
РОССИЙСКОЕ ГРАВИТАЦИОННОЕ ОБЩЕСТВО
РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

III РОССИЙСКАЯ ЛЕТНЯЯ ШКОЛА
ПО ГРАВИТАЦИИ И КОСМОЛОГИИ

МЕЖДУНАРОДНЫЙ СЕМИНАР
«СОВРЕМЕННЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ
ГРАВИТАЦИИ И КОСМОЛОГИИ»

3-7 сентября 2012 г., Казань—Яльчик

ТРУДЫ СЕМИНАРА



Казанский университет
2012

УДК 530.12+531.51+517.944+519.713+514.774

ББК 22.632

T78

Печатается по рекомендации Ученого Совета Института математики и механики
им. Н.И. Лобачевского

Под общей редакцией заслуженного деятеля науки РТ, доктора физ.-мат. наук,
проф. Ю.Г. Игнатъева

**T78 Труды Российской летней школы по гравитации и космологии и
Международного семинара «Современные теоретические проблемы гравитации
и космологии», 3-7 сентября 2012 г., Казань—Яльчик. / под ред. Ю.Г.
Игнатъева. — Казань: Казанский университет, 2012. - 116 с.**

В сборник вошли труды Российской летней школы – Международного семинара Gracos, посвященные современным теоретическим проблемам релятивистской теории гравитации и космологии. Материалы, содержащиеся в сборнике, представляют оригинальные статьи и обзоры специалистов из различных научных центров России и ближнего Зарубежья, а также работы начинающих исследователей.

Материалы сборника трудов предназначены для научных работников и аспирантов, специализирующихся в области релятивистской теории гравитации, квантовой теории поля и космологии, а также для студентов старших курсов физико-математических отделений университетов.

Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований

ISBN

УДК 530.12+531.51+517.944+519.713+514.774

ББК 22.632

©Казанский университет, 2012

©Лаборатория информационных технологий в
физико-математическом образовании Института
математики и механики КФУ, 2012

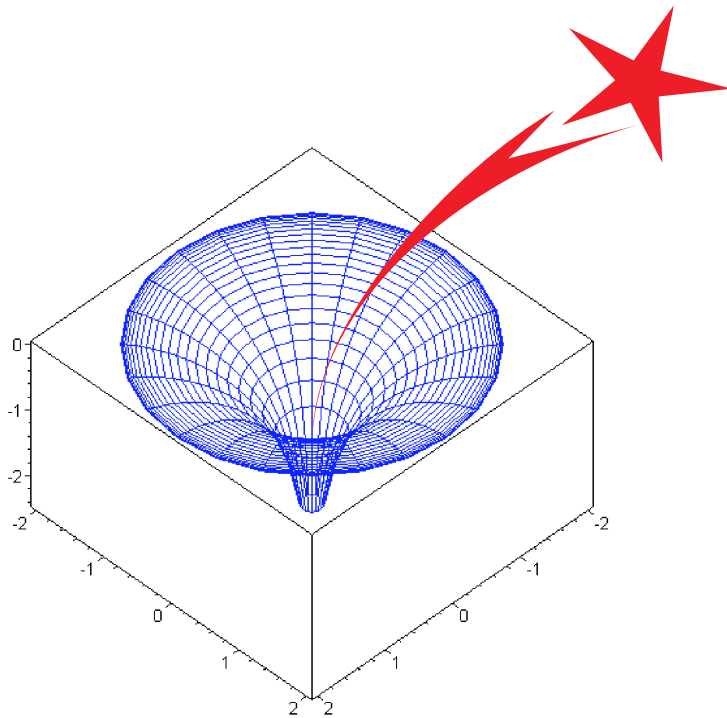
Оглавление

ЧАСТЬ 1. ОБЗОРЫ И СТАТЬИ	7
А.М. Баранов. <i>О гравитационном поле плотной сердцевины компактного астрофизического объекта</i>	7
А.М. Баранов, В.А. Иванов. <i>Об аналогах ньютоновских приближений в некоторых комплексных пространствах</i>	11
А.М. Баранов, А.Ю. Осипов. <i>Описание внутренних свойств компактных астрофизических объектов с использованием страт</i>	15
В.Я. Варгашкин. <i>Статистическая оценка анизотропии распределения параметра Хаббла по небесной сфере на основе данных астро- и фотометрии каталога квазизвездных объектов «Верон - Сетти»</i>	17
А.Н. Голубятников, С.Д. Ковалевская. <i>Об ускорении релятивистских ударных волн</i>	23
А.К. Guts. <i>Wormholes and the problems of the Time Machine Construction</i>	27
У.Н. Закиров. <i>Отклонение света в теории Калуцы – Клейна при наличии векторного потенциала</i>	31
Ю.Г. Игнатъев. <i>Микроскопическое обоснование космологических моделей с межчастичным скалярным взаимодействием</i>	36
Н.И. Колосницын. <i>Релятивистские траектории пробного тела в поле Шварцшильда</i>	50
Р. Ф. Мифтахов. <i>Позднее ускорение Вселенной в космологических моделях со статистической системой скалярно взаимодействующих частиц</i>	53
В.И. Носков. <i>Модель вложенных пространств: особенности динамического вложения</i>	57
Ю.В. Павлов. <i>О точных решениях для неконформного скалярного поля в однородных изотропных космологических моделях</i>	60
Р.Х. Сайбаталов. <i>Является ли Вселенная анизотропной?</i>	64
ЧАСТЬ 2. КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ	67
Р.Р. Аббязов. <i>О реконструкции потенциала и кинетического взаимодействия в киральной космологической модели</i>	67
А.А. Агафонов. <i>Точное решение уравнений релятивистской магнитной гидродинамики на фоне плоской гравитационной волны смешанной поляризации</i>	67
А.В. Аминова, П.И. Чумаров. <i>Цилиндрически симметричные кротовые норы в 6D теории Калуцы–Клейна</i>	68
О.В. Бабурова, К.Н. Липкин, Б.Н. Фролов. <i>Решения для сверххранной вселенной теории гравитации со скалярным полем в пространстве Картана–Вейля</i>	68
О.В. Бабурова, В.Н. Щербань, Б.Н. Фролов. <i>Исследование свойств плоских волн кручения в Пуанкаре калибровочной теории гравитации</i>	69
К.Е. Белоушко, В.С. Соколова, В.В. Карбановский. <i>Недиагональные модели Вселенной Робертсона–Уокера в общей теории относительности</i>	70
К.Е. Белоушко, В.С. Соколова, В.В. Карбановский. <i>Вселенная Робертсона–Уокера в постэйнштейновской теории гравитации и ряде других теорий</i>	71
Ю.С. Владимиров, С. Владимиров, А.Н. Кленицкий. <i>К построению эффективных метрик в реляционной модели пространства-времени</i>	72
С.В. Болохов, К.А. Бронников, М.В. Скворцова. <i>О магнитных черных вселенных</i>	73
К.А. Бронников. <i>Регулярные черные дыры, кротовые норы и проблема устойчивости</i>	74
Ю.С. Владимиров. <i>От квантования гравитации к реляционно-статистической теории пространства-времени</i>	75
А.В. Гробов, С.Г. Рубин. <i>Механизм Хиггса и дополнительные измерения</i>	75

Е. Davydov, A. Filippov. <i>Cosmological and static states in generalized affine theories of gravity: topological properties and integrability</i>	75
Е.В. Donskoy and P.A. Korolyov. <i>Black universes with trapped ghosts and electromagnetic fields</i>	76
Ф.Ш. Зарипов. <i>Решение проблемы космологической постоянной в теории индуцированной гравитации</i>	77
А.И. Егоров, П.Е. Кашаргин, С.В. Сушков. <i>Скалярные мульти-кратовые норы</i>	77
М.М. Ivanov, A.V. Toporensky. <i>Stable super-inflating solutions in f(R)-gravity</i>	78
V.D. Ivashchuk and V.N. Melnikov. <i>Classical and quantum billiards in a multidimensional model with branes</i>	78
Ю.Г. Игнатъев, Д.Ю. Игнатъев. <i>Влияние фактора двухкратного ускорения вселенной на возможность выживания сверхтепловых реликтовых частиц</i>	79
М.О. Катанаев. <i>Точечная массивная частица в общей теории относительности</i>	79
А.С. Кубасов. <i>Кинетическое взаимодействие полей в киральной двухкомпонентной космологической модели на точных решениях</i>	80
Е.В. Кувшинова. <i>Эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии в космологии с вращением</i>	80
Е.В. Кувшинова, В.Ф. Панов. <i>Космологическая модель типа II по Бьянки, заполненная идеальной жидкостью с нелинейным уравнением состояния и чистым излучением</i>	81
Е.В. Кувшинова, В.Ф. Панов. <i>Инфляционная модель типа II по Бьянки со скалярным полем, идеальной жидкостью и чистым излучением</i>	81
Е.В. Кувшинова, В.Ф. Панов, О.В. Сандакова. <i>Нестационарные космологические модели с вращением типа II по Бьянки с фантомной материей</i>	82
А.М. Малиновский. <i>Массивные нейтрино в космологии</i>	82
И. Г. Маннанов. <i>Решение уравнений дислокаций и трехмерная гравитация</i>	83
В.Н. Мельников. <i>Многомерная гравитация и фундаментальные константы</i>	83
М.Л. Михайлов. <i>Компьютерное моделирование однокомпонентной вырожденной космологической плазмы с притяжением одноименно скалярно заряженных частиц</i>	84
И.Р. Мубаракшин, С.С. Бушков. <i>О постньютоновском приближении в ОТО</i>	84
Е.В. Палешева. <i>Формирование 4-мерной кротовой норы</i>	85
С.В. Пилипенко. <i>Об универсальном профиле плотности темного гало</i>	86
А.В. Поздышев. <i>Перерасчет спектральных индексов в точнорешаемых космологических моделях</i>	86
А.А. Роров. <i>Effect of self-action in the wormhole spacetimes</i>	87
А. Мокеева, В. Роров. <i>Космологические модели вселенных с газом Чаплыгина, связанных кротовой норой</i>	88
В.С. Рихвицкий, Б. Саха, М. Вишинеску. <i>Анизотропная космология Бианки-I и Бианки-II с космической струной, магнитным полем в классической и квантовой петлевой космологиях</i>	88
В.С. Рихвицкий. <i>Цифровая Вселенная Аштекара: логический аспект</i>	89
О.В. Сандакова. <i>Инфляционная модель типа IX по Бьянки со скалярным полем, анизотропной жидкостью и пылью</i>	89
В.А. Семенов. <i>Исследование частиц гало темной материи в поле начальных возмущений</i>	90
В.А. Соколов. <i>Свойства геодезических в пространстве-времени силового заряженного центра в теории Эйнштейна - Борна - Инфельда</i>	90
А.А. Starobinsky. <i>Models of primordial and present dark energy in f(R) gravity</i>	91
С.В. Сушков. <i>Cosmology with non-minimal derivative coupling</i>	91
I.V. Tanatarov, O.V. Zaslavskii. <i>Regularity conditions for stationary (ultra)extremal dirty black holes</i>	92
Е.В. Фебрес, Б.Н. Фролов. <i>Сферически симметричное решение теории гравитации со скалярным полем Дезера-Дирака в пространстве Римана-Вейля</i>	92
S.V. Chervon. <i>Chiral Cosmological Models: Dark Sector Fields Description and Later Inflation</i>	93
С.В. Червон, А.А. Чаадаев. <i>Новый класс космологических решений для самогравитирующего скалярного поля</i>	93
С.В. Червон, Е.В. Шабанов. <i>Точные космологические решения на бране Рандалл - Сандрум</i>	94
S.V. Chervon. and R.R. Abbyazov. <i>Exact Solutions for Quintom Chiral Cosmological Model</i>	95
А.Г. Ширяев. <i>Компьютерное моделирование неравновесной анизотропной Вселенной</i>	96
Д.М. Янишевский. <i>Вселенная с идеальной жидкостью с нелинейным уравнением состояния</i>	96
ЧАСТЬ 3. В ПОРЯДКЕ ДИСКУССИИ	99
В.Д. Андреев. <i>Нагрев холодной Вселенной как альтернатива «Большому Взрыву»</i>	99

ЧАСТЬ 4. MEMORIAL: НАШИ ЮБИЛЯРЫ и КОНФЕРЕНЦИИ	105
Ю.Г. Игнатьев. <i>Виталий Николаевич Мельников</i>	105
Ю.Г. Игнатьев. <i>Алексей Александрович Старобинский</i>	106
Ю.Г. Игнатьев <i>II Российская школа по гравитации и космологии Gracos-2009 и Международный семинар «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии»</i>	107
Оргкомитет. <i>Информация о конференции Gracos-2012</i>	115

ЧАСТЬ 1. ОБЗОРЫ И СТАТЬИ



О ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ПЛОТНОЙ СЕРДЦЕВИНЫ КОМПАКТНОГО АСТРОФИЗИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА

А.М. Баранов¹

Сибирский государственный технологический университет, Красноярск, Россия

¹E-mail: alex_m_bar@mail.ru

Аннотация. В данной работе исследуется поведение гравитационного поля вблизи центра сферически симметричной модели компактного астрофизического объекта жидкого гравитирующего шара с плотной сердцевиной. При этом плотность в центре можно менять с помощью выбора некоторого параметра. Предполагается, что модель обладает сферической симметрией и является статической, то есть метрические функции не зависят от временной переменной.

Метрический интервал записывается в координатах, в которых метрический тензор недиагонален,

$$ds^2 = F(r)dt^2 + 2L(r)dtdr - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (1)$$

где величины $F = F(r)$ и $L = L(r)$ суть метрические функции радиальной переменной r ; t — временная координата; θ и φ — угловые переменные; скорость света и ньютоновская гравитационная постоянная G_N здесь выбраны равными единице. Определитель ковариантного метрического тензора $g_{\alpha\beta}$, отвечающий выражению (1), равен $\det(g_{\alpha\beta}) \equiv g = -L^2 r^4 \sin^2\theta$. Для выбранной метрики (1) введем тетрады (ортонормированный 4-базис в касательном пространстве времени) таким образом, чтобы в касательном пространстве-времени тетрадная метрика совпала с метрикой Минковского:

$$g^{(0)}_{\mu} = \sqrt{F}\delta_{\mu}^0 + \frac{L}{\sqrt{F}}\delta_{\mu}^1; \quad g^{(1)}_{\mu} = \frac{L}{\sqrt{F}}\delta_{\mu}^1; \quad (2)$$

$$g^{(2)}_{\mu} = r\delta_{\mu}^2; \quad g^{(3)}_{\mu} = r \cdot \sin\theta \delta_{\mu}^3, \quad (3)$$

где тетрадная метрика $g_{(\alpha)(\beta)} = \delta_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$; греческие индексы пробегают значения 0, 1, 2, 3.

Уравнения Эйнштейна в касательном пространстве-времени с тензором энергии-импульса (ТЭИ) записывают в виде

$$G_{(\alpha)(\beta)} = R_{(\alpha)(\beta)} - \frac{1}{2}g_{(\alpha)(\beta)}R = -\varkappa T_{(\alpha)(\beta)}, \quad (4)$$

где $G_{(\alpha)(\beta)}$ — тензор Эйнштейна; $R_{(\alpha)(\beta)}$ — тензор Риччи; $R = R^{(\alpha)}_{(\alpha)}$ — скалярная кривизна; $\varkappa = 8\pi$ — постоянная Эйнштейна в выбранной нами системе единиц. ТЭИ идеальной паскалевой жидкости в сопутствующей системе отсчета здесь принимает вид

$$T_{(\alpha)(\beta)} \equiv T^{fluid}_{(\alpha)(\beta)} = (\mu + p)\delta_{\alpha}^0\delta_{\beta}^0 - p\delta_{\alpha\beta}, \quad (5)$$

где $\mu(r)$ — плотность массы-энергии; $p(r)$ — давление идеальной паскалевой жидкости; в выбранной системе отсчета $u_{(\alpha)} = g_{(\alpha)\mu} \frac{dx^{\mu}}{ds} = \delta_{\alpha}^0$ — 4-скорость в тетрадных обозначениях; все функции зависят только от радиальной переменной.

Данная система переписывается после подстановки в нее метрических функций в виде системы из трех уравнений

$$-\frac{1}{x^2}(1 - \varepsilon) + \frac{\varepsilon'}{x} = \chi\mu; \quad (6)$$

$$-\frac{1}{x^2}(1 - \varepsilon) + \frac{\varepsilon}{x}(\ln F)' = \chi p; \quad (7)$$

$$\frac{\varepsilon}{x}(\ln L)' - \frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{F''}{F} + \frac{2}{x}(\ln F)' - (\ln F)'(\ln L)' \right) = -\chi p; \quad (8)$$

где все производные берутся относительно безразмерной радиальной переменной $x = r/R$, R — внешний радиус шара, $\chi = \varkappa R^2$, между функциями $F(x)$ и $L(x)$ введена следующая связь, подсказанная в процессе исследования: $\varepsilon(x) = F(x)/L(x)^2$.

Исключая теперь давление из этой системы, приходим к линейному дифференциальному уравнению с переменными коэффициентами на функцию $G(x) = \sqrt{F(x)}$:

$$G'' + f(x)G' + g(x)G = 0, \quad (9)$$

где $f(x) = (\ln \varphi)'$, $\varphi(x) = \sqrt{\varepsilon}/x$, а коэффициент $g(x)$ равен

$$g(x) = \frac{2(1 - \varepsilon) + x\varepsilon'}{2x^2\varepsilon}. \quad (10)$$

Если ввести новую переменную $\zeta = \zeta(x)$ согласно соотношению

$$d\zeta = \frac{x dx}{\sqrt{\varepsilon(x)}}, \quad (11)$$

то уравнение (9) превращается в уравнение для нелинейного пространственного осциллятора относительно переменной ζ с переменной "частотой"

$$G''_{\zeta\zeta} + \Omega^2(\zeta(x))G = 0, \quad (12)$$

Это уравнение, вообще говоря, не может быть проинтегрировано в элементарных функциях, поэтому квадрат "частоты" Ω^2 зачастую проще использовать при вычислениях в следующей записи:

$$\Omega^2 = -\frac{d}{dy} \left(\frac{\Phi}{y} \right), \quad (13)$$

где $y = x^2$, а функция Φ является аналогом ньютоновского гравитационного потенциала внутри жидкого шара и выражается из гравитационных уравнений через функции ε и μ как

$$\Phi = 1 - \varepsilon = \frac{\chi}{x} \int \mu(x)x^2 dx = \frac{\chi}{2\sqrt{y}} \int \mu(y)\sqrt{y} dy. \quad (14)$$

Конкретизируем распределение плотности массы-энергии в виде колоколообразной функции (см. Рис. 1)

$$\mu(x, \alpha) = \beta \frac{\alpha}{\alpha^2 + x^2} = \mu_0 \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + x^2}, \quad (15)$$

где $\beta = const$; α – безразмерный параметр; $\mu_0 = \beta/\alpha$ – центральная плотность массы-энергии.

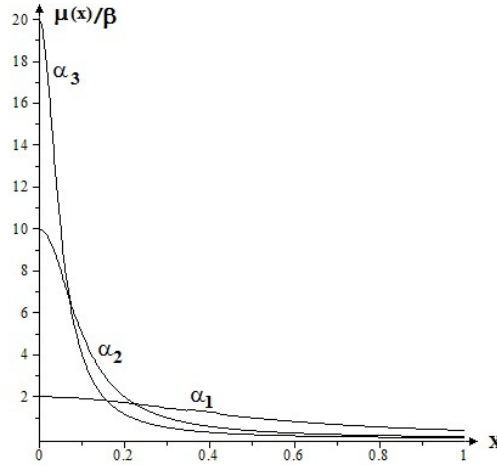


Рис. 1. Поведение плотности массы-энергии $\mu(x, \alpha)/\beta$ при фиксированном значении параметра β для различных значений α : $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 0.1$, $\alpha_3 = 0.05$

Из (15) и рис.1 видно, что при увеличении параметра α жидкий шар становится все более однородным, т.е. при $\alpha \gg 1$ $\mu \approx \beta/\alpha = \mu_0$ ($0 \leq x \leq 1$). Следовательно, при очень больших значениях параметра α функция $\Phi \propto x^2 = y$ и $\Omega^2 \approx 0$, т.е. уравнение (12) превращается в уравнение

$$G''_{\zeta\zeta} = 0 \quad (16)$$

и функция $G(\zeta) = C_1 \cdot y + C_2$, где C_1, C_2 – постоянные интегрирования.

Использование связи между функциями ε , F и L , а также условий сшивки со внешним решением Шварцшильда, приводит к известному внутреннему решению Шварцшильда.

При этом необходимо заметить, что согласно теореме [2] гравитационное поле, создаваемое сферически симметричным статическим распределением вещества, по алгебраической классификации Петрова [3] относится либо к типу D , либо к типу 0 .

В нашем случае исходная модель астрофизического объекта с распределением плотности массы-энергии (15) принадлежит алгебраическому типу D , но при $\alpha \rightarrow \infty$ переходит во внутреннее решение Шварцшильда, т.е. происходит фазовый переход гравитационного поля алгебраического типа D в гравитационное поле алгебраического типа 0 (конформно-плоское пространство-время), $D \rightarrow 0$ (см., например, [1,4]). Тензор Вейля в тетрадных компонентах в общем случае может быть записан через тензор Римана $R_{(\alpha)(\beta)(\gamma)(\delta)}$, тензор Риччи $R_{(\alpha)(\beta)}$ и скалярную кривизну R как

$$W_{(\alpha)(\beta)(\gamma)(\delta)} = R_{(\alpha)(\beta)(\gamma)(\delta)} + R_{(\gamma)[(\alpha)\delta_{\beta]}\delta} - R_{(\delta)[(\alpha)\delta_{\beta]}\gamma} - \frac{1}{3}R\delta_{\gamma[\alpha}\delta_{\beta]}\delta. \quad (17)$$

При отображении тензора Вейля на 3-мерное евклидово пространство с метрикой $e_{ij} = \text{diag}(1, 1, 1)$ с помощью

$$\Omega_k^{\alpha\beta} = \delta_{[k}^{\alpha}\delta_{0]}^{\beta} - \frac{i}{2}\varepsilon_{kmn}\delta_m^{\alpha}\delta_n^{\beta}, \quad (18)$$

получим бесследовую 3×3 матрицу Вейля W (ε_{kmn} – полностью антисимметричный символ Леви-Чивиты; латинские индексы пробегают значения 1, 2, 3). Задача на собственные значения матрицы Вейля приводит к кубическому характеристическому уравнению

$$\lambda^3 + p\lambda + q = 0, \quad (19)$$

где параметры p и q легко находятся через заданную бесследовую матрицу W следующим образом:

$$p = -\frac{1}{2}SpW^2; \quad q = -\frac{1}{3}SpW^3. \quad (20)$$

Условие экстремума для некоторой «потенциальной» функции

$$U(\lambda, p, q) = U_0 + \frac{1}{4}\lambda^4 + \frac{1}{2}p\lambda^2 + q\lambda, \quad (21)$$

совпадает с уравнением (19) ($U_0 = \text{const}$).

Согласно теории катастроф функция (21) описывает катастрофу сборки Уитни. В плоскости управляющих параметров p и q решения уравнения (19) для статики располагаются в трех областях, на трех линиях и в одной точке (см. Рис. 2).

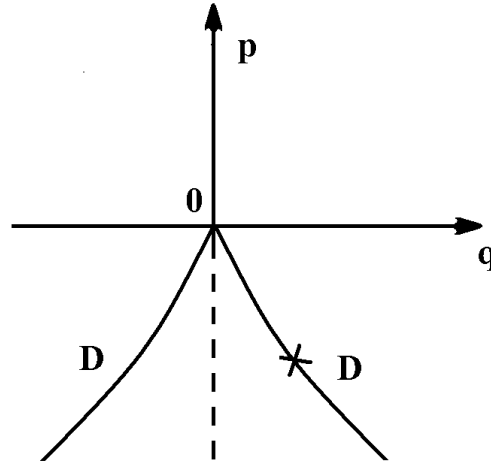


Рис. 2. Проекция поверхности катастрофы сборки на плоскость управляющих параметров p and q .

На Рис.2 изображена проекция поверхности катастрофы сборки на плоскость управляющих параметров p и q , связанных с задачей на собственные значения матрицы Вейля. С другой стороны, алгебраическая классификация гравитационных полей тесно связана с решением уравнения (19) [3]. На Рис. 2 отмечены соответствия с алгебраическими типами гравитационных полей для статического случая: тип D и тип 0 . С точки зрения теории Ландау фазовых переходов 2-го рода, точка сборки ($p = q = 0$) соответствует фазовому переходу в алгебраический тип 0 как наиболее симметричную «фазу» гравитационного поля, каковой и является внутреннее решение Шварцшильда. Таким образом, при значительном росте параметра α рассматриваемая модель становится однородной с очень большой плотностью массы-энергии, решение уравнений Эйнштейна приближается к внутреннему решению Шварцшильда, алгебраический тип гравитационного поля стремится к изменению

типа D на тип 0 как наиболее симметричную «фазу» гравитационного поля, а матрица Вейля стремится к вырождению, т.е. смене ранга матрицы с $r = 3$ на $r = 0$.

С другой стороны, на границе шара плотность $\mu(x = 1) \equiv \mu_1 = \mu_0(\alpha^2/(\alpha^2 + 1))$ при $\alpha \rightarrow 0$ стремится к нулю, $\mu_1 \rightarrow 0$, как это видно из Рис. 1, т.е. при $\alpha \rightarrow 0$ рассматриваемая модель жидкого шара становится все более компактной с очень большой центральной плотностью массы-энергии. Другими словами, с учетом того, что во внешней области шара плотность вещества равна нулю, в пределе $\alpha \rightarrow 0$ имеем δ -образное поведение плотности массы-энергии, записанное выше (см. (15)) при неизменной массе шара

$$\mu(x) = 2\frac{\beta}{\pi}\delta(x), \quad (22)$$

так как интеграл по x от выражения (15) на пределах от 0 до ∞ равен $const$ и не зависит от α . Воспользуемся результатами из [1], где функция Ω^2 записывалась в ряд по степеням переменной $y = x^2$,

$$\Omega^2(y) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n y^n, \quad (23)$$

При положительном Ω_0^2 общее решение уравнения (12) есть гармоническая осциллирующая функция

$$G(\zeta(x)) = G_0 \cos(\Omega_0 \zeta(x) + \varphi_0), \quad (24)$$

где φ_0 – сдвиг фазы.

С другой стороны, из (15) находим, что такому решению вблизи центра шара (в окрестности $x = 0$) отвечает плотность массы-энергии, представляющая собой параболическое распределение по переменной x (см., например, [5]) для каждого фиксированного значения α

$$\mu(x) = \mu_0 \left(1 - \frac{x^2}{\alpha^2}\right) = \frac{\beta}{\alpha} \left(1 - \frac{x^2}{\alpha^2}\right), \quad (25)$$

и в этом случае $\Omega_0^2 = \sqrt{\chi\beta/5\alpha^3} = \sqrt{\chi\mu_0/5\alpha^2}$. Если выразить компоненты матрицы Вейля через плотность массы-энергии, то можно записать в рассматриваемом приближении

$$W = \left(\frac{\eta}{2R^2}\right) \left(\frac{x^2}{\alpha^2}\right) \times \text{diag}(2, -1, -1). \quad (26)$$

Следовательно, в окрестности центра исследуемого жидкого шара реализуется канонический вид матрицы Вейля типа D по алгебраической классификации пространств для любого $x \neq 0$ ($\eta = 2m/R$ – компактность, m – шварцшильдская масса шара). Видно, что в точке $x = 0$ (центр шара) при каждом фиксированном α происходит вырождение матрицы Вейля типа D в тип 0, т.е. непрерывный переход $x \rightarrow 0$ сопровождается скачкообразным изменением типа пространства ($D \rightarrow 0$), что соответствует изменению ранга матрицы Вейля W . При этом в окрестности точки $x = 0$ плотность жидкости постоянна для каждого α и равна $\mu_0 = \beta/\alpha$ (см. (25)). Другими словами, в очень малой окрестности центра шара "вещество" несжимаемо, плотность его очень велика для малых α , а алгебраический тип гравитационного поля есть 0.

Таким образом, можно сделать следующие выводы, но при этом нельзя забывать, что имеем дело со статикой и вопрос об устойчивости остается открытым.

Строго говоря, при $\alpha \rightarrow 0$ в выражении для плотности массы-энергии (15) получаем предел в виде δ -функции Дирака (22), т.е. в центре шара плотность массы-энергии оказывается бесконечной. Физически это означает очень большую величину плотности. При таком предельном переходе без изменения исходной массы весь шар "стягивается" в очень компактный объект с гигантской плотностью. При этом получившаяся сердцевина оказывается несжимаемой, а соответствующее гравитационное поле принадлежит к алгебраическому типу 0 (конформно-плоское пространство-время) и описывается внутренним решением Шварцшильда.

В связи с этим можно утверждать, что при образовании очень плотной центральной части жидкого гравитирующего шара его сердцевина стремится стать однородной, а гравитационное поле испытывает фазовый переход в наиболее симметричное состояние – конформно-плоский алгебраический тип пространства-времени.

Литература

- [1] Баранов А.М. *О фазовом переходе гравитационного поля в жидком шаре*/ А.М. Баранов //Труды Российской летней школы «Математическое моделирование фундаментальных объектов и явлений в системах компьютерной математики» и Российского семинара «Нелинейные поля и релятивистская статистика в теории гравитации и космологии», 6-10 сент. 2010 г., Казань-Яльчик. — Казань: Изд-во «Фолиант», 2010. С. 131–135.
- [2] Баранов А.М. *Об алгебраическом типе сферически симметричного гравитационного поля.*/ А.М. Баранов // Вестник Красноярского государственного университета. Физические и математические науки. – 2006. – No 1. – С. 5–9.

- [3] Петров А.З. *Новые методы в общей теории относительности.* / А.З. Петров – М.: Наука, 1966. – 495 с.
- [4] Baranov A.M. *The demonstration of gravitational phase transition inside of fluid static ball.* / A.M. Baranov // Journal of SibFU (Math. & Phys). – 2011. – V.4. – No.3. – P.275–281; arXiv:1108.4012v1 [gr-qc].
- [5] Баранов А.М. *Осцилляторный подход к описанию статической звезды с нейтральной и заряженной идеальной жидкостью.* / А.М. Баранов // Вестник Красноярского государственного университета. Физические и математические науки. – 2002. – No 1. – С. 5–12.
- [6] Баранов А.М. *Модель заряженного гравитирующего шара.* / А.М. Баранов, Я.В. Власов // Вестник Красноярского государственного университета. Физические и математические науки. – 2005. – No 1. – С. 4 – 11.
- [7] Баранов А.М. *Возмущения пространств и классификация Петрова.* / А.М. Баранов // Ун-т Дружбы народов им.П. Лумумбы. М. - 1976. – 8 с. – Деп. в ВИНТИ 13.07.76 № 2632-76.

ОБ АНАЛОГАХ НЬЮТОНОВСКИХ ПРИБЛИЖЕНИЙ В НЕКОТОРЫХ КОМПЛЕКСНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

А.М. Баранов¹, В.А. Иванов²

¹Сибирский государственный технологический университет, Красноярск,

²Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия

¹E-mail: alex_m_bar@mail.ru, ²E-mail: swivanov@mail.ru

Аннотация. *In the article there are some examples of an application of Hermitian and Kahlerian complex manifolds in General Relativity.*

1. Введение

Исследование комплексных многообразий может быть прослежено еще по монументальным работам Гаусса и Римана по теории искривленных пространств. Классические Римановы поверхности являлись первыми примерами комплексных многообразий. Риманова геометрия и теория функций многих комплексных переменных развивались независимо друг от друга до 1930-х годов, пока не были объединены с помощью эрмитовой и кэлеровой геометрии. В 1947 г. Вейль и Эресманн разработали теорию почти комплексных многообразий, которая была развита в дальнейшем в работах Экмана, Фрелихера, Ньюландера и Ниренберга. Одна из первых попыток объединить теорию относительности и комплексный анализ — введение мнимой временной координаты для четырехмерного пространства-времени была предпринята еще Пуанкаре и Минковским. Эта идея ушла в тень с появлением общей теории относительности. Комплексные переменные вновь начинают появляться в исследованиях по теории относительности с 1960-х годов. Примером может служить метод светоподобных тетрад Дебеве, Керра и Шилда, методы спинорного исчисления Пенроуза [1].

Примерно в это же время появился ряд работ, связанных с получением новых решений уравнений Эйнштейна с помощью комплексных преобразований. В частности, так называемое решение Керра в вакууме для вращающегося тела получается при применении некоторого комплексного неголоморфного преобразования к внешнему решению Шварцшильда. Подход, связанный с введением комплексных величин, вероятно, должен в какой-то мере расширить класс преобразований и, тем самым, облегчить нахождение решений уравнений Эйнштейна, так как физической величиной является квадрат интервала между двумя точками многообразия. Он будет оставаться вещественным и в случае введения комплексной метрики и комплексной системы координат. Вследствие того, что вещественный интервал можно построить двумя способами:

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dz^\alpha dz^\beta + g_{\bar{\alpha}\bar{\beta}} d\bar{z}^\alpha d\bar{z}^\beta, \quad (1)$$

$$ds^2 = 2g_{\alpha\bar{\beta}} dz^\alpha d\bar{z}^\beta, (\alpha, \beta = 1, \dots, n; \bar{\alpha}, \bar{\beta} = n+1, \dots, 2n), \quad (2)$$

где (1) отвечает так называемому пространству со структурой произведения, а (2) — эрмитовым и кэлеровым пространствам, то возможны два подхода, соответствующие данным структурам (черта здесь означает комплексное сопряжение). В данной работе рассматривается возможность перехода от вещественной метрики к комплексной вида (2). Для общности подхода вводится многомерное комплексное пространство.

2. Основные определения и обозначения

Рассмотрим вещественное $2n$ -мерное многообразие M_{2n} класса C^r с заданным покрытием окрестностями, в каждой из которых имеется система координат $\{x^i\}$. В дальнейшем будем предполагать, что латинские индексы принимают значения $1, \dots, n, \bar{1}, \dots, \bar{n} = 2n = \dim(M_{2n})$. Если мы положим

$$\left. \begin{aligned} z^\alpha &= x^\alpha + ix^{(\bar{\alpha})}, \\ z^{\bar{\alpha}} &= x^\alpha - ix^{(\bar{\alpha})}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где греческие индексы принимают значения $1, \dots, n$ то получим взаимнооднозначное соответствие между вещественными и комплексными координатами $(z^\alpha, z^{\bar{\alpha}}) \leftrightarrow (x^i)$. Пусть D – область в комплексном пространстве $\mathbb{C}^n(z^1, \dots, z^n)$. Зададим на D эрмитову метрику по формуле (2):

$$ds^2 = 2g_{\alpha\bar{\beta}} dz^\alpha dz^{\bar{\beta}}, \quad (\alpha, \beta = 1, \dots, n; \bar{\alpha}, \bar{\beta} = n+1, \dots, 2n).$$

Многообразию назовем эрмитовым, если на нем введена эрмитова метрическая форма (2). Для компонент метрики справедливы следующие соотношения [2]:

$$\begin{aligned} g_{\alpha\beta} &= g_{\bar{\alpha}\bar{\beta}} = 0, \\ g_{\alpha\bar{\beta}} &= g_{\bar{\beta}\alpha} = \bar{g}_{\bar{\alpha}\beta} = \bar{g}_{\beta\bar{\alpha}}. \end{aligned} \quad (4)$$

В силу условий эрмитовости матрица компонент метрики $G = (g_{ij})$ имеет следующий блочный вид (H – эрмитова матрица):

$$G = \begin{pmatrix} 0 & \bar{H} \\ H & 0 \end{pmatrix}, \quad H = (h_{\alpha\bar{\beta}}). \quad (5)$$

Будем предполагать, что в рассматриваемом пространстве кручение равно нулю, метрика является симметричной и ковариантно постоянной. Тогда возможно введение метрической связности обычным образом. При наложении условий эрмитовости на метрику запись символов Кристоффеля упрощается:

$$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = \frac{1}{2}g^{\alpha\bar{\delta}} \left(\frac{\partial g_{\bar{\delta}\beta}}{\partial z^\gamma} + \frac{\partial g_{\bar{\delta}\gamma}}{\partial z^\beta} \right), \quad \Gamma_{\bar{\beta}\bar{\gamma}}^{\bar{\alpha}} = \frac{1}{2}g^{\alpha\bar{\delta}} \left(\frac{\partial g_{\beta\bar{\delta}}}{\partial \bar{z}^\gamma} - \frac{\partial g_{\beta\bar{\gamma}}}{\partial \bar{z}^\delta} \right), \quad \Gamma_{\beta\bar{\gamma}}^\alpha = 0. \quad (6)$$

Кэлеровы многообразия являются подклассом эрмитовых многообразий. Эти многообразия были открыты П.А. Широковым (Казанский университет) [3], как A -пространства в 1925 г. И только в 1933 г. эти пространства были переоткрыты Э. Кэлером [4]. Условия кэлеровости накладывают еще более строгие ограничения на метрику, чем условия эрмитовости, но тем не менее стоит уделить внимание этим многообразиям по следующим причинам. Формулы для метрической связности и тензора кривизны существенно упрощаются, когда метрика кэлерова (как будет показано ниже, часть символов Кристоффеля должна автоматически занулиться). Кроме того, тензор кривизны Римана и тензор Риччи кэлерова многообразия выражаются всего через одну скалярную вещественнозначную функцию Φ .

Определение. Эрмитова метрика g_{ij} называется кэлеровой, если выполняются следующие эквивалентные условия

$$\frac{\partial g_{\alpha\bar{\beta}}}{\partial \bar{z}^\gamma} - \frac{\partial g_{\alpha\bar{\gamma}}}{\partial \bar{z}^\beta} = 0, \quad \frac{\partial g_{\bar{\alpha}\beta}}{\partial z^\gamma} - \frac{\partial g_{\bar{\alpha}\gamma}}{\partial z^\beta} = 0; \quad g_{\alpha\bar{\beta}} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^\alpha \partial \bar{z}^\beta}. \quad (7)$$

Причем для выполнения (7) необходимо и достаточно, чтобы скалярная функция Φ была вещественнозначной. Для кэлеровой метрики связности записываются в следующем виде [5]:

$$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = g^{\alpha\bar{\delta}} \frac{\partial g_{\bar{\delta}\beta}}{\partial z^\gamma}, \quad \Gamma_{\bar{\beta}\bar{\gamma}}^{\bar{\alpha}} = g^{\alpha\bar{\delta}} \frac{\partial g_{\delta\bar{\beta}}}{\partial \bar{z}^\gamma} = \overline{\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha}. \quad (8)$$

Остальные компоненты связности равны нулю в силу свойств кэлеровости метрики и самоприсоединенности. Аналогично отличны от нуля только следующие компоненты тензора кривизны Римана: $R_{j\bar{k}l}^i, R_{j\bar{k}l}^{\bar{i}}, R_{\bar{j}kl}^i, R_{\bar{j}kl}^{\bar{i}}$. Значения компонент тензора кривизны Римана и тензора Риччи кэлерова многообразия определяются по формулам [2]:

$$R_{\beta\bar{\gamma}\delta}^\alpha = \frac{\partial \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha}{\partial \bar{z}^\delta}; \quad R_{\beta\bar{\gamma}} = -\frac{\partial^2 \ln(\sqrt{g})}{\partial z^\beta \partial \bar{z}^\gamma}, \quad g = \det(g_{\alpha\bar{\beta}})^2, \quad (9)$$

что позволяет сформулировать следующее утверждение.

Предложение. Если компоненты метрического тензора комплексного кэлерова многообразия являются голоморфными функциями, то тензор кривизны данного многообразия тождественно равен нулю, то есть многообразие является плоским.

Это означает, что при обобщении теории гравитации Эйнштейна (ОТО) на случай комплексных кэлеровых многообразий с физической точки зрения нецелесообразно использовать голоморфные функции в качестве компонент метрического тензора.

3. Комплексификация физической метрики

Для описания физического пространства-времени требуется четыре координаты: время t и три пространственные координаты x, y, z . Положим $t = x^0$; $x = x^1$; $y = x^2$; $z = x^3$, тогда четыре координаты можно записать в виде x^μ , где индекс μ принимает значения 0, 1, 2, 3. В силу особенностей сигнатуры используемых в ОТО многообразий, при комплексификации метрики существуют следующие подходы: модифицировать методы многомерного комплексного анализа для пространства размерности 4 с данной сигатурой или увеличить размерность пространства, например до 6 или 8, и затем выполнить сужение в область наблюдаемых переменных (размерность 4) путем построения сечений или использования поворотов. Первый подход рассматривается, например, в монографии [1]. Некоторые примеры применения второго подхода рассмотрены в [6] и далее в настоящей работе.

Пусть M – ориентируемое псевдориманово вещественное многообразие, задаваемое метрикой $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$, ($\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$) с сигатурой $(+ - - -)$. Перейдем от классического четырехмерного пространства-времени, определяемого M , к шестимерному \hat{M} (с сигатурой $(+ + - - - -)$), введя дополнительную временную координату $\tau = x^{(-0)}$ (играющую роль мнимой временной переменной) и пространственную координату $w = x^5$. Основная часть расчетов в рамках данной работы была проведена в системе аналитических вычислений Maple. Для того, чтобы получить "наглядный" результат в данной программе, необходимо было зафиксировать размерность исследуемого многообразия и задать систему координат. Выбор размерности 6 обоснован следующими соображениями: пространство-время должно быть четномерным, чтобы можно было осуществить комплексификацию естественным образом. Кроме того, должна сохраниться сигнатура: *положительная* при временных координатах и *отрицательная* при пространственных переменных.

Заменим вещественные координаты на комплексные по правилу (черта над индексом обозначает комплексное сопряжение, например, $z^{\bar{0}} = \overline{z^0}$):

$$\begin{aligned} z^0 &= x^0 + ix^{(-0)} & z^1 &= x^1 + ix^2, & z^2 &= x^3 + ix^5, \\ z^{\bar{0}} &= x^0 - ix^{(-0)}, & z^{\bar{1}} &= x^1 - ix^2, & z^{\bar{2}} &= x^3 - ix^5. \end{aligned} \quad (10)$$

Введем на многообразии \hat{M} эрмитову метрику (2).

4. Построение аналога Ньютоновского приближения для случая малого отклонения кэлеровой метрики от плоской

В [7] выполнено сравнение ньютоновских уравнений движения и релятивистских уравнений движения в слабом поле в пространстве, слабо отличающемся от плоского. Для этого рассматриваются малые отклонения метрики $g_{\mu\nu}$ ($\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$) от плоской:

$$g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (11)$$

где $h_{\mu\nu} = h_{\nu\mu}$ – величины первого порядка малости ($h_{00} \equiv 2\varepsilon$), накладываются условия статичности и сферической симметрии метрики ($h_{\alpha\beta} = 0$ для $\alpha \neq \beta$), предполагается малость скоростей ($\frac{v^2}{c^2} \approx 0$). Уравнения геодезических (наикратчайших) в римановом пространстве записываются как

$$\frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{dx^\beta}{ds} \cdot \frac{dx^\gamma}{ds} = 0. \quad (12)$$

Уравнения геодезической есть аналог свободного движения в римановом пространстве. Что касается уравнения геодезической для светоподобных частиц, то оно имеет тот же вид, но только за параметр вдоль мировой линии выбирается величина, не связанная с собственным временем, которое для таких частиц равно нулю. Преобразуя уравнение (12), находим

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x^0}{ds^2} + \Gamma_{00}^0 \left(\frac{dx^0}{ds}\right)^2 + \Gamma_{0i}^0 \frac{dx^0}{ds} \cdot \frac{dx^i}{ds} + \Gamma_{ij}^0 \frac{dx^i}{ds} \cdot \frac{dx^j}{ds} &= 0, \\ \frac{d^2 x^k}{ds^2} + \Gamma_{00}^k \left(\frac{dx^0}{ds}\right)^2 + \Gamma_{0i}^k \frac{dx^0}{ds} \cdot \frac{dx^i}{ds} + \Gamma_{ij}^k \frac{dx^i}{ds} \cdot \frac{dx^j}{ds} &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

и, учитывая указанные выше ограничения (подробные расчеты приведены в [7]), получим

$$\frac{d^2 x^k}{dt^2} = -c^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x^k}. \quad (14)$$

Сравнивая (14) с уравнениями движения Ньютона $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla\varphi$, получаем физическую интерпретацию g_{00} компоненты метрического тензора, $g_{00} = 1 + 2\frac{\varphi}{c^2}$. Эта компонента оказывается связанной с гравитационным потенциалом φ ($\varepsilon = \frac{\varphi}{c^2}$), если считать, что рассматриваемая частица движется в гравитационном поле. Таким образом, полученный результат

проливает свет на связь между геометрией (метрика $g_{\mu\nu}$) и гравитацией (потенциал φ). Выполним аналогичные приближения для кэлеровой метрики комплексного многообразия комплексной размерности $3D$ и сравним результаты для вещественного и комплексного случая. Запишем уравнения геодезической для кэлерова многообразия. Так как для кэлерова случая связности совпадают с символами Кристоффеля, можем использовать уравнение (12). Часть компонент связностей кэлерова многообразия обращается в ноль; искомые уравнения получаются непосредственным вычислением из уравнений (12) с использованием свойств кэлеровости.

