omega_{ср} \rightarrow$ средней угловой частотой вращения радиус-вектора (рад/с).

$\omega = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \dfrac{d\alpha}{dt} = \dot{\alpha}$ → мгновенное значение угловой частоты вращения (рад/с).

Среднее и мгновенное угловое ускорение (рад/с^2):



$$\beta_{ср} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad и \quad \beta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega}.$$

$$\Delta S/R = \Delta\alpha\ ; \qquad \Delta S = R\cdot\Delta\alpha$$

$$v = dS / dt = R\cdot d\alpha / dt = R\cdot\omega.$$

$$|a_\tau| = d\,v / dt = R\,d\omega / dt = R\,\beta \quad и \quad |a_n| = v^2 / R = R^2\,\omega^2 / R = R\,\omega^2.$$

Равномерное движение по окружности: $\beta = 0$, $\omega = \text{const}$, $\Delta\alpha = \omega\cdot\Delta t$ и $\alpha = \alpha_0 + \omega\cdot\Delta t$

Равнопеременное движение по окружности:

$$\beta = \text{const},\ \omega = \omega_0 + \beta\cdot\Delta t\ , \quad \Delta\alpha = \int_0^{\Delta t} \omega\, dt = \int_0^{\Delta t} (\omega_0 + \beta\cdot t)\,dt = \omega_0\cdot\Delta t + \tfrac{1}{2}\beta\cdot(\Delta t)^2\ .$$