Известия Тульского государственного университета
Естественные науки. 2012. Вып. 3. С. 29–40

Математика

УДК 517.95

Рекуррентная формула для нормальных производных фундаментальных решений эллиптического уравнения высшего порядка с младшими членами

Р. М. Мавлявиев, И. Б. Гарипов, С. М. Нураниева, Э. Д. Хусаинова

Аннотация. Рассматривается B-эллиптическое уравнение высшего порядка с младшими членами. Найдена рекуррентная формула, с помощью которой можно найти нормальные производные фундаментальных решений.

Ключевые слова: потенциалы, симметричная область, эллиптическое уравнение, рекуррентные формулы.

Введение

Пусть в евклидовом пространстве E_3, задана симметричная относительно координатной плоскости Oxy ограниченная область. Обозначим через D верхнюю часть этой области, через Γ — верхнюю часть ее достаточно гладкой границы. Снизу область D ограничена частью Γ_0 координатной плоскости Oxy.

Требуется найти решение уравнения

$$L\left(\Delta_B^m u\right) = 0, \tag{1}$$

где $L \equiv \Delta_B + 2a\frac{\partial}{\partial x} + 2b\frac{\partial}{\partial y} - c^2 \quad (c^2 > a^2 + b^2)$,
$\Delta_B \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1}{z^k}\left(z^k\frac{\partial}{\partial z}\right) \quad (k > 0)$, из класса

$$u \in C^{2m+1}(\overline{D})\bigcap C^{2m+2}(D\bigcup\Gamma_0), \tag{2}$$

удовлетворяющее граничным условиям

$$\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{\Gamma_0} = 0, \tag{3}$$

$$\left.\Delta_B^i u\right|_{\Gamma} = f_{2i}, \quad \left.\frac{\partial\Delta_B^i u}{\partial n}\right|_{\Gamma} = f_{2i+1}, \quad i = \overline{1, m-1}. \tag{4}$$