Уравнения геодезической для случая кэлерова многообразия распадаются на два комплексно сопряженных уравнения

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z^\alpha}{ds^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{dz^\beta}{ds} \frac{dz^\gamma}{ds} &= 0, \\ \frac{d^2 z^{\bar{\alpha}}}{ds^2} + \Gamma_{\bar{\beta}\bar{\gamma}}^{\bar{\alpha}} \frac{dz^{\bar{\beta}}}{ds} \frac{dz^{\bar{\gamma}}}{ds} &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Рассмотрим кэлерову метрику, мало отличающуюся от плоской, в пространстве комплексной размерности 3

$$\begin{aligned} g_{\alpha\bar{\beta}} &= \delta_{\alpha\bar{\beta}} + h_{\alpha\bar{\beta}}, \\ \delta_{\alpha\bar{\beta}} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \\ h_{\alpha\bar{\beta}} &= \begin{pmatrix} h_{0\bar{0}}(z^0, z^{\bar{0}}) & 0 & 0 \\ 0 & -h_{1\bar{1}}(z^1, z^{\bar{1}}) & 0 \\ 0 & 0 & -h_{2\bar{2}}(z^2, z^{\bar{2}}) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (16)$$

Функции $h_{0\bar{0}}, h_{1\bar{1}}, h_{2\bar{2}}$ являются величинами первого порядка малости. В данном случае выбор кэлеровой метрики приводит к отсутствию недиагональных элементов, что по сути аналогично наложению условий сферической симметрии. Зависимость функций h_α только от двух переменных z^α и $z^{\bar{\alpha}}$ при выборе диагональной метрики $h_{\beta\bar{\gamma}}$ непосредственно следует из условия кэлеровости метрики. Рассмотрим «квазистатистический случай», когда $\frac{\partial h_{0\bar{0}}}{\partial z^0} = 0$, $\frac{\partial h_{0\bar{0}}}{\partial z^{\bar{0}}} = 0$, а также предположение о малости скоростей $\frac{dz^a}{ds} \ll c$. Были произведены вычисления связностей с учетом вида метрики и сделанных предположений и при подстановке в (15) получены следующие уравнения:

$$\frac{d^2 z^0}{ds^2} + \frac{\partial h_{0\bar{0}}}{\partial z^0} \left(\frac{dz^0}{ds} \right)^2 = 0, \quad \frac{d^2 z^a}{ds^2} - \frac{\partial h_{a\bar{a}}}{\partial z^a} \left(\frac{dz^a}{ds} \right)^2 = 0, \quad (a = 1, 2). \quad (17)$$

Рассмотрим первое из уравнений (15). Так как мы находимся в предположении о «квазистатистике», то второе слагаемое $\frac{\partial h_{0\bar{0}}}{\partial z^0}$ равно нулю. Выражение для ds определяется по формуле (16). Так как $\frac{\partial z^0}{\partial z^{\bar{\beta}}} = 0$, то первое слагаемое также равно нулю и первое уравнение выполняется тождественно. Перейдем ко второму уравнению. В силу предположения малости скоростей второе слагаемое можно считать приблизительно равным нулю как квадрат малой величины. Остается лишь $\frac{d^2 z^a}{ds^2} = 0$. Это уравнение показывает, что движение происходит в отсутствии ускорения, а значит и силы.

5. Заключение

В настоящей работе приведены некоторые понятия из теории эрмитовых и кэлеровых структур, записаны основные дифференциально-геометрические соотношения для кэлеровых многообразий, выполнен переход от классического 4-мерного пространства-времени с сигнатурой $(+ - - -)$ в 6-мерное с сигнатурой $(+ + - - -)$ и его комплексификация. Далее был построен аналог Ньютоновского приближения для случая малого отклонения кэлеровой метрики комплексной размерности $3D$ от плоской, проведено сравнение с результатом для вещественной метрики.

Следует отметить существенное отличие рассматриваемых приближений для вещественного и кэлерова случая. Для вещественного случая при свободном падении в поле, практически не отличимом от слабого, возникает сила инерции, компенсирующая силовое воздействие гравитационного поля. В кэлеровом случае, как это видно выше, движение при аналогичных предположениях происходит без ускорения, следовательно такой силы не возникает. Это означает, что в рассматриваемом приближении силовое поле, в котором должна двигаться частица, отсутствует, т.е. движение происходит по инерции и по прямой линии.

Литература

- [1] Flaherty E.J. Hermitian and Kalerian Geometry in Relativity/ E.J. Flaherty. Berlin: Springer-Verlag, 1976.
- [2] Яно К. Кривизна и числа Бетти / К. Яно, С. Бохнер; перевод с англ. — М.: Изд-во иностранной литературы, 1957.

- [3] Широков П.А. Постоянное поле векторов и тензоров второго порядка в Riemann'овых пространствах. / П.А. Широков // Изв. физ.-мат. об-ва при Казанском ун-те. – 1925. – Т.25. Сер.2. – С.86-114.
- [4] Kähler E. Über eine bemerkenswerte Hermitesche Metric. /E. Kähler // Abh. Math. Semin. Hamburg. 1933. Bd. 9. S. 173–176.
- [5] Дубровин Б.А. Современная геометрия. Методы и приложения / Б.А. Дубровин, С.П. Новиков, А.Т. Фоменко. М.: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.
- [6] Баранов А.М. О применении комплексных переменных в общей теории относительности/ А.М. Баранов, В.А. Иванов // НКФСФ-2009: материалы научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых-физиков НКФСФ-XXXVIII (2009). - Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2009.
- [7] Баранов, А.М. Основы общей теории относительности и гравитации. Математическое введение: учеб. пособие /А.М. Баранов. — Красноярск.: Краснояр. ун-т, 1987. — 91 с.

ОПИСАНИЕ ВНУТРЕННИХ СВОЙСТВ КОМПАКТНЫХ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТРАТ

А.М. Баранов¹, А.Ю. Осипов²

¹Сибирский государственный технологический университет, Красноярск,

²Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия

¹E-mail: alex_m_bar@mail.ru, ²E-mail: ya.oayu@mail.ru

Аннотация. *It is shown that the model of compact astrophysical object with the stratified internal structure of a substance is constructed and investigated.*

Компактные объекты – астрофизические объекты с очень высокой плотностью и малым радиусом, характеризуются очень большим градиентом гравитационного поля, вследствие чего происходит сепарирование вещества по радиусу. В результате этого процесса образуется слоистая внутренняя структура вещества, причем каждый слой имеет собственное уравнение состояния. Таким образом, для разрешения проблем, возникающих при рассмотрении объектов с подобной структурой, следует проводить детальное моделирование неоднородной внутренней структуры астрофизических объектов, учитывая при этом наличие слоев вещества (или страт). Приведем в качестве примера объекта со слоистой структурой нейтронную звезду, существование которой теоретически предсказал Л.Д. Ландау в 1932 г. Ее внутреннюю структуру можно описать, приблизительно, тремя слоями:

1. Жидкое ядро, состоящее из сверхтекучей нейтронной жидкости с малой примесью протонов и электронов;
2. Внутренняя кора, образованная атомными ядрами, переобогащенными нейтронами и электронами;
3. Внешняя кора из образующих кристаллическую решетку атомных ядер железа и электронов.

Рассмотрим релятивистский жидкий шар с неоднородной статической слоистой конфигурацией вещества, распределенного сферически симметрично. Внутренняя область шара заполнена идеальной паскалевой жидкостью. Исключаем процессы, связанные с вращением и излучением. Выберем систему единиц, в которой скорость света и гравитационная постоянная Ньютона G_N равны единице. Метрику записываем в форме Бонди:

$$ds^2 = G^2(r) dt^2 + 2L(r) dt dr - r^2 (d\theta^2 + \sin^2(\theta) d\varphi^2), \quad (1)$$

где $G^2(r) = F(r)$ и $L(r)$ – метрические функции радиальной переменной r , t – временная координата, θ и φ – угловые переменные. Уравнения Эйнштейна в общем случае имеют вид:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} = -\varkappa \cdot T_{ik}, \quad (2)$$

где R_{ik} – тензор Риччи, R – скалярная кривизна пространства, $\varkappa = 8\pi$ – эйнштейновская гравитационная постоянная при выборе системы единиц, где ньютоновская гравитационная постоянная G_N и скорость света выбраны равными единице. Тензор энергии-импульса записан в приближении идеальной паскалевой жидкости в сопутствующей системе отсчета:

$$T_{ik} = (p(r) + \mu(r)) \cdot u_i u_k - p(r) g_{ik}, \quad (3)$$

где $p(r)$ – давление, $\mu(r)$ – плотность вещества, $u_i = g_{ik} u^k = g_{ik} \delta_0^k / \sqrt{g_{00}} = g_{i0} / \sqrt{g_{00}} = (\sqrt{g_{00}}, g_{10} / \sqrt{g_{00}}, 0, 0) = (G(r), L(r)/G(r), 0, 0)$ – ковариантная 4-скорость, g_{ik} – метрический тензор; латинские индексы пробегают

значения 0, 1, 2, 3. Перейдем к новой безразмерной радиальной переменной, $x = r/R$. Тогда в нашем случае система уравнений Эйнштейна сведется к следующим трем уравнениям:

$$\varepsilon(x) = 1 - \frac{\chi}{x} \cdot \int \mu(x) \cdot x^2 dx; \quad (4)$$

$$G'' + \left(\frac{\varepsilon'}{2 \cdot \varepsilon} - \frac{1}{x} \right) \cdot G' + \left(\frac{\varepsilon'}{2 \cdot x \cdot \varepsilon} + \frac{1 - \varepsilon}{x^2 \cdot \varepsilon} \right) \cdot G = 0; \quad (5)$$

$$p' = -\frac{1}{2 \cdot \varepsilon} \cdot \left(\chi \cdot x \cdot p + \frac{1 - \varepsilon}{x} \right) \cdot (\mu + p), \quad (6)$$

где штрих означает дифференцирование по радиальной переменной x , $x = r/R$, $\varepsilon(x) = \frac{F(x)}{L^2(x)}$, R – внешний радиус астрофизического объекта, $\chi = \kappa \cdot R^2$. Задача по аналитическому моделированию неоднородного поведения внутри звезды решается с помощью введения внутренней слоистой структуры объекта. Для этого дополним до замкнутой систему нелинейных уравнений Эйнштейна (4) – (6) путем построения непрерывной гладкой многоступенчатой функции распределения плотности массы, учитывая, что она должна вести себя как непрерывная убывающая функция и не иметь особенности в центре.

$$\mu(x) = \mu_0 \cdot \left(1 - b \cdot x + \frac{\sin(a \cdot x)^2}{a} \right), \quad (7)$$

где μ_0 – центральная плотность массы, a – безразмерный параметр, позволяющий контролировать количество слоев, b – безразмерный параметр, связанный со свойствами звезды. При значениях $a = 5$, $a = 10$ и $b = 1$ имеем соответственно двухслойную и трехслойную внутреннюю структуру вещества (Рис. 1).

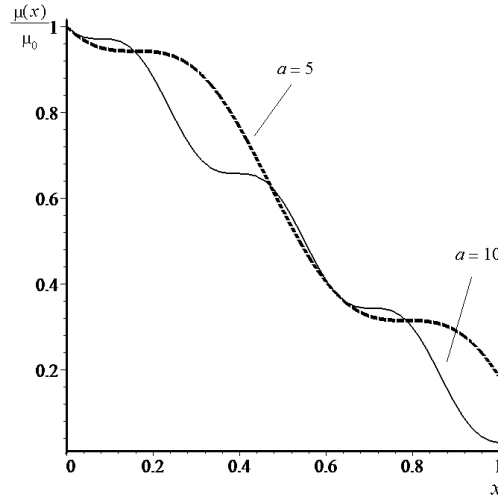


Рис. 1. Плотность массы

В результате решения системы уравнений Эйнштейна (4) – (6) для слоистой структуры получаем решения для метрических функций $G(x)$, $L(x)$, давления $p(x)$ и жесткости $K(x) = p(x)/\mu(x)$ для различных значений параметра a с фиксированным значением параметра b . Наложим на систему уравнений (4) – (6) условия сшивки с внешним решением. Для каждого из уравнения они имеют, соответственно, следующий вид:

$$\varepsilon(x=1) = 1 - \eta; \quad G(x=1) = \sqrt{1 - \eta}; \quad (8)$$

$$G'(x=1) = \frac{\eta}{2 \cdot \sqrt{1 - \eta}}; \quad p(x=1) = 0, \quad (9)$$

где $\eta = \frac{2m}{R}$ – компактность астрофизического объекта. Рассмотрим нейтронную звезду и вычислим значение компактности, соответствующее нашей модели, используя характерные физические параметры звезды и параметрическое уравнение состояния вырожденного ферми-газа:

$$\rho_0 = (\sinh(\xi) - \xi) K/c^2; \quad p_0 = (\sinh(\xi) - 8 \sinh(\xi/2) + 3\xi) K/3, \quad (10)$$

где $K = m^4 c^5 / (32\pi^2 \hbar^3)$, m – масса покоя фермиона, c – скорость света, \hbar – постоянная Планка, параметр $0 < \xi < \infty$. Подробнее с вычислениями и их результатом можно ознакомиться в [1]. Далее исследуем внутреннюю область построенной модели со стратифицированной внутренней структурой вещества. Отметим, что модель

имеет центральную точку и сферические оболочки в каждом слое, где происходит смена алгебраического типа пространства-времени по Петрову. В центре исследуемого шара и в слоях, где первые и вторые производные массовой плотности по x равны нулю, реализуется конформно-плоский тип 0 (тип пространства-времени с максимально возможной симметрией). В других точках модели поле тяготения принадлежит алгебраическому типу D . Таким образом, в центральной части нашей модели алгебраический тип поля тяготения изменяется: в центре (и его малой окрестности) есть тип 0, переходящий затем в тип D .

Отметим, что в точках смены алгебраического типа пространства-времени реализуется фазовый переход второго рода. Под фазами вещества здесь понимаются алгебраические типы полей тяготения. Другими словами, в каждом слое присутствует фазовый переход второго рода в поле тяготения от типа D в тип 0 и снова в тип D , и так далее до поверхности шара, т.е. при продвижении от центра к поверхности шара наблюдается чередование алгебраических типов полей тяготения 0 и D через фазовые переходы второго рода. Следовательно, здесь находим подтверждение теоремы, гласящей, что любое сферическое поле тяготения при любых изменениях, не нарушающих сферической симметрии принадлежит только двум алгебраическим типам: D и 0 (см. [2]). В частности, когда тензор энергии-импульса равен нулю, то тип D соответствует внешнему полю Шварцшильда, а тип 0 - пространству Минковского.

Литература

- [1] Baranov A.M., Osipov A.Yu. The relativistic fluid ball as a stratified model of an astrophysical object./ A.M. Baranov // Gravitation and Cosmology, 2011. – Vol. 17. – No. 2, pp. 173-175.
- [2] Баранов А.М. *Об алгебраическом типе сферически симметричного гравитационного поля.* / А.М. Баранов // Вестник Красноярского государственного университета. Физические и математические науки. – 2006. – №1. – С. 5 – 9.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА АНИЗОТРОПИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРА ХАББЛА ПО НЕБЕСНОЙ СФЕРЕ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ АСТРО - И ФОТОМЕТРИИ КАТАЛОГА КВАЗИЗВЕЗДНЫХ ОБЪЕКТОВ «ВЕРОН - СЕТТИ»

В.Я. Варгашкин¹

Государственный университет - учебно-научно производственный комплекс,
Естественно-научный факультет, Орел, Россия

¹E-mail: varg@ostu.ru

Аннотация. В настоящей работе предложен метод оценки анизотропии распределения параметра Хаббла по направлениям небесной сферы с учетом астро- и фотометрии квазизвездных объектов. Рассчитаны предварительные оценки такой анизотропии с использованием базы данных каталога «Верон-Сетти».

1. Статистика современных баз данных квазизвездных объектов

В настоящее время к наиболее полным и точным следует отнести базы данных квазизвездных объектов, такие как седьмое издание каталога квазаров [1], каталог кандидатов в квазары [2] и каталог фотометрически отобранных кандидатов в квазары [3] базы Слоановского цифрового обзора неба [4], а также 12-е [5], и последнее, 13-е [6], издание каталога «Верон-Сетти» квазизвездных объектов обсерватории Сен-Мишель [7] французского Высокого Прованса. Каталоги содержат соответственно 105.783; 100.563; 1.015.082; 108,222 и 169.119 квазизвездных объектов.

На Рис.1 представлены распределения по небесной сфере квазаров, относящихся к каталогам [1] – [3] Слоановского цифрового обзора неба, в галактической координатной системе. Анализ распределений показывает, что квазары очень неравномерно распределены по небесной сфере. Наибольшее количество выявленных квазаров и кандидатов в квазары зафиксированы в северном полушарии галактической небесной сферы. В области ее экватора квазары практически не зафиксированы, что связано с затмевающим влиянием на наблюдения квазаров ребра Нашей галактики.

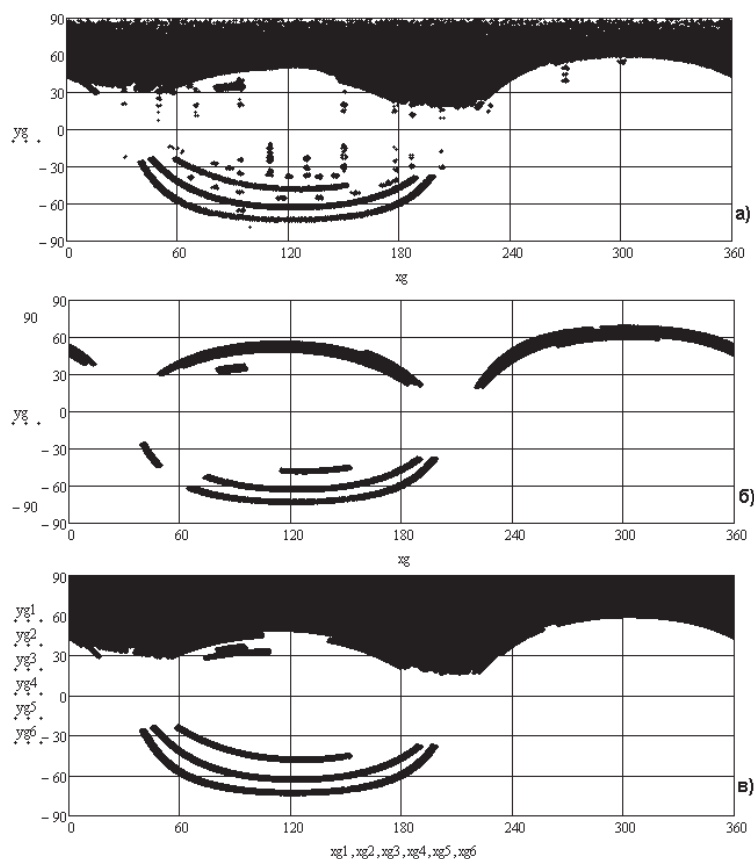


Рис. 1. Распределение квазизвездных объектов по небесной сфере согласно данным каталогов [1] (а), [2] (б) и [3] (в) базы Слоановского цифрового обзора неба [4]

Следует также отметить высокие темпы выявления квазизвездных объектов. Так, в каталоге Де Вени [8] 1971 г. содержалось описание всего 202 квазаров. К началу текущего столетия, в девятом издании каталога «Верон-Сетти» [7], было включено немногим более 15.000 квазизвездных объектов. Линейность логарифма числа выявляемых с течением времени квазизвездных объектов, изображенная на Рис. 2, иллюстрирует экспоненциальный характер роста их числа за последние сорок лет.

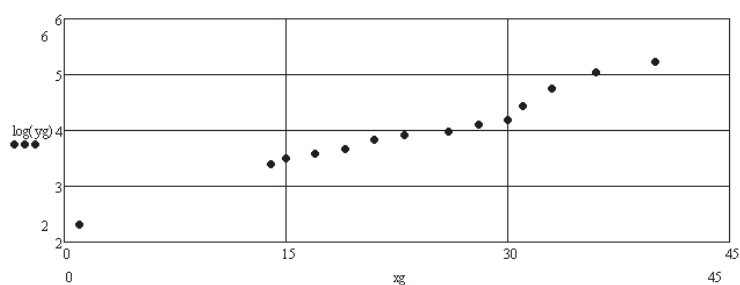


Рис. 2. Линейность логарифма, как иллюстрация экспоненциального роста числа обнаруженных квазаров за сорок лет наблюдений [7]

В настоящее время, как отмечено выше, количество квазаров в наиболее полных каталогах превышает сотню тысяч, а количество кандидатов в квазары - миллионы. При этом в зонах фиксации квазары и кандидаты в квазары характеризуются достаточно высокой плотностью размещения по небесной сфере, достигающей для квазаров ста штук на квадратный градус небесной сферы и трехсот – для кандидатов в квазары.

Сказанное позволяет ставить задачи статистических исследований космологических процессов с использованием каталожных баз данных.

Каталог [1] содержит значения абсолютной звездной величины M квазаров. В силу того, что светимость квазаров не удовлетворяет определению стандартной свечи, эта величина рассчитывается косвенным путем с

использованием, например, линейного закона Хаббла на основании прямых измерений красного смещения z , относительной звездной величины m , а также оценок параметра Хаббла H_0 и скорости c света в вакууме.

В настоящее время для расчета M в качестве физического уравнения связи используют различные нелинейные модификации закона Хаббла. Это требует дополнительного привлечения оценок ряда физических величин. В частности, используется нелинейная модификация [9] вида:

$$M = -5 \log \left[1 + \frac{z(1 - q_0)}{\sqrt{1 + 2q_0z} + 1 + q_0z} \right] + \Delta M(z) - k - 5 \log z + 5 \log H_0 - 5 \log c + 5, \quad (1)$$

где

$$k = -2,5 \log (1 - z)^{1-\alpha}, \quad (2)$$

$\Delta M(z)$ – поправка, обусловленная особенностями спектра квазизвездного объекта. Модификация (1) требует привлечения числовых оценок оптического спектрального индекса α , а также параметра ускорения Вселенной q_0 .

Другая нелинейная модификация [10]

$$M = -5 \log \left[\int_0^z \frac{dz}{\sqrt{(1+z)^3 \Omega_M + \Omega_\Lambda}} \right] + \Delta M(z) - k - 5 \log (1+z) + 5 \log H_0 - 5 \log c + 5 \quad (3)$$

требует привлечения числовых оценок относительных плотностей вещества Ω_M , а также темной материи Ω_Λ .

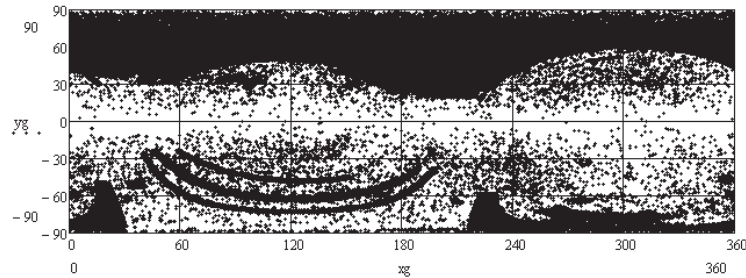


Рис. 3. Распределение квазизвездных объектов по небесной сфере согласно данным [6]

Выражение (1) использовано для расчета абсолютной звездной величины квазаров при составлении 12-го издания каталога «Верон-Сетти» [5]. При этом использовались следующие числовые значения постоянных величин $H_0 = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$; $q_0 = 0$; $\alpha = 0,3$ [11]. Выражение (3) использовано при составлении 13-го издания этого каталога [6]. Кроме того, были использованы следующие числовые значения постоянных величин $H_0 = 71 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$; $\Omega_M = 0,29$; $\Omega_\Lambda = 0,71$; $\alpha = 0,3$ [10] - [12]. Таким образом, данные последнего издания каталога «Верон-Сетти» [6] в части абсолютной звездной величины M квазаров существенно отличаются от аналогичных данных предыдущих изданий, а также данных других каталогов.

На Рис. 3 изображено распределение квазизвездных объектов по небесной сфере согласно данным каталога «Верон-Сетти» [6]. Вид распределения имеет характерные особенности аналогичного распределения других каталогов (см. Рис. 1). Положительной особенностью этого распределения является наличие наблюдательных данных в южном полушарии галактической небесной сферы, что расширяет возможности статистического анализа в ходе космологических расчетов.

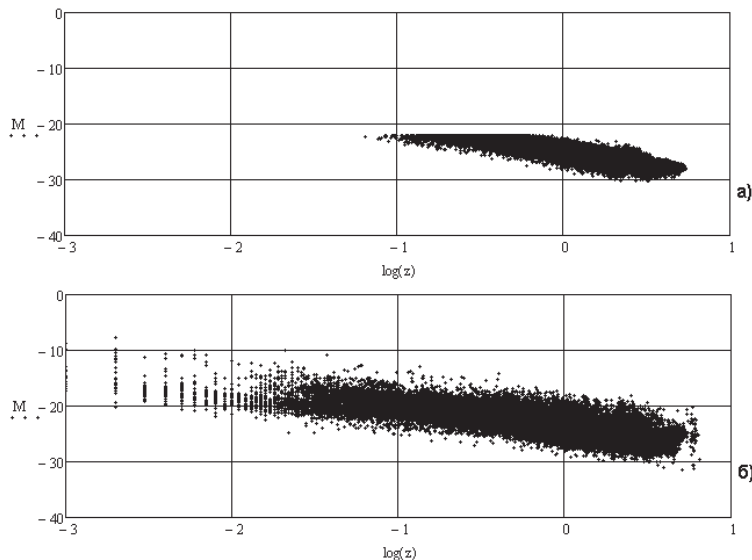


Рис. 4. Зависимости величины M от $\log(z)$, полученные по точкам каталогов Слоановского цифрового обзора неба [1] (а), а также «Верон-Сетти» [6] (б)

На Рис. 4 представлены точечные диаграммы зависимостей величины M от $\log(z)$ квазизвездных объектов, полученные по каталогам Слоановского цифрового обзора неба [1] (а), а также «Верон-Сетти» [6] (б), построенные в одинаковой координатной системе. Сравнение диаграмм показывает, что множество значений M каталога [6] существенно превосходит аналогичное множество значений каталога [1] в области малых значений. Это различие обусловлено тем, что различные каталоги включают в себя квазизвездные объекты различных типов. В частности, Слоановский каталог содержит собственно квазары различных типов. Каталог «Верон-Сетти» составлен из данных о собственно квазарах, а также активных галактических ядер, BL -лацертид и ряда других объектов, относимых по типу к квазизвездным.

При этом к собственно квазарам относят квазизвездные объекты, светимость которых по абсолютной звездной величине, как правило, превосходит $-23,0$. Этим объясняется различие диаграмм (а) и (б) графиков Рис. 4. Диаграмма (б) описывает весь спектр квазизвездных объектов, тогда как диаграмме (а) удовлетворяют лишь объекты, ограниченные значениями $M \leq -23,0$.

Следует также заметить, что тринадцатое издание каталога «Верон-Сетти» [6], в котором для расчета M использовалось значение параметра Хаббла $H_0 = 71 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, в отличие от двенадцатого и предыдущих изданий, в которых использовалось значение параметра Хаббла $H_0 = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, применяло в качестве граничного значения M не $-23,0$, а $-22,25$. Такой подход не предполагает, в частности, переноса части объектов, ранее относимых к типу активных галактических ядер, к новому для них типу собственно квазаров. Подобный подход существенно усложняет космологический анализ каталожных баз данных, в частности, при поиске соответствия квазизвездных объектов той или иной модификации закона Хаббла.

2. Статистическая оценка анизотропии распределения значений параметра Хаббла по небесной сфере

Можно показать, что диаграммы вида Рис. 4 с удовлетворительной точностью соответствуют линейному закону Хаббла при их аппроксимации по методу наименьших квадратов. В частности, данным «Верон-Сетти» [5] (Рис. 4 (б)) соответствует линейная часть (1) с двумя оцененными коэффициентами вида:

$$M_{01} = -4,145 \log z - 23.740. \quad (4)$$

Принудительная замена коэффициента при логарифме на -5 , что в точности соответствует линейному закону Хаббла, с последующей оценкой единственного коэффициента дает выражение с достаточно близким к (4) значением линейного члена:

$$M_{02} = -5 \log z - 23.744. \quad (5)$$

Подобная близость иллюстрируется Рис. 5, на котором сплошная линия соответствует уравнению регрессии (4), а пунктирная – уравнению (5).

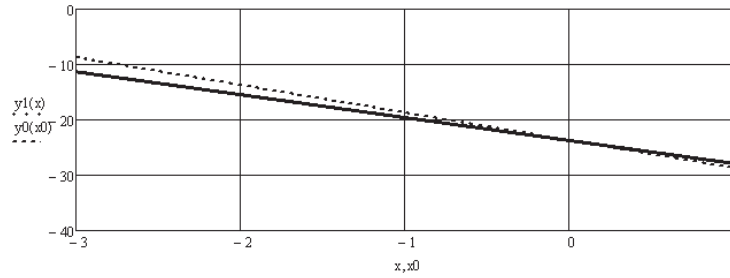


Рис. 5. Близость регрессионных зависимостей (4) (сплошная линия) и (5) (пунктир)

Если бы метод построения прямой Хаббла позволял решать задачу определения параметра Хаббла, то расхождения в оценках числовых значений H_{01} и H_{02} параметра при использовании выражений (4) и (5) составили

$$\Delta b = 5 \log \frac{H_{01}}{H_{02}}, \quad (6)$$

где $\Delta b = 0,04$ – абсолютное значение разности свободных членов в (4) и (5).

При этом относительная погрешность подобных расчетов

$$\delta H_0 = 1 - \frac{H_{01}}{H_{02}} = 1 - 10^{\frac{\Delta b}{5}}, \quad (7)$$

не превысила бы значения 0,02, что в перерасчете на интервальную оценку составило бы $E(H_0) = 69,5 \div 72,5 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ при действительном значении $H_0 = 71 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

Аналогично, данным каталога Слоановского цифрового обзора неба [1] (рис. 4 (а)) соответствует линейная часть (1) с двумя оцененными коэффициентами вида:

$$M_{01} = -4,546 \log z - 24,892, \quad (8)$$

а линейная часть с одним оцененным коэффициентом приобретает вид:

$$M_{02} = -5 \log z - 24,835 \quad (9)$$

при относительной погрешности оценки (7), по абсолютной величине не превышающей значения 0,03, что в перерасчете на интервальную оценку составило бы $E(H_0) = 69,1 \div 72,9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ с тем же самым действительным значением $H_0 = 71 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

Моделирование процедуры оценивания величины $E(H_0)$ двумя уравнениями относительно b , например, (4) и (8), составленным по данным двух разных каталогов, дает существенно более высокую относительную погрешность (7), достигающую 0,7. Это обусловлено тем, что, как было отмечено выше, каталоги квазизвездных объектов различаются по принципам своего построения, в частности, по типам квазизвездных объектов, отбираемых для включения в каталоги, а также используемым для расчета абсолютной звездной величины M квазаров действительными значениями величины H_0 .

Сказанное позволяет сделать вывод о том, что использование фото- и астрометрических баз данных квазаров не позволяет осуществлять оценку параметра Хаббла на основе статистической обработки материалов этих баз, поскольку светимость квазаров не удовлетворяет определению стандартной свечи. Однако статистическая обработка названных баз может быть использована для поиска отклонений значений параметра Хаббла от какого-либо из ныне принятых действительных значений этого параметра, например, в зависимости от выбранного направления на небесной сфере.

Для этого необходимо выполнить следующие процедуры. Во-первых, из всей совокупности каталожных данных следует отобрать квазизвездные объекты, наблюдаемые в направлениях, обладающих рядом статистических особенностей. Эти направления должны описывать на небесной сфере области, которые могут быть разбиты на участки, в пределах которых распределения квазаров по оцененным абсолютным светимостям, опираясь на некоторый статистический критерий, при прочих равных условиях можно считать достаточно близкими. Условия следует считать близкими, если скорость космологического расширения Вселенной в этих направлениях одинакова и равна установленному действительному значению. Тогда, аппроксимация зависимости абсолютной звездной величины M от логарифма красного смещения z прямыми вида (4) или (5) должна приводить к тому, что в каждом из образованных таким образом окон выборки свободные члены в соответствующих уравнениях регрессии окажутся одиноковыми с учетом некоторого критерия точности. При этом расчет точности может быть основан на вычислении среднеквадратического отклонения средних значений абсолютной звездной величины M от среднего значения, рассчитываемого по всей отобранной совокупности.

Если отклонения Δb между свободными членами в уравнениях регрессии окажутся статистически значимыми, следует заключить, что условия, в которых находятся квазары, являются неравными. Если при этом

средние квадратические отклонения абсолютных светимостей квазаров от их среднего значения по соответствующим окнам выборки окажутся достаточно близкими, а средние значения светимостей окажутся различающимися, что обеспечивает различие свободных членов уравнений, то различия в анализируемых условиях можно интерпретировать как следствие анизотропии скорости расширения Вселенной в зависимости от направлений окон выборки на небе.

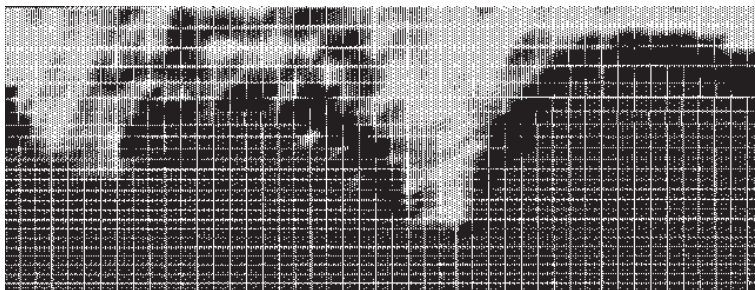


Рис. 6. Предварительная схема распределения анизотропии параметра Хаббла по различным направлениям небесной сферы

Иными словами, анизотропия скорости расширения Вселенной искажает распределение квазаров по их наблюдаемым относительным звездным величинам между окнами выборки. При использовании для расчета абсолютной звездной величины квазаров неизменного по значению параметром Хаббла это должно приводить к систематическому завышению или занижению рассчитываемой величины между окнами выборки, что может быть обнаружено в ходе регрессионного анализа. При этом разность свободных членов Δb на основании (6) – (7) позволяет оценить, во сколько раз оцениваемое значение параметра Хаббла в том или ином направлении отличается от значения H_0 , принятого в качестве действительного для оценки абсолютной звездной величины квазаров по всей их каталожной совокупности. В качестве оценок разности Δb может быть использована разность средних арифметических значений M между окнами выборки либо между анализируемым окном и всей отображенной для анализа совокупностью квазизвездных объектов.

3. Оценка анизотропии параметра Хаббла по небесной сфере

Для дальнейших расчетов оказалось удобным разбить небесную сферу на 2304 равновеликих по площади окон выборки. Если предположить, что параметр Хаббла в зависти от направления на небесной сфере различается на значение, не превышающее двух – трех десятков процентов, то оказывается, что для удовлетворения точности расчетов окна выборки должны характеризоваться средним квадратическим отклонением средней абсолютной светимости квазаров M не более чем на $0,1 \div 0,2$ звездные величины. Такому условию удовлетворили 529 выборочных окна, т.е. немногим менее 25 % площади небесной сферы. Это приблизительно соответствует площади наиболее темных областей Рис. 3.

На Рис. 6 показано северное галактическое полушарие, соответствующее верхней части Рис. 3, где различными оттенками серого, в порядке возрастания от белого к черному, показаны предварительные результаты расчетов элементов анизотропии распределения параметра Хаббла по окнам выборки, каждое из которых является отдельной клеточкой изображения. Нижнюю часть изображения занимает поле небесной сферы, в пределах которого квазары не были выявлены. Этому полю соответствует стандартное значение $H_0 = 71 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Верхняя часть изображения отображает выявляемую анизотропию H_0 . Темные дуги, ограничивающие верхнюю и нижнюю части изображения, содержат систематические погрешности, обусловленные краевыми эффектами и подлежащие исправлению введением поправок.

На Рис. 7 изображена гистограмма распределения анизотропных значений величины H_0 . Согласно рисунку абсолютное большинство этих значений принадлежит интервалу от 48 до $103 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, который соответствует линейке оттенков серого на Рис. 6.

Таким образом, описанный в настоящей работе метод, по мере прогресса в заполнении пробелов на небесной сфере вновь выявляемыми квазарами при достигнутой ныне плотности их размещения на небес, позволяет выявлять анизотропию значений параметра Хаббла в соответствующих направлениях небесной сферы.

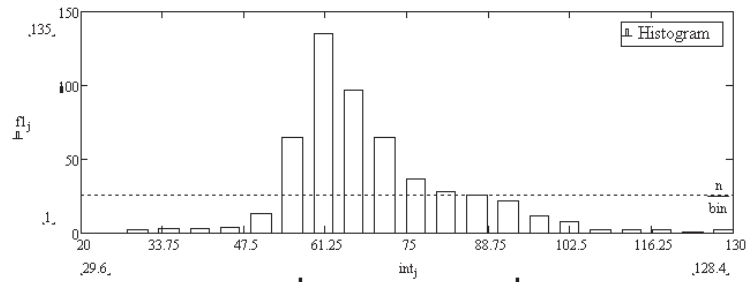


Рис. 7. Гистограмма распределения оценок значений параметра Хаббла в рамках поиска анизотропии скорости расширения Вселенной

Литература

- [1] SDSSQUASAR - Sloan Digital Sky Survey Quasar Catalog (7th Data Release) [Электронный ресурс]: <http://www.heasarc.gsfc.nasa.gov/W3Browse/all/sdssquasar.html>
- [2] SDSSNBCQSC - Sloan Digital Sky Survey NBC Quasar Candidate Catalog [Электронный ресурс]: <http://www.heasarc.gsfc.nasa.gov/W3Browse/all/sdssnbcqsc.html>
- [3] SDSSNBCKDE - SDSS NBCKDE Catalog of Photometrically Selected Quasar Candidates [Электронный ресурс]: <http://www.heasarc.gsfc.nasa.gov/W3Browse/all/sdssnbckde.html>
- [4] Sloan Digital Sky Survey [электронный ресурс]: <http://www.sdss.org>
- [5] M.-P. Veron-Cetty and P. Veron. A Catalogue of Quasars and Active Nuclei: 12-th Edition // ESO Scientific Report.-№19.-2006.
- [6] M.-P. Veron-Cetty and P. Veron. A Catalogue of Quasars and Active Nuclei: 13-th Edition // Astronomy & Astrophysics manuscript.-March 30, 2010.
- [7] Observatoire de Haute-Provence [Электронный ресурс]: <http://www.obs-hp.fr>
- [8] De Veny J.B., Osborn W.H. & Janes, K. 1971, PASP, **83**, 611.
- [9] Tirrell J., 1977, Am.J.Phys, **45**, 864.
- [10] Riess A.G., Strolger L.-G., Tonry, J. et al. 2004, ApJ, **607**, 665.
- [11] Francis P.J., Hewett P.C., Foltz, C.B. et al. 1991, ApJ, **373**, 465
- [12] Perlmutter S., Aldering G., Knop, R.A. et al. 1999, ApJ, **517**, 565.

ОБ УСКОРЕНИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ УДАРНЫХ ВОЛН

А.Н. Голубятников¹, С.Д. Ковалевская²

¹МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия, ²МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

¹E-mail: alex_m_bar@mail.ru, ²E-mail: ya.oayu@mail.ru

Аннотация. *On the acceleration of relativistic shock waves.*

На основании развития метода обратной задачи построено два класса решений уравнений идеальной релятивистской гидродинамики с плоской ударной волной, создаваемой поршнем, которая движется при наличии противодействия по статическому фону с падающей до нуля плотностью. Поршень движется либо с постоянной скоростью, либо с постоянным ускорением. В первом случае частицы среды за ударной волной не испытывают ускорения, во втором – деформации. Исследован нерелятивистский предел. Показано, что при наличии противодействия происходит уход ударной волны на бесконечность за конечное время (режим с обострением). В специальной теории относительности время и расстояние выхода волны на границу тела ограничены, а ее скорость меньше скорости света. Результаты могут быть использованы для оценок процессов ускорения частиц, например, в тепловых пятнах на поверхности Солнца.

1.

В свое время акад. Л.И. Седовым [1] в рамках ньютоновской газовой динамики был построен и исследован класс автомодельных решений, описывающий явление неограниченного усиления и разгона сильной ударной волны (без противодействия) за счет падения начальной плотности среды. Эти решения позволили объяснить наличие очень быстрых частиц в солнечном ветре и космических лучах. При этом является существенным учет релятивистских эффектов.

В рамках специальной и общей теории относительности (в ультрарелятивистском приближении) такое, но неавтомодельное решение было получено для всех трех случаев одномерных движений при отсутствии противодействия одним из авторов благодаря развитию метода обратной задачи [2]. При наличии достаточного функционального произвола в решениях перед и за ударной волной задача была сведена к решению обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, которое решалось явно. Построенное решение обладало конечной массой слоя газа и конечной энергией, создаваемой поршнем, движущимся с любой, даже небольшой, но постоянной скоростью, со специальным (в некотором смысле оптимальным) падением начальной равновесной плотности. При этом сильная ударная волна разгонялась до скорости света, производя чисто релятивистский эффект перехода определенной части энергии-импульса в излучение.

В настоящей работе этот метод построения решений применяется при наличии равновесного противодействия. Решение уравнения, определяющего закон движения ударной волны, качественно исследуется и реализуется численно. Уже в нерелятивистской теории мы имеем уход ударной волны на бесконечность за конечное время. Если без противодействия, когда скорость звука перед фронтом была равна нулю, ударная волна разгонялась только за счет уменьшения инерции газа, то с противодействием происходит качественная перестройка решения – ударная волна имеет скорость большую начальной звуковой, но эта скорость звука растет до бесконечности!

В теории относительности выход ударной волны на поверхность тела происходит также за конечное время, но уже на конечном расстоянии от возмущающего поршня. При этом скорость ударной волны и газа за ней остаются меньшими скорости света и определяются краевым условиями.

Такого рода условия, связанные с образованием прямолинейных каналов со специальным падением плотности при конечном давлении (тепловые пятна), вероятно, время от времени создаются за счет магнито-гидродинамических процессов в экваториальных частях атмосфер звезд, в частности Солнца, что приводит к мощным направленным выбросам сгустков плазмы.

2.

Рассмотрим первое решение одномерной задачи с плоскими волнами сначала в рамках ньютоновской механики. Процесс – адиабатический, газ – совершенный. Используется лагранжева координата ξ .

Пусть $x(\xi, t)$ – закон движения среды, $v = x_t$ – скорость, $\rho = \rho_0(\xi)/x_\xi$ – плотность, $p = p_0(\xi)/x_\xi^\gamma$ – давление. Уравнения движения имеют вид

$$\rho_0 x_{tt} + p_\xi = 0.$$

Перед ударной волной имеем равновесие

$$x = \xi, \quad p = p_0 = \text{const.}$$

Имеются одна произвольная функция $\rho_0(\xi)$.

За ударной волной происходит движение без локального ускорения частиц среды

$$x = v(\xi)t, \quad \rho = \frac{\rho_0(\xi)}{v't}, \quad p = \frac{p_1}{t^\gamma},$$

где p_1 и показатель адиабаты γ – постоянные, $v(\xi)$ – еще одна произвольная функция. Функция $\rho_0(\xi)$ – та же, ее непрерывность следует из закона сохранения массы.

Таким образом, имеется произвол в две функции от ξ . Из трех условий на разрыве можно найти эти функции и закон движения ударной волны $t = t_s(\xi)$. На разрыве выполняются условия непрерывности закона движения и сохранения потоков количества движения и энергии. Тогда

$$vt_s = \xi, \quad \rho_0 v = \left(\frac{p_1}{t_s^\gamma} - p_0 \right) t_s', \quad \rho_0 \frac{v^2}{2} + \frac{p_1 v'}{(\gamma - 1)t_s^{\gamma-1}} = \frac{p_0}{\gamma - 1} + \frac{p_1 v}{t_s^\gamma} t_s'. \quad (1)$$

Уравнения (1) полностью интегрируются

$$v = \frac{\xi}{t_s} = v_0 \left(\frac{t_s}{t_0} \right)^{(\gamma-1)/2} \frac{p_1 - p_0 t_0^\gamma}{p_1 - p_0 t_s^\gamma}, \quad t_s < t_* = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{1/\gamma},$$

где $v_0 > 0$ и $t_0 > 0$ – скорость и начало движения поршня, так что лагранжева переменная ξ отсчитывается от $v_0 t_0 > 0$.

Таким образом, при конечном t_* ударная волна уходит на бесконечность. В окрестности $\xi = \infty$ начальная плотность

$$\rho_0 = \frac{(p_1 - p_0 t_s^\gamma) t_s'}{v t_s^\gamma} \sim (p_1 - p_0 t_s^\gamma)^4 \sim \frac{1}{\xi^4},$$

масса конечна. Начальная скоростью звука $a_0 = (\gamma p_0 / \rho_0)^{1/2}$ стремится к бесконечности как ξ^2 .

Работа поршня

$$A = \frac{p_1 v_0}{\gamma - 1} (t_0^{1-\gamma} - t_*^{1-\gamma}). \quad (2)$$

также конечна.

Пусть $\Delta p = p_1 / t_s^\gamma - p_0 \rightarrow 0$. Тогда асимптотики решения по приращению давления имеют вид

$$\frac{1}{t_s'} = \frac{K}{(\Delta p)^2}, \quad v = \frac{E}{\Delta p}, \quad \rho_0 = \rho_1 = \frac{(\Delta p)^4}{KE},$$

$$t_s = t_* - \frac{Et_* \Delta p}{K}, \quad \frac{K}{E} = \frac{\gamma p_1}{t_*^\gamma}.$$

Формула (2) показывает, что работа поршня может быть малой, но существенной как катализатор развития процесса ускорения ударной волны, так как в начальном состоянии перед ней даже при малом p_0 имеется бесконечное «море» энергии. Ясно, что решение задачи является модельным, но физически это может быть реализовано как механизм локальной потери устойчивости равновесия горячего газа – теплового пятна.

Отметим, что такого рода режим с «обострением» в рамках теории адиабатического движения газа указан нами впервые.

3.

В рамках специальной теории относительности задача осложняется не столько ограниченностью скорости по величине скоростью света $c = 1$, сколько другим определением скорости звука a как собственной характеристической скорости. Например, для совершенного газа имеем

$$a^2 = \frac{\gamma p}{\rho h} < \gamma - 1, \quad h = 1 + \frac{\gamma p}{(\gamma - 1)\rho},$$

h – удельная энтальпия, ρ – плотность массы покоя, скорость света $c = 1$.

Уравнения движения имеют вид

$$\left(\frac{\rho_0 v h}{\sqrt{1 - v^2}} \right)_t + p_\xi = 0,$$

$$v = x_t, \quad \rho = \rho_0 \frac{\sqrt{1 - v^2}}{x_\xi}, \quad (p/\rho^\gamma)_t = 0.$$

На ударной волне $t = t_s(\xi)$ с использованием лагранжевой координаты ξ ; t, x – координаты инерциального наблюдателя, связанного с начальным состоянием, где $x = \xi$,

$$[x] = 0, \quad \left[\frac{\rho_0 v h}{\sqrt{1 - v^2}} - p t_s' \right] = 0, \quad (3)$$

$$\left[\rho_0 \frac{U + p v^2 / \rho}{\sqrt{1 - v^2}} - p v t_s' \right] = 0, \quad U = 1 + \frac{p}{(\gamma - 1)\rho}.$$

Символ $[\]$ означает скачок величины.

Перед ударной имеется то же состояние равновесия. За ударной волной разлет газа по Милну [3, стр. 465] с $x = v(\xi)t$. Для удержания начального равновесия такой конфигурации, конечно, надо добавить действие гравитационного поля (см. [2]), чем мы здесь пренебрегаем.

Приведем основное уравнение для распространения ударной волны. Пусть в области за ударной волной $t = \tau \text{ch } \theta$, $x = \tau \text{sh } \theta$, τ – собственное время, $\theta(\xi)$ – новая лагранжева переменная, $v = \text{th } \theta$ – 3-скорость, $p = p_1 / \tau^\gamma$ – давление, $\rho = \rho_0 / (\theta' \tau)$ – плотность. Если $p_0 \neq 0$, выбором масштабов можно сделать $p_0 / p_1 = 1$. Случай $p_0 = 0$ был рассмотрен в работе [2].

Обозначим $y = \tau_s^\gamma$ и $z = \gamma(\text{ch } \theta - 1)$. Тогда

$$\frac{dy}{dz} = \frac{\gamma y(1 - y(1 + z))}{z(\gamma - 1 + y(1 + \gamma + z))}.$$

Поле интегральных кривых указано на рис. 1, $\gamma = 4/3$ (пунктирная линия – изоклина $dy/dz = 0$). При $z \rightarrow 0$ имеем $y \approx C z^{\gamma/(\gamma-1)}$. Значение постоянной C определяет начальный характер движения: $C \rightarrow \infty$ – нерелятивистский (NR) или $C \rightarrow 0$ – ультрарелятивистский (UR) пределы.

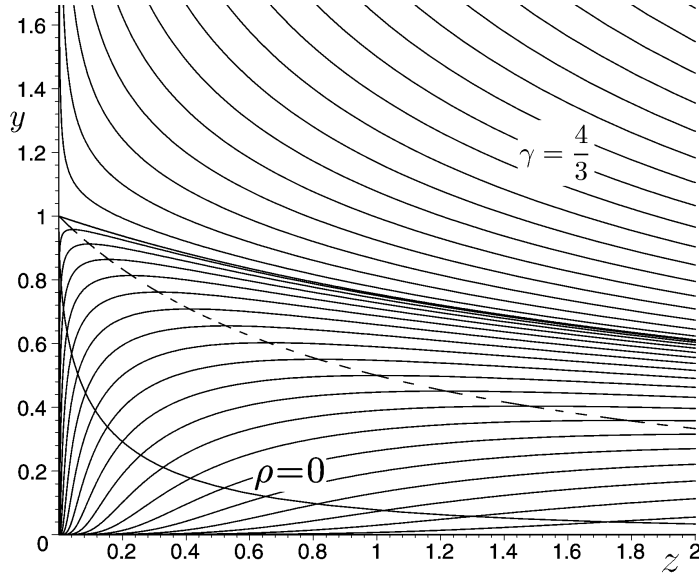


Рис. 1.

Соответствующие асимптотики имеют вид:

$$1) NR - C \rightarrow \infty, \quad y_* = 1 - \sqrt{\frac{2\gamma z_*}{\gamma - 1}}, \quad z_* = \frac{\gamma v_*^2}{2} = C^{(1-\gamma)/\gamma}.$$

$$2) UR - C \rightarrow 0, \quad y_* = C z_*^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad z_* = \left(\frac{\gamma-1}{C}\right)^{(\gamma-1)/(3\gamma-2)}, \quad v_* = 1 - \frac{\gamma^2}{2z_*^2}.$$

Решение имеет физический смысл, если плотность массы покоя $\rho \geq 0$. Соответствующая область ограничена кривой, расположенной значительно ниже изоклины с нулевым наклоном,

$$z = -\gamma + (1 + (\gamma - 1)^2 + (\gamma - 1)(y + 1/y))^{1/2}.$$

Ее вид показывает, что вообще при грубой оценке решения достаточно использовать указанное выше приближение.

При $p_0 \neq 0$ эта граница тела отвечает бесконечному значению температуры, пропорциональной p_0/ρ_0 . Однако, такие финальные динамические характеристики, как расстояние и время – конечны, скорость газа меньше скорости света, а скорость ударной волны в отличие от ньютоновской механики больше начальной скорости звука.

4.

Рассмотрим теперь другой случай, отвечающий ускоренному твердотельному движению газа за ударной волной по Борну [4]. Перед ударной волной, по-прежнему, имеется равновесие с постоянным давлением p_0 .

В области за ударной волной

$$x = \sqrt{\eta^2(\xi) + t^2}, \quad \rho = \rho(\eta) = \rho_0(\xi)/\eta', \quad p = p(\eta),$$

$$\eta \frac{dp}{d\eta} + \rho + \frac{\gamma p}{(\gamma - 1)} = 0. \quad (4)$$

Отметим, что величина 4-ускорения в размерном виде равна $|\mathbf{a}|^2 = -c^4/\eta^2$ и переменна по частицам, таким образом данное решение не имеет никакого ньютоновского предела, соответствующего твердотельному движению, когда a зависит только от t . Хотя аналогичное решение с равноускоренным движением вида $x = at^2/2 + v_0t + x_0(\xi)$ легко построить.

Из второго условия на разрыве (3) и уравнения (4), исключая ρ , имеем первый интеграл

$$p = p_0 + p_1/t_s, \quad (5)$$

p_1 – постоянная.

Третье условие (3) приводится к виду

$$\frac{d}{d\eta} [p_0 x_s + (\gamma - 1)p(x_s - \eta)] = p, \quad x_s = \sqrt{\eta^2 + t_s^2}. \quad (6)$$

При $p_0 = 0$, когда нет противодействия, уравнение (6) интегрируется

$$\eta = C(x_s/\eta + 1)^{\gamma-1},$$

что позволяет далее определить t_s , p из (5), ρ из (4), из непрерывности x зависимость $\eta(\xi)$ и из связи $\rho = \rho_0(\xi)/\eta'$ распределение начальной плотности.

В случае $p_0 \neq 0$ после растяжения координат можно считать $p_0/p_1 = 1$. Вводя безразмерное давление $p = 1 + 1/t_s$ и выделяя производную от t_s , получим уравнение

$$\frac{dt_s}{d\eta} = \frac{t_s(\eta + \gamma(t_s + 1)(x_s - \eta))}{\gamma t_s^3 + (\gamma - 1)(x_s - \eta)\eta}, \quad x_s = \sqrt{\eta^2 + t_s^2}. \quad (7)$$

Уравнение (7) решается при $t_s(\eta_0) = 0$, где $\eta_0 > 0$. Физическое ограничение решения дает условие $\rho > 0$. Граница соответствующей области описывается кривой (рис. 2, $\gamma = 4/3$)

$$\eta = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma-1}} (t_s^3(t_s + 1))^{1/2}.$$

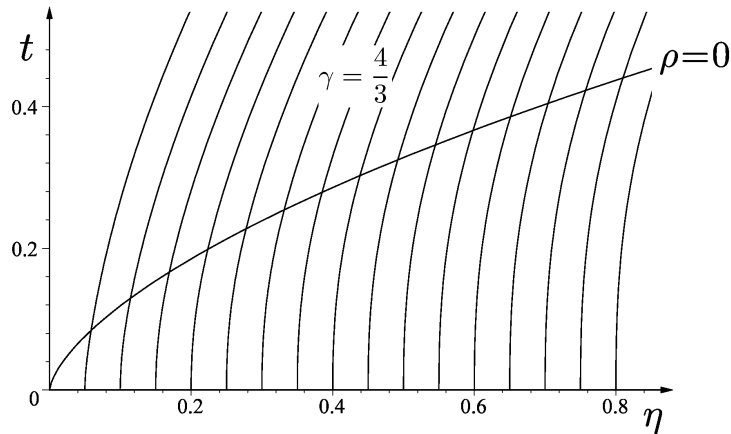


Рис. 2.

Таким образом, расстояние и время достижения бесконечных значений температуры конечны. Скорость газа и ударной волны меньше скорости света. Приведем также начальную асимптотику

$$t_s = \left(\frac{2}{\gamma-1} (\eta^2 - \eta_0^2) \right)^{1/2},$$

которую можно использовать для грубой оценки решения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 11-01-00051, 11-01-00188).

Литература

- [1] Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. / Л.И. Седов – М.: Наука, 1981.
- [2] Голубятников А.Н. О механизме отделения энергии-импульса от массы покоя. / А.Н. Голубятников // В кн.: Механика. Современные проблемы. – М.: Изд-во МГУ, 1987. – С. 152–157. Переиздание: Аэромеханика и газовая динамика, 2002, № 1. – С. 73-77.
- [3] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц – М.: Наука 1973.
- [4] Born M. Ann. d. Phys., 1909, v. 30, p. 1. Пер.: Борн М. Теория недеформируемого электрона в релятивистской кинематике./М. Борн – В кн.: Эйнштейновский сборник 1975–1976. М.: Наука, 1978. – С. 287–340.

WORMHOLES AND THE PROBLEMS OF THE TIME MACHINE CONSTRUCTION

A.K. Guts¹

Omsk State University, Omsk, Russia

¹E-mail: guts@omsu.ru

In 1949 Kurt Gödel opened us the theoretical principle of the Time Machine Construction. But the practical questions of realization of this theoretical possibility require to solve a number of problems.

1. A natural Time Machine in simply-connected space-time can exist only in extremal conditions

Let's assume that the closed time-like smooth curve L is an analytical Jorgan's curve and one lies on a simply-connected surface $F \subset D$, L is border of F , and L is contained in the space which is filled a dust matter with density ρ .

Then the Zelmanov's chronometric invariant time $\tau(L)$ of living among the world line L can be estimate as it follows:

$$\tau(L) = \frac{1}{c} \int_L \frac{g_{0i} dx^i}{\sqrt{g_{00}}} \sim \frac{\sqrt{8\pi G\rho}}{c^2} \sigma(F), \quad \sigma(F) = \iint_F dS \quad (1)$$

From (1), if we allow "Euclidean" relation $\sigma(F) \sim \pi^{-1}[l(L)]^2$, where

$$l(L) = \int_L \sum_{i,k=1}^3 \sqrt{\left(-g_{ik} + \frac{g_{0i}g_{0k}}{g_{00}}\right)} dx^i dx^k$$

is spatial length of loop L and $\sigma(F)$ is "Euclidean" area of a surface of F , it follows that

$$\tau(L) \sim 2 \cdot 10^{-24} \sqrt{\rho} \cdot [l(L)]^2 (\text{sec}).$$

From this formula it is visible that causal chains exist or in extremal physical conditions, or have the sizes of galactic scale [1].

2. The Thorn's Time Machine Construction is impossible

[2,3,4]. Thorn and others declare that closed timelike curves may arise as a result of the relative motion of the 3-wormhole's mouths. The Thorn's Time Machine construction is based on the Lorentz contraction [5,6] or on placement of one mouth of a 3-dimensional wormhole in a strong gravitational field [7]. But

1) the formulas of the Lorentz transformations were deduced only for the simply connected domain of 4-dimensional arithmetical space \mathbb{R}^4 [8]. So the using of concept of Lorentz contraction for nonsimply connected space-time is not correct;

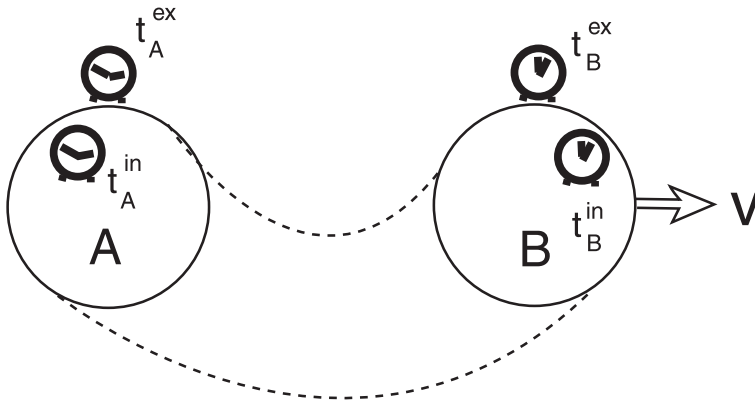


Рис. 1. Fig. 1

2) we must consider the two pairs of clocks: external t_A^{ex} and internal t_A^{in} clocks near left mouth A of wormhole, and external t_B^{ex} and internal t_B^{in} clocks near right mouth B (see Fig.1). Always clocks t_A^{ex} and t_A^{in} are synchronous, and clocks t_B^{ex} and t_B^{in} are synchronous, because they are located in the same physical conditions. Hence, the clocks t_A^{in} and t_B^{in} can not be synchronous, and transition from mouth B to A through wormhole is not an exit in the past.

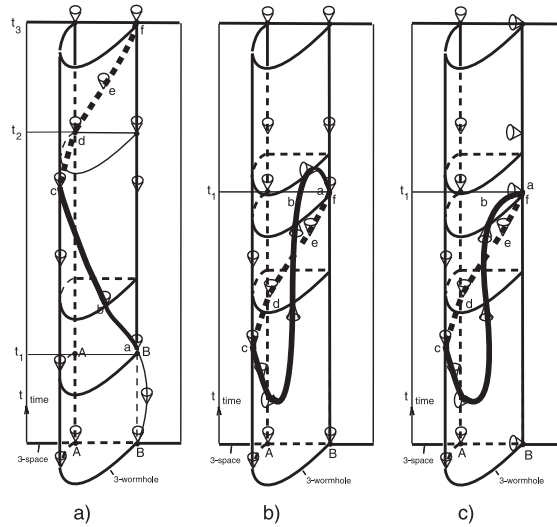


Рис. 2. Fig. 2

3) the time-like loop appears as result of an aprioristic declination of the light cones. In the Thorn's time machine the light cones in space-time are set initially. Therefore, if initially necessary declination of light cones in space-time for existence of time-like loop was absent, than the time-like loop won't appear, when mouth B is moving there-her, or the wormhole's mouth B is placed in the strong gravitational field. And then a transition through wormholes from mouth B (the enter) to mouth (the exit) A (a curve of $abcd$ for Fig. 2)) and the next movement from mouth A to mouth B (the curve of def for Fig. 2)) will lead only to the exit in future epoch $t = t_3$ with respect to the beginning of all movement among the curve $abcdef$ at epoch $t = t_1$ (see Fig. 2, a)). Let's turn attention to that an declination of "in" and "ex" cones of the wormhole at each mouth shouldn't differ strongly. Moreover, it should not differ strongly for both mouths, otherwise the time flows on the mouth-ends differently, and it is senseless to speak about any synchronization of the clocks along a wormhole in its internal space.

The unique hope that in a wormhole the light cones cardinally change the orientation. Really, at Fig. 2, b) such situation containing an time-like loop is represented. But it is absolutely impossible, that in internal space of wormhole having length in, say, 1 meter, such somersaults of a light cone are possible.

If mouth B lies in strong gravitational field, then we have the same situation with somersaults of a light cone (see Fig. 2, c));

4) all known to us the examples of 3-dimensional wormholes are metrics on the cylinder without necessary somersaults of light cone. The cylinder is not a space with a 3-wormhole, and the declaration that the cylinder easily transforms to space with 3-wormhole by means of obvious identifications of points (and the Lorentz contraction is observed) is only the doubtful declaration.

3. The Time Machine Construction is 4-dimensional wormhole which connects two events (at present and at past) after the transformation of space-time M^4 into a resilient leaf (or dense one) in 5-dimensional Hyperspace M^5

In [2] we suggested another project of time machine using a 4-dimensional wormhole.

Let $\langle M^4, g_{\alpha\beta} \rangle$ be a leaf of an orientable foliation \mathcal{F} of codimension 1 in the 5-dimensional Lorentz manifold $\langle M^5, g_{AB}^{(5)} \rangle$, $g = g^{(5)}|_{M^4}$, $A, B = 0, 1, 2, 3, 5$. Foliation \mathcal{F} is defined by the differential 1-form $\gamma = \gamma_A dx^A$. If the Godbillon-Vey class $GV(\mathcal{F}) \neq 0$ then the foliation \mathcal{F} has a resilient leaves.

We suppose that real global space-time M^4 is a resilient one, i.e. is a resilient leaf of some foliation \mathcal{F} . Hence there exists an arbitrarily small neighborhood $U_a \subset V^5$ of the event $a \in M^4$ such that $U_a \cap M^4$ consists of at least two connected components U_a^1 and U_a^2 .

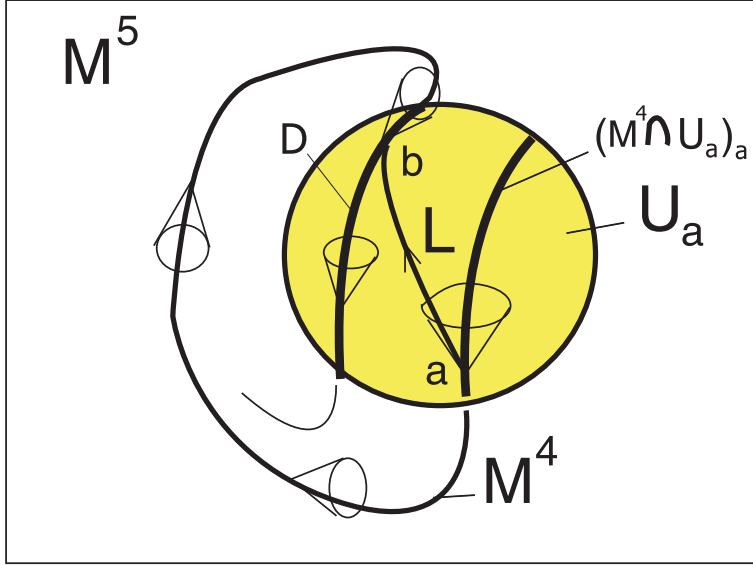


Рис. 3. Fig. 3

Remove the 4-dimensional balls $B_a \subset U_a^1, B_b \subset U_a^2$, where an event $b \in U_a^2$, and join the boundaries of formed two holes by means of 4-dimensional cylinder. As result we have a 4-wormhole C , which is a Time machine if b belongs to the past of event a (see Fig. 3.). The past of a is lying arbitrarily nearby. The distant Past is more accessible than the near Past. A movement along 5th coordinate (in the direction γ^A) gives the infinite piercing of space-time M^4 at the points of Past and Future. It is the property of a resilient leaf.

If σ is the characteristic 2-dimensional section of the 3-dimensional domain D_0 that one contains the 4-wormhole, than we have for the mean value of energy density jump which one is required for creation of 4-wormhole C the following formula:

$$\langle \delta \varepsilon \rangle \sim \frac{c^4}{4\pi G} \frac{1}{\sigma},$$

where c is the light velocity, G is the gravitational constant.

When does a foliation have a spring leaf? For example, if \mathcal{F} be a codimension one transversely oriented, transversely affine foliation on a closed manifold, then affine foliation cannot have a medium complexity — it is either so complicated as to contain resilient leaves or so simple as to be almost without holonomy [9].

If foliation \mathcal{F} has no a resilient leaf we transform \mathcal{F} into foliation \mathcal{F}' with resilient leaves with the help of non-integrable deformation $\mathcal{F}_t, t \in [0, 1], \mathcal{F}_0 = \mathcal{F}, \mathcal{F}_1 = \mathcal{F}'$.

The value of energy density jump that one need for this deformation $\mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}'$ (with $g_{AB}^{(5)} \rightarrow (g')_{AB}^{(5)}$) is equal to

$$\delta \varepsilon \sim \frac{\pi c^4}{G} \left[\frac{l(\xi')}{\text{vol}'(M^5)} [-2\beta'_1(M^5) + \beta'_2(M^5)] - \frac{l(\xi)}{\text{vol}(M^5)} [-2\beta_1(M^5) + \beta_2(M^5)] \right],$$

where $\beta_i(M^5)$ are the Betti's numbers, $l(\xi)$ is the trajectory length of some vector field ξ on M^5 .

We can declare that our local power actions in space-time are capable to reconstruct its placement in Hyperspace.

The Gidbillon-Vey class is characteristic class of foliation, which is connected with scalar and electromagnetic fields. In the case of foliation of codimension 3 the characteristic classes are connected with electromagnetic field A_i and gluons $A(3)_i$ and $A(9)_i$.

4. Using of dense leaves

. Another method of the time travel is an using of the dense leaves. If M^4 is a dense leaf in \mathcal{F} , then in a dense leaf there is there is a possibility to make transition in the past, having left in Hyperspace and having passed rather small distance. It is a question: in what moment and from what point of dense leaf such trip is possible? But we see that the possibility of such travel exists. If all leaves of the foliation are dense, i.e. the foliation is minimal one, than the travel to the past is possible from of any leaf.

5. Conclusion

We see that construction of the Time Machine requires the solutions a number of geometrical problems of the foliation theory.

Литература

- [1] Guts A.K. Smooth closed time-like curves in general relativity theory. Soviet Physics J. (1975). V.16 (1973), No.9. P.1215–1217. MR 57 # 15221.
- [2] Guts A.K. Time machine as four-dimensional wormhole. arXiv: gr-qc/9612064 (1996).
- [3] Konstantinov M.Ju. On kinematic properties of topologically non-trivial models of space-time. Izvestiya vuzov. Fizika. (1992). No.12. P.84–88. (in Russian).
- [4] Konstantinov M.Ju. Mixed Boundary Problem for the Traversable Wormhole Models. arXiv:gr-qc/9712088v2 (1997).
- [5] Morris M.S., Thorne K.S., Yurtsever U. Wormholes, Time machines, and the Weak Energy Condition // Phys. Rev. Lett. 1988. V.61, no. 13. P.1446–1449.
- [6] Morris M.S., Thorne K.S. *Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool teaching general relativity* // Am. J.Phys. 1988. V.56, N.5. P.395–412.
- [7] Frolov V. P., Novikov I.D. Physical effects in wormholes and time machines. // Phys. Rev. 1990. V.D42. P.1057.
- [8] Guts A.K. Chronogeometry. – Omsk: UniPak, 2008. 340 p.
- [9] Inava T. Resilient leaves in transversaly affine foliations. // Tôhoku Math. J. 1989. V.41. P. 625–631.

ОТКЛОНЕНИЕ СВЕТА В ТЕОРИИ КАЛУЦЫ–КЛЕЙНА ПРИ НАЛИЧИИ ВЕКТОРНОГО ПОТЕНЦИАЛА

У.Н. Закиров¹

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

¹E-mail: zakirural@mail.ru

Аннотация. На основе учета векторного реактивного и электромагнитного потенциала в обобщенной метрике Гросса–Перри и метрике Керра в гравитационной теории Калуцы–Клейна получены общие выражения-тесты для изучения отклонения света массивным телом, включающие и классический тест ОТО. Показано, что при пренебрежении электромагнитным потенциалом в метрике Гросса–Перри наличие реактивного потенциала приводит к изменению угла отклонения света, малым по сравнению с классическим тестом; в метрике Керра дополнительно учитываются, кроме векторного потенциала, влияние вращения массивного тела, параметры магнитного монополя и темной энергии.

1. Введение

В работе [1] отмечается, что пятимерная теория в принципе способна объяснить эффекты, не охваченные ОТО, и должна быть протестирована наблюдениями. В работах [1], [2], [3] проведен анализ отклонения света массивным телом на основе лишь первоначальной метрики Гросса–Перри [4]. В работе [5] ставятся физические и технологические задачи наблюдательных тестов гравитационных и космологических теорий в Солнечной системе в 21 веке, в частности, упоминается унификация теории Калуцы–Клейна. Настоящее исследование направлено на одно из решений подобной задачи. Продолжая работы [1]–[3], мы рассматриваем проблему тестирования на основе обобщения метрики Гросса–Перри и Керра с учетом реактивного потенциала Ю.Рогожина [6], [7], введенного для описания темной энергии, также обладающего свойством антигравитации, электромагнитных потенциалов и параметра магнитного монополя. Реактивный потенциал предлагается в варианте, когда из малой заряженной переменной массы отбрасываются нейтральные, заряженные частицы и монополи.

2. Обобщение метрики Гросса–Перри и метрики Керра

Как известно, теория Калуцы–Клейна связывает гравитацию и электромагнетизм [8]. Поэтому, когда говорится об объединении гравитации и реактивного потенциала Ю. Рогожина [6], [7], нельзя забывать и о наличии заряженных частиц, вылетающих (входящих) в рассматриваемый малый объем материи. В теории Калуцы–Клейна пятое пространственное измерение свернуто в круг, радиус r_c которого является столь маленьким, чтобы быть экспериментально недоступным. В обобщенной пятимерной метрике нами, кроме потенциала заряженной частицы CA_ν^e , $C = (16\pi G_k)^{1/2}/c$, G_k — гравитационная константа в D5, c — скорость света, вводится в случае лишь испускания частиц реактивный потенциал вида $A_\nu = (\mu^* V_{\text{ист}\nu} + \mu u_\nu)$, $\mu = m/M_0$, $\mu^* V_{\text{ист}\nu}$ — импульс отбрасываемой частицы [7]. A_ν определяется на основе индуцированного тензора энергии-импульса в теории Калуцы–Клейна [3]:

$$8\pi T_\beta^\sigma = \gamma^{\alpha\sigma} \{ \Phi_{\alpha,\beta} - \gamma^{k\delta} (\gamma_{\delta\alpha,\beta} + \gamma_{\delta\beta,\alpha} - \gamma_{\alpha\beta,\delta}) \Phi_k \} / \Phi, \quad \alpha, \beta, \sigma, \nu = 0, 1, 2, 3, \quad (1)$$

и уравнения состояния малого объема $p = -w\rho$, $w = \text{const}$. Рассмотрим, к примеру, обобщение метрики Гросса–Перри [4] ($\theta = \pi/2$):

$$dS^2 = (1 - \alpha/r)^a (dx^0)^2 - (1 - \alpha/r)^{-(a+b)} (dr)^2 - r^2 (1 - \alpha/r)^{1-(a+b)} (d\psi)^2 - (1 - \alpha/r)^b \{ dx^5 + A_\nu^* dx^\nu \}^2 \quad (0 \leq x^5 < 2\pi r_c), \quad (2)$$

где $A_\nu^* = A_\nu + CA_\nu^e$, r_c — радиус компактификации пятого измерения, $r_c = 2(\hbar G_k \alpha / c^3)^{1/2} = 3.7 \cdot 10^{-32}$ см., $\alpha = q^2 / 4\pi c$, q — заряд пробной частицы; $a^2 + ab + b^2 = 1$.

Введем скалярную функцию n , не зависящую от пятой координаты

$$n = \Phi^2 ((dx^5/dS) + A_\alpha^* (dx^\alpha/dS)), \quad \Phi^2 = (1 - \frac{\alpha}{r})^b; \quad (3)$$

n — принятая в литературе в теории Калуцы–Клейна [3] величина, пропорциональная отношению электрического заряда к массе:

$$Cq/m = n/(1 + n^2 \Phi^2)^{1/2}. \quad (4)$$

Для перехода к интервалу ds в D4 запишем интервал (2) в виде

$$dS^2 = ds^2 - (1 - \alpha/r)^b \{ dx^5 + A_\nu^* dx^\nu \}^2;$$

с учетом (3) имеем тогда

$$dS = ds/(1 + n^2/\Phi^2)^{1/2}. \quad (5)$$

Рассмотрим далее обобщение метрики Керра, начатое в [7]:

$$dS^2 = ds^2 - \Phi_1^2 (dx^5 - A_3 P d\psi)^2 - \Phi_2^2 (dx^5 - (Q/a) d\psi)^2, \\ A_\nu = A_3, \quad \Phi_1^2 = \Delta/\Sigma, \quad \Phi_2^2 = a^2/\Sigma, \quad \theta = \pi/2, \quad d\theta/dS = 0, \quad (6)$$

a — параметр вращения центрального тела, и $ds^2 = (dx^0)^2 - \Sigma(dr)^2/\Delta$. Далее, по аналогии с (2) вводим в метрику сумму, состоящую из модуля реактивного потенциала ($A_\nu A^\nu$) = $A_3^2 \gamma^{33}$ и гравитационной «магнитной» массы $N = m^*$ монополя [4]; таким образом, теоретически допускаем отбрасывание из малого объема материи наряду с нейтральными частицами и частиц магнитной массы. Отсюда следует, что

$$\Delta = r^2 - \alpha r - a^2 - A_3^2 \gamma^{33} r^4 - N^2, \quad \Sigma = r^2 - A_3^2 \gamma^{33} r^4 - N^2, \\ P = a - a(A_3^2 \gamma^{33} r^4 + N^2)/(A_3^2 \gamma^{33} r^4 + N^2 - a^2), \\ Q = r^2 - a^2 - a^2(A_3^2 \gamma^{33} r^4 + N^2)/(A_3^2 \gamma^{33} r^4 + N^2 - a^2);$$

$$L = (dx/dS)^2 - \Sigma(dr/dS)^2/\Delta + \varepsilon \{ (A_3^2 \Delta^2 + Q^2)/\Sigma \} (d\psi/dS)^2 + \\ + 2\varepsilon \{ \{ A_3 r \Delta + aQ \} / \Sigma \} (dx^5/dS)(d\psi/dS) + \varepsilon \{ \Delta + a^2 \} / \Sigma (dx^5/dS)^2 = 1, \quad \varepsilon = \pm 1, \quad (7)$$

а компоненты метрического тензора равны

$$\gamma_{00} = 1, \quad \gamma_{11} = -\Sigma/\Delta, \quad \gamma_{33} = -(A_3^2 \Delta^2 + Q^2)/\Sigma, \\ \gamma_{55} = -(\Delta + a^2)/\Sigma = \Phi^2, \quad \gamma_{35} = -(A_3 \Delta + aQ)/\Sigma, \quad \Phi^2 = (1 - \frac{\alpha}{r}), \\ \gamma^{00} = 1/\gamma_{00}, \quad \gamma^{11} = -1/\gamma_{11}, \quad \gamma^{33} = \gamma_{55}/(\gamma_{33}\gamma_{55} - \gamma_{35}^2), \\ \gamma^{35} = -\gamma_{35}/(\gamma_{33}\gamma_{55} - \gamma_{35}^2), \quad \gamma^{55} = \gamma_{33}/(\gamma_{33}\gamma_{55} - \gamma_{35}^2).$$

Если принять $n_1 = \Phi_1^2((dx^5/dS) - A_3P(d\psi/dS))$, $n_2 = \Phi_2^2((dx^5/dS) - (Q/a)(d\psi/dS))$, то из (6) можно определить зависимость dS от ds в D4:

$$dS = ds/[1 + \Lambda^2/(\Phi_1^2\Phi_2^2)]^{1/2}; \quad \Lambda^2 = n_1^2\Phi_2^2 + n_2^2\Phi_1^2. \quad (8)$$

Первые интегралы, следующие из (7),

$$((\Delta + a^2)/\Sigma)\left(\frac{dx^5}{dS}\right) + ((A_3r\Delta + aQ)/\Sigma)\left(\frac{d\psi}{dS}\right) = k, \quad (9)$$

$$((A_3^2\Delta^2 + Q^2)/\Sigma)\left(\frac{d\psi}{dS}\right) + ((A_3r\Delta + aQ)/\Sigma)\left(\frac{dx^5}{ds}\right) = h, \quad (10)$$

позволяют выразить функции n_1, n_2 через константы k и h . По аналогии с (4) примем за отношение магнитного заряда μ_m к массе m выражение

$$\mu_m/m = \Lambda/(1 + \Lambda^2/\Phi_1^2\Phi_2^2)^{1/2}. \quad (11)$$

Таким образом, параметр Λ оказывается пропорциональным величине μ_m/m и функции n_1, n_2 должны удовлетворять этому условию. Итак, метрики (2), (6) при наличии реактивной силы, электромагнетизма и магнитного монополя позволяют тестировать отклонение лучей света при прохождении вблизи центрального тела, вычисления времени распространения сигнала при радиолокации с Земли, Марса, Луны, гравитационного смещения спектральных линии и эффект Доплера, изучать геодезическую прецессию.

3. Отклонение луча света в обобщенной метрике Гросса–Перри

Возвратимся к функции Лагранжа (2). При $\{dx^5 + A_\nu^* dx^\nu\}^2 = 0$ и $a = 1$ вместо (2) имеем метрику Шварцшильда, для которой орбита луча будет иметь «точку поворота» [9] при наибольшем радиусе R_0 , равному

$$R_0^3 - (R_0 - \alpha)b^{2*} = 0, \quad R_0 = 2b^* \cos[\arccos((-3^{3/2}\alpha/2b^*)/3)]/3^{1/2}, \quad (12)$$

где b^* — прицельный параметр. Угол поворота определяется формулой

$$\Delta\psi = 2 \int_0^{1/R_0} du/(R_0^{-2} - \alpha R_0^{-3} - u^2 + \alpha u^3)^{1/2}, \quad u = 1/R_0. \quad (13)$$

Дифференцируя (13) по $\alpha/2$ и вычисляя результат при $\alpha = 0$, получим угол отклонения света, касающегося Солнца ($b^* = 695510$ км, $R_0 = 695509$ км), равного $\delta\psi = 2\alpha G/b^*c^2 = 1.75''$. Для уравнения светового луча $dS^2 = 0$ из (2) имеем:

$$\mathcal{L} = (1 - \alpha/r)^a (dx^0/d\lambda)^2 - (1 - \alpha/r)^{-(a+b)} (dr/d\lambda)^2 - r^2(1 - \alpha/r)^{1-(a+b)} (d\psi/d\lambda)^2 - (1 - \alpha/r)^b \{dx^5/d\lambda + A_\nu^* (dx^\nu/d\lambda)\}^2 = 0, \quad (14)$$

λ — аффинный параметр; из (2) следуют первые интегралы:

$$[(dx^0/d\lambda) - kA_0^*]/(1 - \alpha/r)^a = l = \text{const}, \quad (15)$$

$$r^2(1 - \alpha/r)^{1-a-b} (d\psi/d\lambda) + kA_3^* r = h = \text{const}, \quad (16)$$

$$(1 - \alpha/r)^b \{dx^5/d\lambda + A_\nu^* (dx^\nu/d\lambda)\} = k = \text{const}. \quad (17)$$

Учитывая (15), (17), имеем для (14)

$$\mathcal{L} = (l + kA_0^*)^2/(1 - \alpha/r)^a - \{(1 - \alpha/r)^{-(a+b)} + 2kA_1^*\} (dr/d\lambda)^2 - r^2(1 - \alpha/r)^{1-(a+b)} (d\psi/d\lambda)^2 - k^2/(1 - \alpha/r)^b = 0. \quad (18)$$

Деля (18) на $(d\psi/d\lambda)^2$ из (16) и учитывая малость $A_\nu^* \ll 1$, $\alpha/r \ll 1$, получим для теории Калуцы–Клейна основное выражение:

$$(dr/d\psi)^2 = r^4 F - r^3 p\alpha - r^2 + r\alpha + r^4 p_1\alpha(A_0 + A_0^3) + r^5 p_2(A_3 + A_3^3). \quad (19)$$

Здесь $F = (l^2 - k^2)/h^2$, $p = k^2(2 - a - 2b)/h^2 - l^2(2 - 2a - b)/h^2$, $p_1 = 2kl/h^2$, $p_2 = 2k(l^2 - k^2)/h^3$, $h^2/l^2 = b^*$, A_0 ($\mu^* = 0$, $\mu = 1$) $= u_0 = \gamma_{00}u^0 = 2(1 - \alpha a/2r - \alpha b/3r)/3$, A_0^3 — кулоновский потенциал поля; $A_3 = \alpha f(u)$. Потенциал $A_1^* = A_1 + A_1^3$ войдет в параметр k (17). При равенстве нулю потенциалов $A_\nu^* = 0$ анализ дополнительного отклонения луча (его уменьшение) в D5 при $k = 0$ проведен в работах [1]–[3]. Наша задача — получить алгоритмы для дополнительных отклонений при $k \neq 0$ и наличии реактивного и электрического потенциалов.

При $dr/d\psi = 0$ в (19) получим:

$$R_0^4 F - R_0^3 p - R_0^2 + R_0 \alpha + R_0^4 p_1 (A_0 + A_0^3) + R_0^5 p_2 (A_3 + A_3^3) = f(R_0) = 0. \quad (20)$$

Уравнение (20) при $A_3 + A_3^3 = 0$ имеет в 5D в отличный от (12) вид

$$R_0^3 (1 - k^2 + 2k\alpha A_0/b^{2*}) - R_0^2 \sigma \alpha - (R_0 - \alpha) b^{2*} = 0. \quad (21)$$

Здесь $\sigma = k^2(2 - a - 2b) - l^2(2 - 2a - b)$; если параметр k определить при $dx^5/d\lambda = 0$, то для прохождения луча света мимо Солнца ($b^* = R$) имеем решение (21) $R_0^* \approx 968740$ км. Целесообразно в (19) перейти к новой переменной $u = 1/r$. Тогда имеем:

$$(du/d\psi)^2 = F - \varepsilon u p - u^2 + \varepsilon u^3 + p_1 (A_0 \varepsilon + A_0^3) + p_2 (A_3 \varepsilon + A_3^3)/u; \quad (22)$$

здесь $\varepsilon = \alpha$. Тогда для «точки поворота»:

$$(du/d\psi)^2 = 0, \quad F = \varepsilon u_0 p + u_0^2 - \varepsilon u_0^3 - p_1 (A_0 \varepsilon + A_0^3(0)) - p_2 (A_3(0) \varepsilon + A_3^3(0))/u_0. \quad (23)$$

Благодаря зеркальной симметрии нулевой геодезической орбиты вклады в $\Delta\psi$, которые определяются по двум частям пути до точки поворота и после, равны

$$\Delta\psi = 2 \int_0^{1/R_0} du \{F - \varepsilon u p - u^2 + \varepsilon u^3 + p_1 (A_0 \varepsilon + A_0^3) + p_2 (A_3 \varepsilon + A_3^3)/u\}^{1/2}. \quad (24)$$

Дифференцируя (24) по $\varepsilon/2$ при фиксированном u_0 и представляя результат при $\varepsilon/2 = 0$, имеем:

$$2\partial\Delta\psi/\partial\varepsilon|_{\varepsilon/2=0} = 2 \int_0^{u_0^*} \{[u_0^3 - u^3 + pu + pu_0 + p_1 A_0 + p_2 A_3(u)/u - p_1 (A_0(0) - p_2 (A_3(0)))] du / \{u_0^2 - u^2 - p_1 A_0^3(0) - p_2 A_3^3(0)/u_0 + p_1 A_0^3(u) + p_2 A_3^3(u)/u\}^{3/2} = |_{\varepsilon/2=0}. \quad (25)$$

Примем выражение

$$[p_1 A_0^3(0) + p_2 A_3^3(0)/u_0 - p_1 A_0^3(u) - p_2 A_3^3(u)/u] / (u_0^2 - u^2) \ll 1 \quad (26)$$

малым по сравнению с единицей. Тогда имеем

$$\begin{aligned} 2\partial\Delta\psi/\partial\varepsilon|_{\varepsilon/2=0} &= 2 \int_0^{u_0^*} [u_0^3 - u^3] / [u_0^2 - u^2]^{3/2} du + 2 \int_0^{u_0^*} \{pu + pu_0\} / [u_0^2 - u^2]^{3/2} du + \\ &+ 2 \int_0^{u_0^*} (p_1 A_0(u) - p_1 (A_0(0))) / [u_0^2 - u^2]^{3/2} du + 2 \int_0^{u_0^*} (\{p_2 A_3(u)/u - p_2 (A_3(0))\} / [u_0^2 - u^2]^{3/2}) du + \\ &+ 3 \int_0^{u_0^*} [u_0^3 - u^3] \delta^* / [u_0^2 - u^2]^2 du + 3 \int_0^{u_0^*} \{pu + pu_0\} \delta^* / [u_0^2 - u^2]^2 du + \\ &+ 3 \int_0^{u_0^*} (p_1 A_0(u) - p_1 (A_0(0))) \delta^* / [u_0^2 - u^2]^2 + \\ &+ 3 \int_0^{u_0^*} (\{p_2 A_3(u)/u - p_2 (A_3(0))\} \delta^* / [u_0^2 - u^2]^2) du. \quad (27) \end{aligned}$$

Здесь $\delta^* = [p_1 A_0^3(0) + p_2 A_3^3(0)/u_0 - p_1 A_0^3(u) - p_2 A_3^3(u)/u]$. Верхний предел первого интеграла равен u_0 ; интегрирование дает классический шварцшильдовский результат. Верхний предел следующих интегралов в D5 $u_0^* = 1/R_0^*$ можно определить из уравнения (20) четвертого порядка при известных реактивных и электромагнитных потенциалов [3], определяемых из более общего, нежели (1), выражения для индуцированного тензора энергии-импульса с учетом электромагнетизма и уравнения состояния малого заряженного объема $p = -w\rho$:

$$\begin{aligned} 8\pi T_\delta^\beta &= 8\pi\gamma_{\alpha\delta} (T_e^{\alpha\beta} + T_n^{\alpha\beta}), \quad T_e^{\alpha\beta} = -\Phi^2 (F_{\alpha\lambda} F_\beta^\lambda) / 2; \\ T_n^{\alpha\beta} &= \Phi^{-1} \Phi_{\alpha;\beta}, \quad F_{\alpha;\lambda}^\lambda = -3\Phi^{-1} \Phi^\lambda F_{\lambda\alpha}, \quad \Phi_\alpha^\alpha = -\Phi^3 F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad \Phi = 1 - \alpha b / 2r, \end{aligned} \quad (28)$$

при условии $R_{55} = 0$, $R_{5\alpha} = 0$. В работе [1] для Солнечной системы рекомендуется значения $b = 7.5 \cdot 10^{-3}$, $a = 0.9962289$. Итак, уточнено влияние второго интеграла (27) при условии $k \neq 0$ (с учетом A_1); третий интеграл определяет влияние нулевого компонента реактивного потенциала A_0 ; четвертый интеграл определяет влияние реактивного потенциала A_3 (так же, как и A_1), определяемого из системы уравнений (1); последующие интегралы учитывают влияние электромагнитных потенциалов (28). Поскольку в интегралах входит малый параметр δ^* , результаты влияния электромагнитных потенциалов тела на отклонение луча света далее не рассматривались. Итак, второй интеграл в (27) с учетом значения A_0 равен

$$\begin{aligned} 2 \int_0^{u_0^*} \{pu + pu_0\} / [u_0^2 - u^2]^{3/2} du &= 2p \{[(u_0 + u_0^*) / (u_0^2 - u_0^{2*})]^{1/2} - 1\}, \\ \{[(u_0 + u_0^*) / (u_0^2 - u_0^{2*})]^{1/2} - 1\} &\approx \alpha = 2.94. \end{aligned}$$

Видно, что знак интеграла $2 \int_0^{u_0^*} \{pu + pu_0\}/[u_0^2 - u^2]^{3/2} du$ зависит от соотношений k^2/h^2 и l^2/h^2 , входящих в параметр p ; если $k^2/h^2 > l^2/h^2$, то имеем рост угла отклонения света; при $k^2/h^2 < l^2/h^2$ — уменьшение угла; при пренебрежении $k = 0$ имеем $2 \int_0^{u_0^*} (\{pu + pu_0\}/[u_0^2 - u^2]^{3/2}) du < 0$, т. е. угол отклонения в этом случае уменьшается [1]. Третий интеграл очень мал и имеет положительный знак:

$$2 \int_0^{u_0^*} (p_1 A_0(u) - p_1(A_0(0)))/[u_0^2 - u^2]^{3/2} du > 0. \quad (29)$$

4. Отклонение луча света в обобщенной метрике Керра

По аналогии с (18) для Лагранжиана из (7) имеем

$$L = (dx/d\lambda)^2 - \Sigma(dr/d\lambda)^2/\Delta - \Sigma(d\theta/d\lambda)^2 + \varepsilon\{(A_3^2\Delta^2 + Q^2)/\Sigma\}(d\psi/d\lambda)^2 + 2\varepsilon\{A_3r\Delta + aQ\}/\Sigma(dx^5/d\lambda)(d\psi/d\lambda) + \varepsilon\{\Delta + a^2\}/\Sigma(dx^5/d\lambda)^2. \quad (30)$$

Полагая

$$n_1 = \Phi_1^2((dx^5/d\lambda) - A_3P(d\psi/d\lambda)), \quad n_2 = (\Phi_2^2(dx^5/d\lambda) - (Q/a)(d\psi/d\lambda)), \quad (31)$$

имеем

$$\mathcal{L} = (dx/d\lambda)^2 - \Sigma(dr/d\lambda)^2/\Delta + \varepsilon n_1^2/\Phi_1^2 + \varepsilon n_2^2/\Phi_2^2 = 0, \quad \varepsilon = -1, \quad (32)$$

$$(d\psi/d\lambda)^2 = [n_2\Phi_1^2 - n_1\Phi_2^2]/(\Phi_1^2\Phi_2^2)(A_3P - Q/a)^2; \quad (33)$$

$$\partial L/(dx^0/d\lambda) = (dx^0/d\lambda) = l = \text{const}. \quad (34)$$

Деля (33) на (32) и подставляя интеграл (34), получим уравнение ($l \approx 1$)

$$(dr/d\psi)^2 = (\Delta/\Sigma)\{(\Phi_1^2\Phi_2^2(A_3P - Q/a)^2/[n_2\Phi_1^2 - n_1\Phi_2^2]) - 1\}[\Phi_1^2\Phi_2^2 - (n_2^2 + n_1^2\Phi_1^2\Phi_2^2)]. \quad (35)$$

Для точки поворота $(dr/d\psi)^2 = 0$ и $\Phi_1^2\Phi_2^2 = (n_2^2\Phi_1^2 + n_1^2\Phi_1^2\Phi_2^2)$ имеем

$$a_0R_0^4 + a_1R_0^3 + a_2R_0^2 + a_3R_0 + a_4 = 0, \quad a_0 = n_2^2, \\ a_1 = -n_2^2\alpha, \quad a_2 = -(1 + n_2^2 + n_1^2)a^2, \quad a_3 = -\alpha a^2, \quad a_4 = -a^4. \quad (36)$$

При решении (36) в качестве начального значения для радиуса R_{00} целесообразно использовать точку поворота при обращении к теории Керра в 4D [9, с. 446], которая приводит к следующему выражению:

$$R_{00}^3 - b^{2*}(R_{00} - \alpha) - 4a\alpha b^* = 0, \quad R_{00} = 2b^* \cos(60^\circ - \phi/3), \quad \cos \phi = 3^{3/2}\alpha(1 - 4a/b^*)/b^*. \quad (37)$$

При отсутствии вращения центрального тела $a = 0$ мы получим следствие из решения Шварцшильда (13). Итак, определяем из (35) максимальное значение радиуса. Учитывая малость величин $A_3 \ll 1$, $A_3(a^2/r^2) \ll 1$, $a^4/r^4 \ll 1$, $\frac{N^2}{r^2} \ll 1$ и полагая $u = 1/r$, получим после аналогичного с (27) интегрирования (35) решение:

$$\delta\psi \approx 2\alpha\{1 - A_3^2k^2 + 2N^2/b^{*2}\}/b^*, \quad (38)$$

$$A_3 \approx (\alpha/b^*w)1/2, \quad k = k\left(\frac{dx^5}{dS}\right). \quad (39)$$

Видно, что полученные поправки, зависящие от уравнения состояния темной энергии, потенциала магнитного монополя, «скорости» дополнительного измерения, могут быть, например, существенны для измерений с наносекундным угловым разрешением [13] при прохождении луча света вблизи пульсаров с миллисекундным периодом.

5. Заключение

В настоящей работе продолжено исследование уравнения динамики нейтральной [7] и заряженной сосредоточенной переменной массы покоя в рамках теории Калуцы–Клейна на основе условия цилиндричности, вытекающего из эффективной низкоэнергетической теории. Полученные результаты на базе представленных нами обобщенных метрик Гросса–Перри и Керра позволяют составлять тестовые программы в гравитационной теории Калуцы–Клейна, учитывающие оценки отклонения луча света относительно вращающегося массивного тела с учетом векторного реактивного и электромагнитного потенциалов, параметров магнитного монополя и темной энергии, «скоростью» в дополнительном измерении как в Солнечной системе, так и вне ее в других многочисленных объектах Вселенной.

Литература

- [1] Lim P.H. Light deflection in Kaluza–Klein gravity./ P.H. Lim, J.M. Overduin, P.S. Wesson // J. Math. Phys. 36 (12), 1995. – pp. 6907–6913.
- [2] Kalligas D. The classical tests in Kaluza–Klein gravity./D. Kalligas, P.S. Wesson, W.F. Everitt // Astrophysical J. – 1995. – 439: pp. 548–557.
- [3] Wesson P. Modern Kaluza–Klein Theory. / P. Wesson – Singapore; New-Jersey; London: World Scientific, 2000.
- [4] Gross D.J., Perry M.J. // Nucl. Phys. – 1983. – V. B226. – P. 29–48.
- [5] Turyshev S.G. Tests of relativistic gravity in Space: History, Recent progress and Future directions./S.G. Turyshev // Astrokazan 2011. – Reports. – P. 23.
- [6] Rogozhin Yu. // J. Brit. Interplanetary Society. – 1973. – V. 26. – № 8. – P. 475–480.
- [7] Закиров У.Н. Об уравнениях движения сосредоточенной переменной массы в теории Калуцы–Клейна./У.Н. Закиров // Известия вузов. Физика. – 2010. – № 2. – С. 76–82.
- [8] Владимиров Ю.С. Размерность физического пространства-времени и объединение взаимодействий. /Ю.С. Владимиров – Издательство Московского университета, 1987.
- [9] Уолд Р.М. Общая теория относительности. – Пер. с англ. под ред. И.Л. Бухбиндера, С.В. Червона. – М.: РУДН, 2008, с. 212–216.
- [10] Гладуш В.Д. // Теор. и матем. Физика. – 2003. – т. 136. – № 3.
- [11] Владимиров Ю.С. Геометрофизика /Ю.С. Владимиров – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.
- [12] Turyshev Slava G. Science investigations with laser ranging to Moon and Mars/Phobos: Recent advances, technology demonstrations, and new ideas // Astrokazan 2011. – Reports. – P. 24.
- [13] Кардашов Н.С., Андрианов В.В., Буякис В.И. и др. Проект «Миллиметр» /Н.С. Кардашов, В.В. Андрианов, В.И. Буякис и др. // Тр. ФИАН им. П.Н. Лебедева, Т. 228, 2000.

МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С МЕЖЧАСТИЧНЫМ СКАЛЯРНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Ю.Г. Игнатьев¹

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

¹E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

Аннотация. Из микроскопических уравнений Гамильтона на основе общерелятивистской кинетической теории выводится самосогласованная система макроскопических уравнений, описывающих космологическую плазму, в которой возможно межчастичное скалярное взаимодействие. Сформулирована математическая модель, описывающая плазму с притяжением одноименно скалярно заряженных частиц. Показано, что непротиворечивая модель скалярного взаимодействия, отвечающая притяжению одноименно скалярно заряженных частиц, возможна лишь для фантомных скалярных полей.

1. Введение

В последнее время опубликовано большое количество работ по позднему ускорению Вселенной. Для решения проблемы вторичного ускорения Вселенной во многих работах предлагается коренным образом изменить фундаментальные принципы физики. Однако сейчас появляются некоторые аргументы в пользу того, что сложные, многокомпонентные, классические физические системы также могут приводить ко вторичному ускорению Вселенной. В частности, такие аргументы были приведены Д. Гальцовым, а также автором статьи в докладах на семинаре Gracos-2009 (см., например, [1], [2]). В цитированной работе [2] был приведен пример космологической эволюции полностью вырожденной Ферми-системы со скалярным взаимодействием частиц, с начальной инфляцией и поздним ускорением. В работе В. Журавлева [3] исследовалась космологическая эволюция двухкомпонентной системы, состоящей из идеальной жидкости и скалярного поля. В этих работах показано, что такие космологические модели могут иметь начальную инфляционную стадию и позднее ускорение. Таким образом, космологические модели с многокомпонентной материей в состоянии описать основные наблюдательные данные о расширении Вселенной. Некоторые указания на возможность такого поведения сложных систем со скалярным взаимодействием частиц были даны также в работах [4], [5]. В отличие от двухкомпонентной системы «скалярное поле + идеальная жидкость», в которой взаимодействие компонентов осуществляется лишь через гравитацию, мы рассмотрим статистические системы скалярно заряженных частиц, в которой некоторые

сорта частиц могут прямым образом взаимодействовать со скалярным полем через некоторый фундаментальный скалярный заряд. С другой стороны, статистическая система, обладая, вообще говоря, ненулевым скалярным зарядом и сама являясь источником скалярного поля, может эффективно влиять на скалярное поле, управляя его поведением. Такое скалярное взаимодействие было введено в общерелятивистскую кинетическую теорию в 1983 г автором статьи [6, 7, 8, 9] и несколько позже – Г.Г. Ивановым [10]. В частности, в работах [7, 8] на основе кинетической теории получена самосогласованная система уравнений, описывающая статистическую систему частиц со скалярным взаимодействием.

2. Динамика частиц со скалярным взаимодействием

2.1. Канонические уравнения движения

Канонические уравнения движения релятивистской частицы относительно пары канонически сопряженных динамических переменных x^i (координат) и P_i (обобщенного импульса) имеют вид (см., например, [7]):

$$\frac{dx^i}{ds} = \frac{\partial H}{\partial P_i}; \quad \frac{dP_i}{ds} = -\frac{\partial H}{\partial x^i}, \quad (1)$$

где $H(x, P)$ – релятивистски инвариантная функция Гамильтона. Вычисляя полную производную от функции динамических переменных $\Psi(x^i, P_k)$, с учетом (1) найдем:

$$\frac{d\Psi}{ds} = [H, \Psi], \quad (2)$$

где введены инвариантные скобки Пуассона:

$$[H, \Psi] = \frac{\partial H}{\partial P_i} \frac{\partial \Psi}{\partial x^i} - \frac{\partial H}{\partial x^i} \frac{\partial \Psi}{\partial P_i}. \quad (3)$$

Вследствие (3) функция Гамильтона является интегралом движения частицы, – этот интеграл движения называется массой покоя частицы (заметим, что здесь и в дальнейшем принята универсальная система единиц $G = c = \hbar = 1$):

$$\frac{dH}{ds} = [H, H] = 0, \Rightarrow H = \frac{1}{2}m^2 = Const. \quad (4)$$

Соотношение (4) называется соотношением нормировки. Инвариантная функция Гамильтона определяется неоднозначно. Действительно, вследствие (3), если $H(x, P)$ – функция Гамильтона, то и любая непрерывно дифференцируемая функция $f(H)$ также является функцией Гамильтона. В работе автора [6] релятивистски инвариантная функция Гамильтона частицы со скалярным зарядом q , находящейся в скалярном поле с потенциалом Φ , вводилась соотношением:

$$H(x, P) = \frac{1}{2}m \left[\frac{(P, P)}{m + q\Phi} - q\Phi \right], \quad (5)$$

где (a, b) здесь и в дальнейшем есть скалярное произведение векторов четырехмерных векторов a и b :

$$(a, b) = g_{ik}a^i b^k.$$

В другой работе автора [6] релятивистски инвариантная функция Гамильтона вводилась соотношением:

$$H(x, P) = \sqrt{(P, P)} - q\Phi. \quad (6)$$

В этой работе мы дадим другое, более гибкое, определение инвариантной функции Гамильтона частицы в скалярном поле, соответствующей нулевой ее нормировке [11]:

$$H(x, P) = \frac{1}{2}[m_*^{-1}(P, P) - m_*] = 0, \quad (7)$$

где $m_*(\Phi)$ – пока произвольная скалярная функция. Из определения (7) следует, что вектор обобщенного импульса времениподобен:

$$(P, P) = m_*^2. \quad (8)$$

Отметим полезное для дальнейшего соотношение, являющееся следствием (3), (7) и (8):

$$[H, P^k] = \nabla^k m_* \equiv g^{ik} \partial_i m_*. \quad (9)$$

Из канонических уравнений (1) получим связь между обобщенным импульсом и вектором скорости частицы:

$$u^i \equiv \frac{dx^i}{ds} = m_*^{-1} P^i \Rightarrow P^i = m_* u^i, \quad (10)$$

который автоматически удовлетворяет соотношению нормировки:

$$(u, u) = 1. \quad (11)$$

2.2. Уравнения движения в Лагранжевой формулировке

Из второй группы канонических уравнений (1) получим уравнения движения в Лагранжевой формулировке:

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{jk}^i \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = \partial_{,k} \ln |m_*| \mathcal{P}^{ik}, \quad (12)$$

где:

$$\mathcal{P}^{ik} = \mathcal{P}^{ki} = g^{ik} - u^i u^k \quad (13)$$

– тензор ортогонального проектирования на направление u , такой что:

$$\mathcal{P}^{ik} u_k \equiv 0; \quad \mathcal{P}^{ik} g_{ik} \equiv 3. \quad (14)$$

Из этих соотношений и уравнений Лагранжа (12) вытекает строгое следствие ортогональности векторов скорости и ускорения:

$$g_{ik} u^i \frac{du^k}{ds} \equiv 0. \quad (15)$$

Из соотношений (8), (10), а также уравнений Лагранжа (12) следует, что скаляр φ имеет смысл *эффективной инертной массы частицы, m_* , в скалярном поле*:

$$\varphi = m_*. \quad (16)$$

Заметим, что указанному выбору функции Гамильтона соответствует следующая функция действия:

$$S = \int m_* ds. \quad (17)$$

2.3. Интегралы движения

Найдем теперь условия существования линейного интеграла канонических уравнений движения (1), для чего вычислим полную производную по каноническому параметру от скалярного произведения (ξ, P) . Используя канонические уравнения движения (1), соотношение нормировки (8), а также связь обобщенного импульса с кинематическим (10), найдем:

$$\frac{d(\xi, P)}{ds} = \frac{1}{m_*} P^i P^k L_{\xi} g_{ik} + L_{\xi} m_*, \quad (18)$$

где L_{ξ} – производная Ли по направлению ξ ¹. Полагая далее

$$\frac{d(\xi, P)}{ds} = 0 \Leftrightarrow (\xi, P) = Const, \quad (19)$$

с учетом произвольности вектора обобщенного импульса и соотношения нормировки для него получим условия выполнения этого равенства:

$$L_{\xi} g_{ik} = \rho g_{ik} \Rightarrow \rho = -L_{\xi} \ln |m_*|. \quad (20)$$

Подставляя этот результат обратно в соотношение (18), получим окончательно необходимые и достаточные условия существования линейного интеграла канонических уравнений движения (см., например, [14]):

$$L_{\xi} m_* g_{ik} = 0. \quad (21)$$

Таким образом, для того, чтобы существовал линейный интеграл канонических уравнений движения (1), необходимо и достаточно, чтобы конформно соответствующее пространство с метрикой $m_* g_{ik}$ допускало группу движений с вектором Киллинга ξ . Заметим, что линейные интегралы (19) имеют смысл полного импульса (при пространственно-подобном векторе ξ) или полной энергии (при временноподобном векторе ξ).

2.4 Выбор функции массы

Возникает вопрос о выборе функции $m_*(\Phi)$. Не конкретизируя пока эту функцию, отметим следующее важное обстоятельство. Рассмотрим статические поля g_{ik} и Φ , допускающие временноподобный вектор Киллинга $\xi^i = \delta_4^i$, когда сохраняется полная энергия частицы, P_4 . Рассмотрим далее систему отсчета, в которой $g_{\alpha 4} = 0$, так что координата x^4 совпадает с мировым временем t . Тогда из соотношений связи между вектором кинематической скорости u^i и вектором полного импульса частицы P_i (10) следует:

¹См., например, [12].

$$P_4 ds = m_* dt, \quad (22)$$

где $P_4 = E_0 = Const > 0$ – полная энергия заряженной частицы. Поэтому, если мы хотим сохранить одинаковую ориентацию мирового и собственного времени (т.е., $dt/ds > 0$), необходимо выбрать такую функцию массы, которая всегда бы оставалась неотрицательной:

$$m_* > 0. \quad (23)$$

Как видно, например, из уравнений Лагранжа (12), эту функцию удобно выбрать так, чтобы:

$$m_*(\Phi) = |m_*(\Phi)| \geq 0. \quad (24)$$

Далее, с одной стороны, в отсутствие скалярного поля, точнее, в постоянном скалярном поле, функция массы должна переходить в массу покоя частицы, $m \geq 0$. С другой стороны, уравнения Лагранжа (12) в случае слабого скалярного поля должны переходить в классические уравнения движения в скалярном поле. Таким образом, исходя из принципа соответствия, мы должны иметь:

$$m_*(0) = m; \quad (m_*)_{,k}|_{\Phi=0} = q\Phi_{,k}, \quad (25)$$

где q – некоторая фундаментальная константа – *скалярный заряд частицы*. Условия (25) означают, что при малых значениях скалярного потенциала Φ функция $m_*(\Phi)$ должна иметь разложение вида:

$$m_*(\Phi) \simeq m(1 + \frac{q\Phi}{m} + ..). \quad (26)$$

Этому условию соответствует и использованная в цитированных работах линейная функция $m_*(\Phi) = |m + q\Phi|$. Можно предложить и другой, более радикальный подход, который при этом не противоречит соотношениям (25) и (26), полагая что вся инертная масса частиц возникает вследствие взаимодействия со скалярным полем:

$$\varphi(\Phi) \equiv m_* = |q\Phi|. \quad (27)$$

Тогда под массой покоя частицы, m_0 , следует понимать ее массу (27) на современной стадии эволюции Вселенной, которой отвечает скалярный потенциал Φ_0 : $m_0 = m_*(\Phi(t_0))$. Такому выбору функции $\phi(\Phi)$ соответствует функция действия:

$$S = \int |q\Phi| ds. \quad (28)$$

Этот выбор отвечает и эстетическим критериям, так как в этом случае функция Гамильтона (7) не зависит от массы покоя. С другой стороны, видно, что при выборе функции $\varphi(\Phi)$ в форме (27) уравнения Лагранжа (12) становятся симметричными относительно замены $\Phi \rightarrow -\Phi$ и при условии $q \neq 0$ вообще не зависят явно от скалярного заряда:

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{jk}^i \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = (\ln |\Phi|)_{,k} \mathcal{P}^{ik}, \quad (29)$$

При выводе уравнений (29) мы учли дифференциальное тождество: $d|y| = y/|y|dy$. Однако посредством соотношения нормировки (8) зависимость решений от скалярного заряда все же сохраняется и при таком выборе функции массы в виде зависимости энергии от импульса $P_4(P^2)$.

2.5. Одномерное движение

Рассмотрим следующую задачу. Пусть в пространстве Минковского имеется статическое скалярное поле, потенциал которого зависит только от одной координаты, $x^1 = x$, и пусть для простоты $m_* = |q\Phi| = |x|$. Таким образом, имеются 3 вектора Киллинга – один времениподобный и два пространственноподобных:

$$\xi_1^i = \delta_4^i; \quad \xi_2^i = \delta_2^i; \quad \xi_3^i = \delta_3^i.$$

Соответственно этим векторам Киллинга существуют три линейных интеграла движения:

$$P_2 = P_2^0 = Const; \quad P_3 = P_3^0 = Const; \quad P_4 = P_4^0 = Const. \quad (30)$$

Пусть для простоты $P_2 = P_3 = 0$. Тогда с учетом соотношения нормировки (8) получим из канонических уравнений движения одно нетривиальное:

$$\frac{dx}{dt} = \mp \frac{\sqrt{P_4^2 - x^2}}{P_4}. \quad (31)$$

Положим для простоты $P_4 = 1$, $x(0) = 1/2$. Тогда в уравнении (31) необходимо выбрать отрицательный знак в правой части. Решение этого уравнения есть:

$$x = \cos(t + \pi/3); \quad (32)$$

– и описывает гармонические колебания в мировом времени t ; при этом обобщенный импульс, P_1 также является гармонической функцией мирового времени:

$$P_1 = \sin(t + \pi/3). \quad (33)$$

Однако координаты 4-х мерного вектора кинематической скорости частицы, u^i

$$u^1 = \frac{dx}{ds} \equiv -P_1/\phi = -\tan(t + \pi/3)$$

претерпевают разрывы 2-го рода в моменты времени $t = \pi/6 + \pi k$, в которые $x = 0$. Это свидетельствует либо о разрыве связи между координатами и собственным временем в указанные моменты мирового времени, либо о необходимости переопределения собственного времени для скалярно заряженных частиц. Для кинематического импульса частицы, p^i , если мы введем его как

$$p^i = m_* \frac{dx^i}{ds} \equiv P^i, \quad (34)$$

такой проблемы не возникает, как и для трехмерной скорости $v^\alpha = u^\alpha/u^4$. Заметим, что, фактически, лишь эти непрерывные величины и являются физически измеримыми. Тем не менее, указанный пример показывает, что необходимо аккуратно проводить вычисления для скалярно заряженных частиц. В дальнейшем мы пока не будем конкретизировать нормировку эффективной массы, полагая лишь выполненным соотношение (24).

3. Статистические системы частиц со скалярным взаимодействием

3.1. Функция распределения и макроскопические плотности потоков

Пусть $F(x, P)$ – инвариантная функция распределения частиц в 8-мерном фазовом пространстве и пусть $\psi(x, P)$ – некоторая тензорная функция динамических переменных (x, P) . Согласно [13] каждой тензорной динамической функции может быть поставлена в соответствие макроскопическая плотность потока:

$$\Psi^i(x) = \int_{P(x)} F(x, P) \psi(x, P) \frac{\partial H}{\partial P_i} dP \equiv m_*^{-1} \int_{P(x)} F(x, P) \psi(x, P) P^i dP, \quad (35)$$

Определим согласно (35) моменты относительно распределения $F(x, P)$ [6]:

$$n^i(x) = \int_{P(x)} F(x, P) \frac{\partial H}{\partial P_i} dP \equiv m_*^{-1} \int_{P(x)} F(x, P) P^i dP, \quad (36)$$

вектор плотности потока числа частиц², так что:

$$n^i = n v^i, \quad (37)$$

где v^i – времениподобный единичный вектор кинематической макроскопической скорости частиц:

$$n = \sqrt{(n, n)}. \quad (38)$$

Далее:

$$T_p^{ik}(x) = \int_{P(x)} F(x, P) P^i \frac{\partial H}{\partial P_k} dP \equiv m_*^{-1} \int_{P(x)} F(x, P) P^i P^k dP, \quad (39)$$

– макроскопический тензор энергии-импульса (ТЭИ). След этого тензора можно вычислить с помощью соотношения нормировки (8):

$$T_p \equiv g_{ik} T_p^{ik} = m_* \int_{P(x)} F(x, P) dP. \quad (40)$$

Инвариантный элемент объема 4-х мерного импульсного пространства в выражениях (36), (39) в принятой нами системе единиц есть [2]:

$$dP = \frac{2S + 1}{(2\pi)^3 \sqrt{-g}} dP_1 \wedge dP_2 \wedge dP_3 \wedge dP_4, \quad (41)$$

где S – спин частицы. Инвариантная восьмимерная функция распределения $F(x, P)$, сингулярная на массовой поверхности (8) связана с несингулярной семимерной функцией распределения $f(x, P)$ с помощью δ -функции соотношением [6]:

²Числовой вектор по Дж. Сингу [15].

$$F(x, P) = f(x, P)\delta(H) = m_* \frac{\delta(P_4 - P_4^+)}{P_4^+}, \quad (42)$$

где P_4^+ – положительный корень уравнения нормировки (8); $P_4^+ = g^{4k} P_k^+$ – соответствующее этому корню значение контрвариантной компоненты импульса. В локально-лоренцевой системе отсчета:

$$P_4^+ = \sqrt{m_*^2 + P^2}, \quad (43)$$

где $P^2 = \sum_{\alpha=1}^3 (P^\alpha)^2$ – квадрат физического импульса. Таким образом, получим инвариантный элемент объема 3-х мерного импульсного пространства:

$$dP_+ = m_* \frac{2S+1}{(2\pi)^3 \sqrt{-g}} \frac{dP_1 \wedge dP_2 \wedge dP_3}{P_4^+} \equiv m_* dP_0, \quad (44)$$

где

$$dP_0 = \sqrt{-g} \frac{2S+1}{(2\pi)^3} \frac{dP^1 dP^2 dP^3}{P_4^+} \equiv \sqrt{-g} \frac{2S+1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 P}{P_4^+}. \quad (45)$$

Тогда выражения (36), (39) и (40) принимают вид (для простоты записи мы опустили суммирование по сортам частиц):

$$n^i(x) = \frac{2S+1}{(2\pi)^3} \int_{P(x)} f(x, P) P^i \sqrt{-g} \frac{d^3 P}{P_4^+}; \quad (46)$$

$$T_p^{ik}(x) = \frac{2S+1}{(2\pi)^3} \int_{P(x)} f(x, P) P^i P^k \sqrt{-g} \frac{d^3 P}{P_4^+}; \quad (47)$$

$$T_p = \frac{2S+1}{(2\pi)^3} m_*^2 \int_{P(x)} f(x, P) \sqrt{-g} \frac{d^3 P}{P_4^+}. \quad (48)$$

Таким образом, явная зависимость макроскопических потоков от эффективной массы m_* в конечных выражениях исчезает.

3.2. Общерелятивистские кинетические уравнения

Вследствие принципа локального соответствия и предположения о 4-х точности столкновений частиц, в каждом акте межчастичного взаимодействия сохраняется обобщенный импульс системы взаимодействующих частиц:

$$\sum_I P_i = \sum_F P'_i, \quad (49)$$

где суммирование проводится по всем начальным, P_i , и конечным, P'_i , состояниям. Пусть в плазме протекают реакции:

$$\sum_{A=1}^m \nu_A a_A \rightleftharpoons \sum_{B=1}^{m'} \nu'_B a'_B, \quad (50)$$

где a_A – символы частиц, а ν_A – их числа. Таким образом, обобщенные импульсы начального и конечного состояний равны:

$$P_I = \sum_{A=1}^m \sum_{\alpha}^{\nu_A} P_A^\alpha, \quad P_F = \sum_{B=1}^{m'} \sum_{\alpha'}^{\nu'_B} P_B^{\alpha'}. \quad (51)$$

Функции распределения частиц определяются инвариантными кинетическими уравнениями [7]:

$$[H_a, f_a] = I_a(x, P_a), \quad (52)$$

где $J_a(x, P_a)$ – интеграл столкновений:

$$I_a(x, P_a) = - \sum \nu_a \int_a' \delta^4(P_F - P_I) W_{IF} (Z_{IF} - Z_{FI}) \prod_{I,F}' dP; \quad (53)$$

$$W_{FI} = (2\pi)^4 |M_{IF}|^2 2^{-\sum \nu_A + \sum \nu'_B}$$

– матрица рассеяния канала реакций (67), ($|M_{IF}|$ – инвариантные амплитуды рассеяния);

$$Z_{IF} = \prod_I f(P_I^\alpha) \prod_F [1 \pm f(P_F^{\alpha'})]; \quad Z_{FI} = \prod_I [1 \pm f(P_I^\alpha)] \prod_F f(P_F^{\alpha'}),$$

знак “+” соответствует бозонам, “-” – фермионам (подробности см. в [6], [7]).

3.3. Уравнения переноса динамических величин

Строгими следствиями общерелятивистских кинетических уравнений (52) являются уравнения переноса динамических величин $\Psi_a(x, P_a)$ [4]:

$$\begin{aligned} & \nabla_i \sum_a \int_{P(x)} \Psi_a F_a \frac{\partial H_a}{\partial P_i} dP_a - \sum_a \int_{P(x)} F_a [H_a, \Psi_a] dP_a = \\ & - \sum_{\text{by channels}} \int \left(\sum_{A=1}^m \nu_A \Psi_A - \sum_{B=1}^{m'} \nu'_B \Psi'_B \right) \delta^4(P_F - P_I) (Z_{IF} W_{IF} - Z_{FI} W_{FI}) \prod_{I,F} dP, \end{aligned} \quad (54)$$

где суммирование проводится по всем каналам реакций (67). Полагая в (54) $\Psi_a = g_a$, где g_a – некоторые фундаментальные заряды, сохраняющиеся в реакциях (67), получим с учетом (49), (51) и (67) уравнения переноса плотностей потоков числа частиц плазмы:

$$\nabla_i J_G^i = 0, \quad (55)$$

где:

$$J_G^i = \sum_a \frac{2S+1}{(2\pi)^3} g_a \int_{P(x)} f(x, P) P^i \sqrt{-g} \frac{d^3 P}{P_4^+}. \quad (56)$$

– вектор плотности фундаментального тока, соответствующего зарядам g_a . В частности, закон сохранения (55) всегда имеет место для каждого сорта частиц b ($g_a = \delta_a^b$) при условии упругости их столкновений. Полагая в (54) $\Psi_a = P^k$, получим с учетом (9), (49) и (51) уравнения переноса энергии-импульса плазмы:

$$\nabla_k T_p^{ik} - \sigma \nabla^i \Phi = 0, \quad (57)$$

где введена *скалярная плотность заряда*, σ , [5]:

$$\sigma = \frac{1}{2} \sum_a \frac{2S+1}{(2\pi)^3} \frac{dm_*^2}{d\Phi} \int_{P(x)} f(x, P) \sqrt{-g} \frac{d^3 P}{P_4^+}, \quad (58)$$

В частности, при выборе функции массы в виде (27) выражение для скалярной плотности зарядов принимает вид:

$$\sigma = \Phi \sum_a \frac{2S+1}{(2\pi)^3} q^2 \int_{P(x)} f(x, P) \sqrt{-g} \frac{d^3 P}{P_4^+}. \quad (59)$$

Следует отметить, что форма (ТЭИ) (39) или (47), а также скалярной плотности заряда (58), найденная для скалярно заряженных частиц в [4], при заданной функции Гамильтона является однозначным следствием предположения о сохранении полного импульса в локальных столкновениях частиц. В частности, для системы, состоящей из односортовых частиц, вследствие (40) и (58) имеет место соотношение:

$$\sigma = \frac{d \ln m_*}{d\Phi} T_p. \quad (60)$$

При выборе функции эффективной массы в виде (27) предыдущей работы это выражение упрощается и *становится справедливым и для многокомпонентной системы*:

$$\sigma = \frac{T_p}{\Phi}, \quad (61)$$

3.4. Локальное термодинамическое равновесие

Если время свободного движения частиц столкновений, τ_{eff} , гораздо меньше характерного временного масштаба эволюции статистической системы, t , т.е.,

$$\tau_{eff} \ll t, \quad (62)$$

то в статистической системе поддерживается локальное термодинамическое равновесие (ЛТР). В условиях ЛТР функции распределения частиц принимают локально равновесный вид [9]:

$$f_a^0(x, P) = \frac{1}{e^{-\gamma_a + (\xi, P_a)} \pm 1} \quad (63)$$

где $\xi^i(x)$ – времениподобный вектор

$$\xi^2 \equiv (\xi, \xi) > 0, \quad (64)$$

причем в условиях ЛТР кинематическая скорость плазмы (см. (37)):

$$v^i = \xi^i / \xi \quad (65)$$

совпадает с динамической скоростью³, а скаляр

$$\theta(x) = \xi^{-1} \quad (66)$$

является локальной температурой плазмы. Подчеркнем то обстоятельство, что в условиях ЛТР локальная температура θ и макроскопическая скорость v^i одинаковы для всех компонент плазмы. Далее, в (63) $\gamma_a = \gamma_a(x)$ - приведенный химический потенциал a -той компоненты плазмы, связанный с классическим, μ_a , соотношением:

$$\gamma_a = \frac{\mu_a}{\theta}.$$

В условиях ЛТР химические потенциалы статистической системы, в которой протекают реакции (67), должны удовлетворять системе алгебраических уравнений химического равновесия:

$$\sum_{A=1}^m \nu_A \gamma_A = \sum_{B=1}^{m'} \nu'_B \gamma_{B'} \Leftrightarrow \sum_{A=1}^m \nu_A \mu_A = \sum_{B=1}^{m'} \nu'_B \mu_{B'}, \quad (67)$$

в которых должны быть учтены все каналы реакций с участием данных частиц. Тензор энергии-импульса частиц (47) относительно локально равновесной функции распределения (63) принимает структуру тензора энергии-импульса идеальной жидкости:

$$T_p^{ik} = (\mathcal{E}_{pl} + \mathcal{P}_{pl}) v^i v^k - \mathcal{P}_{pl} g^{ik}, \quad (68)$$

где \mathcal{E}_{pl} и \mathcal{P}_{pl} – суммарные плотность энергии и давление плазмы. Для вычисления плотностей (46), (47) и (48) относительно равновесного распределения (63) перейдем в локально-лоренцевую систему отсчета, движущуюся со скоростью v^i , затем перейдем к сферической системе координат в пространстве импульсов и вычислим интегралы по угловым переменным. Ковариантно обобщая результаты и производя замену импульсной переменной $p = m_* shx$, получим для равновесных скалярных плотностей выражения:

$$n_a = \frac{2S+1}{2\pi^2} m_*^3 \int_0^\infty \frac{sh^2 x ch x dx}{e^{-\gamma_a + \lambda_* ch x} \pm 1}; \quad (69)$$

$$E_{pl} = \sum_a E_a = \sum_a \frac{2S+1}{2\pi^2} m_*^4 \int_0^\infty \frac{sh^2 x ch^2 x dx}{e^{-\gamma_a + \lambda_* ch x} \pm 1}; \quad (70)$$

$$P_{pl} = \sum_a P_a = \sum_a \frac{2S+1}{6\pi^2} m_*^4 \int_0^\infty \frac{sh^4 x dx}{e^{-\gamma_a + \lambda_* ch x} \pm 1}; \quad (71)$$

$$T_p = \sum_a \frac{2S+1}{2\pi^2} m_*^2 \int_0^\infty \frac{sh^2 x dx}{e^{-\gamma_a + \lambda_* ch x} \pm 1}; \quad (72)$$

$$\sigma = \sum_a \frac{2S+1}{4\pi^2} \frac{dm_*^2}{d\Phi} m_*^2 \int_0^\infty \frac{sh^2 x dx}{e^{-\gamma_a + \lambda_* ch x} \pm 1}, \quad (73)$$

где $\lambda_* = m_*/\theta$.

4. Самосогласованная кинетическая модель самогравитирующей плазмы с межчастичным скалярным взаимодействием

Рассмотрим систему, состоящую из многокомпонентной плазмы и классического скалярного поля Φ .

4.1. Конформное скалярное поле

Рассмотрим сначала функцию Лагранжа классического массивного вещественного конформного скалярного поля Φ (см., например, [4,5])⁴:

$$L_s = \frac{\varepsilon}{8\pi} \left[g^{ik} \Phi_{,i} \Phi_{,k} + \left(\frac{R}{6} - m_s^2 \right) \Phi^2 \right], \quad (74)$$

где m_s – масса квантов скалярного поля, фактор $\varepsilon = \pm 1$ учитывает характер взаимодействия скалярного поля ([1], [6]) – для систем с отталкиванием одноименно скалярно заряженных частиц этот фактор равен +1, для систем с притяжением одноименно скалярно заряженных частиц этот фактор равен –1. Приведенный здесь Лагранжиан скалярного поля отличается множителем $1/4\pi$ по сравнению с Лагранжианом, использованным в

³Определение этих скоростей см., например, в [15].

⁴Для массивного скалярного поля конформная инвариантность понимается как асимптотическое свойство при ($m_s \rightarrow 0$).

[16, 17] (см. [13]). Этот множитель введен для обеспечения канонического вида уравнения поля с источником. Кроме того, в работах [16, 17] тензор Риччи получен сверткой тензора Римана по первому и четвертому индексам, тогда как мы используем свертку по первому и третьему индексу. Компоненты тензора энергии-импульса скалярного поля относительно функции Лагранжа (74) равны:

$$T_s^{ik} = \frac{\varepsilon}{8\pi} \left[\frac{4}{3} \Phi^{,i} \Phi^{,k} - \frac{1}{3} g^{ik} \Phi_{,j} \Phi^{,j} + m_s^2 g^{ik} \Phi^2 + \frac{1}{3} \left(R^{ik} - \frac{1}{2} R g^{ik} \right) \Phi^2 - \frac{2}{3} \Phi \Phi^{,ik} + \frac{2}{3} g^{ik} \Phi \square \Phi \right], \quad (75)$$

где

$$\square \Phi \equiv g^{ik} \nabla_i \nabla_k \Phi = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \sqrt{-g} g^{ik} \frac{\partial}{\partial x^k} \Phi$$

– оператор д’Аламбера. Ковариантная дивергенция от этого тензора с учетом коммутационных соотношений для вторых ковариантных производных вектора равна:

$$\nabla_k T_s^{ik} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \nabla^i \Phi \left(\square \Phi + m_s^2 \Phi - \frac{R}{6} \Phi \right), \quad (76)$$

Уравнения Эйнштейна для статистической системы скалярно заряженных частиц имеют вид:

$$R^{ik} - \frac{1}{2} R g^{ik} = 8\pi (T_p^{ik} + T_s^{ik}), \quad (77)$$

куда необходимо подставить выражения для компонент тензоров энергии импульса плазмы (68) и скалярного поля (75). Вычисляя ковариантные дивергенции от обеих частей уравнений Эйнштейна (77), получим из (57) и (76) законы сохранения суммарных энергии-импульса:

$$\nabla_k (T_p^{ik} + T_s^{ik}) = \frac{1}{4\pi} \nabla^i \Phi \left[\varepsilon \left(\square \Phi + m_s^2 \Phi - \frac{R}{6} \Phi \right) + 4\pi \sigma \right] = 0, \quad (78)$$

откуда с учетом $\Phi \neq Const$ получим уравнение массивного скалярного поля с источником (см. [7]):

$$\square \Phi + m_s^2 \Phi - \frac{R}{6} \Phi = -4\pi \varepsilon \sigma. \quad (79)$$

Система уравнений (52), (57), (77) и (79) совместно с определениями (47) и (58) и представляют искомую замкнутую систему самосогласованных уравнений, описывающих статистическую систему частиц со скалярным взаимодействием. Вычисляя след тензора энергии-импульса скалярного поля (75), получим с учетом (79):

$$T_s = \frac{\varepsilon}{4\pi} m_s^2 \Phi^2 - \varepsilon \sigma \Phi. \quad (80)$$

В частности, при выборе функции массы в виде (27) с учетом (61) получим отсюда:

$$T = T_p + T_s = \frac{\varepsilon}{4\pi} m_s^2 \Phi^2. \quad (81)$$

4.2. Неконформное скалярное поле

В этом случае Лагранжиан вещественного скалярного поля можно выбрать в виде:

$$L_s = \frac{\varepsilon}{8\pi} \left(g^{ik} \Phi_{,i} \Phi_{,k} - m_s^2 \Phi^2 \right). \quad (82)$$

Тогда тензор энергии-импульса скалярного поля есть:

$$T_s^{ik} = \frac{\varepsilon}{8\pi} \left(2\Phi^{,i} \Phi^{,k} - g^{ik} \Phi_{,j} \Phi^{,j} + g^{ik} m_s^2 \Phi^2 \right). \quad (83)$$

Аналогично (78) получим закон сохранения:

$$\nabla_k (T_p^{ik} + T_s^{ik}) = \frac{1}{4\pi} \nabla^i \Phi \left[\varepsilon (\square \Phi + m_s^2 \Phi) + 4\pi \sigma \right] = 0, \quad (84)$$

откуда получим уравнение массивного неконформного скалярного поля с источником (см. [7]):

$$\square \Phi + m_s^2 \Phi = -4\pi \varepsilon \sigma. \quad (85)$$

След тензора энергии-импульса скалярного поля (83) равен:

$$T_s = \frac{\varepsilon}{4\pi} (-\Phi^{,j} \Phi_{,j} + 2m_s^2 \Phi^2). \quad (86)$$

5. Самосогласованная космологическая модель для локально-равновесной плазмы с межчастичным скалярным взаимодействием

В случае выполнения условия ЛТР (62) интеграл столкновений в правой части кинетических уравнений становится большой величиной, поэтому для локально-равновесной плазмы вместо решения кинетических уравнений необходимо воспользоваться определением тензора энергии-импульса жидкости (68), а также соотношениями (69) – (73), определяющими макроскопические скаляры, и уравнениями химического равновесия (67). При этом необходимо учитывать, что локально-равновесные функции распределения (63) при выполнении условий химического равновесия автоматически обращают в нуль интеграл столкновений (53). Однако, согласно логике гидродинамического приближения (см., например, [13]), равенство нулю правой части кинетических уравнений в этом случае необходимо понимать лишь как приближенное соотношение, справедливое лишь для макроскопических моментов локально-равновесной функции распределения.

5.1. Самосогласованная система уравнений для изотропной однородной пространственно плоской Вселенной
Рассмотрим пространственно-плоскую космологическую модель Фридмана

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (87)$$

когда материя состоит из равновесной плазмы скалярно взаимодействующих частиц и массивного скалярного поля, зависящего лишь от космологического времени, $\Phi(t)$. Состоянию покоя плазмы относительно синхронной в метрике (87) системы отсчета соответствует вектор макроскопической скорости:

$$v^i = \delta_4^i. \quad (88)$$

Компоненты тензора Эйнштейна относительно метрики (87) равны:

$$G_k^i = 2 \frac{\dot{a}^2 - a\ddot{a}}{a^2} v^i v_k + \frac{\dot{a}^2 + 2a\ddot{a}}{a^2} \delta_k^i. \quad (89)$$

Далее, вычисляя компоненты $\Phi_{,k}^i$, найдем:

$$\Phi_{,k}^i = \left(\ddot{\Phi} - \frac{\dot{a}}{a} \dot{\Phi} \right) v^i v_k + \frac{\dot{a}}{a} \dot{\Phi} \delta_k^i. \quad (90)$$

Из (89) и (80) следует:

$$R = -6 \frac{\dot{a}^2 + a\ddot{a}}{a^2} = -8\pi\varepsilon\sigma\Phi + 2\varepsilon m_s^2 \Phi^2. \quad (91)$$

Конформное скалярное поле. Уравнение конформного скалярного поля (79) в метрике (87) с учетом (91) может быть записано в виде:

$$\ddot{\Phi} + 3 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\Phi} + m_s^2 \Phi \left(1 + \frac{1}{3} \Phi^2 \right) = -4\pi\varepsilon\sigma(1 - \Phi^2). \quad (92)$$

Учитывая соотношения (89)–(91), вычислим компоненты тензора энергии-импульса конформного скалярного поля (75) и представим их в виде компонент тензора энергии-импульса идеальной жидкости

$$T_s^i = (E_s + P_s)v^i v_k - P_s \delta_k^i, \quad (93)$$

где E_s и P_s – плотность энергии и давление скалярного поля, соответственно:

$$E_s = \frac{\varepsilon}{8\pi} \left[\left(\frac{1}{a} \frac{d}{dt} a\Phi \right)^2 + m_s^2 \Phi^2 \right]; \quad (94)$$

$$P_s = \frac{\varepsilon}{24\pi} \left[\left(\frac{1}{a} \frac{d}{dt} a\Phi \right)^2 - m_s^2 \Phi^2 + 8\pi\sigma\Phi \right]. \quad (95)$$

Нетрудно проверить, что вследствие (94) и (95) тождественно выполняется соотношение (80) для следа тензора энергии-импульса скалярного поля.

Неконформное скалярное поле. В этом случае получим из (83):

$$E_s = \frac{\varepsilon}{8\pi} (\dot{\Phi}^2 + m_s^2 \Phi^2); \quad P_s = \frac{\varepsilon}{8\pi} (\dot{\Phi}^2 - m_s^2 \Phi^2). \quad (96)$$

При этом для следа тензора энергии-импульса скалярного поля получим:

$$T_s = E_s - 3P_s = \frac{\varepsilon}{4\pi} (-\dot{\Phi}^2 + 2m_s^2 \Phi^2), \quad (97)$$

а также:

$$E_s + P_s = \varepsilon \frac{\dot{\Phi}^2}{4\pi}. \quad (98)$$

5.2. Полная система уравнений для локально равновесной плазмы

Сформулируем теперь замкнутую систему уравнений, определяющих космологическую эволюцию локально равновесной плазмы с межчастичным скалярным взаимодействием. Как известно, в метрике (87) независимые уравнения Эйнштейна принимают вид:

$$3 \frac{\dot{a}^2}{a^2} = 8\pi E; \quad (99)$$

$$\dot{E} + 3 \frac{\dot{a}}{a} (E + P) = 0. \quad (100)$$

Уравнение переноса энергии-импульса плазмы (57) в метрике (87) можно записать в виде:

$$\dot{E}_{pl} + 3 \frac{\dot{a}}{a} (E_{pl} + P_{pl}) = \sigma \dot{\Phi}. \quad (101)$$

Пусть далее локально-равновесная плазма состоит из N различных сортов частиц $a = \overline{1, N}$. Тогда вся исследуемая космологическая система «плазма+скалярное поле» определяется $N + 3$ -мя функциями времени $a(t), \Phi(t), \gamma_a(t), \theta(t)$, где θ – локальная температура плазмы, γ_a – приведенные химические потенциалы, определяющие локально-равновесные функции распределения (63). Химические потенциалы γ_a определяются из условий химического равновесия (67), представляющих систему линейных однородных алгебраических уравнений и наследующих симметрию алгебры взаимодействия частиц плазмы. Вследствие однородности системы уравнений химического равновесия, по крайней мере, одна из функций $\gamma_c(t)$ остается неопределенной. Эта функция должна быть найдена из закона сохранения некоторого фундаментального заряда G (55). В космологической ситуации этот закон имеет вид:

$$a^3(t) \sum_{a=1}^N g_a \gamma_a(t) = Const \quad (102)$$

Оставшиеся три неизвестные функции, $\theta(t), a(t), \Phi(t)$ определяются из уравнений (99) – (101), причем следует отметить, что уравнение (100), в свою очередь, является следствием уравнения скалярного поля ((79) или (85)) и уравнения переноса (101). Поэтому в дальнейшем мы будем заменять его соответствующим уравнением поля.

Таким образом, уравнения (99), (101), (79) (или (85)) совместно с уравнениями химического равновесия (67) и законами сохранения фундаментальных зарядов (102) составляют полную самосогласованную систему уравнений, определяющих эволюцию локально равновесной плазмы с межчастичным скалярным взаимодействием. В следующей статье мы рассмотрим численные модели космологического расширения, основанные на представленной здесь системе уравнений.

6. Особенности статистических систем частиц с притяжением одноименных скалярных зарядов

В разделе 4.1 мы ввели функцию Лагранжа для скалярного массивного поля (74), в которой значению $\varepsilon = +1$ соответствует случай взаимного отталкивания одноименно скалярно заряженных частиц, а значению $\varepsilon = -1$ соответствует случаю взаимного притяжения одноименно скалярно заряженных частиц. Для более точного выяснения физического смысла параметров модели статистической системы со скалярным взаимодействием рассмотрим систему, состоящую из одной частицы с определенными значениями фазовых координат. Пусть нами выбрана система отсчета, в которой четырехмерное пространство представимо в виде прямого произведения трехмерного риманова пространства V_3 времени T : $V_4 = V_3 \times T$. Согласно [18] инвариантная функция распределения такой системы имеет вид:

$$F(x, P) = (2\pi)^3 D(x|x_0) \delta^3(P^\alpha - P_0^\alpha), \quad (103)$$

где $D(x|x_0)$ – инвариантная симметричная двухточечная функция Дирака, связанная со скалярной плотностью $\Delta(x_1|x_2)$, обычно и называемой δ -функцией Дирака, соотношением:

$$\Delta(x_1|x_2) = \frac{1}{\sqrt{-g}} D(x_1|x_2). \quad (104)$$

Инвариантная функция Дирака определена обычным образом:

$$\int_{X_2} D(x_1|x_2) f(x_2) dX_2 = \begin{cases} f(x_1), & x_1 \in X_2; \\ 0, & x_1 \notin X_2 \end{cases},$$

где $f(x)$ – произвольное тензорное поле в V_n , $dX = \sqrt{-g}dx^1 \cdot dx^2 \cdots dx^n$ – инвариантный элемент объема V_n . Таким образом, вектор плотности потока числа частиц (46) для частицы с определенными фазовыми координатами принимает вид:

$$n^i = D(x|x_0) \iiint_{P(x)} \frac{d^3 P}{\sqrt{-g}P_4^0} \delta^3(P^\alpha - P_0^\alpha) \equiv D(x|x_0) \frac{P_0^i}{P_4^0}, \quad (105)$$

где P_4^0 – положительный корень уравнения массовой поверхности (8):

$$(P, P) = m_*^2.$$

Вычисляя теперь полное число частиц в конфигурационном пространстве, получим:

$$N(t) = \iiint_{V_3} n^i u_i dV_3 = \iiint_{V_3} \sqrt{-g} D(x|x_0) d^3 x = 1, \quad (106)$$

где u_i – единичная времениподобная нормаль к гиперповерхности (вектор скорости наблюдателя). Таким образом, (103) определяет правильную нормировку функции распределения одиночной частицы с фиксированными фазовыми координатами.

Вычисляя с помощью (103) и (48) след ТЭИ частиц, получим:

$$T_p = \frac{m_*^2}{P_4^0} D(x|x_0) \quad (107)$$

и, таким образом, согласно (60) найдем скалярную плотность одиночного заряда:

$$\sigma = q \frac{m_0 + q\Phi}{P_4^0} D(x|x_0). \quad (108)$$

В частности, в случае покоящейся в пространстве Минковского частицы получим отсюда:

$$\sigma = q \operatorname{sgn}(m_0 + q\Phi) \delta^3(r). \quad (109)$$

В случае ненулевой массы покоя частицы и нулевого скалярного поля получаем отсюда классический результат для ньютоновской плотности заряда.

Рассмотрим уравнения статического центрально-симметрического конформно неинвариантного скалярного поля (85) $\square\Phi + m_s^2\Phi = -4\pi\varepsilon\sigma$ (85) в пространстве Минковского с плотностью скалярного заряда (109):

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \Phi \right) - m_s^2 \Phi = 4\pi\varepsilon q \operatorname{sgn}(m_0 + q\Phi) \delta^3(r). \quad (110)$$

Учитывая известное соотношение:⁵

$$\Delta \frac{1}{r} \equiv \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \frac{1}{r} \right) = -4\pi \delta^3(r),$$

найдем формальное, сходящееся на бесконечности решение уравнения (110):

$$\Phi = \varepsilon \operatorname{sgn}(m_0 + q\Phi)_{r \rightarrow 0} \frac{q e^{-m_s r}}{r} \quad (111)$$

Далее, поскольку $\Phi(0) \rightarrow \infty$, то знаковая функция определяется лишь знаком выражения $q\Phi(r)$ при $r \rightarrow 0$:

$$\Phi = \varepsilon \operatorname{sgn}(q\Phi)_{r \rightarrow 0} \frac{q e^{-m_s r}}{r} \quad (112)$$

Умножая обе части решения (111) на q , приходим к выводу, что знак функции $\varphi = q\Phi$ определяется лишь знаком фактора ε :

$$\operatorname{sgn}(q\Phi) = \varepsilon \quad (113)$$

– это очень важное свойство классического скалярного поля. Как раз это свойство и показывает, что значениям $\varepsilon = -1$ соответствует отрицательная потенциальная энергия $U = q\Phi$, т.е., притяжение, а случаю $\varepsilon = +1$ – положительная потенциальная энергия, т.е., отталкивание. При этом, в обоих случаях имеем потенциал взаимодействия (112) типа потенциала Юкавы. Заметим, что классический случай притяжения ($\varepsilon = -1$) для безмассового скалярного поля, фактически, соответствует, так называемым, фантомным полям. В этой схеме при ненулевой массе скалярного поля его потенциал подчиняется закону Юкавы. В этой статье мы также

⁵См., например, [19].

рассмотрим и фантомные скалярные поля с отрицательным массивным членом – точнее говоря мы сохраним знак массивного члена в функции Лагранжа, но изменим знак «кинетического» члена⁶:

$$L_s = -\frac{1}{8\pi} \left[g^{ik} \Phi_{,i} \Phi_{,k} + \left(\frac{R}{6} + m_s^2 \right) \Phi^2 \right]. \quad (114)$$

Причину введения такой функции Лагранжа для статистических систем с притяжением одноименно заряженных частиц мы поясним позднее.

Тензор энергии-импульса скалярного поля относительно функции функции Лагранжа (114) имеет вид:

$$T_s^{ik} = \frac{1}{8\pi} \left(-\frac{4}{3} \Phi^i \Phi^k + \frac{1}{3} g^{ik} \Phi_{,j} \Phi^{,j} + m_s^2 g^{ik} \Phi^2 \right). \quad (115)$$

При этом определение скалярной плотности зарядов σ (58) [2] остается неизменным:

$$\sigma = \sum \frac{d \ln |m_*|}{d\Phi} T_p \quad (116)$$

а уравнение скалярного поля принимает вид:

$$\square \Phi - m_s^2 \Phi - \frac{R}{6} \Phi = 4\pi \sigma \quad (117)$$

Решая аналогичную предыдущей задаче для центрально-симметричного статического поля в пространстве Минковского, получим:

$$\Phi = \text{sgn}(m_0 + q\Phi)_{r \rightarrow 0} \frac{q \sin m_s r}{r}. \quad (118)$$

Поскольку в этом случае потенциал в начале координат конечен, вычисляя предел, получим отсюда:

$$\Phi(0) = q m_s \text{sgn}(m_0 + q\Phi(0)).$$

Нетрудно показать, что это алгебраическое уравнение имеет лишь один корень:

$$\Phi(0) = q m_s. \quad (119)$$

Таким образом, несмотря на кажущуюся формальную сложность найденного решения, получим из (118) и (119) простое решение уравнения для скалярного поля одиночного покоящегося скалярного заряда:

$$\Phi = q \frac{\sin m_s r}{r}. \quad (120)$$

Следовательно, массивные фантомные скалярные поля являются несингулярными в источниках далекодействующими полями с притяжением одноименно заряженных частиц.

7. Самосогласованная космологическая модель для локально-равновесной плазмы с притяжением одноименно скалярно заряженных частиц

Вычисляя тензор энергии-импульса скалярного поля относительно метрики пространственно-плоской Вселенной Фридмана

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (121)$$

получим из (115) плотность энергии и давление скалярного поля с притяжением одноименно скалярно заряженных частиц:

$$E_s = \frac{1}{8\pi} (-\dot{\Phi}^2 \mp m_s^2 \Phi^2); \quad P_s = -\frac{1}{8\pi} (\dot{\Phi}^2 \mp m_s^2 \Phi^2), \quad (122)$$

где верхний знак соответствует классическому скалярному полю с притяжением, нижний знак – фантомному скалярному полю с притяжением⁷. Таким образом, плотность энергии классического скалярного поля с притяжением строго отрицательна, что и препятствует использованию классического скалярного поля с потенциалом типа Юкавы в качестве модели физического вакуума. В случае же фантомного скалярного поля с массивным членом, соответствующем мнимой массе, такого препятствия не возникает. Именно этот фактор, по-видимому, и является определяющим корректную релятивистскую модель скалярного взаимодействия частиц. В частности, класс космологических моделей с инфляционной начальной стадией для скалярных полей с притяжением

⁶Для конформно инвариантного скалярного поля необходимо опустить член со скалярной кривизной в соотношении (114).

⁷Как видно, фактор притяжения-отталкивания одноименно скалярно заряженных частиц полностью определяется знаком кинетического члена в функции Лагранжа, поэтому в дальнейшем мы не будем для фантомного поля добавлять «с притяжением».

однозначно приводит к выбору именно фантомных скалярных полей, поскольку уравнения Эйнштейна для классического скалярного поля с притяжением имеют вид $\dot{a}^2 = -b^2$, т.е., не имеют действительных решений.

Заметим, что след тензора энергии-импульса скалярного поля равен:

$$T_s = E_s - 3P_s = \frac{1}{4\pi}(\dot{\Phi}^2 \mp 2m_s^2\Phi^2), \quad (123)$$

а также:

$$E_s + P_s = -\frac{\dot{\Phi}^2}{4\pi}. \quad (124)$$

Уравнение для скалярного поля принимает вид:

$$\ddot{\Phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\Phi} \pm m_s^2\Phi = 4\pi\sigma, \quad (125)$$

где опять-таки верхний знак соответствует классическому скалярному полю с притяжением, нижний знак – фантомному скалярному полю. Равновесная плотность скалярного заряда, σ , в уравнении (125) описывается формулой (73):

$$\sigma = \sum_a \frac{2S+1}{2\pi^2} q(m+q\Phi)^3 \int_0^\infty \frac{sh^2 x dx}{e^{-\gamma_a + \lambda_* chx} \pm 1}, \quad (126)$$

в котором мы положили функцию массы равной $m_* = |m+q\Phi|$, и $\lambda_* = m_*/\theta$. Если мы сделаем дополнительное предположение о сохранении скалярного заряда во всех реакциях, тогда мы получим условие на химический потенциал скалярно заряженных частиц:

$$a^3(t) \sum q_a n_a = a^3(t) \sum q_a \frac{2S+1}{2\pi^2} m_*^3 \int_0^\infty \frac{sh^2 x chx dx}{e^{-\gamma_a + \lambda_* chx} \pm 1} = Const, \quad (127)$$

где суммирование проводится по всем скалярно заряженным частицам. В частности, если предположить, что частицы одного сорта «а» с противоположными скалярными зарядами могут аннигилировать:

$$a + \bar{a} = \gamma + \bar{\gamma}, \quad (128)$$

из условий химического равновесия (67) получим связь приведенных химических потенциалов скалярно заряженных частиц и античастиц:

$$\bar{\gamma}_a = -\gamma_a. \quad (129)$$

При этом с учетом алгебраического уравнения (127) мы получаем замкнутую систему уравнений для космологической модели (99), (101), (125).

Литература

- [1] Д. Гальцов и Е. Давыдов. // В кн.: Квантовая теория и космология. - Санкт-Петербург: Изд-во Фридриховской лаборатории. - 2009. - С. 25-44.
- [2] Ю.Г. Игнат'ев, Р.Ф. Мифтахов. // Труды II –й Российской летней школы «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии». – 2009. – Казань. Изд-во «Фолиантъ». – С. 76-83.
- [3] V.M. Zhuravlev, R.R. Abbyazov. // *Gravitation and Cosmology*, bf 16, No 1, 50, (2010).
- [4] В. М. Журавлев. // *ЖЭТФ*, **120**, 1042, (2001).
- [5] Yu. Ignat'ev, R. Miftakhov. // *Gravitation & Cosmology*. – 2006. - **12**, No 2-3. – p.179-184; см. также: Yu. Ignat'ev, R. Miftakhov. // arXiv:1011.5774[gr-qc].
- [6] Ю.Г. Игнат'ев. // *Известия вузов, Физика*. - 1982. - № 4. – С. 92-93.
- [7] Ю.Г. Игнат'ев. // *Известия вузов, Физика*. - 1983. - № 8. – С. 15-19.
- [8] Ю.Г. Игнат'ев. // *Известия вузов, Физика*. - 1983. - № 8. – С. 19-23.
- [9] Ю.Г. Игнат'ев. // *Известия вузов, Физика*. - 1983. - № 12. – С. 9-13.
- [10] Г.Г. Иванов. // *Известия вузов, Физика*. - 1983. - № 1. – С. 32-36.
- [11] Yu.G. Ignatev and A.A. Popov. // *Actrophysics and Space Science*. – 1990. – **163**. - p. 153-174; Yu.G. Ignatyev, A.A. Popov. // arXiv:1101.4303v1 [gr-qc].
- [12] А.З. Петров. *Новые методы в общей теории относительности*. – М.: Наука. – 1966. – 496 с.
- [13] Ю.Г. Игнат'ев *Релятивистская кинетическая теория неравновесных процессов в гравитационных полях*. – Казань: Изд-во «Фолиантъ». – 2010. – 506 с.; <http://rgs.vniims.ru/books/const.pdf>.
- [14] Ю.Г. Игнат'ев, Р.Р. Кузеев. *Укр. физ. журнал.*, **29**, 1021, (1984).
- [15] J.L. Syng. *Relativity: The General Theory*. - North-Holland Publishing Company. Amsterdam. - (1960).
- [16] К.П. Станюкович и В.Н. Мельников. *Гидродинамика, поля и константы в теории гравитации*. М: Энергоатомиздат. - 1983.
- [17] Vitaly N. Melnikov. *Fields and Constants in the Theory of Gravitation*. CBPF-MO-002/02, Rio de Janeiro, 2002; <http://rgs.vniims.ru/books/const.pdf>

[18] Yu.G. Ignatyev. // Gravitation And Cosmology. - 2007. - 13., No 1. - P. 55-81.

[19] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля. М, Наука, 1973.

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ТРАЕКТОРИИ ПРОБНОГО ТЕЛА В ПОЛЕ ШВАРЦШИЛЬДА

Н.И. Колосницын¹

Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва, Россия

¹E-mail:

Аннотация. Получено точное аналитическое решение релятивистской задачи пробного тела (уравнения геодезических). При использовании стандартных координат в метрике Шварцшильда оно выражается через эллиптический косинус Якоби, которое в нерелятивистском приближении переходит в известное классическое решение. Исследованы траектории в сильных гравитационных полях. Рассмотрена релятивистская задача Фока о движении двух тел с конечными массами.

Уравнение релятивистской траектории

Движение пробного тела в статическом изотропном гравитационном поле Шварцшильда рассматривалось многими авторами (см., например [1], [2]). Одна из проблем в этой задаче, на наш взгляд, состоит в поиске точных аналитических решений. Этому вопросу посвящена данная работа. Используем метрику Шварцшильда в стандартных координатах:

$$ds^2 = B(r)dt^2 - A(r)dr^2 - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\varphi^2, \quad (1)$$

где

$$B(r) = 1 - \frac{r_g}{r}, \quad A(r) = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1}. \quad (2)$$

Здесь $r_g = 2GM/c^2$, G – гравитационная постоянная, M – масса центрального тела, c – скорость света. Движение пробного тела в ОТО совершается по геодезическим, уравнения которых, следуя [3], записываем в виде:

$$\frac{d^2x^\mu}{dp^2} + \Gamma_{\nu\lambda}^\mu \frac{dx^\nu}{dp} \frac{dx^\lambda}{dp} = 0, \quad (3)$$

где p – параметр, описывающий траекторию. Для орбиты, расположенной в экваториальной плоскости, уравнения (3) имеют интегралы движения.:

$$r^2 \frac{d\varphi}{dp} = J(const), \quad (4)$$

$$A(r) \left(\frac{dr}{dp}\right)^2 + \frac{J^2}{r^2} - \frac{1}{B(r)} = -E(const), \quad (5)$$

Интеграл (4) соответствует закону сохранения момента количества движения и интеграл (5) энергии пробного тела (единичной массы). Исключая из (5) параметр p , получаем уравнение, определяющее форму релятивистской орбиты [3]:

$$A(r) \left(\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{1}{r}\right)\right)^2 + \frac{1}{r^2} - \frac{1}{J^2 B(r)} = -\frac{E}{J^2}. \quad (6)$$

Для материальных частиц $E > 0$. Постоянные интегрирования E и J для финитной траектории определяем из условия $d(1/r)/d\varphi = 0$, которое выполняется для двух апсидальных расстояний – апоцентра (r_+) и перицентра (r_-), соответственно. Уравнения (6) в этом случае переходят в два алгебраических уравнения относительно величин E/J^2 и $1/J^2$:

$$\frac{1}{r_\pm^2} - \frac{1}{J^2 B(r_\pm)} = -\frac{E}{J^2}, \quad (7)$$

решая которые, находим

$$\frac{E}{J^2} = \frac{1}{r_g} \left(\frac{1}{r_-} + \frac{1}{r_+}\right) - \left(\frac{1}{r_-^2} + \frac{1}{r_- r_+} + \frac{1}{r_+^2}\right), \quad (8)$$

$$\frac{1}{J^2} = \frac{1}{r_g} \left(1 - \frac{r_g}{r_+}\right) \left(1 - \frac{r_g}{r_-}\right) \left(\frac{1}{r_+} + \frac{1}{r_-}\right). \quad (9)$$

С помощью этих соотношений релятивистское уравнение орбиты (6) приводится к форме

$$\left(\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{1}{r}\right)\right)^2 + \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_-}\right) \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_+}\right) \left[1 - r_g \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_-} + \frac{1}{r_+}\right)\right] = 0 \quad (10)$$

В нерелятивистском пределе r_g уравнение (10) принимает классический вид [4]:

$$\left(\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{1}{r}\right)\right)^2 + \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_-}\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_+}\right) = 0. \quad (11)$$

2. Решение релятивистского уравнения

Решение уравнения (10), определяющее финитную релятивистскую орбиту, ищем, используя подстановку

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_-} + \frac{1}{r_+}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_-} - \frac{1}{r_+}\right) \cdot \cos u. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (10), получаем

$$\left(\frac{du}{d\varphi}\right)^2 = \left[1 - \frac{3}{2}r_g\left(\frac{1}{r_-} + \frac{1}{r_+}\right) - \frac{1}{2}r_g\left(\frac{1}{r_-} - \frac{1}{r_+}\right)\cos u\right]. \quad (13)$$

Далее вводим переменную v :

$$u = 2v + \pi, \quad (14)$$

и приводим уравнение (13) к виду

$$\left(\frac{dv}{d\varphi'}\right)^2 = (1 - k^2 \sin^2 v) \quad (15)$$

Здесь

$$\varphi' = \varphi \cdot (\sqrt{d}/2), d = 1 - r_g\left(\frac{1}{r_-} + \frac{2}{r_+}\right), k^2 = \frac{r_g}{d}\left(\frac{1}{r_-} - \frac{1}{r_+}\right). \quad (16)$$

Уравнение (15) имеет два решения, соответствующие двум знакам при извлечении корня из правой части:

$$\frac{d\varphi'}{dv} = \pm \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 v}} \quad (17)$$

Этим двум знакам соответствуют два решения

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_-} + \frac{1}{r_+}\right) \mp \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_-} - \frac{1}{r_+}\right) \cdot \operatorname{cn}(\varphi\sqrt{d}). \quad (18)$$

Здесь $\operatorname{cn}(2(\varphi', k)) = \operatorname{cn}(\varphi\sqrt{d}, k) = \operatorname{cn}(\varphi\sqrt{d})$ есть эллиптический косинус Якоби, знаки « \mp » в решении (18) соответствуют знакам « \pm » формулы (17). В терминах большой полуоси a и эксцентриситета e орбиты ($r_+ + r_- = 2a$, $r_+ - r_- = 2ae$) решение (18) принимают вид

$$\frac{1}{r} = \frac{1 \mp e \operatorname{cn}(\varphi\sqrt{d}, k)}{a(1 - e^2)}. \quad (19)$$

Параметры d и k в тех же терминах определяются формулами:

$$d = 1 - \frac{r_g}{a} \frac{3 - e}{1 - e^2} \quad k^2 = \frac{2r_g e}{a(1 - e^2) - r_g(3 - e)}, \quad 0 \leq e < 1. \quad (20)$$

В нерелятивистском пределе $r_g \rightarrow 0$ величины $k \rightarrow 0$, $d \rightarrow 1$. При $k \rightarrow 0$ эллиптический косинус, как известно, переходит в тригонометрический [5]:

$$\operatorname{cn}(\varphi, 0) = \operatorname{cn}\varphi = \cos\varphi$$

В этом случае из формулы (19) следует

$$\frac{1}{r} = \frac{1 \mp e \cos\varphi}{a(1 - e^2)},$$

Классическому (ньютоновому) соответствует решение со знаком « \mp » в числителе (знаку « \rightarrow » в формуле (17)) (см. [7]) :

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + e \cos\varphi}{a(1 - e^2)} \quad (21)$$

Решение со знаком « \rightarrow » отличается сдвигом точки отсчета на π – угол отсчитывается не от перигелия (перигелия), как в формуле (21), а от афелия (апоцентра). То есть в сущности оба решения (18) (19) с указанной

оговоркой относительно точки отсчета переходят в классическое решение ньютоновой небесной механики. Тем не менее, из двух решений выбираем

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + e \operatorname{cn}(\varphi\sqrt{d}, k)}{a(1 - e^2)} \quad (22)$$

Как известно, эллиптический косинус является периодической функцией (в данном случае относительно переменной $2\varphi' = \varphi\sqrt{d}$ периодом $4K$, где K есть полный эллиптический интеграл первого рода:

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x}}. \quad (23)$$

Относительно переменной φ период нужно скорректировать на множитель \sqrt{d} , так что релятивистский период орбитального движения по финитной («эллипсоидальной») орбите равен $(4/\sqrt{d}K(k))$ вместо 2π при движении пробного тела в ньютоновой гравитации. Разница $\delta\varphi = (4/\sqrt{d}K - 2)$ определяет релятивистское смещение перигелия планет солнечной системы за один оборот. Оценим это смещение.

Величина $K(k)$ является функцией параметра k^2 . Согласно [8]

$$K(k) = \frac{\pi}{2} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 k^4 + \dots \right]$$

Параметр k^2 в терминах большой полуоси и эксцентриситета орбиты согласно (20) с точностью до членов квадратичных по r_g равен

$$k^2 = \frac{2r_g}{a} \frac{e}{1 - e^2},$$

Имеем также

$$d = 1 - \frac{r_g}{a} \frac{3 - e}{1 - e^2}$$

Далее находим

$$\delta\varphi = \frac{4}{\sqrt{d}}K(k) - 2\pi = \frac{3\pi r_g}{a(1 - e^2)} \quad (24)$$

Это есть формула Эйнштейна для смещения перигелия за один оборот.

Решение Фока

Фок при исследовании релятивистского движения двух тел с конечными массами (m_1, m_2) в линейном приближении по гравитационным радиусам получил уравнение траектории относительного движения аналогичное (10) (см. [9]), которое в наших обозначениях имеет вид:

$$\left(\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{1}{r}\right)\right)^2 + \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_-}\right) \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_+}\right) \left[1 - \left(\frac{r_g^m}{r} + r_g \left\{\frac{1}{r_-} + \frac{1}{r_+}\right\}\right)\right] = 0 \quad (25)$$

Здесь

$$r_g = \frac{6r_g^m - r_g^o}{2}, \quad r_g^m = \frac{Gm}{c^2}, \quad m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad r_g^o = \frac{G(m_1 + m_2)}{c^2}. \quad (26)$$

Решение находим в форме (12). После подстановки в (25) приходим к уравнению

$$\left(\frac{du}{d\varphi}\right)^2 = 1 - \frac{6r_g^o}{p} - \frac{r_g^m e}{p} \cos u. \quad (27)$$

Здесь p – параметр орбиты ($p = a(1 - e^2)$). После перехода к переменной $u = 2v + \pi$ и расчетов, повторяющих проведенные в п. 2, получаем решение, по форме совпадающее с (22):

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + e \operatorname{cn}(\varphi\sqrt{d}, k)}{a(1 - e^2)} \quad (28)$$

В этом решении величины k^2 и d равны:

$$k^2 = \frac{2r_g^m e}{a(1 - e^2)}, \quad d = 1 - \frac{6r_g^o - 0,5r_g^m e}{a(1 - e^2)}$$

Для релятивистского смещения перицентра орбиты получаем

$$\delta\varphi = \frac{4}{\sqrt{d}} K(k) - 2\pi = \frac{6\pi G(m_1 + m_2)}{c^2 a(1 - e^2)}$$

Как видим, релятивистское смещение орбиты двойной звезды определяется массой обеих тел.

Литература

- [1] Богородский А.Ф. Уравнения поля Эйнштейна и их применение в астрономии. /А.Ф. Богородский. – Киев, 1962.
- [2] Чандрасекар С. Математическая теория черных дыр. /С. Чандрасекар. – М., 1986.
- [3] Вейнберг С. Гравитация и космология. / Вейнберг С. – М: Мир, 1975.
- [4] Парс Л.А. Аналитическая динамика. /Л.А. Парс – М.: Наука, 1971.
- [5] Аксенов Е.П. Специальные функции в небесной механике. /Е.П. Аксенов – М.: Наука, 1986.
- [6] Дубошин Г.Н. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. / Г.Н. Дубошин – М.: Наука, 1976.
- [7] Введение в теоретическую астрономию. /М.Ф. Субботин – М.: Наука, 1968.
- [8] Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик – М.: Наука, 1971.
- [9] Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. /В.А. Фок – М.: Гослитл, 1961.

ПОЗДНЕЕ УСКОРЕНИЕ ВСЕЛЕННОЙ В КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ СО СТАТИСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ СКАЛЯРНО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЧАСТИЦ

Р. Ф. Мифтахов¹

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

¹E-mail: rustor@bk.ru

В работах [1], [2] получена космологическая модель, где материя состоит из статистической системы скалярно заряженных частиц, в которых некоторые сорта частиц могут прямым образом взаимодействовать со скалярным полем через некоторый фундаментальный скалярный заряд. При этом статистическая система, обладая ненулевым скалярным зарядом, сама может эффективно влиять на скалярное поле, управляя его поведением. В частности, в работе [2] рассмотрена модель космологической эволюции Вселенной состоящей из вырожденной Ферми-системы скалярно взаимодействующих частиц и массивного скалярного поля. В метрике пространственно-плоской модели Фридмана:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (1)$$

данная космологическая модель описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений, состоящей из уравнение поля и одного из уравнений Эйнштейна, относительно переменных $a(t)$ – масштабного фактора и $\Phi(t)$ – потенциала скалярного поля:

$$\frac{1}{a^3} \frac{d}{dt} \left(a^3 \frac{d\Phi}{dt} \right) + \mu_s^2 \Phi = -4\pi\sigma; \quad (2)$$

$$\frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{8\pi}{3}} \varepsilon. \quad (3)$$

Выражения для суммарной плотности энергии и давления фермионов и скалярного поля имеют вид:

$$\varepsilon = \varepsilon_f + \varepsilon_s; \quad P = P_f + P_s, \quad (4)$$

где макроскопические плотности для статистической системы представимо в элементарных функциях:

$$\varepsilon_f = \frac{m_*^4}{8\pi^2} \left[\psi \sqrt{1 + \psi^2} (1 + 2\psi^2) - \ln(\psi + \sqrt{1 + \psi^2}) \right]; \quad (5)$$

$$P_f = \frac{m_*^4}{24\pi^2} \left[\psi \sqrt{1 + \psi^2} (2\psi^2 - 3) + 3 \ln(\psi + \sqrt{1 + \psi^2}) \right], \quad (6)$$

а структура тензора энергии-импульса скалярного поля имеет вид тензора энергии-импульса идеальной жидкости:

$$\varepsilon_s = \frac{1}{8\pi} (\dot{\Phi}^2 + \mu_s^2 \Phi^2); \quad P_s = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{1}{3} \dot{\Phi}^2 - \mu_s^2 \Phi^2 \right). \quad (7)$$

В качестве эффективных характеристик космологической модели, состоящей из вырожденных фермионов и скалярного поля, были найдены выражения для коэффициента баротропы и космологического ускорения:

$$\kappa(t) = \frac{1}{3} - \frac{m_*^4 \left[4\psi \sqrt{1 + \psi^2} - 3 \ln(\psi + \sqrt{1 + \psi^2}) \right] + 4\pi \mu^2 \Phi^2}{24\pi^2 (\varepsilon_s + \varepsilon_f)}; \quad (8)$$

$$\Omega = \frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -\frac{1}{2}(1 + 3\kappa). \quad (9)$$

Таким образом, для исследуемой системы всегда выполняются соотношения:

$$-1 \leq \kappa(t) \leq \frac{1}{3}; \quad (10)$$

$$-1 \leq \Omega \leq 1. \quad (11)$$

Очевидно, что вследствие большого количества существенных параметров модели (четыре параметра, p_F^0, m, μ, q) и начальных условий рассматриваемая космологическая модель богата типами поведения.

В результате численного исследования системы (2-3) было получено множество решений, описывающих космологическую эволюцию статистической системы со скалярным межчастичным взаимодействием частиц. С помощью результатов численного интегрирования были смоделированы возможные сценарии поведения системы и исследованы их свойства. В частности, исследование космологической модели указывает на то, что макроскопические величины Ферми-частиц и скалярного поля могут достигать достаточно больших значений на малых временах и характеризуются резким возрастанием и убыванием. Такое поведение указывает на то, что коэффициент баротропы и космологическое ускорение, могут выходить на следующие постоянные значения: $\kappa = -1$ – квазивакуумное состояние; $-1 \leq \kappa < -\frac{1}{3}$ – квинтэссенция; $\kappa = -\frac{1}{3}$ – среда, в которой отсутствует и гравитация, и антигравитация; $-\frac{1}{3} \leq \kappa < 0$ – темная материя; $\kappa = 0$ – нерелятивистская материя; $\kappa = \frac{1}{3}$ – ультрарелятивистское состояние. Как известно, квазивакуумному уравнению состояния системы в стандартной модели эволюции Вселенной соответствует инфляционная стадия и в этих случаях конечное ускорение выходит на постоянное значение. Исследование космологической модели показало, что существуют области фундаментальных констант и начальных условий, в которых космологические модели переходят в инфляционное состояние, в частности, выходят на устойчивое позднее ускорение Вселенной.

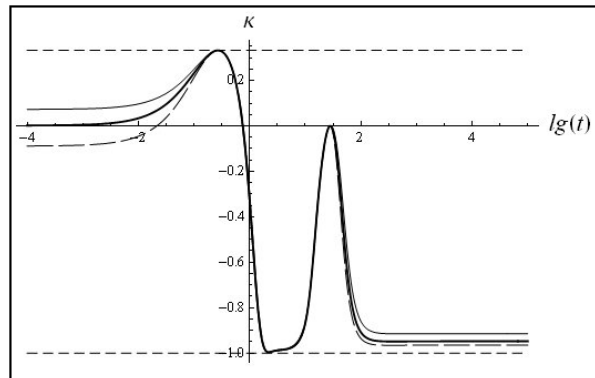


Рис. 1. Эволюция коэффициента баротропы κ в зависимости от импульса Ферми, p_F^0 : пунктирная линия: $p_F^0 = 0,07$; сплошная линия: $p_F^0 = 0,09$; сплошная жирная линия: $p_F^0 = 0,1$. Всюду: $m = 1$; $\mu = 1$; $q = 1$; $\Phi(0) = 1$; $\dot{\Phi}(0) = 0,001$

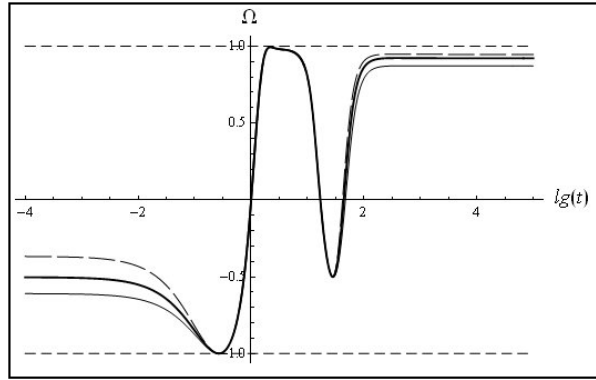


Рис. 2. Эволюция космологического ускорения Ω в зависимости от импульса Ферми, p_F^0 : пунктирная линия: $p_F^0 = 0,07$; сплошная линия: $p_F^0 = 0,09$; сплошная жирная линия: $p_F^0 = 0,1$. Всюду: $m = 1$; $\mu = 1$; $q = 1$; $\Phi(0) = 1$; $\dot{\Phi}(0) = 0,001$

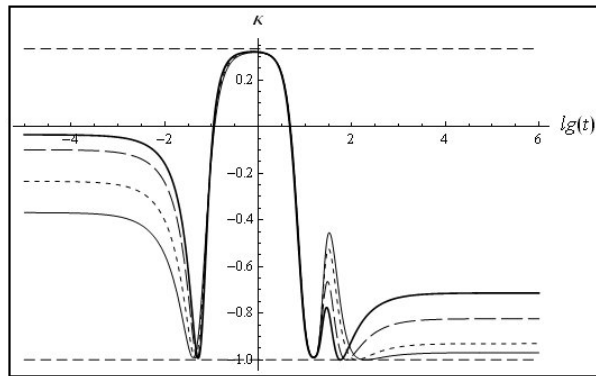


Рис. 3. Эволюция коэффициента баротропии κ в зависимости от массы частиц, m_0 : разреженная пунктирная линия: $m_0 = 0,98$; пунктирная линия: $m_0 = 1$; сплошная линия: $m_0 = 1,1$; сплошная жирная линия: $m_0 = 0,95$. Всюду: $q = 0$

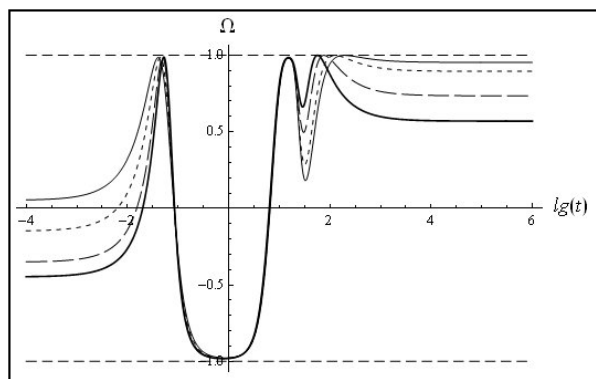


Рис. 4. Эволюция космологического ускорения Ω в зависимости от массы частиц, m_0 : разреженная пунктирная линия: $m_0 = 0,98$; пунктирная линия: $m_0 = 1$; сплошная линия: $m_0 = 1,1$; сплошная жирная линия: $m_0 = 0,95$. Всюду: $q = 0$

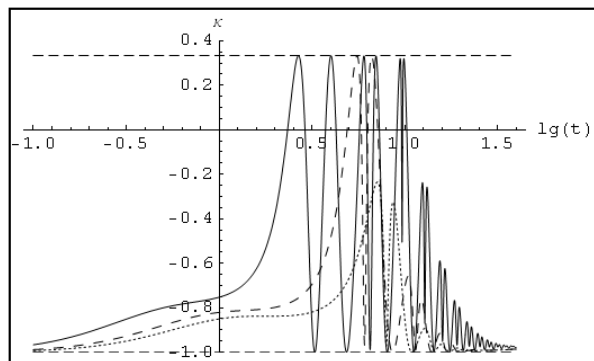


Рис. 5. Эволюция коэффициента баротропы κ в зависимости от массы скалярного поля, μ : частая пунктирная линия: $\mu = 1$; пунктирная линия: $\mu = 1, 2$; сплошная линия: $\mu = 2$. Всюду: $m = 1$; $p_F^0 = 0, 01$; $q = 0, 3$; $\Phi(0) = 1$; $\dot{\Phi}(0) = 0$

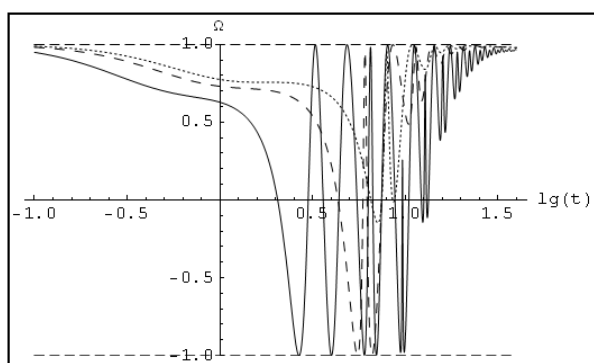


Рис. 6. Эволюция космологического ускорения Ω в зависимости от массы скалярного поля, μ : частая пунктирная линия: $\mu = 1$; пунктирная линия: $\mu = 1, 2$; сплошная линия: $\mu = 2$. Всюду: $m = 1$; $p_F^0 = 0, 01$; $q = 0, 3$; $\Phi(0) = 1$; $\dot{\Phi}(0) = 0$

Литература

- [1] Yu.G. Ignat'ev and R.F. Miftakhov *Statistical systems of particles with scalar interaction in cosmology.* // Gravitation & Cosmology. - 2006. - V. 12 - No. 4, - P. 179-185.
- [2] Yu.G. Ignatyev and R.F. Miftakhov. *Cosmological Evolutions of a Completely Degenerate Fermi System with Scalar Interactions Between Particles.* // Gravitation & Cosmology. - Vol. 17, No 2. - 2011. - pp. 190-193.
- [3] Мифтахов Р.Ф. Математическое моделирование космологической эволюции вырожденной ферми-системы со скалярным взаимодействием. /Р.Ф. Мифтахов // Вестник ТГПУ. Физико-математические науки. No 21. - 2010. - с. 49-51.

МОДЕЛЬ ВЛОЖЕННЫХ ПРОСТРАНСТВ: ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИЧЕСКОГО ВЛОЖЕНИЯ

В.И. Носков¹

Институт механики сплошных сред, Уральское отделение РАН, Пермь, Россия

¹E-mail: nskv@icmm.ru

Аннотация. Рассматривается динамическое вложение метрических многообразий, реализующее Модель Вложенных Пространств (МВП) в приближении пробной частицы. Найдено обобщение риманова оператора градиента $\bar{\partial}/\partial x^i = \partial/\partial x^i + \hat{b}_i$ на пространство МВП. Показано, что его слагаемые действуют каждое в своем многообразии (Base и Fiber) и что оба слагаемых являются линейными операторами. Линейность $\bar{\partial}/\partial x^i$ обеспечивает риман-подобное метрическое обобщение для геометрии пространства МВП, которую можно также рассматривать как простейший вариант релятивистской геометрии Финслера.

1. Введение

В работах автора [1] развивается способ геометрического описания классических физических полей на основе 4d Модели Вложенных Пространств (МВП). МВП, подобно конформным и многомерным моделям пространства-времени, [2], [3], [4], [5], а также моделям, использующим представление о расслоенном пространстве [6], позволяет геометривать поля, однако при этом требует введения понятия *динамического вложения* многообразий, как естественного обобщения понятия *вложение*, существующего в расслоенных пространствах. В МВП постулируется наличие *собственных* 4d пространств частиц материи, а макроскопическое пространство-время Вселенной является результатом динамического вложения этих пространств. (Динамический характер вложения обусловлен движением и взаимодействием частиц.) Это, основное, свойство МВП гарантирует *неконфигурационность* ее пространства-времени и обобщение полевого постулата *относительности* на любые взаимодействия – материя движется по *геодезическим* МВП. *Динамическое вложение* многообразий обладает неожиданными свойствами, которые, с одной стороны, обеспечивают естественное обобщение римановой геометрии на МВП, а с другой стороны, дают необходимые физические ограничения на дифференциальный формализм Модели. Это обобщение геометрии может рассматриваться как простейший вариант *релятивистской финслеровой геометрии*.

Установлению и предварительному изучению указанных свойств динамического вложения и посвящена данная работа. Рассмотрение ведется в приближении поля (приближение пробной частицы).

2. Приближение Ньютона-Максвелла для метрики МВП

Рассмотрим распределенную электростатически заряженную материю во внешних гравитационном и электромагнитном поле пространства Минковского. В этом случае ответ на вопрос о метрике конфигурационного пространства, в котором материя движется по инерции, выглядит как (приближение пробной частицы)

$$g_{00} \simeq 1 + 2(\varphi_g/c^2 + \alpha AU), \quad g_{0\alpha} \simeq g_{0\alpha}^{(0)} = 0, \quad g_{\alpha\beta} \simeq g_{\alpha\beta}^{(0)} = -\delta_{\alpha\beta}, \quad (1)$$

где φ_g, A_i – полевые потенциалы Ньютона и Максвелла, $c^2\alpha = \rho/\mu$ – отношение плотностей заряда и массы материи, а $U^i = dx^i/ds$ – вектор скорости материи. Конфигурационность (1) заключается в том, что для физических пространств континуального типа зависимость метрики от *собственных* характеристик пробной частицы (α, U) *логически недопустима*: она противоречит смыслу понятий "пробная частица" и "поле". Единственный способ избавиться от конфигурационности в (1) – это отказаться от предположения о континуальности пространства, стоящего за найденной метрикой. А именно, принять основную гипотезу МВП: каждая частица материи обладает *собственным* пространством. Тогда реальное физическое пространство Вселенной *не континуально*, а представляет собой *вложение* собственных пространств материи. Естественно, что *величина вклада* должна определяться как *собственными* характеристиками материи, так и величиной внешнего поля, что и имеет место в g_{00} (1). Таким образом, пространство МВП следует трактовать, пользуясь терминологией расслоенных пространств, как *динамическое вложение* собственных пространств материи. В приближении пробной частицы (1) *вложение* выглядит *несимметрично* и состоит из вкладов двух пространств: *базы* (Base) и *слоя* (Fiber). Пространством Base является пространство *Вселенной*, сформированное всей ее материей (включая источники внешних полей и СО наблюдателя), за исключением самой пробной частицы (пробного элемента материи). Без ограничения общности, *но для простоты описания будем считать, что СО наблюдателя «вморожена» в пространство Вселенной* – тогда $U^i = dx^i/ds$ является *относительной* локальной скоростью материи Вселенной и материи пробного элемента. Пространством Fiber соответственно является *собственное пространство этого*

элемента (то есть, U^i одновременно – локальная скорость относительного движения *пространств вложения*. Первому пространству соответствуют первые два слагаемых g_{00} , $1 + 2\varphi_g/c^2$, второму – слагаемое $2\alpha AU^1$.

С другой стороны, (1) описывает *анизотропное* пространство с вектором анизотропии A : вклад собственного пространства материи определяется взаимной ориентацией векторов αU и A . Для геометрии это означает, что в каждой точке x^i пространства МВП, его метрические свойства зависят от *направления* кривой параллельного переноса на dx^i , проходящей через эту точку:

$$g_{ik} = g_{ik}(x^l, u^m) \quad (2)$$

– от ее *единичного касательного вектора* $u^i = dx^i/ds$, где $ds = +\sqrt{g_{ik}dx^i dx^k}$. Таким образом, геометрия пространства МВП – Финслерова [7] типа с локальной метрической зависимостью от *релятивистски* параметризованного элемента Картана (x^i, u^k) (от «состояния» кривой переноса).

3. Дифференциал произвольной функции пространства МВП

Локальность и анизотропия (2) метрики пространства МВП указывают на то, что и произвольный объект (фигура, тензор, связь...) этого пространства в общем случае зависят от *состояния* (x, u) кривой переноса. Допустим, что пространство МВП в каждой точке имеет касательное пространство (Минковского). Тогда используя параллельный перенос в этом пространстве и приближение хорды для кривой переноса, можно показать, что общий вид оператора дифференциала произвольной функции $f(x, u)$ *динамического вложения* суть

$$\begin{aligned} \bar{d} &= dx^i \bar{\partial}/\partial x^i, \quad \bar{\partial}/\partial x^i = \partial/\partial x^i + \hat{b}_i, \\ \hat{b}_i &= 2u^k \hat{b}_{ik}, \quad \hat{b}_{ik} = \partial^2/\partial x^i \partial u^k, \quad \hat{b}_{ik} = -\hat{b}_{ki}, \end{aligned} \quad (3)$$

где квадратные скобочки у индексов означают антисимметризацию.

Смысл формул (3) весьма нетривиален. Во-первых, ясно, что $\bar{\partial}/\partial x^i$ – обобщение риманова градиента $\partial/\partial x^i$ на динамическое вложение с метрикой $g_{ik}(x, u)$, коим является пространство МВП. При этом ясно также, что оператор $\partial/\partial x^i$ действует *только* в римановом вкладе вложения (в многообразии Base), а оператор \hat{b}_i – *только* в динамическом вкладе слоя (в многообразии Fiber): появление слоя порождает появление в градиенте оператора добавки \hat{b}_i . В-третьих, оператор \hat{b}_i *линейный* – это видно уже из первой строки (3): он описывает добавку, *линейную* по дифференциалам переменных ($\sim dx^i$). В-четвертых, в то время как риманов градиент $\partial/\partial x^i$ параллелен кривой переноса, оператор \hat{b}_i ортогонален ей, $u^i \hat{b}_i = 0$.

Основные свойства оператора $\bar{\partial}/\partial x^i$ несложно понять, если обратить внимание на структуру \hat{b}_i . Как известно из СТО, движение изменяет линейные масштабы. Очевидно, это справедливо и для масштабов слоя (локально его многообразие движется относительно Base со скоростью u^i). Поэтому чтобы найти градиент $\partial/\partial x^i$ функции

$$f(x, u) \equiv f(F) \in \{F\},$$

определенной в слое, необходимо сначала привести ее масштаб к масштабу Base («обездвижить» слой). Добиться этого просто: необходимо взять производную $\partial/\partial u^i$ от нее. Иллюстрацией здесь может служить линейная по скорости функция, например, αAu . После такого «масштабирования» действие оператора $\partial/\partial x^i$ на функцию становится «законным» – точки слоя уже ничем не отличаются от точек базы. Поэтому оператор \hat{b}_i , реализующий обобщение риманова градиента, и должен выражаться через оператор второго порядка $\partial^2/\partial x^i \partial u^k$. Далее: вращение слоя при смещении на dx^i ведет к антисимметризации этого оператора, $2\hat{b}_{ik}$, (3). И наконец, получение правильного веса найденного градиента (учет движения слоя) – свертка $2\hat{b}_{ik}$ со скоростью. Итого: оператор \hat{b}_i имеет именно такую структуру – обобщающую риманов градиент $\partial/\partial x^i$ на *динамическое вложение* пространств. При этом оператор $\hat{b}_{ik} = \partial^2/\partial x^i \partial u^k$ является *единым* оператором, а не альтернированным произведением двух линейных операторов, поскольку только предварительное (вспомогательное) «масштабирование» обеспечивает *применимость* $\partial/\partial x^i$ к объектам слоя. Поэтому дифференциальные свойства $\partial^2/\partial x^i \partial u^k$, то есть и \hat{b}_i , определяются именно операторами $\partial/\partial x^i$, а не вспомогательными $\partial/\partial u^k$. Следовательно, в силу линейности $\partial/\partial x^i$ необходимо считать *линейными* и \hat{b}_{ik} и \hat{b}_i . Этот факт удобно записать соответствующим обобщением правила Лейбница:

$$\hat{b}_{ik}(fh) = f\hat{b}_{ik}h + h\hat{b}_{ik}f, \quad \hat{b}_i(fh) = f\hat{b}_ih + h\hat{b}_if, \quad (4)$$

где $f, h = f(F), h(F) \in \{F\}$ – функции слоя. Нетрудно видеть, что свойство линейности (4), в силу *происхождения* операторов

$$\partial/\partial x^i \in \{Base\} \rightarrow \partial f(F)/\partial x^i = 0, \quad \hat{b}_i \in \{Fiber\} \rightarrow \hat{b}_i f(B) = 0, \quad (5)$$

¹Решение вопроса о моделях пространств Вселенной, пробной частицы и о весовых коэффициентах их вкладов можно отнести к теории элементарных частиц, однако на будущее можно считать, что и *база*, и *слой* для неподвижного наблюдателя – римановы пространства. Очевидно, что для удобства описания, скаляр $2\alpha AU$ может быть записан и в величинах, определенных уже в метрике *вложения*.

может быть обобщено на смешанные функции вложения, $f(B, F)$, если полагать в соответствии с (5)

$$\hat{b}_i f(B, F) \equiv \frac{\partial f(B, F)}{\partial f(F)} \hat{b}_i f(F), \quad (6)$$

где $f(F)$ – часть смешанной функции, определенная на $\{F\}$. Аналог (6) для оператора $\partial/\partial x^i$ может быть записан аналогично

$$\frac{\partial f(B, F)}{\partial x^i} \equiv \frac{\partial f(B, F)}{\partial f(B)} \frac{\partial f(B)}{\partial x^i}. \quad (7)$$

Таким образом, можно считать, что операторные обобщения (3) \bar{d} и $\bar{\partial}/\partial x^i$ на динамическое вложение пространств, коим является пространство МВП, подобно исходным операторам d и $\partial/\partial x^i$, являются линейными.

4. Уравнение геодезической пространства МВП

Геодезическая пространства МВП, как формальное решение вариационной задачи

$$\delta \int_A^B ds = 0, \quad ds^2 = g_{ik}(x, u) dx^i dx^k$$

на экстремум длины кривой, соединяющей т. т. А и В, описывается уравнением

$$du_i/ds - \gamma^k_{il} u_k u^l - f_{ik,lm} u^k u^l u^m = 0, \quad (8)$$

где $2\gamma_{i,kl} = \partial g_{ik}/\partial x^l + \partial g_{il}/\partial x^k - \partial g_{kl}/\partial x^i$ – аналог символов Кристоффеля для (2), а лоренц-подобное (последнее) слагаемое выражается через антисимметричный тензор $f_{ik,lm} \equiv \hat{b}_{ik} g_{lm}$ с потенциалом $2c_{i,kl} = \partial g_{kl}/\partial u^i$.

Нетрудно видеть, что уравнение (8) может быть записано с помощью градиента МВП (2) в риман-подобной форме

$$du_i/ds - \Gamma^k_{il} u_k u^l = 0, \quad (9)$$

$$2\Gamma_{i,kl} = \bar{\partial} g_{ik}/\partial x^l + \bar{\partial} g_{il}/\partial x^k - \bar{\partial} g_{kl}/\partial x^i, \quad (10)$$

что сразу же наталкивает на гипотезу: в силу свойств (4)–(7) (линейность – в первую очередь) оператора $\bar{\partial}/\partial x^i$, метрической геометрией пространства МВП является естественное обобщение геометрии Римана, достигаемое формальной заменой

$$\partial/\partial x^i \Rightarrow \bar{\partial}/\partial x^i \quad (11)$$

в дифформализме последней. Очевидно эта геометрия одновременно является естественным релятивистским обобщением классической геометрии Финслера.

Дополнительными «признами» являются следствия, вытекающие из факта существования областей действия операторов $\partial/\partial x^i$ и \hat{b}_i (5): – обобщение характеризуется равными нулю скоутенами $g_{ik;l} = 0$ и $g_{ik|l} = 0$, где $|_i \equiv \hat{\partial} \dots / \partial x^i \pm \Gamma \cdot \dots$ – обобщенная производная;

– сила, действующая на материю $\sim \Gamma^k_{il} u_k u^l$ кроме гравитационного $\sim \partial g_{ik}(B) \partial x^l$ и лоренцевого $\sim \hat{b}_{ik} g_{ik}(F)$ слагаемых не содержит «нефизического» слагаемого $\sim \partial(\alpha Au)/\partial x^l$ (1);

– $d/ds = u^i \partial/\partial x^i \equiv u^i \bar{\partial}/\partial x^i$.

Заключение

Если допустить, что пространство МВП действительно обладает свойствами физического пространства-времени на некантовых масштабах, то указанное в работе обобщение римановой геометрии должно автоматически привести к одновременной геометризации классических гравитационного и электромагнитного полей. Таким образом, в рамках МВП возможно построение физической теории типа ОТО, способной описать некантовую эволюцию Вселенной с $Q/M \sim \sqrt{k}$.

Литература

- [1] Noskov V.I. Relativistic version of Finslerian geometry and an electromagnetic "redshift" // Gravitation& Cosmology, **7**, No. 1(25), 2001. P. 41-51. Noskov V.I. On the relativistic nature of Finslerian geometry // Gravitation&Cosmology, **10**, No. 3(39), 2004. P. 1-6. Noskov V.I. Relativistic version of Finslerian geometry, II // Gravitation&Cosmology, **10**, No. 4(40), 2004, pp. 279-288. Noskov V.I. Model of embedded spaces: the field equations. // Gravitation&Cosmology **13**, No. 2(50), 2007, pp. 127-132 Vitaly I. Noskov, Model of embedded spaces: the field equations. arXiv:0706. 2396v1 [gr-qc] 16 Jun 2007. V.I. Noskov The possibility of relativistic finslerian geometry. // Journal of Mathematical Sciences, **153** No. 6, 2008, pp. 799-827.
- [2] Вейль Г. Гравитация и электричество /Г. Вейль // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. – М.: Мир, 1979. – С. 513–527.

- [3] Калуда Т. К проблеме единства физики / Т. Калуда // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. – М.: Мир, 1979. – С. 529–534.
- [4] Klein O. Quantentheorie und funfdimensionale Relativitatstheorie /O. Klein // Zeits. f. Physik. 1926/ – Bd. 37, P. 895.
- [5] Vladimirov Yu.S. The unified field theory, combining Kaluza’s 5-dimensional and Weil’s conformal theories / Yu.S. Vladimirov// GRG, v. No 12. – 1982, p. 1167–1181.
- [6] Коноплева Н.П. Калибровочные поля/ Н.П. Коноплева, В.Н. Попов // М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 272 с.
- [7] Rund H. The differential geometry of Finsler spaces / H. Rund – Springer-verlag, 1959; пер. с англ. – Рунд Х. Дифференциальная геометрия финслеровых пространств – М:Наука, 1981.

О ТОЧНЫХ РЕШЕНИЯХ ДЛЯ НЕКОНФОРМНОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ В ОДНОРОДНЫХ ИЗОТРОПНЫХ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

Ю.В. Павлов¹

Лаборатория теоретической физики им. А.А. Фридмана и ИПМаш РАН,
Санкт-Петербург, Россия

¹E-mail: yuri.pavlov@mail.ru

Аннотация. аналитический обзор масштабных факторов однородного изотропного пространства, при которых точные решения для скалярного поля с неконформной связью с кривизной могут быть получены из решений для поля с конформной связью переопределением массы и импульса. Получено точные решение для скалярного поля со связью с кривизной Гаусса-Бонне типа и показано, что соответствующие неконформные вклады могут быть доминирующими при рождении частиц гравитационным полем.

1. Введение

Квантовые эффекты в искривленном пространстве-времени, в частности, рождение частиц гравитационным полем, могут иметь важные приложения к космологии и астрофизике (см. [1, 2]). Исследования квантовой теории в гравитационном поле интенсивно проводятся с 70-ых годов прошлого столетия. Особенно подробно изучен случай конформно связанных полей в однородном изотропном пространстве-времени. Случай неконформной связи скалярного поля с кривизной менее изучен. Однако, как показано, например, в [3, 4], вклады, связанные с неконформной связью могут быть доминирующими и в эффекте рождения частиц, и в величине вакуумных средних тензора энергии-импульса, определяющих обратное влияние квантованного поля на метрику пространства-времени. До настоящего времени отсутствуют расчеты квантовых эффектов скалярного поля со связью с кривизной Гаусса-Бонне типа, введенной в [5].

В данной работе исследуется возможность получения точных решений для скалярного поля как с обычной неконформной связью с кривизной, так и со связью Гаусса-Бонне типа из решений для случая конформной связи в однородном изотропном пространстве-времени. Дается обзор масштабных факторов, допускающих получение точных решений для неконформных полей. Приведено точное решение для скалярного поля со связью с кривизной Гаусса-Бонне типа и анализируется рождение частиц в такой модели. В статье используется система единиц, в которой $\hbar = c = 1$.

2. Скалярное поле в однородном изотропном пространстве

Рассмотрим комплексное скалярное поле $\varphi(x)$ массы m с лагранжианом

$$L(x) = \sqrt{|g|} \left[g^{ik} \partial_i \varphi^* \partial_k \varphi - (m^2 + V_g) \varphi^* \varphi \right] \quad (1)$$

и соответствующим уравнением движения

$$(\nabla^i \nabla_i + V_g + m^2) \varphi(x) = 0, \quad (2)$$

где ∇_i — ковариантные производные в N -мерном пространстве-времени с метрикой g_{ik} , $g = \det(g_{ik})$, V_g — функция инвариантных комбинаций метрического тензора g_{ik} и его частных производных. Уравнение (2) конформно инвариантно, если $m = 0$ и $V_g = \xi_c R$, где R — скалярная кривизна и $\xi_c = (N - 2) / [4(N - 1)]$ (конформная связь). Случай $V_g = 0$ соответствует минимальной связи. Произвольное V_g приводит к наличию в метрическом тензоре энергии-импульса скалярного поля, а следовательно, и в уравнениях Эйнштейна производных от метрики третьего и более высоких порядков. Появление в уравнениях дополнительных членов с производными

высших порядков, даже если коэффициенты при них малы, приводит к радикальному изменению теории. Если потребовать, чтобы метрический тензор энергии-импульса не содержал производных от метрики выше второго порядка, тогда в качестве V_g допустима следующая функция

$$V_g = \xi R + \zeta R_{GB}^2, \quad \text{где} \quad R_{GB}^2 \stackrel{\text{def}}{=} R_{lm pq} R^{lmpq} - 4R_{lm} R^{lm} + R^2. \quad (3)$$

Величина R_{GB}^2 в четырехмерном пространстве совпадает с плотностью эйлеровой характеристики, которая, согласно теореме Гаусса-Бонне, является топологическим инвариантом (в $N = 2$ соответствующая плотность пропорциональна R). Поэтому связь с кривизной вида (3), введенную в [5], естественно называть связью типа Гаусса-Бонне. Отметим, что в $N = 4$, при постоянном $\varphi(x)$ вклад в метрический тензор энергии-импульса от члена с R_{GB}^2 отсутствует, поскольку соответствующая вариационная производная обращается в нуль [6]. Но при переменном $\varphi(x)$ вклад от таких слагаемых необходимо учитывать, если константа ζ , размерности (масса)⁻², отлична от нуля.

Метрику N -мерного однородного изотропного пространства-времени запишем в виде

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) dl^2 = a^2(\eta) (d\eta^2 - dl^2), \quad (4)$$

где $dl^2 = \gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$ – метрика $(N - 1)$ -мерного пространства постоянной кривизны $K = 0, \pm 1$. Полная система решений уравнения (2) в метрике (4) может быть найдена в форме

$$\varphi(x) = a^{-(N-2)/2}(\eta) g_\lambda(\eta) \Phi_J(\mathbf{x}), \quad (5)$$

где

$$g_\lambda''(\eta) + \Omega^2(\eta) g_\lambda(\eta) = 0, \quad (6)$$

$$\Omega^2(\eta) = m^2 a^2 + \lambda^2 - \Delta \xi a^2 R + \zeta a^2 R_{GB}^2, \quad (7)$$

$$\Delta_{N-1} \Phi_J(\mathbf{x}) = - \left(\lambda^2 - \left(\frac{N-2}{2} \right)^2 K \right) \Phi_J(\mathbf{x}), \quad (8)$$

$\Delta \xi = \xi_c - \xi$, штрих обозначает производную по конформному времени η , J – набор индексов (квантовых чисел), нумерующих собственные функции оператора Лапласа-Бельтрами Δ_{N-1} в $(N - 1)$ -мерном пространстве. В метрике (4) выражения для скалярной кривизны и инварианта Гаусса-Бонне имеют вид

$$R = a^{-2} (N - 1) [2c' + (N - 2)(c^2 + K)], \quad (9)$$

$$R_{GB}^2 = a^{-4} (N - 1)(N - 2)(N - 3)(c^2 + K) [4c' + (N - 4)(c^2 + K)], \quad (10)$$

где $c = a'/a$.

В соответствии с методом диагонализации гамильтониана [1] (случай произвольной V_g см. в [7]), функции $g_\lambda(\eta)$ должны удовлетворять следующим начальным условиям:

$$g_\lambda'(\eta_0) = i \Omega(\eta_0) g_\lambda(\eta_0), \quad |g_\lambda(\eta_0)| = \Omega^{-1/2}(\eta_0). \quad (11)$$

Если квантованное скалярное поле находится в вакуумном состоянии для момента времени η_0 , то плотность числа пар частиц, рожденных к моменту времени η , может быть вычислена (для случая $K = 0$) по формуле [1]

$$n(\eta) = \frac{B_N}{2a^{N-1}} \int_0^\infty S_\lambda(\eta) \lambda^{N-2} d\lambda, \quad (12)$$

где $B_N = \left[2^{N-3} \pi^{(N-1)/2} \Gamma((N-1)/2) \right]^{-1}$, $\Gamma(z)$ – гамма-функция,

$$S_\lambda(\eta) = \frac{|g_\lambda'(\eta) - i \Omega g_\lambda(\eta)|^2}{4\Omega}. \quad (13)$$

Как показано в [8], $S_\lambda \sim \lambda^{-6}$ и интеграл в (12) сходиться при $N < 7$.

3. О точных решениях при разных типах связи с кривизной

Уравнение (6) с помощью подстановки $g(\eta) = \exp z(\eta)$ сводится к уравнению Риккати общего типа для $v(\eta) \equiv z'(\eta)$:

$$v'(\eta) + v^2(\eta) + \Omega^2(\eta) = 0, \quad (14)$$

Поэтому число масштабных факторов $a(\eta)$, допускающих точные решения, относительно невелико. В случаях, когда точное решение все же может быть найдено, оно выражается, как правило, через специальные функции: гипергеометрические, функции Бесселя и т.д. Ряд точных решений приведен в книгах [1, 2]. Краткий обзор масштабных факторов, допускающих точные решения дан в [9].

В однородном изотропном пространстве уравнение (6) для скалярного поля, как видно из (7), упрощается в случае конформной связи с кривизной. Это не исключает существования точных аналитических решений более сложного уравнения для неконформного скалярного поля. Но большинство точных решений для неконформного скалярного поля получают из решений для конформного поля заменой параметров массы и импульса.

Рассмотрим следующий вопрос. *При каких масштабных факторах точное решение для скалярного поля с неконформной связью с кривизной может быть получено из решения для скалярного поля с конформной связью переопределением значений массы поля m и безразмерного импульса λ ?*

Для скалярного поля с неконформной связью вида ξR , как следует из (7), это будет иметь место, если найдутся константы β_1, β_2 такие, что

$$\Delta \xi R a^2 = \beta_1 + \beta_2 a^2. \quad (15)$$

Данное условие, с учетом (9), представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка относительно $a(\eta)$. Его решение может быть представлено в виде

$$\int \frac{da}{\sqrt{C_0 a^{4-N} + C_1 a^2 + C_2 a^4}} = \pm(\eta - \eta_0), \quad (16)$$

где C_0, C_1, C_2, η_0 — произвольные вещественные постоянные, при которых $C_0 a^{4-N} + C_1 a^2 + C_2 a^4 > 0$.

В общем случае при $N > 4$ интеграл (16) гиперэллиптический и вычисление $a(\eta)$ сводится к задаче обращения гиперэллиптического интеграла [10]. Для $N = 4$ получение $a(\eta)$ из (16) представляет собой задачу обращения эллиптического интеграла [11]. В частных случаях, когда интеграл (16) является псевдоэллиптическим или $N = 4, C_2 = 0$, он будет выражаться в элементарных функциях. Приведем примеры таких масштабных факторов.

$$1) \quad C_1 = C_2 = 0, \quad a = a_1 \eta^{\frac{2}{N-2}} = a_0 t^{\frac{2}{N}}, \quad a^2 R = (N-1)(N-2)K. \quad (17)$$

В $N = 4$ при $K = 0$ такой масштабный фактор соответствует радиационно доминированной вселенной. Точные решения известны для $N = 4, 6$.

$$2) \quad C_0 = C_2 = 0, \quad C_1 = \alpha^2, \quad a = a_1 e^{\alpha \eta} = \alpha t, \quad a^2 R = (N-1)(N-2)(\alpha^2 + K). \quad (18)$$

При $\alpha = 1, K = -1$ — это вселенная Миллна (т.е. часть пространства Минковского в соответствующих координатах).

$$3) \quad C_0 = C_1 = 0, \quad C_2 = H^2, \quad a = \frac{-1}{H\eta} = \frac{e^{Ht}}{H}, \quad a^2 R = (N-1) [NH^2 a^2 + (N-2)K]. \quad (19)$$

При $K = 0$ соответствующие координаты описывают часть вселенной де Ситтера.

$$4a) \quad C_2 = 0, \quad C_0 > 0, \quad C_1 < 0, \quad N = 4, \quad a = a_1 \sin \gamma \eta = \sqrt{a_1^2 - \gamma^2 t^2}, \quad a^2 R = 6(K - \gamma^2). \quad (20)$$

$$4b) \quad C_2 = 0, \quad C_0, C_1 > 0, \quad N = 4, \quad a = a_1 \operatorname{sh} \gamma \eta = \sqrt{\gamma^2 t^2 - a_1^2}, \quad a^2 R = 6(\gamma^2 + K). \quad (21)$$

В $N = 4$ уравнение (6) с такими масштабными факторами сводится к (модифицированному) уравнению Матье.

В четырехмерном пространстве-времени решениями (16) будут также $a = a_1 \operatorname{tg} \gamma \eta = a_1 \sqrt{\exp \frac{2\gamma t}{a_1} - 1}$, $a = a_1 \operatorname{th} \gamma \eta = a_1 \sqrt{1 - \exp \frac{-2\gamma t}{a_1}}$, $a = a_1 \operatorname{cth} \gamma \eta = a_1 \sqrt{\exp \frac{2\gamma t}{a_1} + 1}$, $a = \frac{a_1}{\operatorname{ch} \gamma \eta} = a_1 \sin \frac{\gamma t}{a_1}$, $a = \frac{-a_1}{\operatorname{sh} \gamma \eta} = a_1 \operatorname{sh} \frac{\gamma t}{a_1}$, $a = \frac{a_1}{\cos \gamma \eta} = a_1 \operatorname{ch} \frac{\gamma t}{a_1}$ и т.д. Решение уравнения (6) с такими масштабными факторами выражается через гипергеометрические функции.

При использовании координатного времени t решения уравнения (15) могут быть представлены в виде

$$\int \frac{d(a^{N/2})}{\sqrt{C_0 + C_1 a^{N-2} + C_2 a^N}} = \pm(t - t_0), \quad (22)$$

где C_0, C_1, C_2, t_0 — произвольные вещественные постоянные, при которых $C_0 + C_1 a^{N-2} + C_2 a^N > 0$. Для 4-мерного пространства-времени интеграл (22), а следовательно, и зависимость соответствующих масштабных факторов от координатного времени t выражается в элементарных функциях.

Рассмотрим далее случай скалярного поля со связью с кривизной Гаусса-Бонне типа при $\xi = \xi_c$. Точное решение может быть получено из решения для поля с конформной связью переопределением значений m и λ , если найдутся константы $\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2$ такие, что

$$\zeta R_{GB}^2 a^2 = \tilde{\beta}_1 + \tilde{\beta}_2 a^2. \quad (23)$$

Учтя (10) и решая дифференциальное уравнение (23) относительно функции $a(t)$, получим выражение для зависимости масштабного фактора от координатного времени t

$$\int \frac{da}{\sqrt{-K \pm \sqrt{C_0 a^{4-N} + C_1 a^2 + C_2 a^4}}} = \pm(t - t_0), \quad (24)$$

где C_0, C_1, C_2, η_0 — произвольные вещественные постоянные, при которых $C_0 a^{4-N} + C_1 a^2 + C_2 a^4 > 0$.

В общем случае нахождение явного вида $a(t)$ — это обращение абелева интеграла (24). Приведем примеры для частных случаев.

$$K = C_1 = C_2 = 0, \quad C_0 = \gamma^4, \quad a = \gamma t^{4/N}, \quad R_{GB}^2 = 0. \quad (25)$$

Точные решения для конформной связи известны здесь, при $N = 4, 8, 12$ [9].

$$K = C_0 = C_1 = 0, \quad C_2 = H^4, \quad a = a_0 \exp Ht, \quad R_{GB}^2 = N(N-1)(N-2)(N-3)H^4. \quad (26)$$

При $N = 4$ решениями (24) также будут $a = a_1 \sin \gamma t/a_1, a = a_1 \operatorname{sh} \gamma t/a_1, a = a_1 \operatorname{ch} \gamma t/a_1$.

4. Рождение частиц в модели $a = a_1 / \operatorname{ch} \gamma \eta = a_1 \sin(\gamma t/a_1)$

Рождение частиц в модели с таким масштабным фактором рассматривалось ранее для конформной связи с кривизной в [1], § 9.5; случай неконформной связи ξR исследовался в [3]. Пространство-время (4) с таким масштабным фактором эволюционирует между двумя сингулярностями $t = 0$ ($\eta = -\infty$) и $t = T \equiv \pi a_1 / \gamma$ ($\eta = +\infty$), если $\gamma^2 + K \neq 0, N \geq 3$. В случае $\gamma = 1, K = -1$ соответствующие координаты (t, x_1, x_2, x_3) покрывают часть пространства де Ситтера 2-го рода (§ 5.2, [12]) с постоянной отрицательной кривизной $R = -(N-1)N/a_1^2$.

Рассмотрим случай связи с кривизной Гаусса-Бонне типа ζR_{GB}^2 в $N = 4$. Из (10) получим

$$a^2 R_{GB}^2 = -\frac{24\gamma^2}{a_1^2} \left[K + \gamma^2 \left(1 - \frac{a^2}{a_1^2} \right) \right]. \quad (27)$$

Поэтому уравнение (6) в рассматриваемом случае принимает вид

$$g''(\eta) + \left[\left(m^2 a_1^2 + \zeta \frac{24\gamma^4}{a_1^2} \right) \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \gamma \eta} + \lambda^2 - \zeta \frac{24\gamma^2}{a_1^2} (K + \gamma^2) \right] g(\eta) = 0. \quad (28)$$

Решение уравнения (28) с начальными условиями (11) при $\eta \rightarrow -\infty$, может быть получено из точного решения для конформно связанного случая (см. (9.140) в [1]) и имеет вид

$$g(\eta) = \frac{e^{i(\lambda\eta + \alpha_0)}}{\sqrt{\lambda}} F\left(A, B; C; \frac{1 + \operatorname{th} \gamma \eta}{2}\right), \quad (29)$$

где $F(A, B; C; z)$ — гипергеометрическая функция, α_0 — произвольная вещественная постоянная,

$$A = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\tilde{m}^2 a_1^2}{\gamma^2}}, \quad B = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\tilde{m}^2 a_1^2}{\gamma^2}}, \quad C = 1 + i \frac{\tilde{\lambda}}{\gamma}, \quad (30)$$

$$\tilde{m}^2 \equiv m^2 + \zeta \frac{24\gamma^4}{a_1^4}, \quad \tilde{\lambda}^2 \equiv \lambda^2 - \zeta \frac{24\gamma^2}{a_1^2} (K + \gamma^2) \quad (31)$$

Исследуем влияние связи с кривизной ζR_{GB}^2 на рождение частиц. Будем считать, что параметры соответствуют положительным значениям $\tilde{m}, \tilde{\lambda}$. Для $K = 0$ это выполняется при $\zeta < -m^2 a_1^4 / 24\gamma^4$. Из асимптотики выражения (13) для точного решения (29) получаем, аналогично конформному случаю [1], предельный, при $\eta \rightarrow +\infty$, спектр рожденных частиц:

$$S_\lambda = \frac{\cos^2 \frac{\pi}{2} \sqrt{1 + \frac{4\tilde{m}^2 a_1^2}{\gamma^2}}}{\operatorname{sh}^2 \pi \tilde{\lambda} / \gamma}. \quad (32)$$

Рождение частиц за цикл эволюции $(0; T)$ отсутствует, при

$$\tilde{m} a_1 = \sqrt{n(n+1)} \gamma, \quad n = 1, 2, \dots \quad (33)$$

Значение величины \tilde{m} зависит от ζ согласно (31), поэтому рождение частиц может, например, отсутствовать при конформной связи с кривизной, но быть значительным при $\zeta \neq 0$. Таким образом, влияние параметра ζ связи скалярного поля с инвариантом Гаусса-Бонне на рождение частиц может быть доминирующим.

Благодарности. Автор благодарит проф. А.А. Гриба и участников семинара лаборатории теоретической физики им. А.А. Фридмана за обсуждение работы.

Литература

- [1] Гриб А.А. Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях / А.А. Гриб, С.Г. Мамаев, В.М. Мостепаненко – М.: Энергоатомиздат, 1988.
- [2] Биррелл Н. Квантованные поля в искривленном пространстве-времени, / Н. Биррелл, П. Девис. – М.: Мир, 1984.
- [3] V.B. Bezerra, V.M. Mostepanenko, C. Romero. *Mod. Phys. Lett. A* **12** (1997) 145.
- [4] M. Bordag, J. Lindig, V.M. Mostepanenko, Yu.V. Pavlov. *Int. J. Mod. Phys. D* **6** (1997) 449.
- [5] Ю.В. Павлов. *ТМФ* **140** (2004) 241.
- [6] C. Lanczos. *Ann. Math.* **39** (1938) 842.
- [7] Yu.V. Pavlov. *Int. J. Mod. Phys. A* **17** (2002) 1041.
- [8] Ю.В. Павлов. *ТМФ* **126** (2001), 115.
- [9] Павлов Ю.В. Рождение частиц в космологии: Точные решения. / Ю.В. Павлов// *В кн. Квантовая теория и космология. Сборник статей, посвященный 70-летию профессора А.А. Гриба.* – СПб.: Изд-во Лаборатории им. А.А. Фридмана, 2009, с.158.
- [10] Маркушевич А.И. Введение в классическую теорию абелевых функций / А.И. Маркушевич. – М.: Наука, 1979.
- [11] Бейтмен Г. Высшие трансцендентные функции, Т.3, / Г. Бейтмен, А. Эрдейи – М.: Наука, 1967.
- [12] Хокинг С. Крупномасштабная структура пространства-времени / С. Хокинг, Дж. Эллис – пер. с англ. М.: Мир, 1977.

ЯВЛЯЕТСЯ ЛИ ВСЕЛЕННАЯ АНИЗОТРОПНОЙ?

Р.Х. Сайбаталов¹

Лаборатория теоретической физики им. А.А. Фридмана и СПбГУЭФ РАН,
Санкт-Петербург, Россия

¹E-mail: roustams@list.ru

Аннотация. Обсуждается ряд экспериментов, которые могут свидетельствовать о глобальной анизотропии наблюдаемой Вселенной.

На данный момент общепринятая точка зрения состоит в том, что наша вселенная однородна и изотропна. Однородность означает, что все точки пространства равноправны. Изотропия, в свою очередь, означает что все направления в пространстве эквивалентны. Известно всего три типа однородных и изотропных римановых пространств (евклидово, сферическое и гиперболическое- E^3 , S^3 и H^3) Наиболее популярной моделью на сегодня в космологии является модель Фридмана, которая описывает однородную и изотропную вселенную, расширяющуюся во всех направлениях. Пространственные сечения в такой модели в каждый момент времени имеют постоянную кривизну и принадлежат к одному из трех упомянутых типов.

Пространство может быть однородным, но анизотропным. Простейшим примером такого пространства в 2-х мерном случае является цилиндр (3-х мерный аналог – $S^2 \times E^1$ или $H^2 \times E^1$) Направления вдоль оси цилиндра и перпендикулярно к нему очевидно различаются. Тем не менее, все точки цилиндра равноправны.

Пространство может быть изотропно в одной точке, но неоднородно. Пример – конус. Но, пространство не может быть изотропно во всех точках и, при этом, неоднородно. То есть, если пространство неоднородно, то оно заведомо анизотропно.

Есть особый тип анизотропии в 4-х пространстве - это анизотропия обусловленная вращением. Простейшая метрика, описывающая однородный, но анизотропный мир является знаменитая метрика Гёделя [1]. Эта метрика является "пробным камнем" для изучения эффектов анизотропии, связанных с глобальным вращением. Традиционно, под вращением в космологии понимается вращение конгруэнции мировых линий пробных частиц относительно локально-инерциальной системы отсчета. Проще говоря, наличие глобального вращения наблюдатель должен обнаружить по вращению звезд относительно плоскости колебаний маятника. Ситуация усложняется так называемым эффектом «увлечения» инерциальной системы отсчета. Скажем, лаборатория находящаяся на орбите вблизи Земли, будет испытывать вращение в следствии вращения Земли. Наблюдатель в лаборатории так же увидит вращение звезд, но это будет следствием вращения Земли, а не глобального вращения. Тем не менее эти два типа вращения (локальное и глобальное) можно разделить. Очевидно, по мере удаления от оси вращения Земли эффект увлечения будет ослабевать, в то же время эффект глобального вращения, вообще говоря, не зависит от положения в пространстве, как например в метрике Гёделя. Во вселенной

Гёделя существует не одна ось, а конгруэнция осей вращения и через каждую точку пространственного сечения проходит своя ось. Поэтому в такой вселенной все точки равноправны (вселенная однородна) и эффект вращения в таком гипотетическом мире должен наблюдаться одинаково во всех его частях.

В общем случае можно выделить два типа анизотропии связанные с движением тока «мировой жидкости»: вращение и сдвиг. И в том и в другом случае объем выделенной части «жидкости» не меняется. В первом случае происходит поворот выделенной части, во втором - ее деформация. В общем случае, при наличии вращения и сдвига вселенная неоднородна.

Встает вопрос, а возможно ли существование небольших по величине, но крупномасштабных отклонений от изотропии в наблюдаемой вселенной?

В последнее время появился ряд экспериментов, которые могут свидетельствовать в пользу подобной гипотезы. Кратко рассмотрим некоторые из них.

Первый тип экспериментов касается исследования векторов поляризации электромагнитного излучения пришедшего от далеких квазаров. Первая работа на эту тему появилась в 1998 году [2] и в дальнейшем это направление активно развивалось. В основополагающей работе [2] рассматривалась группа из 170 квазаров, в дальнейшем их количество было доведено до 355 [3]. Оказалось, что вектора поляризации ориентированы не случайным образом, как можно было бы ожидать, а имеют преимущественное направление. Причем это направление явно проявляется для тех векторов, которые соответствуют достаточно удаленным квазарам $z \sim 0.5$. Проведены были измерения для квазаров вплоть до $z = 3$. Если сравнить среднее значение векторов поляризации для выбранных расстояний, то оказывается усредненный вектор поворачивается на угол порядка 30° на Grс. Причем в северной галактической полусфере этот вектор поворачивается по часовой стрелке, а в южной – против часовой. Таким образом это явно крупномасштабный эффект и может быть объяснен глобальным вращением. Этот эффект может быть также объяснен взаимодействием со светом в магнитном поле гипотетических сверхлегких частиц - аксионов, пока не обнаруженных. Но это объяснение сталкивается с определенными трудностями [3].

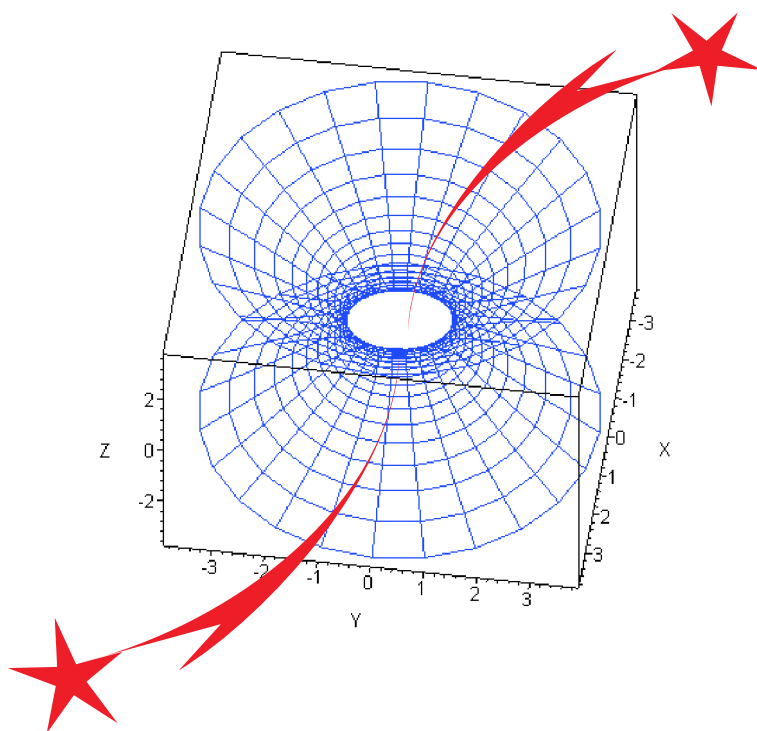
Второй тип экспериментов связан с так называемыми спиральными галактиками. Работы ведутся с 2007 года [4] Согласно последнему анализу, проведенному M.J.Longo [5] на основе исследования 15158 спиральных галактик при $z \leq 0.085$, в одной части небесной сферы преобладают лево-закрученные галактики, в другой части – вправо-закрученные. Статистика показывает, что вероятность такого случайного распределения 7.9×10^{-4} . На основе этой асимметрии была найдена выделенная ось в пространстве. Направление этой оси, как указано в этой работе, приблизительно совпадает с выделенной пространственной осью, предположительно найденной в третьем типе экспериментов.

В этом типе экспериментов (WMAP) измеряется анизотропия реликтового излучения. Kate Land and João Magueijo были одними из первых, кто обнаружил крупномасштабную анизотропию реликта [6]. Выделенное направление во вселенной ими было названо «axis of evil» (осью зла). После этого были сотни работ посвященные объяснению этого феномена. Можно сказать, что научная общественность разделилась на две «партии». Одна из них утверждает либо о существовании некоей систематической ошибки или либо о возможности объяснения с помощью эффекта Сакса-Вульфа [7], т.е. обычной физики. Вторая настаивает на том что эффект существует и не может быть объяснен на основании стандартной Λ CDM модели [7],[8]. При этом и те и другие с нетерпением ждут результатов со спутника Planck, который должен дать гораздо более точные результаты.

Литература

- [1] Gödel, Rev.Mod.Phys., **21**, 447, (1949)
- [2] D. Hutsemékers, Astron. Astroph **332**, 410 (1998)
- [3] A. Payez, J.R. Cudell and D. Hutsemékers, astro-ph/1204.6614v1, (2012)
- [4] Michael J.Longo, astro-ph/0703325, (2007)
- [5] Michael J.Longo, astro-ph/1104.2815, (2011)
- [6] Kate Land and João Magueijo, astro-ph/0502237v2, (2005)
- [7] C. L. Bennett et al., astro-ph/1001.4758 (2010)
- [8] Craig J. Copi,¹ Dragan Huterer,² Dominik J. Schwarz,³ and Glenn D. Starkman, astro-ph/1004.5602v2, (2010)
- [9] J. Kim,. P. Naselsky, and M. Hansen, astro-ph/1202.0728v1, (2012)

**ЧАСТЬ 2. КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
И ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ**



О РЕКОНСТРУКЦИИ ПОТЕНЦИАЛА И КИНЕТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В КИРАЛЬНОЙ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Р.Р. Аббязов¹

Ульяновский государственный педагогический университет, Ульяновск, Россия

¹E-mail: renren2007@yandex.ru

Киральные космологические модели применяются для описания различных эпох эволюции Вселенной, например для ранних эпох (модель Emergent Universe [1]) и для времен, соответствующих инфляции и выходу на стадию замедленного расширения ([2]). Одним из основных методов, применяемых в исследовании уравнений таких моделей является метод конструирования точных решений ([5]). Применение указанного метода в киральных космологических моделях для описания Вселенной в современную эпоху, соответствующую преобладанию темной материи и темной энергии, сталкивается со значительными трудностями. В связи с этим одним из возможных подходов к решению уравнений модели является исследование поведения кинетических составляющих полей темного сектора в зависимости от масштабного фактора с последующей реконструкцией киральной метрики и потенциала модели. Мы можем провести реконструкцию следуя идеям, изложенным в ([3], [6]). Рассмотрим анзац вида

$$\frac{1}{2}h_{22}\dot{\chi}^2 = g(a), \quad \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 = f(a),$$

где $f(a)$, $g(a)$ некоторые функции масштабного фактора, мы можем восстановить (реконструировать) функциональную зависимость киральной метрики и потенциала взаимодействия от киральных полей модели. Для анзаца простейшего вида $f(a) = B = const$, $h_{22} = a^{-3}$ можно построить модель, описывающую темную энергию, темную материю, а также барионную материю и излучение

$$\frac{H^2}{H_0^2} = 1 - \Omega_{cdm} - \Omega_b - \Omega_r - 6B \ln a + \Omega_{cdm}a^{-3} + \Omega_b a^{-3} + \Omega_r a^{-4}$$

Отличие предложенной киральной космологической модели от Λ CDM модели заключается в наличии слагаемого $6B \ln a$

$$\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_b - \Omega_r - \Omega_{cdm}$$

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \Omega_\Lambda + \Omega_{cdm}a^{-3} + \Omega_b a^{-3} + \Omega_r a^{-4} - 6B \ln a$$

в выражении для параметра Хаббла.

Для ранней Вселенной ($a \ll 1$) реконструированные выражения для метрики и потенциала выглядят как

$$h_{22} = \left(\frac{2H_0\sqrt{2\Omega_r}}{B} \varphi \right)^{-3/2}; \quad V = V_0 - 3B \ln \left[\frac{2H_0\sqrt{2\Omega_r}}{B} \varphi \right]$$

Литература

- [1] A. Beesham, S.V. Chervon, S.D. Maharaj, Class.Quant.Grav. 26 (2009) 075017.
- [2] V.M. Zhuravlev, S.V. Chervon, J.Exp.Theor.Phys. 91 (2000) 227-238.
- [3] Sourav Sur, arXiv:0902.1186.
- [4] M.R.Setare, E.N. Saridakis, JCAP. 2008. 0809. 026.
- [5] Червон С.В., Кубасов А.С., Вестник РУДН. 2011. 1. 134.
- [6] Червон С.В., Панина О.Г., Вестник СамГУ. 2008. 8/1. 611.

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ НА ФОНЕ ПЛОСКОЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНЫ СМЕШАННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

А.А. Агафонов¹

Fujitsu Russia GDC, Казань, Россия

¹E-mail: a.a.agathonov@gmail.com

В работе [1] и др. был получен класс точных решений самосогласованной системы уравнений релятивистской магнитной гидродинамики и уравнений Максвелла на фоне плоской гравитационной волны с поляризацией \mathbf{e}_+ , названный гравимагнитными ударными волнами (ГМВ). Суть явления ГМВ заключается в том, что сильно замагниченная плазма аномально сильно реагирует даже на слабую ПГВ при достаточно больших значениях второго параметра ПГВ:

$$\Upsilon \equiv 2\beta_0\alpha^2 > 1, \quad (1)$$

где β_0 – максимальная амплитуда ПГВ с поляризацией \mathbf{e}_+ , α^2 – безразмерный параметр, характеризующий степень замагниченности плазмы. Данная работа посвящена нахождению точного решения самосогласованной системы уравнений РМГД анизотропной магнитоактивной плазмы и уравнений Максвелла с учетом второй поляризации ПГВ \mathbf{e}_\times в случае произвольного распространения ПГВ относительно магнитного поля. Метрика ПГВ с двумя поляризациями, \mathbf{e}_+ и \mathbf{e}_\times , описывается решением Бонди-Пирани-Робинсона. Найдено в квадратурах точное решение самосогласованной задачи о движении магнитоактивной плазмы на фоне ПГВ с двумя поляризациями в случае распространения ПГВ ортогонально магнитному полю, найдена управляющая функция:

$$\Delta(u) = 1 - \alpha^2(\text{ch}(2\gamma)e^{2\beta} - 1), \quad (2)$$

которое в линейном по амплитудам ПГВ β , γ приближении не зависит от поляризации \mathbf{e}_\times . Данный вывод находится в строгом соответствии с результатами ранней работы [2], в которой рассматривалось линейное взаимодействие магнитоактивной плазмы со слабой гравитационной волной. На основе полученного решения сформулировано уравнение энергобаланса, зависящее от обеих компонент поляризации гравитационной энергии, обобщающее соответствующее уравнение для одной поляризации \mathbf{e}_+ .

Литература

- [1] Yu. G. Ignat'ev, *Gravitation & Cosmology*, Vol.1,(1995), №4, 287.
 [2] Ю.Г. Игнатьев, Н.Р. Хуснутдинов. *Украинский физический журнал*, 31, 1986, с.707-715.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНЫЕ КРотовЫЕ НОРЫ В 6D ТЕОРИИ КАЛУЦЫ–КЛЕЙНА

А.В. Аминова, П.И. Чумаров¹

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

¹E-mail:

Аннотация. В работе исследуются цилиндрически симметричные кротовые норы в рамках 6D теории Калуцы–Клейна с двумя абелевыми калибровочными полями и двумя дилатонными полями. Найдены точные решения для радиальных и продольных электрических и магнитных полей.

Показано, что «радиальное» финитное движение пробных частиц, движущихся по времениподобным мировым линиям, в таких пространствах-времени невозможно. Однако, если пробные частицы взаимодействуют с дилатонными полями, то возможно финитное движение этих частиц, имеющее колебательный характер. Установлено наличие энергетического порога проходимости в найденных цилиндрически симметричных кротовых норах.

РЕШЕНИЯ ДЛЯ СВЕРХРАНЕЙ ВСЕЛЕННОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ СО СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ КАРТАНА–ВЕЙЛЯ

О.В. Бабурова¹, К.Н. Липкин², Б.Н. Фролов³

Московский педагогический государственный университет, Москва, Россия

¹E-mail: baburova@orc.ru, ²E-mail: lipan86@mail.ru, ³E-mail: frolovbn@orc.ru

В [1] создана калибровочная теория гравитации группы Пуанкаре–Вейля и показано, что в этом случае в пространстве-времени индуцируется геометрическая структура пространства Картана–Вейля SW_4 с 2-формами кривизны \mathcal{R}^a_b и кручения \mathcal{T}^a , а также 1-формой неметричности вейлевского типа $\mathcal{Q}_{ab} = \frac{1}{4}g_{ab}\mathcal{Q}$. Там же показана необходимость введения наряду с метрическим тензором в качестве дополнительной геометрической переменной скалярного поля β , совпадающим по своим свойствам со скалярным полем, введенным Дираком [2] и ранее Дезером [3].

Рассматривается случай сверххранной Вселенной, когда вклад поля β намного превышает вклад остальной материи. В этом случае (и только в этом) теория несколько аналогична теории Бранса–Дикке с эффективной космологической постоянной, зависящей от скалярного поля.

Найдены два типа решений вариационных уравнений поля. Первое из них – это экспоненциальное решение, которое реализуется в самом начале расширения Вселенной:

$$a = a_0 e^{\lambda t} e^{(\exp(-\lambda t)-1)}, \quad \beta = \beta_0 e^{-\lambda t}, \quad \lambda = \sqrt{\Lambda/3}. \quad (1)$$

Данное решение реализует экспоненциальное уменьшение поля β , а тем самым резкое экспоненциальное уменьшение на много порядков энергии физического вакуума (темной энергии). Этот результат может предоставить возможность решения (как следствие динамики полей в сверххранной Вселенной) проблемы космологической постоянной [4], заключающаяся в том, что эффективная космологическая «постоянная», определяемая слагаемым $\Lambda\beta^2$, согласно оценкам квантовой теории поля в ранней Вселенной на 120 порядков превосходит значение Λ эйнштейновской космологической постоянной в современную эпоху [4].

Второе решение может быть реализовано на заключительной стадии инфляции:

$$a = a_1 \left(1 + \frac{\alpha}{C}(t - t_1)\right)^\gamma, \quad \beta = \beta_1 \left(1 + \frac{\alpha}{C}(t - t_1)\right)^{-1}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{\Lambda}{3|\gamma - 1|}}. \quad (2)$$

где C – произвольная константа интегрирования, а значение константы γ может быть выбрано из физических требований. Данный степенной закон инфляции более удобен для осуществления плавного перехода от стадии инфляции к стадии Фридмана, который реализуется в результате рождения масс покоя элементарных частиц вследствие спонтанного нарушения масштабной инвариантности.

Литература

- [1] Babourova O. V., Frolov B. N., Zhukovsky V. Ch. //Phys. Rev. D.–2006.–V. 74.– P. 064012-1-12 (gr-qc/0508088).
- [2] Dirac P. A. M. // Proc. Roy. Soc. – 1973. – V. A333, P. 403–418.
- [3] Deser S. //Ann. Phys. (USA). – 1970. – V. 59. – No 1. – P. 248–253.
- [4] Weinberg S. //Rev. Mod. Phys. – 1989. – V. 61. – P. 1–23.

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ПЛОСКИХ ВОЛН КРУЧЕНИЯ В ПУАНКАРЕ КАЛИБРОВОЧНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

О.В. Бабурова¹, В.Н. Щербань², Б.Н. Фролов³

¹Московский педагогический государственный университет,
Москва, Россия

¹E-mail: baburova@orc.ru, ²E-mail: vovan-ru1@yandex.ru, ³E-mail: frolovbn@orc.ru

Аннотация. *The conditions are found, under which torsion plane waves exist with four arbitrary functions. These conditions means that the torsion waves are massless.*

В современных теориях гравитации существенное место занимает изучение волновых решений [1] – [3]. Это важно не только в теоретическом значении, но и в возможном практическом. Рассматривается проблема существования плоских волн кручения в пуанкаре калибровочной теории гравитации в пространстве Римана–Картана U_4 с кривизной и кручением и изучение роли отдельных неприводимых частей кручения.

Плоская волна метрики имеет вид $g = 2H(x, y, u)du^2 + 2dudv - dx^2 - dy^2$, и представляет собой частный случай метрики плоскофронтных гравитационных волн с параллельными лучами (pp-волн) [1], [2], где координата u имеет смысл запаздывающего времени и интерпретируется как фаза волны. Известно, что риманово пространство V_4 с метрикой плоской волны допускает группу симметрий G_5 , порождаемую векторными полями [1]:

$$X = (a + b'x + c'y)\partial_v + b\partial_x + c\partial_y, \quad (1)$$

где $a = const$, а $b(u)$, $c(u)$ – произвольные функции и b' , c' – их производные.

Определение. Назовем пространство Римана–Картана U_4 пространством U_4 типа плоской волны, а его метрику и кручение – плоскими волнами метрики и кручения, если метрика g_{ab} и 2-форма кручения T^a этого

пространства допускают группу симметрий G_5 , что означает выполнение условий: $L_X g_{ab} = 0$, $L_X T^a = 0$, где L_X – производная. Ли вдоль векторного поля X , порождающего группу симметрий G_5 .

Теорема 1. 2-форма кручения пространства U_4 типа плоской волны имеет структуру: бесследовая часть зависит от двух произвольных функций запаздывающего аргумента u , а след и псевдослед зависят каждый от одной произвольной функции от u .

Квадратичный лагранжиан пуанкаре калибровочной теории гравитации, содержащий сумму линейного члена, пропорционального скаляру кривизны и квадратов неприводимых частей 2-форм кривизны и кручения в пространстве U_4 . варьированием по базису θ^a и 1-форме связности Γ_b^a получаются уравнения поля, которые имеют следствие:

$$f_0(H_{xx} + H_{yy}) = 0, \quad f_0 + \chi_1 = 0, \quad 2f_0 - \chi_2 = 0, \quad f_0 - 2\chi_3 = 0, \quad (2)$$

Теорема 2. Пространство Римана–Картана U_4 типа плоской волны с четырьмя произвольными функциями является решением уравнений поля пуанкаре калибровочной теории гравитации тогда и только тогда, когда выполняются условия (2) на константы χ_1 , χ_2 и χ_3 пуанкаре калибровочного лагранжиана. Это означает, что (а) волны метрики являются плоскими; (б) плоские волны кручения в пространстве U_4 являются безмассовыми.

Следствие. Наличие в волновом решении произвольных функций позволяет кодировать сигнал и поэтому передавать информацию, распространяющуюся со скоростью света.

Данная поисковая научно-исследовательская работа проведена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

Литература

- [1] Adamovich W. //Gen. Rel. Grav.–1980.–V. 12.–P. 677–691. 2.
- [2] Sipper R, Goenner H. //Gen. Relat. Grav.–1986.–V. 18.–P. 1229–1243.
- [3] Babourova O. V., Klimova E. A., Frolov B. N. //Class. Quantum Grav.–2003.–V. 20.–P. 1423–1441.

НЕДИАГОНАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ВСЕЛЕННОЙ РОБЕРТСОНА-УОКЕРА В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

К.Е. Белоушко¹, В.С. Соколова², В.В. Карбановский³

¹Мурманский государственный технический университет, ²Мурманский государственный гуманитарный университет, ³Мурманский государственный технический университет, Мурманск, Россия

Как известно, метрика Робертсона-Уокера, описывающая однородную и изотропную Вселенную, в простейшем случае имеет вид

$$ds^2 = -b(\tau)d\tau^2 + a^2(\tau) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right) \quad (1)$$

Для такой метрики, записанной в диагональном виде, уравнения общей теории относительности (ОТО) позволяют получить тензор энергии-импульса (ТЭИ), который также будет иметь диагональный вид. В работе [1] было показано, что невырожденными координатными преобразованиями метрику (1) можно привести к недиагональному виду, что позволяет получить и недиагональные компоненты ТЭИ. Это дает возможность: построить модели Вселенной из «обычной» материи, не прибегая к «экзотической»; ввести в модель наблюдаемый микроволновой космический фон, которому соответствуют недиагональные компоненты ТЭИ (плотности потока энергии σ и тензор натяжений τ); согласовать неоднородность распределения материи с общей однородностью геометрии пространства.

В данной работе рассмотрены два варианта рассогласования метрики (1) по двум угловым координатам φ и θ . В первом случае используется координатное преобразование

$$d\tau = dt - \frac{u(t, \varphi)}{b(t)} d\varphi, \quad (2)$$

где $u(t, \varphi)$ – неизвестная метрическая функция. Тогда выражение (1) принимает вид

$$ds^2 = -b(t)dt^2 + \frac{a^2(t)R^2(r)}{1 - kR(r)^2} dr^2 + a^2(t)R^2(r)d\theta^2 + 2u(t, \varphi)dtd\varphi + \left(a^2(t)R^2(r)\sin^2 \theta - \frac{u^2(t, \varphi)}{b(t)} \right) d\varphi^2 \quad (3)$$

При этом из уравнений ОТО получаются следующие условия на метрические функции:

$$\frac{a(t)u(t, \varphi)}{\sqrt{b(t)}} = f_1(\varphi); \quad \dot{a}(t) \frac{\partial u(t, \varphi)}{\partial \varphi} = 0. \quad (4)$$

Если в (4) принять $\dot{a} = 0$, то получается статическая модель, однако в которой далее из уравнений получается условие $p_r = -\varepsilon/3$, что соответствует «экзотической» материи, а если принять $\frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0$, то в (3) будет $f_1(\varphi) = const$. Если же в (4) принять $\frac{\partial u(t, \varphi)}{\partial \varphi} = 0$, то получается лишь вариант с $u(t, \varphi) = 0$, который снова приводит нас к диагональному виду (1). Поэтому можно сделать вывод, что вариант с рассогласованием метрики по переменной φ не является удачным. Основной проблемой является наличие в выражениях сингулярных функций типа $\cos \theta$.

Поэтому представляет интерес рассмотреть раздиагонализацию по переменной θ . Для этого применим к метрике (1) координатное преобразование

$$d\tau = dt - \frac{y(t, \theta)}{b(t)} d\theta, \quad (5)$$

тогда она примет следующий вид

$$ds^2 = -b(t)dt^2 + \frac{a^2(t)R'^2(r)}{1 - kR(r)^2} dr^2 + 2y(t, \theta)dt d\theta + \left(a^2(t)R^2(r) - \frac{y^2(t, \theta)}{b(t)} \right) d\theta^2 + a^2(t)R^2(r) \sin^2 \theta d\varphi^2 \quad (6)$$

Далее из уравнений ОТО удастся выразить метрические функции $a(t)$, $b(t)$ и $y(t, \theta)$ через компоненты плотности потока энергии σ и тензора натяжений τ . Таким образом, задача построения модели сводится к выбору вида функций σ и τ , которые обеспечивали бы выполнение стандартных физических условий и позволили выяснить характер эволюции Вселенной.

Литература

- [1] V. V. Karbanovski et al. - *ЖЭТФ*, 112 (2011), 60.

ВСЕЛЕННАЯ РОБЕРТСОНА-УОКЕРА В ПОСТЭЙНШТЕЙНОВСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ И РЯДЕ ДРУГИХ ТЕОРИЙ

К.Е. Белоушко¹, В.С. Соколова², В.В. Карбановский³

¹Мурманский государственный технический университет, ²Мурманский государственный гуманитарный университет, ³Мурманский государственный технический университет, Мурманск, Россия

Как известно, впервые космологическая константа (Λ -член) была введена Эйнштейном «ошибочно» в уравнения общей теории относительности (ОТО) для построения модели статической Вселенной. Позднее Λ -член был интерпретирован как плотность энергии некоторой среды (невозмущенного физического вакуума). Возможность возмущений физического вакуума (квантовых флуктуации) была рассмотрена впервые Сахаровым. При этом он рассмотрел лагранжиан гравитационного поля в виде ряда по степеням скалярной кривизны, в котором Λ -член представлял собой первое слагаемое, а второе и третье приводили к уравнениям ОТО и их нелинейным поправкам, соответственно.

Однако, согласно теореме Лавлока [1], 4х-мерном пространстве нелинейные слагаемые по степеням скалярной кривизны приводят к тензору энергии-импульса, неудовлетворяющему закону сохранения. Поэтому для обобщения уравнений ОТО необходимо нарушить одно из условий данной теоремы (например, на размерность пространства – отсюда берут свое начало многомерные бранные теории).

В данной работе рассматривается вариант, включающий высшие производные метрических функции как результат возмущений физического вакуума (так называемая постэйнштейновская теория гравитации (ПЭТГ) [2]). В рамках этой теории удастся легко построить модель статической Вселенной. При этом «чистая» ПЭТГ приводит к ультра-релятивистскому сценарию с $p = \varepsilon/3$ (где p – давление, а ε – плотность энергии).

При построении динамической модели было исследовано поведение функций p и ε при помощи закона сохранения тензора энергии-импульса

$$T^\mu{}_{\nu;\mu} = 0 \quad (1)$$

$$\dot{\varepsilon} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\varepsilon + p) = 0 \quad (2)$$

где $a(t)$ – масштабный фактор (метрическая функция), а точка – дифференцирование по t .

В нашей работе приводится общее доказательство невозможности построения динамической модели из «обычной» материи для любой теории, в которой закон сохранения тензора энергии-импульса (1) приводит к выражению (2) (см. [3]).

Так как модели из «экзотической» материи (квинтэссенция, черная материя и т.д.) не являются физически содержательными, то предлагаются следующие варианты моделей:

1. Статическая Вселенная (выражение (2) становится тождеством);
2. Переход к теориям, в которых требование (1) только для материи не выполняется (например, теория с вакуумной поляризацией [4]);
3. Модели с недиагональной метрикой [5], для которых уравнение (1) будет отличаться от выражения (2).

Литература

- [1] D. Lovelock - *J. Math. Phys.*, 12 (1971), 498.
- [2] V. V. Karbanovski - "*The Theoretical and Experimental problems of Gravitation*", *Abstract of VII Russian Gravitational conference*, Moscow, 1993, p. 48 (*in Russian*)
- [3] V. V. Karbanovski, K.E. Beloushko et al. - *Class. and Quant. Grav.*, 29 (2012).
- [4] V. V. Karbanovski et al. - *Acta Phys. Polon.*, B42 (2011), 171.
- [5] V. V. Karbanovski et al. - *JETP*, 112 (2011), 60.

К ПОСТРОЕНИЮ ЭФФЕКТИВНЫХ МЕТРИК В РЕЛЯЦИОННОЙ МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ

Ю.С. Владимиров¹, С.В. Болохов², А.Н. Клеицкий³

¹МГУ, Москва, Россия, ²РУДН, Москва, Россия, ³МГУ, Москва, Россия

¹E-mail: yusvlad@rambler.ru, ²E-mail: boloh@rambler.ru, ³E-mail: ant@art-home.ru

Аннотация. Работа посвящена рассмотрению модельной задачи движения пробной частицы в окрестности гравитирующей массы в рамках реляционной модели пространства-времени [1]. Основной концептуальной предпосылкой реляционного подхода является гипотеза о макроскопической природе классического пространства-времени, которое трактуется как эффективный фон, обусловленный совокупностью квантово-статистических процессов на микромасштабах и возникающий лишь в ходе процедуры их макроскопического усреднения. Гравитационное взаимодействие в такой модели носит вторичный, индуцированный характер и может быть исследовано в рамках подхода Фоккера–Фейнмана–Уилера с учетом принципа Маха. При этом возникает задача корректного соблюдения принципа соответствия с закономерностями ОТО в области классических экспериментальных тестов, таких как смещение перигелия планет.

В рамках упрощенной модели, рассматриваемой в данной работе, гравитационное взаимодействие описывается в рамках концепции прямого межчастичного взаимодействия с использованием расширенного фоккер-фейнмановского принципа, обобщающего линеаризованный случай на плоском фоне Минковского [2, 3] на случай высших порядков по константе взаимодействия G . Исходя из системы постулатов, сформулированных в [4] применительно к гравитационному взаимодействию, для системы взаимодействующих частиц строится эффективный гравитационный лагранжиан фоккер-фейнмановского типа в двух- и трехточечном приближении.

В общем случае n -точечного приближения соответствующий вклад в расширенный фоккеровский функционал действия для системы n частиц имеет вид:

$$S^{(n)} \sim \left(G^{n-1} \prod_{l=1}^n m_l \right) \int \int \dots \int \det \|u_{ik}\| \sum_{\{1, \dots, n\}} \left(\prod_{k=2}^n \delta(s_{1k}^2) \right) \times \prod_{l=1}^n ds_l, \quad (1)$$

где m_l – масса l -й частицы; матрица $\|u_{ik}\|$ имеет компоненты $u_{ik} = u_{(i)}^\mu u_{\mu(k)}$ ($a, b = 1, \dots, n$), равные свертке 4-скоростей соответствующих пар частиц; $s_{ik}^2 \equiv c^2 \Delta t_{ik}^2 - \Delta r_{ik}^2$ – квадрат интервала между точками-событиями на мировых линиях i -й и k -й частиц; сумма в (1) берется по циклическим перестановкам индексов, а интегралы

– по мировым линиям частиц в пространстве Минковского. Можно показать, что в рассматриваемой модели нетривиальными являются лишь случаи $n = 2, 3, 4$.

В духе теории Фоккера действие (1) для $n = 2, 3$ может быть записано через эффективный гравитационный потенциал $\phi_{\mu\nu}$, что позволяет свести задачу к исследованию динамики движения частиц в некоторой эффективной метрике $g_{\mu\nu}^{\text{eff}}$. В работе показано, что в рамках сделанных приближений для простейшей конфигурации, состоящей из пробной частицы в поле сферически-симметричного гравитирующего источника, получаемая эффективная метрика согласуется с постньютоновским приближением ОТО для метрики Шварцшильда. Найдены значения параметров теории, при которых угловое смещение перигелия планет, получаемое стандартным методом Гамильтона–Якоби, согласуется с предсказаниями ОТО.

Литература

- [1] Владимиров Ю.С. Основания физики /Ю.С. Владимиров – Москва: БИНОМ, 2008.
- [2] Грановский Я.И., Пантюшин А.А. К релятивистской теории тяготения /Я.И. Грановский, А.А. Пантюшин //Иzv. AN Kaz. SSR. Ser. физ.-mat. – 1965. – No 2. – с. 65–69.
- [3] Владимиров Ю.С. Теория прямого межчастичного взаимодействия / Ю.С. Владимиров, А.Ю. Турыгин// М.: Энергоатомиздат, 1986.
- [4] Vladimirov Yu.S. Gravitational interaction in the relational approach /Yu.S. Vladimirov // Grav. Cosm. V14 (2008), p.41–52.

О МАГНИТНЫХ ЧЕРНЫХ ВСЕЛЕННЫХ

С.В. Болохов¹, К.А. Бронников², М.В. Скворцова³

¹МРУДН, Москва, Россия, ²ВНИИМС–РУДН, Москва, Россия, ³УНИГК
РУДН, Москва, Россия

¹E-mail: yusvlad@rambler.ru, ²E-mail: boloh@rambler.ru, ³E-mail:
ant@art-home.ru

Одна из принципиальных проблем физики черных дыр (ЧД) – существование сингулярности кривизны под горизонтом событий в известных решениях Шварцшильда, Рейсснера–Нордстрёма, Керра и иных решениях ОТО, а также их аналогах в других метрических теориях гравитации. Для полного понимания геометрии и физики ЧД весьма желательно устранение сингулярностей, которое обычно связывается с надеждами на квантование гравитации.

Однако интерес представляют и попытки построения моделей несингулярных ЧД в рамках классической теории гравитации, и в литературе описаны различные классы таких объектов. Один из таких классов сферически-симметричных конфигураций, названный «черными вселенными» [1, 2], представляет, по-видимому, особый интерес, поскольку объединяет свойства кротовых нор (отсутствие центра и регулярный минимум площади координатных сфер), ЧД (наличие горизонта Киллинга, разделяющий статическую и нестатическую области пространства-времени) и несингулярных космологических моделей (в нестатической области при больших временах достигается деситтеровский режим изотропного расширения). Материальным источником гравитации в моделях, описанных в [1, 2], было фантомное скалярное поле. Возможность существования подобных полей в природе совместима с результатами современных космологических наблюдений, согласно которым ускоренное расширение нашей Вселенной может быть обусловлено доминирующей плотностью «темной энергии» с отношением давления к плотности меньше -1 . В связи с моделями черных вселенных возможен космологический сценарий, где фантомно-доминированный гравитационный коллапс в некоторой исходной вселенной порождает нашу Вселенную, расширение которой начинается не с сингулярности, а с горизонта, далее следуют изотропизация и деситтеровское инфляционное расширение.

В данной работе рассматривается обобщение моделей [1, 2] в рамках ОТО на возможное присутствие электрического или магнитного поля. С одной стороны, современные наблюдения указывают на существование глобального магнитного поля напряженностью до 10^{-12} Гс, вызывающего корреляцию ориентаций далеких друг от друга источников [3]; рядом авторов отмечается возможная первичная природа такого магнитного поля. С другой стороны, в работе показано, что добавление магнитного (или электрического) поля к рассматриваемой модели приводит к значительному разнообразию геометрий и пространственно-временных причинных структур.

Проанализировано 10 классов возникающих регулярных конфигураций с различными типами горизонтов, причинных структур и асимптотик. При этом магнитные поля существуют без электрических токов или монополярных зарядов, а лишь за счет свойств геометрии пространства-времени в созвучии с известной идеей «заряда без заряда» Уилера.

Литература

- [1] K.A. Bronnikov and J.C. Fabris. Regular phantom black holes. *Phys. Rev. Lett.* 96, 251101 (2006); gr-qc/0511109.
- [2] K.A. Bronnikov, V.N. Melnikov and H. Dehnen. Regular black holes and black universes. *Gen. Rel. Grav.* 39, 973–987 (2007); gr-qc/0611022.
- [3] R. Poltis and D. Stojkovic. Can primordial magnetic fields seeded by electroweak strings cause an alignment of quasar axes on cosmological scales? *Phys. Rev. Lett.* 105, 161301 (2010); arXiv: 1004.2704.

РЕГУЛЯРНЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ, КРОВОТЫЕ НОРЫ И ПРОБЛЕМА УСТОЙЧИВОСТИ

К.А. Бронников¹

ВНИИМС, РУДН, Москва, Россия

¹E-mail: kb20@yandex.ru

Среди регулярных сферически-симметричных полевых конфигураций естественно выделить кротовые норы и так называемые черные вселенные. Последние представляют собой черные дыры, в которых за горизонтом вместо сингулярности имеет место расширяющаяся вселенная типа Кантовского-Сакса с деситтеровской асимптотикой, способной моделировать инфляционную или современную Вселенную с ускоренным расширением. Подобные модели описываются решениями уравнений Эйнштейна со скалярными и (возможно) электромагнитными полями. Скалярные поля могут быть с минимальной и неминимальной связью, либо фантомные, либо реализующие концепцию «пойманного духа», т.е. проявлять фантомные свойства только в области сильного поля. Рассматривается задача об устойчивости подобных моделей. Для многих из них установлена неустойчивость относительно сферически-симметричных возмущений. Найдено семейство черных вселенных, устойчивое лотносительно как сферически-симметричных, так и аксиальных возмущений.

Литература

- [1] Бронников К.А. Лекции по гравитации и космологии / К.А. Бронников, С.Г. Рубин – Изд. МИФИ, 2008. – 460 С.
- [2] K.A. Bronnikov and J.C. Fabris, Regular phantom black holes, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 251101 (2006); gr-qc/0511109.
- [3] K.A. Bronnikov, V.N. Melnikov and H. Dehnen, Regular black holes and black universes, *Gen. Rel. Grav.* **39**, 973–987 (2007); gr-qc/0611022.
- [4] K.A. Bronnikov and S.V. Sushkov, Trapped ghosts: a new class of wormholes, *Class. QUantum Grav.* **27**, 095022 (2010); ArXiv: 1001.3511.
- [5] K.A. Bronnikov and E.V. Donskoy, Black universes with trapped ghosts. *Grav. Cosmal.* **17**, 31–34 (2011); ArXiv: 1110.6030.
- [6] K.A. Bronnikov, J.C. Fabris and A. Zhidenko, On the stability of scalar-vacuum space-times. *Eur. Phys. J. C* **71** (11), 1791 (2011); ArXiv: 1109.6576.
- [7] K.A. Bronnikov, R.A. Konoplya and A. Zhidenko, Instabilities of wormholes and regular black holes supported by a phantom scalar field. ArXiv: 1205.2224.

ОТ КВАНТОВАНИЯ ГРАВИТАЦИИ К РЕЛЯЦИОННО-СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ

Ю.С. Владимиров¹

Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

¹E-mail: yusvlad@rambler.ru

Изложена цепочка принципиальных идей и следствий из них, инициированная анализом причин неудач в построении квантовой теории гравитации. Главными звеньями являются: классификация физических теорий по трем парадигмам, использование реляционной парадигмы, развитие теории систем отношений, представление классического пространства-времени как унарной системы вещественных отношений, описание физических взаимодействий через системы отношений, переход к новым бинарным геометриям, новый взгляд на спиноры, представление квантовой механики через бинарную геометрию, идея о реляционно-статистической природе классического пространства-времени.

МЕХАНИЗМ ХИГГСА И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

А.В. Гробов¹, С.Г. Рубин²

¹Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия,

²Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия

¹E-mail: alexey.grobov@gmail.com, ²E-mail: sergeirubin@list.ru

В данной работе представлена реализация механизма Хиггса, в предположении существования дополнительных компактных измерений (в духе теории Калуцы-Клейна). Известно, что дополнительные компоненты многомерного гравитационного тензора порождают скалярные и векторные поля при редукции к четырехмерному пространству-времени.

Мы представляем способ получить скалярное поле, которое в низкоэнергетическом пределе может быть интерпретировано как поле Хиггса. Бозон Хиггса описывается набором недиагональных элементов многомерного метрического тензора.

Используя геометрический подход, характерный для многомерной гравитации, мы получаем лагранжиан с потенциалом, аналогичным потенциалу поля Хиггса (с ненулевым значением вакуумного среднего). Базовым элементом в данном подходе является изометрия дополнительного пространства относительно некоторой группы T координатных преобразований. Предполагается, что это служит причиной изометрии лагранжиана. Необходимо надлежащим выбором группы преобразований T обеспечить правильный закон преобразований эффективного хиггсовского дублета, возникающего из недиагональных метрических компонент и находящегося в фундаментальном представлении электро-слабой калибровочной группы Стандартной Модели.

Сектор калибровочных полей не рассматривается.

COSMOLOGICAL AND STATIC STATES IN GENERALIZED AFFINE THEORIES OF GRAVITY: TOPOLOGICAL PROPERTIES AND INTEGRABILITY

E. Davydov¹, A. Filippov²

¹Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия,

²Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

¹E-mail: davydov@theor.jinr.ru, ²E-mail: Alexandre.Filippov@jinr.ru

Affine theories of gravity are based on the Einstein's idea to formulate the gravity theory in a non-Riemannian space with a symmetric connection from the geometric Lagrangians. The key idea is a use of the special variational principle which fixes the class of the connections and allows the formulation of the effective 'standard' gravity with non-linear geometric vector and scalar massive fields. These fields may contribute into the dark energy and dark matter. Besides, the non-linearity of the theory is sensitive to the number of space-time dimensions, which may provide a new view on the multidimensional theories.

In case of the spherical or cylindrical dimensional reductions to $D = 2$, the affine theories of gravity allow the formulation of the so-called dilaton-vevton gravity (DVG) and its effective analogue, dilaton-scalar gravity (DSG)[1]. These DSG theories, from the other hand, may describe the standard general relativity with a wide class of gravitating fields, such as scalar fields, gauge fields, Kaluza–Klein fields e.t.c.

Here we focus on the investigation of the cosmological and static states (i.e. effectively one-dimensional) in these theories, not touching their physical interpretation. Therefore the results may be applicable in different models, even far from the original affine modification of gravity.

We reveal the conditions when the first integrals, linear by momenta, may arise. Also we show that the DSG theory in massless case allows the integral quadratic by momenta. It appears that DSG models often possess two first integrals being in the involution.

Yet the full configuration contains the metric, dilaton and at least one scalar amplitude of any physical origin. The dilaton variable may enter the Lagrangian diversely, depending on the compactification on flat subspace (from $D = 3$, for example), or on the curved subspace (from $D > 3$). In the first case we may formulate the so-called ‘Master Integral Equation’ (MIE), which allows to write the iterative solution in non-integrable cases. Besides, the integrable subclasses can be easily found, e.g. for the physically important scalar potentials $\exp \phi$, ϕ^2 , ϕ^4 .

Finally, to describe the obtained solutions we introduce the ‘topological portraits’ which contain the main features of the phase portraits of the entire classes of DSG models. These portraits demonstrate the general types of near-horizon and asymptotical behavior, as well as possible cosmologies, and therefore may be very useful for the physical interpretation of the models.

Литература

- [1] A.T. Filippov. General properties and some solutions of generalized Einstein–Eddington affine gravity I. – arXiv:1112.3023v1[math-ph] (2011).

BLACK UNIVERSES WITH TRAPPED GHOSTS AND ELECTROMAGNETIC FIELDS

E.V. Donskoy and P.A. Korolyov¹

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia

¹E-mail:

For the existence of traversable Lorentzian wormholes as well as regular solutions of black universe type in the framework of general relativity, it is necessary to have an "exotic matter", that is, matter violating the Null Energy Condition. As such sources? one uses, for instance, a minimally coupled phantom scalar field with the unusual sign of the kinetic term in the Lagrangian and nonzero self-interaction potentials [1, 2]. In alternative theories of gravity (e.g., in brane world scenarios [3]) such solutions are also possible without a phantom field. Black universes are regular black holes where beyond the horizon, instead of a singularity, there is an expanding, asymptotically de Sitter universe [1, 2]. Black-universe solutions can be used for building cosmological models, and they can be considered as analogs of wormholes possessing horizons.

In the paper [4], wormhole models have been considered with such a scalar field that possesses phantom properties only in a small part of space in the vicinity of the throat but satisfies the standard energy conditions in the remaining space. This can in principle explain why phantom matter is not observed under usual conditions. This kind of matter has been termed "a trapped ghost". In the present work we have considered a static, spherically symmetric metric in general relativity, with sources in the form of a minimally coupled scalar field of trapped-ghost type and an electromagnetic field. We have obtained examples of solutions to the Einstein equations (wormholes and black universes) using the inverse problem method and studied their properties. The inclusion of an electric or magnetic field leads to a substantial diversity of geometries as compared with pure scalar-vacuum models.

Литература

- [1] K.A. Bronnikov and J.C. Fabris, Phys. Rev. Lett. 96, 251101 (2006).

- [2] К.А. Bronnikov, V.N. Melnikov and H. Dehnen, *Gen. Rel. Grav.* 39, 973 (2007).
 [3] К.А. Bronnikov and E.V. Donskoy, *Grav. Cosmol.* 16 (1), 42-49 (2010); ArXiv: 0910.4930.
 [4] К.А. Bronnikov and S.V. Sushkov, *Class. Quantum Grav.* 27, 095022 (2010); ArXiv: 1001.3511.

РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ В ТЕОРИИ ИНДУЦИРОВАННОЙ ГРАВИТАЦИИ

Ф.Ш. Зарипов¹

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

¹E-mail: ignitev_yu@rambler.ru

Различие значений космологической постоянной, полученной из астрофизических наблюдений и предсказаний общей теории относительности (ОТО), с учетом квантовых эффектов поляризации вакуума, известно в науке как проблема космологической постоянной [1]. Остроту этой проблемы усиливает факт, что указанное различие огромное - 10^{120} . Предлагается решение данной проблемы в рамках теории индуцированной гравитации, разработанной в работах [2], [3]. Работа является продолжением исследований [2], [3], в приложении космологической модели.

В указанных работах было предложено обобщение теории струн на объекты большей размерности. Частными случаями этой теории «индуцированной гравитации» являются теория струн и эйнштейновская теория гравитации. При изучении космологических приложений теории учитывается влияние наличие вещества, что приводит к нарушению конформной инвариантности первоначальной теории и к ее модификации [3].

Для гравитирующей системы, с материей, тензор энергии-импульса (ТЭИ) которой имеет структуру ТЭИ идеальной жидкости, взаимодействующей с скалярными полями [3] решаются самосогласованные уравнения:

$$G_{\alpha\beta} = \frac{1}{2\xi Y} \left[-\frac{n-2}{2} B + \Lambda Y^\rho \right] g_{\alpha\beta} + \frac{1}{Y} [\nabla_\alpha \nabla_\beta - g_{\alpha\beta} \square] Y + \frac{w_0}{2\xi Y} T_{(e)\alpha\beta}, \quad (1)$$

где $G_{\alpha\beta}$ – тензор Эйнштейна; $T_{(e)\alpha\beta}$ – ТЭИ полей материи (например, идеальной жидкости) Λ , B , ξ – постоянные, w_0 – затравочная константа теории. Найдены аналитические решения рассматриваемых уравнений для однородной и изотропной космологической модели. При этом постоянные интегрирования найдены численно, исходя из соответствия модели с наблюдательными данными. Показано, что эта модель описывает как стадию инфляции, так и стадию медленного ускоренного расширения.

За счет сокращения двух «космологических постоянных» – геометрической и квантовой природы получаем эффективную «космологическую постоянную», согласованную астрофизическими данными.

Литература

- [1] Вайнберг С. Проблемы космологической постоянной. – http://ufn.ru/ufn89/ufn89_8/Russian/r898d.pdf.
 [2] Zaripov F.Sh. A conformally invariant generalization of string theory /F.Sh. Zaripov// *Gravitation and Cosmology*, Vol. 13 (2007), No. 4 .
 [3] Зарипов Ф.Ш. Обобщенные уравнения индуцированной гравитации. Эволюция констант связи. /Ф.Ш. Зарипов // *Вестник ТГГПУ*. – (22). – No 4. – С.23–28.

СКАЛЯРНЫЕ МУЛЬТИ-КРОТОВЫЕ НОРЫ

А.И. Егоров, П.Е. Кашаргин, С.В. Сушков¹

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

¹E-mail: sergey_sushkov@mail.ru

Статические сферически симметричные кротовые норы в ОТО со скалярным полем были получены независимо Эллисом [1] и Бронниковым [2] в 1973 году. В этой работе мы предлагаем процедуру построения статического аксиально симметричного решения, представляющего линейную суперпозицию N

коллинеарных кротовых нор с радиусами горловины r_i и асимптотическими массами m_i ($i = 1, \dots, N$).

Литература

- [1] H. Ellis, *J. Math. Phys.* **14**, 104 (1973).
 [2] К.А. Бронников, *Acta Phys. Polonica B* **4**, 251 (1973).

STABLE SUPER-INFLATING SOLUTIONS IN F(R)-GRAVITY

M.M. Ivanov, A.V. Toporensky¹

Moscow State University, Moscow, Russia

¹E-mail:

We consider super-inflating solutions in modified gravity for several popular $f(R)$ functions. Using non-standard way of scalar field reformulation in $f(R)$ -gravity we describe how the form of effective scalar field potential can be used for explaining existence of stable super-inflation solutions in the theory under consideration. It was shown that the presence of the global minimum of the effective potential appears to be incompatible with super-inflating cosmological solutions, on the other hand, unboundedness of the potential from below indicates existence of such solutions. As an application of this property we considered three families of functions $f(R)$ very popular in current researches on modified gravity, namely $R + \alpha R^N$, $R + \alpha R^N \exp R$ and $R + \alpha R^N \ln R$. Several super-inflating solutions for these families have been found analytically and checked numerically. It appears that only the following potentials from these infinite families are free from stable super-inflation: the known $R + \alpha R^N$ ($1 < N < 2$); $R + \alpha R^2$ ($\alpha > 0$) cases and the case of $R + \alpha R^N \ln R$ ($1 \leq N < 2$). All other $f(R)$ functions from these families contain stable super-inflating solutions, some of them have not been discovered earlier.

CLASSICAL AND QUANTUM BILLIARDS IN A MULTIDIMENSIONAL MODEL WITH BRANES

V.D. Ivashchuk and V.N. Melnikov¹

VNIIMS, RUDN, Moscow, Russia

¹E-mail:

A short overview of the billiard approach for cosmological-type models with n Einstein factor-spaces is presented. We start with the billiard representation for cosmological and spherically-symmetric configurations in a theory with scalar fields and fields of forms [1,2]. The conditions for appearance of asymptotical oscillating behavior in the limit $\tau \rightarrow +0$ (where τ is a “synchronous-type” variable) are formulated (e.g. in terms of inequalities on Kasner parameters). In the quantum case the Wheeler-DeWitt equation from [3] is considered and quantum analogue of the billiard approach is developed along a line as it was done earlier in [4] for multicomponent anisotropic fluid as a matter source. Certain examples of billiards related to hyperbolic Kac-Moody algebras (e.g. E_{10} , AE_3) are considered. Related topics and results of other authors, e.g. A.A. Kirillov, T. Damour, M. Henneaux, H. Nicolai, are discussed.

The work was supported in part by the FTsP “Nauchnie i nauchno-pedagogicheskie kadry innovatsionnoy Rossii” for the years 2009-2013.

Литература

- [1] V.D. Ivashchuk and V.N. Melnikov, Billiard Representation for Multidimensional Cosmology with Intersecting p-branes near the Singularity, *J. Math. Phys.*, **41**, No 8 (2000); hep-th/9904077.
 [2] V.D. Ivashchuk and V.N. Melnikov, On billiard approach in multidimensional cosmological models, *Grav. Cosmol.* **15**, No. 1, 49-58 (2009); arXiv: 0811.2786.
 [3] V.D. Ivashchuk and V.N. Melnikov, Multidimensional Classical and Quantum Cosmology with Intersecting p-Branes, *J. Math. Phys.*, **39**, 2866-2889 (1998); hep-th/9708157.

- [4] V.D. Ivashchuk and V.N. Melnikov, Billiard Representation for Multidimensional Cosmology with Multicomponent Perfect Fluid near the Singularity, *Clas. Quantum Grav.*, **12**, No 3, (1995), 809-826; gr-qc/9407028.

ВЛИЯНИЕ ФАКТОРА ДВУХКРАТНОГО УСКОРЕНИЯ ВСЕЛЕННОЙ НА ВОЗМОЖНОСТЬ ВЫЖИВАНИЯ СВЕРХТЕПЛОВЫХ РЕЛИКТОВЫХ ЧАСТИЦ

Ю.Г. Игнатьев¹, Д.Ю. Игнатьев²

¹Казанский федеральный университет, Россия, ²Казань, Fujitsu Russia GDC,
Россия

¹E-mail: ignatjev_yu@rambler.ru, ²E-mail: gnatyev.id@gmail.com

В ряде работ Ю.Г. Игнатьева и соавторов (см., например, [1] – [5]) исследовалась возможность выживания неравновесных частиц сверхвысоких энергий в предположении восстановления скейлинга взаимодействий за унитарным пределом. В ультрарелятивистской Вселенной такая возможность существует для частиц достаточно высоких энергий, имеющих на современную эпоху энергии выше 10^5 Гэв. В такой Вселенной частицы высоких энергий всегда остаются равновесными. Однако, в случае инфляционного расширения Вселенной ситуация с восстановлением термодинамического равновесия существенно меняется (см. [1, 5]). В работе исследуется влияние фактора двухкратного расширения Вселенной на возможный спектр сверхтепловых неравновесных реликтовых частиц.

Литература

- [1] Yu.G. Ignat'ev, *Izvestiya Vuzov, Fizika* **29**, No 2 19 (1986) (in Russian).
- [2] Yu.G. Ignatyev. *Gravitation & Cosmology*, **13** No 1(49), 31 (2007).
- [3] Yu.G. Ignatyev and D.Yu. Ignatyev. *Gravitation & Cosmology*, **13** No 2(50), 101 (2007).
- [4] Yu.G. Ignatyev and D.Yu. Ignatyev. *Gravitation & Cosmology*, **14** to be publish (2008).
- [5] Ю.Г. Игнатьев Релятивистская кинетическая теория неравновесных процессов в гравитационных полях. – Казань: Изд-во «Фолиант». – 2010. – 506 с.; <http://rgs.vniims.ru/books/const.pdf>.

ТОЧЕЧНАЯ МАССИВНАЯ ЧАСТИЦА В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

М.О. Катанаев¹

МИАН им. В.А. Стеклова, Москва, Россия

¹E-mail:

Известно, что решение Шварцшильда описывает гравитационное поле вне компактного сферически симметричного распределения масс в общей теории относительности. В частности, оно описывает гравитационное поле вне точечной частицы. Однако, каково точное решение уравнений Эйнштейна с δ -образным источником, соответствующим точечной массивной частице, неизвестно. В настоящем докладе представлено асимптотически плоское статическое сферически симметричное решение в классе обобщенных функций совместной системы уравнений движения для метрики и точечной массивной частицы. Найденное решение изометрично мосту Эйнштейна-Розена. Доказано, что одна из «бесконечностей» соответствует асимптотически плоскому пространству-времени, а вторая – началу сферической системы координат в пространстве, где расположен δ -образный источник, описывающий точечную частицу.

КИНЕТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОЛЕЙ В КИРАЛЬНОЙ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НА ТОЧНЫХ РЕШЕНИЯХ

А.С. Кубасов¹

Ульяновский государственный педагогический университет, Ульяновск, Россия

¹E-mail: as-kubasov@rambler.ru

В современной литературе сравнительно мало работ, посвященных проблеме кинетического взаимодействия полей темного сектора. Как правило, исследуется кинетическое взаимодействие экспоненциального характера. В случае, если темный сектор описывается двумя или более полями, то возникает логический вопрос об их взаимодействии между собой. К сожалению, вид такого взаимодействия из наблюдаемых данных нам не известен. Есть возможность исследовать эту проблему с помощью внутренней структуры пространства целей двухкомпонентной киральной космологической модели. Для этого рассматривается диагональная метрика пространства целей, которая и отвечает за взаимодействия между полями. Основываясь на точных решениях такой модели, можно исследовать динамику эволюции взаимодействия полей. Действие для киральной космологической модели с потенциалом взаимодействия $V(\varphi)$ имеет вид

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left(\frac{R}{2\kappa} + \frac{1}{2} h_{AB}(\varphi^C) \varphi_{,\mu}^A \varphi_{,\nu}^B g^{\mu\nu} - V(\varphi^C) \right) \quad (1)$$

где $g_{\mu\nu}(x)$ – метрика пространства-времени, h_{AB} – метрика пространства-целей (кирального пространства), $\varphi = (\varphi^1, \dots, \varphi^N)$ – киральные поля, $\varphi_{,\mu}^A = \partial_\mu \varphi^A = \frac{\partial \varphi^A}{\partial x^\mu}$. Метрика пространства-времени выбирается в форме Фридмана-Робертсона-Уокера.

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - \epsilon r^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \right). \quad (2)$$

где $\epsilon = 0, \pm 1$, что соответствует пространственно-плоской, замкнутой и открытой Вселенной. Метрика пространства целей для двухкомпонентной модели в нашем рассмотрении имеет диагональный вид

$$ds_{ts}^2 = h_{11} d\phi^2 + h_{22}(\phi, \psi) d\psi^2 \quad (3)$$

где $h_{11} = \pm 1$. Мы рассматриваем поведение кинетического взаимодействия $h_{22}(\phi, \psi)$, полученного на точных решениях для масштабных факторов следующего вида $a(t) = At^n$, $a(t) = At^n e^{\alpha t}$, $a(t) = \text{sh}(t)$, $a(t) = \text{ch}(t)$. Точные решения получены для открытой, замкнутой и пространственно-плоской Вселенной. Метрический коэффициент $h_{22}(\phi, \psi)$ дает наглядное представление о взаимодействии полей ϕ и ψ . Например, для случая степенной зависимости масштабного фактора от времени для одного из точных решений мы имеем следующую зависимость h_{22} от поля и вид самого поля ϕ :

$$h_{22}(\phi) = \frac{1}{A^2} e^{-2nB_1\phi}, \quad \phi(t) = \frac{1}{B_1} \ln(t) \quad (4)$$

где $B_1 = \pm \frac{1}{\sqrt{\frac{2n}{\kappa}}}$.

Выражаю сердечную благодарность своему научному руководителю профессору С.В. Червону за интерес к работе и полезные обсуждения.

ЭФФЕКТ СПОНТАННОГО НАРУШЕНИЯ КАЛИБРОВОЧНОЙ СИММЕТРИИ В КОСМОЛОГИИ С ВРАЩЕНИЕМ

Е.В. Кувшинова¹

ПГНИУ, Пермь, Россия

¹E-mail:

Работа посвящена изучению эффекта спонтанного нарушения калибровочной симметрии скалярного поля в стационарных и нестационарных космологических моделях с вращением типа VII и IX по Бьянки. Рассмотрен эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии в космологических моделях с расширением и вращением с метрикой типа VII по Бьянки:

$$ds^2 = dt^2 - 2R(t)\eta_i dx^i dt - R^2(t)\gamma_{ij} dx^i dx^j,$$

$$\eta_i = \mu_a e_i^a, \gamma_{ij} = \lambda_{ab} e_i^a e_j^b,$$

где $\mu_a, \lambda_{ab} - \text{const} (\det \lambda_{ab} \neq 0)$, $a, b = 1, 2, 3$, $\mu_a = (0, \mu, 0)$, $\lambda_{aa} = (1, \lambda, 1)$. e_i^a удовлетворяет структурным соотношениям типа VII по Бьянки.

И с метрикой типа IX по Бьянки следующего вида:

$$ds^2 = (dt + A\omega^1)^2 - (B\omega^1)^2 - C^2((\omega^2)^2 + (\omega^3)^2),$$

где A, B, C - функции, зависящие от времени, $\omega^1, \omega^2, \omega^3$ есть 1-формы, удовлетворяющие структурным отношениям типа IX по Бьянки. Рассмотрен случай: $A = kC, B = \alpha C (k, \alpha - \text{const})$. При рассмотрении сопутствующей жидкости в таких пространствах расширение $\theta = \frac{3\dot{R}(t)}{R(t)}$, сдвиг $\sigma = 0$. Обнаружено наличие эффекта СНКС в стационарной и нестационарной космологических моделях с вращением при определенных условиях на метрические коэффициенты и параметры поля. Результаты работы можно использовать при построении новых космологических моделей с вращением, а также для исследования феномена Хиггса в космологии с вращением.

Литература

- [1] Е.В. Кувшинова, О.В. Сандакова. Известия вузов. Физика. Т.47. №1. С. 13-20(2004).

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТИПА II ПО БЬЯНКИ, ЗАПОЛНЕННАЯ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТЬЮ С НЕЛИНЕЙНЫМ УРАВНЕНИЕМ СОСТОЯНИЯ И ЧИСТЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Е.В. Кувшинова, В.Ф. Панов¹

ПГНИУ, Пермь, Россия

¹E-mail:

В работе [1] рассмотрена пространственно-плоская Вселенная Фридмана, заполненная идеальной жидкостью с нелинейным уравнением состояния, зависящем от времени, и при этом рассматривается феноменологическая модель темной энергии. В настоящей работе в рамках общей теории относительности построена космологическая модель с расширением и вращением с метрикой типа II по Бьянки, когда источниками гравитации являются идеальная жидкость с нелинейным однородным уравнением состояния и чистое излучение. В данной работе для идеальной жидкости используется нелинейное уравнение состояния вида

$$p = w(t)\varepsilon.$$

При этом в зависимости от соотношения параметров идеальная жидкость может описываться как вращающуюся фантомную материю, так и вращающуюся квинтэссенцию.

Литература

- [1] А.В. Тимошкин, Е.В. Савушкин. Известия вузов. Физика. №5. С.16-19 (2011).

ИНФЛЯЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ТИПА II ПО БЬЯНКИ СО СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ, ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТЬЮ И ЧИСТЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Е.В. Кувшинова, В.Ф. Панов¹

ПГНИУ, Пермь, Россия

¹E-mail:

Построена нестационарная космологическая модель с вращением с метрикой типа II по Бьянки вида

$$ds^2 = dt^2 - 2R(t)\sqrt{B}e^{(1)}dt - R^2(t)(A(e^{(1)})^2 + (e^{(2)})^2 + (e^{(3)})^2),$$

где $A, B - \text{const}$, $e^{(1)} = dx - zdy$, $e^{(2)} = dy$, $e^{(3)} = dz$. В качестве потенциала скалярного поля предложен потенциал из работы [1]:

$$U = (m^2\varphi^2)/2 + \Lambda - (m^4\varphi^2)/(9m^2\varphi^2 + 18\Lambda).$$

Данная модель описывает как первую, так и вторую инфляционную стадию эволюции вращающейся вселенной.

Литература

- [1] А.В. Юров, В.А. Юров, С.В. Червон, М. Сами. Теоретическая и математическая физика. Том 166. с. 299-311(2011).

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ С ВРАЩЕНИЕМ ТИПА II ПО БЬЯНКИ С ФАНТОМНОЙ МАТЕРИЕЙ

Е.В. Кувшинова, В.Ф. Панов, О.В. Сандакова¹

ПГНИУ, Пермь, Россия

¹E-mail:

В рамках общей теории относительности нами построена космологическая модель с расширением и вращением с метрикой типа II по Бьянки вида

$$ds^2 = dt^2 - 2R(t)\sqrt{B}e^{(1)}dt - R^2(t)(A(e^{(1)})^2 + (e^{(2)})^2 + (e^{(3)})^2),$$

где $A, B - const, e^{(1)} = dx - zdy, e^{(2)} = dy, e^{(3)} = dz$.

Полученная модель отлична от космологических решений [1] и [2]. Источниками гравитации модели являются идеальная жидкость, чистое излучение и скалярное поле. При этом идеальная жидкость описывает вращающуюся фантомную материю. Данным решением можно моделировать как первую, так и вторую инфляционные стадии эволюции Вселенной с вращением. Для данного решения не будет квантового туннелирующего потенциала, поэтому эволюцию ранней Вселенной можно моделировать классическим решением. Установлено, что если моделировать данным решением всю эволюцию Вселенной и считать, что в ранней Вселенной фантомная материя не передает момент вращения невращающейся материи, то в современный период скорость вращения фантомной материи будет порядка $10^{-11} \text{ год}^{-1}$, что важно для астрофизических наблюдений. Укажем также, что для данного решения эффект «темной энергии» за счет вращения фантомной материи затухает, а за счет отрицательного давления он квазипостоянен. Отметим, что в [3] показано, что плотность энергии космологического вращения может играть роль «темной энергии».

Литература

- [1] Е.В. Кувшинова. Известия вузов. Физика. №5. С. 3-6(2004).
- [2] Е.И. Бобровских, В.Ф. Панов. Современные проблемы гравитации, космологии и релятивистской астрофизики: Тезисы докладов Международной конференции. 27 июня - 3 июля 2010 г., РУДН, Москва, Россия. - М.: РУДН, 2010. - С. 116-117.
- [3] В.Г. Кречет. Известия вузов. Физика. №3. С.3-6(2005).

МАССИВНЫЕ НЕЙТРИНО В КОСМОЛОГИИ

А.М. Малиновский¹

Астрокосмический Центр ФИАН, Москва, Россия

¹E-mail:

Одним из следствий всех стандартных моделей Большого Взрыва является существование космологических нейтрино, причем их суммарное количество лишь немногим уступает количеству реликтовых фотонов, образующих собой космический микроволновой фон. Теоретические оценки дают значение в 113 нейтрино и антинейтрино каждого сорта на кубический сантиметр пространства. Таким образом, даже малая масса нейтрино с учетом огромного числа частиц может оказывать вполне существенное влияние на нашу Вселенную в целом и, следовательно, на данные космологических наблюдений.

Механизм влияния нейтрино на космологические структуры существенным образом зависит от того, являются ли нейтрино релятивистскими или нерелятивистскими в конкретный момент времени. Для актуального сегодня диапазона масс нейтрино около- и меньше одного электронвольта (эВ) переход на нерелятивистскую стадию происходит уже на стадии доминирования вещества, в эпоху доминирования излучения они являются релятивистскими.

Таким образом, на спектр реликтового излучения они оказывают, главным образом, не прямое влияние: учет возможного существования в настоящий момент времени фракции массивных нейтрино почти эквивалентен (в случае пространственно-плоской модели Вселенной) соответствующему уменьшению либо доли темной материи, либо темной энергии. Если заем осуществляется за счет доли темной материи, то это ведет к запозданию (по сравнению с моделью с безмассовыми нейтрино) момента равновесия материи и излучения. Что, в частности, приводит к росту мелкомасштабных возмущений, в особенности – вблизи первого акустического пика.

Однако более важным эффектом использования данных по реликтовому излучению является возможность снятия вырождений – то есть компенсации эффекта изменения одного параметра модели за счет соответствующего изменения другого параметра.

На стадии доминирования материи нейтрино становятся нерелятивистскими, поэтому их влияние на спектр возмущений плотности оказывается более существенным. Это влияние складывается из двух факторов, дополняющих друг друга: уже упомянутое запаздывание момента равновесия материи и излучения оставляет меньше времени для роста (и, соответственно, уменьшает величину) возмущений на малых масштабах. И, что более ощутимо, подавляется рост возмущений на масштабах, меньших длины свободного пробега нейтрино.

Таким образом, исследование, направленное на получение наиболее эффективных космологических ограничений на массу нейтрино, должно в обязательном порядке использовать как данные по анизотропии реликтового излучения, так и данные по крупномасштабной структуре Вселенной.

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДИСЛОКАЦИЙ И ТРЕХМЕРНАЯ ГРАВИТАЦИЯ

И. Г. Маннанов¹

Математический институт им. В. А. Стеклова, Москва, Россия

¹E-mail: imannanov@mail.ru

В геометрической теории дефектов упругая среда рассматривается как трехмерное пространство Римана-Картана с нетривиальными метрикой и кручением [1, 2]. При наличии в среде только клиновых дислокаций выражение для свободной энергии совпадает (в случае бесконечной среды) с евклидовой формой действия для (2+1)-мерной гравитации при наличии N точечных частиц, где N – число клиновых дислокаций. При этом мировые линии частиц в (2+1)-мерном пространстве будут соответствовать стационарному положению осей дислокаций в 3-мерном пространстве. В докладе будет рассмотрено точное решение задачи для двух клиновых дислокаций [3]. В общем случае, при наличии произвольного числа клиновых дислокаций, нахождение точного решения связано с решением проблемы Римана-Гильберта. В докладе для этого случая будут приведены только асимптотические выражения.

Литература

- [1] Katanaev M. O., Volovich I. V., Ann. Phys. (New York) 216 (1992), pp. 1-28.
- [2] Катанаев М. О., УФН 175-7 (2005), с. 705-733.
- [3] Katanaev M. O., Mannanov I. G., p-Adic Num., Ultrametric Analysis and Appl., vol. 4, n. 1 (2012), pp. 5-19.

МНОГОМЕРНАЯ ГРАВИТАЦИЯ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ КОНСТАНТЫ

В.Н. Мельников¹

Центр гравитации и фундаментальной метрологии ВНИИМС, Институт гравитации и космологии РУДН, Москва, Россия

¹E-mail: imannanov@mail.ru

Анализируются основные проблемы современной физики и особенно роль гравитации и космологии в решении этих проблем. Рассматриваются результаты развиваемого автором с коллегами подхода к использованию точно решаемых многомерных классических и квантовых моделей гравитации и космологии с различными источниками, следующих из низкоэнергетического предела теорий объединения фундаментальных взаимодействий.

Исследована их роль в решении таких проблем, как первичная инфляция и современное ускоренное расширение вселенной, стохастическое поведение вблизи возможной начальной сингулярности или ее отсутствие, вариация эффективной гравитационной постоянной, генерация массы, энтропии и космологической постоянной и др. Исследуется проблема стабильности фундаментальных физических констант (ФФК), в особенности гравитационной постоянной, и роль ФФК в предполагаемом переходе от артефактов на новые определения основных единиц международной системы единиц СИ, основанные на точных значениях ФФК. Анализируются различные подходы и возникающие при этом трудности.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОКОМПОНЕНТНОЙ ВЫРОЖДЕННОЙ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ С ПРИТЯЖЕНИЕМ ОДНОИМЕННО СКАЛЯРНО ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

М.Л. Михайлов¹

Казанский (Приволжский) федеральный университет,
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казань, Россия.

¹E-mail: meschgan@mail.ru

В ряде работ Ю.Г. Игнатъева и Р.Ф. Мифтахова исследовалась модель однокомпонентной вырожденной космологической плазмы с отталкиванием одноименно скалярно заряженных частиц. В этих работах была показана возможность модели выходить на стадии вторичного ускорения. В связи с этим представляет интерес и случай с притяжением. В данной работе исследуется модель с притяжением одноименно скалярно заряженных частиц.

Случай притяжения для безмассового скалярного поля, фактически, соответствует, так называемым, фантомным полям. В этом случае математическая модель представляет собой самосогласованную систему, состоящую из уравнения Эйнштейна и уравнения поля:

$$\frac{1}{a^3} \frac{d}{dt} \left(a^3 \frac{d\Phi}{dt} \right) + \mu_s^2 \Phi = 4\pi\sigma \quad (1)$$

$$\frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{8\pi}{3} \mathcal{E}}. \quad (2)$$

Плотность энергии в этом случае определяется в виде

$$\mathcal{E} = \frac{1}{8\pi} \left(-\dot{\Phi}^2 + m_s^2 \Phi^2 \right). \quad (3)$$

Литература

- [1] Ю.Г. Игнатъев. // *Известия вузов, Физика*. - 2012. - 55, № 2. - С. 36 - 40.
[2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория поля*/Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц – М, Наука, 2000.

О ПОСТНЬЮТОНОВСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ В ОТО

И.Р. Мубаракшин, С.С. Бушков¹

Марийский государственный университет, Йошкар-Ола, Россия

¹E-mail: mubair@mail.ru

1. Смещение перигелия Меркурия, обнаруженное Лавруе в 1859 г., породило много гипотез. Наиболее популярной была гипотеза о существовании массивного тела, планеты, между Меркурием и Солнцем, возмущающей движение Меркурия. Она получила название Вулкан. Несмотря на многолетние поиски, Вулкан так и не был обнаружен. Почему не повезло Вулкану, хотя в аналогичной ситуации был предсказан и затем открыт Нептун, а потом Плутон?

С точки зрения полевых представлений, гравитационное поле, если оно материально, должно обладать энергией и соответствующей полевой массой. Поскольку орбита Меркурия имеет заметный эксцентриситет, полевая масса гравитационного поля Солнца в сферическом слое, в котором располагается орбита Меркурия, то «включается», то «выключается» из взаимодействия.

Оценка влияния полевой массы на движение Меркурия в рамках ньютоновой теории (дополненной полевыми представлениями) дает $1/6$ наблюдаемого смещения перигелия. Величина полевой массы гравитационного поля, возмущающей движение Меркурия, совпадает с оценкой Леверье для массы Вулкана. Это можно считать объяснением загадки Вулкана.

2. Известно, что расчет орбит в центральном поле по релятивистской механике, СТО, приводит к разомкнутости орбиты и смещению перигелия. Величина смещения получается также порядка $1/6$ наблюдаемого значения. Совместный учет релятивистских эффектов (СТО) и полевой массы дает смещение перигелия, равное $1/4$ наблюдаемого значения.

3. Общая теория относительности, ОТО, полностью объяснила движение Меркурия. Уравнения движения пробных тел, уравнения геодезических, трактуемые в терминах наблюдаемых (физических) значений величин, показывают основные отличия релятивистской теории от классической.

4. Обсуждается вопрос: насколько близко можно приблизиться к постньютоновскому приближению ОТО, не пользуясь гипотезой о кривизне пространства-времени, а рассматривая гравитационное поле как физическое поле?

5. В рамках классической полевой теории рассматривается движение в центральном гравитационном поле с учетом совместного влияния на орбитальное движение релятивистских эффектов (в смысле СТО), полевой массы и замедления хода часов в гравитационном поле.

6. Аналогично рассмотрена задача по отклонению луча света в гравитационном поле Солнца. Развиваемый подход может быть полезен для изложения идей ОТО и физики гравитационного взаимодействия более широкой аудитории, без специальной математической подготовки.

ФОРМИРОВАНИЕ 4-МЕРНОЙ КРОТОВОЙ НОРЫ

Е.В. Палешева¹

Томский государственный педагогический университет, Томск, Россия

¹E-mail: palesheva@tspu.edu.ru

Строится метрика пространства-времени с кротовой норой, топология которого не эквивалентна $R \times \Sigma$ (transient wormhole, [1]), где Σ – 3-мерная поверхность с нетривиальной топологией. При $t \in (0, t_3]$ пространство-время описывается склейкой нескольких метрик, зависящих от $\lambda(t)$, $\mu(t)$ и $\nu(t)$, область изменения которых приведена в [2]. Отделяемой части соответствует

$$ds^2 = dt^2 - R^2 \cos^2 \eta (\cos^2 \psi d\varphi^2 - d\psi^2) - R^2 d\eta^2, \quad (1)$$

$\varphi \in [0, 2\pi]$, $\psi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $\eta \in \left(\arcsin \frac{\lambda^8 - (\mu^2 - \lambda^2)^2 \nu^4}{4R\mu^2 \lambda^2 \nu^3}, \frac{\pi}{2} \right]$, функция R приведена в [2]. Остальная часть пространства-времени определяется склейкой метрических тензоров общего вида

$$ds^2 = dt^2 - r^2 \cos^2 \psi d\varphi^2 - r^2 d\psi^2 - \left(1 + (u'_r)^2 \right) dr^2, \quad (2)$$

при этом $\varphi \in [0, 2\pi]$, $\psi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, меняется только u'_r и область изменений координаты r . Функция $u(r, t)$ определяет гиперболическую часть кривой, представленной в [2]. При $t > t_3$ формируется ручка, т.е. 3-мерное пространство разделяется. В этот момент мы имеем две метрики:

$$ds^2 = dt^2 - r^2 \cos^2 \psi d\varphi^2 - r^2 d\psi^2 - dr^2,$$

$$ds^2 = (g'(t))^2 dt^2 - R^2 \cos^2 \eta (\cos^2 \psi d\varphi^2 - d\psi^2) - R^2 d\eta^2,$$

где R – константа. Для приклеивания ручки без образования временной петли функция $g(t)$ должна удовлетворять соотношениям:

$$g(t_3) = t_3, \quad g(t_4) = t_4, \quad g'(t_3) = 1, \quad g'(t_4) = 1, \quad \int_{t_3}^{t_4} \sqrt{(g'(t))^2} dt < \int_{t_3}^{t_4} dt.$$

Последнее условие нужно для того, чтобы перемещение в «ручке» осуществлялось быстрее. Приклеивание ручки – процесс обратный отрыву. Можно также сформировать «ручку» с образованием временной петли.

Литература

- [1] Visser M. Lorentzian wormholes: from Einstein to Hawking. // Springer-Verlag New-York, 1996.
- [2] Палешева Е.В. Семейство Ω -образных кривых, моделирующее отделение сферы S^1 /Е.В. Палешева // Математические структуры и моделирование, 2009. вып.20. – с. 74–77.

ОБ УНИВЕРСАЛЬНОМ ПРОФИЛЕ ПЛОТНОСТИ ТЕМНОГО ГАЛО

С.В. Пилипенко¹

АКЦ ФИАН, Москва, Россия

¹E-mail:

Одной из важных проблем космологии является проблема каспов галактических гало, состоящая в том, что в наблюдениях найдены гало с различным поведением профиля плотности в центре, от $\rho \sim const$ до $\rho \propto r^{-1}$, в то время как в численных моделях решения задачи образования гало из начального поля космологических возмущений плотности получаются гало исключительно с профилем $\rho \propto r^{-1}$ (такая расходимость и называется каспом). Эта проблема на самом деле является частью более общей задачи о связи начальных условий с конечным состоянием для бесстолкновительных систем.

Дорошкевичем, Лукашем и Михеевой (2007, 2011, 2012) предложена полуаналитическая энтропийная теория, дающая ключ к решению этой задачи. Теория основана на том, что каспы гало имеют низкую энтропию, а поскольку она неубывает со временем, для разрушения каспов необходимо увеличить начальную энтропию вещества, что может быть сделано путем добавления мелкомасштабных возмущений плотности.

В данной работе эта теория проверена с помощью игрушечных численных моделей образования гало из простейших начальных условий, к которым добавлялись мелкомасштабные возмущения. Показано, что при определенной амплитуде и длине волны этих возмущений касп может быть разрушен и получены гало с пологим профилем плотности в центре. Таким образом, профиль центральной части гало $\rho \propto r^{-1}$ не является универсальным и может нарушаться в зависимости от начальных условий, что может обеспечить решение проблемы каспов. В работе обсуждаются физические причины изменения формы профиля и наблюдательные следствия предлагаемой модели.

ПЕРЕРАСЧЕТ СПЕКТРАЛЬНЫХ ИНДЕКСОВ В ТОЧНОРЕШАЕМЫХ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

А.В. Поздышев¹

УлГПУ, Ульяновск, Россия

¹E-mail:

В настоящее время активно исследуется динамика и структура Вселенной в рамках мировых проектов WMAP, COBE, космической обсерватории Хаббла. Спектр мощности и спектральные параметры в этих проектах измеряются с высокой точностью. Теоретические предсказания для данных величин основаны на приближении в рамках «медленного скатывания», которое характеризуется параметрами ϵ и η . В нашем подходе вычисление спектральных параметров ведется на основе точных решений. Данный метод был предложен в работе [1] и получил дальнейшее развитие в работах [2-3].

В настоящей работе мы рассматриваем модели с масштабным фактором, соответствующим моделям инфляции (степенного, экспоненциально-степенного характера). Полученные значения спектральных индексов и их убегание сравниваются с аналогами, полученными в режиме медленного скатывания и данными с космической обсерватории WMAP [5].

Рассмотрим степенную инфляцию. Масштабный фактор в такой модели определяется соотношением:

$$a(t) = a_s t^m, \quad m > 1 \quad (1)$$

Используя формулу для вычисления спектральных индексов скалярных возмущений

$$n_s(k) - 1 = \frac{4\dot{H} - \frac{H\ddot{H}}{\dot{H}}}{\dot{H} + H^2} \quad (2)$$

полученную в работе [1], вычисляем:

$$n_s(k) - 1 = \left. \frac{4t_b^2 - 2}{1 + mt_b^{-2}} \right|_{k=aH} \quad (3)$$

где t_b – время пересечения горизонта возмущения с волновым числом k . Для убегания спектральных индексов получаем:

$$\frac{dn}{d(\ln(k))} = \frac{8t_b^8 + 16t_b^6 - 4mt_b^2}{(m-1)t_b^4 + (2m^2 - 2m)t_b^2 + m^2(m-1)} \quad (4)$$

Для экспоненциально-степенной инфляции получено выражение для спектральных индексов. Также, используя точный метод получения основных космологических параметров, можно получить формулу спектра мощности и спектрального индекса тензорных возмущений для данной модели.

Выражаю благодарность научному руководителю профессору С.В. Червон за постановку задачи и консультации.

Литература

- [1] Chervon S.V. Gen. Rel.Grav., Vol.36,p.1547-1553 (2004).
 [2] Chervon S. V., Novello M., Triay R. Grav.Cosmol., Vol 11, N . 4. – pp. 329–344 (2005).

EFFECT OF SELF-ACTION IN THE WORMHOLE SPACETIMES

A.A. Popov¹

Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, Kazan, Russia

¹E-mail: apopov@ksu.ru

The motion of a charged point-like object in a fixed background spacetime, is affected by the coupling between the object's own charge, and the field that this charge induces. This coupling results in a self-force acting on the object. At leading order, the object's acceleration due to this self-force (in the absence of non-gravitational external interactions) is proportional to q^2/M , where q and M denotes the object's charge and mass, respectively. This leading order is obtained by treating the particle's field as a linear perturbation over a fixed curved background spacetime. Analysis of the self-force in curved spacetime also has a practical motivation: one possible source for LISA - the planned spacebased gravitational wave detector, is a binary system with an extreme mass ratio, which inspirals toward coalescence. Here, the self-force is required for the calculation of the accurate orbital evolution of such systems. These orbits are needed in order to design templates for the gravitational waveforms of the emitted gravitational radiation.

In this work we review the procedure of renormalization of the self-potential for a scalar and electric point charge at rest in static curved spacetime. This procedure is suitable for the fields with arbitrary mass m and coupling of scalar field to the curvature of spacetime. The asymptotic behavior of self-potential is obtained in the limit the Compton wave length $1/m$ of the massive fields is much smaller than the characteristic scale of curvature of the background gravitational field. The self-force is calculated in this limit. We also present a method that allows for the calculation of the self-force on the static electric charge in the long throat of the wormhole that is the region of spacetime

$$ds^2 = -dt^2 + d\rho^2 + r(\rho)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

where metric function $r(\rho)$ is slowly varying

$$\varepsilon_{WKB} = L_*/L \ll 1,$$

where

$$L_*(\rho) = \frac{r(\rho)}{\sqrt{2\xi}},$$

and L is a characteristic scale of variation of $r(\rho)$:

$$\frac{1}{L(\rho)} = \max \left\{ \left| \frac{r'}{r} \right|, \left| \frac{r''}{r} \right|^{1/2}, \left| \frac{r'''}{r} \right|^{1/3}, \dots \right\}.$$

We have demonstrated that in the throat of wormhole with

$$r(\rho)^2 = r_0^2 + \frac{\rho^2}{1 + \frac{\rho_0^6}{r_0^4 \rho^2}},$$

(r_0 is radius of the throat, ρ_0 is the parameter which describes the length of the throat and we assume $r_0^2 \ll \rho_0^2$) the self-force can be both attractive and repulsive depending on the particle position. This means that the supposition about the attractive character of the self-force in the wormhole spacetime (N. Khusnutdinov and I. Bakhmatov, *Phys. Rev. D* **76** (2007), p. 124015) is not valid.

КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВСЕЛЕННЫХ С ГАЗОМ ЧАПЛЫГИНА, СВЯЗАННЫХ КРОВОУЮ НОРОЙ

А. Мокеева¹, В. Роров²

¹Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия, ²Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

¹E-mail: anne.zaharovoy@gmail.com, ²E-mail: vladipopov@mail.ru

Найдены точные решения уравнений Эйнштейна с анизотропной материей, в которой радиальное давление связано с плотностью энергии уравнением состояния газа Чаплыгина. Эти решения описывают пространство-время с двумя одинаковыми T -областями и промежуточной статической сферически симметричной R -областью, содержащую кротовую нору. Метрика в T -области задает анизотропную космологическую модель Кантовского-Сакса для вселенной, эволюция которой начинается от горизонта событий. Возможны несколько различных сценариев, которые может видеть наблюдатель, находящийся в этой вселенной: бесконечно расширяющаяся вселенная, вселенные сжимающиеся за бесконечное или конечное время. Показано, что пространство-время с такой структурой для данного типа материи не допускает изотропных решений ни в T , ни в R -областях.

АНИЗОТРОПНАЯ КОСМОЛОГИЯ БИАНКИ-I И БИАНКИ-II С КОСМИЧЕСКОЙ СТРУНОЙ, МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ В КЛАССИЧЕСКОЙ И КВАНТОВОЙ ПЕТЛЕВОЙ КОСМОЛОГИЯХ

В.С. Рихвицкий¹, Б. Саха², М. Вишинеску³

¹Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия,

²Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия,

³Национальный Институт Физики и Ядерной Технологии (IFIN-HH), Бухарест, Румыния

¹E-mail: rqvtsk@mail.ru, ²E-mail: bijan@jinr.ru

Первоначальная анизотропия Вселенной могла быть обусловлена разными факторами: сильным магнитным полем, неоднородностью распределения вещества в виде протяженной космической струны и топологическим типом Бианки. Например, тип Бианки I допускает метрическую неравноценность направлений, а тип Бианки II включает и непрерывность перемещений и определяет выделенное направление в пространстве. Представляет интерес эволюция Вселенной и возможность изотропизации при разных сочетаниях указанных причин, а также в рамках квантовой петлевой космологии, в которой Большого Взрыва могло и не быть. Рассмотрены космологические модели типа Бианки-I и Бианки-II в присутствии магнитного поля вдоль космологической струны. Для типов метрики I и II по классификации Бианки выведены уравнения Эйнштейна при наличии вкладов магнитного поля и космической струны в разных комбинациях. Далее, после перехода к гамильтоновой форме, получены численные решения выведенной системы дифференциальных уравнений, что соответствует классической космологии, а затем, после подстановки в гамильтониан, соответствующей переходу к квазиклассическому режиму квантовой петлевой гравитации, получены аналогичные численные решения квантовой петлевой космологии.

ЦИФРОВАЯ ВСЕЛЕННАЯ АШТЕКАРА: ЛОГИЧЕСКИЙ АСПЕКТ

В.С. Рихвицкий¹

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

¹E-mail: rqvtsk@mail.ru

Квантовая петлевая гравитация (LCG) Аштекара (Abhay Ashtekar) является строгой математической теорией, так же, как и теория Дирака. Последователями Аштекара рассматриваются интерпретации, в которых существуют истинно элементарные частицы, состояния которых соответствуют элементарным единицам информации, битам, и есть возможность рассматривать Вселенную как информационную машину. С другой стороны, строгую математическую теорию можно рассмотреть в рамках формально-логической дескриптивной теории, непротиворечиво содержащей строгие суждения о Вселенной, в число которых включены известные экспериментальные факты. Математическое существование в этой теории приравнивается к физическому существованию. Известная в теории множеств система аксиом Цермело-Френкеля (ZF) содержит как раз аксиомы, постулирующие существование. Постольку, поскольку формальная теория включает систему ZF, она должна содержать и «настоящие» бесконечности, притом сколь угодно большой мощности.

Такая дескриптивная теория может быть рассмотрена вместе с механизмами доказательства теорем так же, как информационная машина. В ней априорно уже не обязательно существование элементарных и неделимых объектов.

ИНФЛЯЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ТИПА IX ПО БЬЯНКИ СО СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ, АНИЗОТРОПНОЙ ЖИДКОСТЬЮ И ПЫЛЬЮ

О.В. Сандакова¹

ПГНИУ, Пермь, Россия

¹E-mail:

Построена космологическая модель с вращением с метрикой типа IX по Бьянки вида

$$ds^2 = (dt - R\nu_A e^A)^2 - R^2 K_1^2 (e^1)^2 - R^2 K_2^2 (e^2)^2 - R^2 K_3^2 (e^3)^2,$$

где $R = R(t)$, $\nu_A, K_A - const$, $K_A > 0$, $A = 1, 2, 3$.

1 - формы e^A имеют вид

$$e^1 = \cos y \cos z dx - \sin z dy,$$

$$e^2 = \cos y \sin z dx + \cos z dy,$$

$$e^3 = -\sin y dx + dz.$$

Нами рассмотрен случай, определяемый условиями:

$$\nu_1 \neq 0, \nu_2 = \nu_3 = 0, \nu_1^2 = K_1^2 - K_2^2, K_2 = K_3.$$

В качестве потенциала скалярного поля предложен потенциал из работы [1]:

$$U = (m^2 \varphi^2)/2 + \Lambda - (m^4 \varphi^2)/(9m^2 \varphi^2 + 18\Lambda).$$

Данная модель описывает как первую, так и вторую инфляционную стадию эволюции вращающейся вселенной.

Литература

- [1] Юров А.В. , В.А. Юров, С.В. Червон, М. Сами // Теоретическая и математическая физика. – 2011. – Т. 166. – с. 299–311.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТИЦ ГАЛО ТЕМНОЙ МАТЕРИИ В ПОЛЕ НАЧАЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

В.А. Семенов¹

АКЦ ФИАН, Москва, Россия

¹E-mail:

Одной из актуальных проблем космологии является проблема каспов, заключающаяся в несоответствии профилей плотности гало темной материи, наблюдаемых по кривым вращения галактик с низкой поверхностной яркостью (LSB), и гало, получаемых в результате численного моделирования. В наблюдениях гало в центре как правило имеет постоянную плотность («ядро»), в то время как в моделировании получается профиль, расходящийся при малых r как $\rho \propto r^{-1}$ (такое поведение профиля называется «каспом»). Одно из возможных решений этой проблемы было предложено Дорощкевичем, Лукашем и Михеевой (2012, УФН, 182, 1). Ими разработана энтропийная теория образования гало. В гало с каспом энтропия быстро спадает к центру. В гало с ядром энтропия частиц в центральной области выше, касп «размывается» движением частиц. Решением проблемы каспов может быть учет в моделировании мелкомасштабных флуктуаций, которые увеличивают энтропию гало. В данной работе проведено численное моделирование крупномасштабной структуры Вселенной в кубе со стороной 100 Мпк. В поле начальных возмущений найдены частицы, которые впоследствии формируют гало темной материи. Исследовано их распределение и измерен профиль дисперсии скорости этих частиц. Также прослежена эволюция профиля энтропии гало. Результаты моделирования сравниваются с энтропийной теорией.

СВОЙСТВА ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ СИЛОВОГО ЗАРЯЖЕННОГО ЦЕНТРА В ТЕОРИИ ЭЙНШТЕЙНА - БОРНА - ИНФЕЛЬДА

В.А. Соколов¹

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

¹E-mail:

Нелинейные свойства электродинамики Борна-Инфельда [1] оказывают значительное влияние на структуру пространства-времени. Например, в [2] показана возможность регуляризирующего действия электродинамики Эйнштейна-Борна-Инфельда в пространстве-времени массивного заряженного силового центра. Как известно, поле такого центра в теории Эйнштейна-Максвелла описывается решением Рейснера-Нордстрема. Это решение имеет сингулярную точку, в общем случае окруженную двумя горизонтами, радиусы которых зависят от массы силового центра и его заряда. Обобщение этого решения в теории Эйнштейна-Борна-Инфельда приводит к появлению у него качественно новых свойств, проявляющихся, прежде всего, в частичном или полном устранении одного из горизонтов, окружающих сингулярность, и в возможности превышения зарядом черной дыры, с массой M значения максимально допустимого в теории Эйнштейна-Максвелла $\sqrt{GM} < Q$.

Аналогичное влияние нелинейные свойства электродинамики могут оказывать и на движение незаряженных частиц, находящихся в силовом поле заряженной черной дыры. В связи с этим значительный интерес представляет исследование траекторий движения массивных и безмассовых частиц в пространстве-времени заряженного силового центра в теории Эйнштейна-Борна-Инфельда и сравнение свойств этого движения с аналогичными геодезическими в пространстве-времени Райснера-Нордстрема.

В настоящем сообщении приводятся результаты такого исследования для движения фотонов и массивных частиц. С использованием концепции естественной геометрии, получен метрический тензор эффективного пространства-времени для фотона. На основе этого решения исследованы радиальные и круговые изотропные геодезические.

При исследовании орбит массивных незаряженных частиц интерес представляли круговые орбиты и связанные с ними орбиты второго рода. Было установлено, что для черных дыр с промежуточной массой $M = 100M_{\odot} - 500M_{\odot}$ минимально допустимый радиус неустойчивой круговой орбиты массивной частицы в теории Эйнштейна-Борна-Инфельда существенно отличается от радиуса аналогичной орбиты в пространстве Райснера-Нордстрема. Это свойство может оказывать значительное влияние на характер аккреционной картины черной дыры Эйнштейна-Борна-Инфельда.

Литература

- [1] M.Born, L.Infeld, Proc. Roy. Soc. A V. 144, P. 425, (1934).
 [2] В.И. Денисов, В.А. Соколов, ЖЭТФ, Т.140, вып. 6, С.1064, (2011).

MODELS OF PRIMORDIAL AND PRESENT DARK ENERGY IN $f(R)$ GRAVITY

A.A. Starobinsky¹

Landau Institute for Theoretical Physics RAS, Moscow, Russia

¹E-mail:

$f(R)$ gravity where R is the Ricci scalar represents the simplest non-perturbative generally covariant generalization of the Einstein gravity where it is possible to avoid the appearance of new ghost and tachyon degrees of freedom. Thus, this theory can be considered at the same level of generality as general relativity, not in some perturbative regime only. It represents a particular case of scalar-tensor gravity in the limit of the zero Brans-Dicke parameter, but with a non-zero scalar field potential. Its most interesting applications in cosmology are related to the possibility to use it for description of both types of dark energy which have appeared during the Universe evolution: primordial dark energy driving inflation in the early Universe and present dark energy which has much smaller effective energy density. In the case of inflation, the simplest $R+R^2$ model proposed already in 1980 is internally consistent, has a graceful exit to the radiation-dominated FRW stage via the period of reheating in which all matter in the Universe arises as a result of gravitational particle creation, and remains in agreement with the most recent observational data. Moreover, this form of $f(R)$ may be justified by a number of microscopic models. In particular, it describes the gravitational sector of the Higgs inflation. It is possible to construct models describing the present dark energy in $f(R)$ gravity which satisfy all present observational tests. However, these models require a much more complicated form of $f(R)$ and a very low energy scale, so we don't have any reasonable microscopic justification of them at present. More critical is that these models generically cannot reproduce the correct evolution of the Universe in the past due to formation of additional weak singularities and other problems. Thus, to construct complete cosmological models of present dark energy not destroying all previous achievements of the early Universe cosmology including the recombination, the correct BBN and inflation of any kind, one has to change the behaviour of $f(R)$ at large positive R and to extend $f(R)$ to the region of negative R . Combined description of primordial and present dark energy using one $f(R)$ function is possible, too, but it leads to completely different dynamics after inflation during which strongly non-linear oscillations of R occur.

COSMOLOGY WITH NON-MINIMAL DERIVATIVE COUPLING

C.B. Сушков¹

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

¹E-mail: sergey_sushkov@mail.ru

The recent discovery of the accelerating expansion of the Universe has raised new problems before theoretical cosmology. As is well established now, any viable cosmological model has to be able to describe several qualitatively different epoches of the Universe evolution, including the primary inflation, the matter-dominated stage, and the present acceleration (or secondary inflation). Moreover, it is also necessary to explain a mechanism providing an epoch change. Attempts to solve these problems have prompted many theoretical speculations. A plethora of models have been postulated and explored in recent years, including Quintessence, K-essence, Ghost Condensates, Dvali-Gabadadze-Porrati gravity, $f(R)$ gravity, and others.

We investigate a model containing an usual (barionic) matter and the scalar field with non-minimal derivative coupling to the curvature. Generally, coupling terms have the form $\kappa_1 R\phi_{,\mu}\phi^{,\mu}$ and $\kappa_2 R_{\mu\nu}\phi^{,\mu}\phi^{,\nu}$, and the corresponding field equations contain third derivatives of $g_{\mu\nu}$ and ϕ . However, in the specific case $\kappa G_{\mu\nu}\phi^{,\mu}\phi^{,\nu}$ the order of field equations is reduced up to second one.

The non-minimal derivative coupling provides an essentially new inflationary mechanism. At early times, when κ -terms are dominating, the cosmological evolution has the quasi-de Sitter character with $a(t) \sim e^{H_\kappa t}$,

where $H_K = 1/\sqrt{9\kappa}$. Then, in the course of time matter terms become dominating and the inflationary stage is replaced by the matter-dominated epoch. The most likely mechanism of the late-time acceleration of the Universe is a cosmological constant, which is the simplest model and is in good agreement with all observational data. Actually, the cosmological constant Λ is negligible at early stages, when the κ and matter terms are dominating, but it becomes dominating at large values of the scale factor $a(t)$. At this moment the matter-dominated stage of the Universe evolution is changed by the accelerating phase with $a(t) \sim e^{H_\Lambda t}$, where $H_\Lambda = (\Lambda/3)^{1/2}$.

Therefore, in the framework of the model with non-minimal derivative coupling one can naturally obtain the basic stages of the Universe evolution and easily describe transitions from one cosmological phase to another. It is worth also stressing that the model needs no fine-tuned potential.

References

- [1] S.V. Sushkov, Phys. Rev. D **80**, 103505 (2009).
- [2] E.N. Saridakis, S.V. Sushkov, Phys. Rev. D **81**, 083510 (2010).
- [3] S.V. Sushkov, Phys. Rev. D **85**, 123520 (2012).

REGULARITY CONDITIONS FOR STATIONARY (ULTRA)EXTREMAL DIRTY BLACK HOLES

I.V. Tanatarov¹, O.B. Zaslavskii²

¹ИИЦ «Харьковский физико-технический институт», Харьков, Украина,

²Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, Харьков, Украина

¹E-mail: , ²E-mail: ozaslav@kharkov.ua

We consider generic axially symmetric stationary non-static «dirty» black holes (surrounded by matter). The restrictions are found on the asymptotic form of metric in the vicinity of non-extremal, extremal and ultra-extremal horizons, imposed by the conditions of regularity of increasing strength: boundedness on the horizon of Ricci scalar, of scalar quadratic invariants, and of the components of the curvature tensor in the tetrad attached to a falling observer. It is shown, in particular, that in all cases regularity conditions imply the «rigidity» of the horizon's rotation, i.e that horizon's angular velocity ω_H is constant on the horizon as well as its surface gravity. Regularity of geometry is shown also to lead in the horizon limit to the diagonalization of Einstein tensor in the frame of zero angular momentum observer on a circular orbit (ZAMO frame).

СФЕРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНОЕ РЕШЕНИЕ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ СО СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ ДЕЗЕРА-ДИРАКА В ПРОСТРАНСТВЕ РИМАНА - ВЕЙЛЯ

Е.В. Фебрес, Б.Н. Фролов¹

Московский педагогический государственный университет, Москва, Россия

¹E-mail:

Пространство-время, как следствие развитой в [1] калибровочной теории гравитации группы Пуанкаре-Вейля, оказывается наделенным геометрической структурой пространства Картана-Вейля с кривизной, кручением и неметричностью вейлевского типа, а также дополнительной геометрической структурой в виде скалярного поля Дезера-Дирака. При равном нулю кручении это пространство называется пространством Римана-Вейля.

В пространстве Римана-Вейля со скалярным полем Дезера-Дирака найдено статическое сферически симметричное решение для центральной массы m с метрикой

$$ds^2 = e^{\nu-\mu} - e^\mu (e^\lambda dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin\theta d\phi^2)), \quad (1)$$

где функции $\nu(r)$, $\mu(r)$, $\lambda(r)$ подчиняются системе обыкновенных дифференциальных уравнений, в общем случае не интегрируемой в явном виде.

В частном случае, если вектор неметричности Вейля равен нулю, система интегрируется и метрика (1) приобретает вид

$$ds^2 = e^{-\frac{2m}{r}} dt^2 - e^{\frac{2m}{r}} (dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin\theta d\phi^2)). \quad (2)$$

Данная метрика известна как метрика Илмаза-Розена [2]–[5], впервые найденная в оригинальной теории гравитации Илмаза [2], в которой постулировалось, что метрика риманова пространства является функцией гравитационного скалярного поля. Интерес, проявленный к метрике (2), вызван тем,

что данная метрика не имеет сингулярности, характерной для метрики Шварцшильда, и не описывает решение типа черной дыры. В отличие от теории Илмаза, в теории гравитационного поля, развиваемой в [1], метрика и скалярное поле Дезера-Дирака, независимы, что более соответствует подходу, развитому в [4]. Но в [4] скалярное поле вводилось извне, и его существование не являлось необходимым. Поэтому можно сделать вывод, что наличие скалярного поля Дезера-Дирака, которое всегда существует, так как имеет столь же фундаментальный статус, как и метрика [1], ликвидирует существование черных дыр.

Литература

- [1] Babourova O. V., Frolov B. N., Zhukovsky V.Ch. Phys. Rev. D.-2006.-V. 74.- P. 064012-1-12 (ArXive: 0508.088 [gr-qc]).
- [2] Yilmaz H. Phys. Rev.-1958.-V. 111.-P. 1417-1426.
- [3] Rosen N. Gen. Rel. Grav. J.-1973.-V. 4.-P. 435-447.
- [4] Wyman M. Phys. Rev. D.-1981.-V. 24.-P. 839-841.
- [5] Muench U., Gronwald F., Hehl F. W. ArXive: 9801.1036 [gr-qc].-1998.

CHIRAL COSMOLOGICAL MODELS: DARK SECTOR FIELDS DESCRIPTION AND LATER INFLATION

*S.V. Chervon*¹

*Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov, Ulyanovsk,
Russia*

¹E-mail:

This presentation is devoted to a Chiral Cosmological Model as the self-gravitating nonlinear sigma model with the potential of (self)interactions employed in cosmology. The chiral cosmological model has successive applications in descriptions of the inflationary epoch of the Universe evolution; the present accelerated expansion of the Universe also can be described by the chiral fields multiplet as the dark energy in wide sense. To be more illustrative we are often addressed to the two-component chiral cosmological model. Namely, the two-component chiral cosmological model describing the phantom field with interaction to a canonical scalar field is analyzed in details. New generalized model of quintom character is proposed and exact solutions are founded out.

In this contribution we will represent the perturbation theory for chiral cosmological model with the aim to describe the structure formation using the progress achieved in the inflation theory. It was shown that cosmological perturbations from chiral fields can be decomposed for inflaton and the dark sector perturbations. The two-component model is investigated in details; the general solution for shortwave approximation is obtained and analyzed for power law Universe expansion. New issue for understanding the features of Universe evolution is proposed by consideration of the dark sector fields on the inflation background. The results are illustrated for the solutions for exponent and power law inflation in the short- and long-wave approximation.

НОВЫЙ КЛАСС КОСМОЛОГИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ДЛЯ САМОГРАВИТИРУЮЩЕГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

*С.В. Червон, А.А. Чаадаев*¹

*Ульяновский педагогический университет им. И.Н. Ульянова, Ульяновск,
Россия*

¹E-mail:

Самосогласованная система уравнений самогравитирующего скалярного поля в пространстве Фридмана-Робертсона-Уокера неизбежно исследуется при рассмотрении ранней и поздней космологической инфляции. Поиск точных решений может проводиться различными методами, в том числе непосредственным интегрированием при заданном потенциале, на основе известного закона эволюции скалярного поля, методом точной настройки потенциала и некоторыми другими методами [1]. При переходе

от космического времени к зависимости масштабного фактора a , параметра Хаббла H и потенциала от скалярного поля φ уравнение Фридмана сводится к уравнению типа Гамильтона – Якоби [2]

$$\left(\frac{dH}{d\varphi}\right)^2 - \frac{3\kappa}{2}H^2 + \frac{\kappa^2}{2}V = \frac{\kappa}{2}\Lambda \quad (1)$$

Здесь κ - гравитационная постоянная Эйнштейна, Λ - космологическая постоянная. В докладе будут представлены новые решения, полученные на основе специального разбиения уравнения (1), приводящего к фиксированному виду потенциала $V(\varphi) = C_1(\cosh \lambda\varphi)^\alpha + V_0$, где C_1, V_0, α - константы. Решения в общем виде выражаются через гипергеометрические функции; при ограничениях на константы найдены примеры в элементарных функциях. Установлено соответствие полученных решений с теми, которые были получены ранее для аналогичных потенциалов, в частности в работе [3].

Литература

- [1] Червон С.В. Нелинейные поля в теории гравитации и космологии / С.В. Червон // Ульяновск: изд-во УлГУ. – 1997. – 191 С.
 [2] Иванов Г.Г. в сб. Гравитация и теория относительности под. ред. В.Р. Кайгородова. – Казань: изд-во КГУ. – 1981. – Вып.18. – С. 54-60.
 [3] Starkovich S.P., Cooperstock F.I., Astrophysical J., **398** 1, 1992.

ТОЧНЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ НА БРАНЕ РАНДАЛЛ - САНДРУМ

С.В. Червон, Е.В. Шабанов¹

Ульяновский педагогический университет им. И.Н. Ульянова, Ульяновск,
Россия

¹E-mail:

Современная космология все больше апеллирует к альтернативным теориям гравитации, в частности к космологическим моделям на бране, которые играют заметную роль в объяснении ускоренного расширения Вселенной. Модели синглетного скалярного поля получили достаточное распространение при исследовании космологических моделей на бране Рандалл-Сандрум [1].

Рассматривая сценарий мира на бране Рандалл – Сандрум [2] в 4+1 измерениях, уравнение Фридмана

$$H^2 = \frac{1}{3M_p^2}\rho \left(1 + \frac{\rho}{2\lambda_b}\right) + \frac{\Lambda_4}{3} + \frac{\mathcal{E}}{a^4}, \quad (1)$$

приводится к виду

$$H^2 = \frac{1}{3M_p^2}W \left(1 + \frac{W}{2\lambda_b}\right). \quad (2)$$

Добавляя уравнение на скалярное поле

$$3HU = -W'_\phi, \quad W = V + \frac{1}{2}U^2, \quad U(\phi) = \dot{\phi} \quad (3)$$

и используя метод конструирования точных космологических решений, предложенный в работе [3], интегрируем полученное уравнение и находим суперпотенциал W . Параметр Хаббла H определяем в квадратурах

$$W = \lambda_b \left(\cosh \left(\frac{M_p}{\sqrt{6}\lambda_b} \int U(\phi) d\phi \right) - 1 \right), \quad (4)$$

$$H = \sqrt{\frac{\lambda_b}{6}} M_p^{-1} \sinh \left(\frac{M_p}{\sqrt{6}\lambda_b} \int U(\phi) d\phi \right). \quad (5)$$

Зависимость физического потенциала можно определить из следующего уравнения:

$$V(\phi) = \lambda_b \left(\cosh \left(\frac{M_p}{\sqrt{6}\lambda_b} \int U(\phi) d\phi \right) - 1 \right) - \frac{1}{2}U(\phi)^2. \quad (6)$$

В докладе будут представлены новые классы точных решений, полученных на основе заданных зависимостей скалярного поля от космического времени, которые рассматривались ранее в моделях инфляции.

Литература

- [1] Roy Maartens. *Brane-world gravity*, LivingRev.Rel.7:7,2004 – <http://arxiv.org/abs/gr-qc/0312059v2>
- [2] L. Randall, R. Sandrumm, Phys Rev Lett. **83** 3370 (1999); Phys Rev Lett. **83** 4690 (1999).
- [3] Червон С.В., Сами М. Точные решения космологической инфляции на бране Рандалл – Сандрум / С.В. Червон, М. Сами // «Исследовано в России» – URL <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2009/088.pdf>

EXACT SOLUTIONS FOR QUINTOM CHIRAL COSMOLOGICAL MODEL

S.V. Chervon. and R.R. Abbyazov¹

Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov, Ulyanovsk,
Russia

¹E-mail:

After the discovery of the Universe acceleration the concept of Dark Energy (DE) has been actively studied. First of all DE is considered as the cosmological constant and the scalar field (quintessence, phantom, tachyon etc.). Other presentations of DE include modified gravity, Chaplygin gases and quintom model as a joining of quintessence and phantom fields [1].

In this contribution we present the generalization of the quintom model on the basis of the chiral cosmological model and found out the exact solutions for the special case when the potential of interaction is the constant.

We suggest the quintom model parametrization as the two component chiral cosmological model [2] with the target space metric

$$ds_\sigma^2 = h_{11}(\phi, \psi)d\phi^2 + 2h_{12}(\phi, \psi)d\phi d\psi + h_{22}(\phi, \psi)d\psi^2.$$

First of all let us consider quintom analog to $SO(3)$ chiral cosmological model. To derive the system of Einstein and chiral fields equations for the quintom generalization of $SO(3)$ model we choose $h_{11} = -1$, $h_{22} = \sin^2 \phi$, $h_{12} = 0$ and take into consideration a spatially-flat Universe (with gravitation constant $\kappa = 1$). Also we suggest that the potential of (self)interaction can be account as the constant during some period of Universe evolution in analogy with inflationary period, when the potential is considered as plane [3]. From the other hand we can represent the same situation as a pure kinetic model with the cosmological term. Thus we denote $V = const = \Lambda$. The solutions for quintom analog to $SO(3)$ model are

$$a = a_* [\cosh(\sqrt{3\Lambda}t)]^{1/3},$$

$$\cos \phi = -\frac{\sqrt{C_1^2 + 2\Lambda}}{\sqrt{2\Lambda}} \sin \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \arctan(\sinh(\sqrt{3\Lambda}t)) + C_2 \right),$$

$$\psi - \psi_0 = \frac{1}{2a_*} \left[\ln \left| \frac{C_1}{\sqrt{2\Lambda}} \tan z + 1 \right| - \ln \left| \frac{C_1}{\sqrt{2\Lambda}} \tan z - 1 \right| \right],$$

$$z = \sqrt{\frac{2}{3}} \arctan(\sinh(\sqrt{3\Lambda}t)) + C_2.$$

Wide set of exact solutions for other type of the kinetic interactions between quintom and phantom fields will be presented in our talk.

Литература

- [1] E.J. Copeland et al, *Int. J. Mod. Phys. D* **15**, 1753 (2006)
- [2] S.V. Chervon, *Russ.Phys.J.*, New York, v.38, 539 (1995)
- [3] E.W. Kolb and M.S. Turner, *The Early Universe*, Addison-Wesley, Redwood City, California (1990)

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕРАВНОВЕСНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

А.Г. Ширяев¹

Казань, Казанский (Приволжский) федеральный университет
научный руководитель проф. Ю.Г. Игнатьев

¹E-mail: alexandr999@list.ru

В работах Ю.Г. Игнатьева, Д.Ю. Игнатьева [1] - [3] была предложена и исследована модель неравновесной Вселенной в предположении восстановления скейлинга взаимодействия частиц при сверхвысоких энергиях. В работе Д.Ю. Игнатьева [4] была сформулирована математическая модель анизотропной неравновесной Вселенной. Чрезвычайная сложность этой модели не позволила построить ее численную модель; но при этом были получены формальные решения кинетических уравнений для слабонеравновесной модели. В настоящей работе на основе этих решений строится модель слабонеравновесной и слабоанизотропной Вселенной. Формулируются интегральные уравнения типа уравнений энергоданса и строится компьютерная модель эволюции слабоанизотропной Вселенной.

Литература

- [1] Yu.G. Ignatyev. Kinetics of the nonequilibrium Universe. I. Local thermodynamic equilibrium condition. // *Gravitation & Cosmology*, **13** No 1(49), 31 (2007).
- [2] Yu.G. Ignatyev and D.Yu. Ignatyev. Kinetics of the nonequilibrium Universe. II. Kinetics of Local thermodynamic equilibrium recovery. // *Gravitation & Cosmology*, **13** No 2(50), 101 (2007).
- [3] Yu.G. Ignatyev and D.Yu. Ignatyev. Kinetics of non-equilibrium Universe. III. Stability of non-equilibrium scenario. // *Gravitation & Cosmology*, **14** 2008, No 4, pp. 309-313.
- [4] Игнатьев Д.Ю. Кинетическая модель анизотропной Вселенной / Д.Ю. Игнатьев // Вестник ТГГПУ, No 4. – 2010, – С. 36-42.

ВСЕЛЕННАЯ С ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТЬЮ С НЕЛИНЕЙНЫМ УРАВНЕНИЕМ СОСТОЯНИЯ

Д.М. Янишевский¹

ПГНИУ, Пермь, Россия

¹E-mail:

Рассмотрена плоская модель Вселенной для метрики с интервалом

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2),$$

с феноменологическим уравнением состояния вещества

$$p = w(t) + f(\rho) + \Lambda(t),$$

введенным в [1]. При этом мы следовали подходу к выбору $f(\rho)$, изложенному А.В. Тимошкиным и Е.А. Савушкиным в [2]. В [2] и [3] при моделировании темной энергии разными авторами были исследованы случаи периодической и линейной зависимости $w(t)$, в настоящей же работе исследована космологическая модель, соответствующая $w(t)$, асимптотически стремящейся к постоянной величине. Воспользовавшись фридмановским решением уравнений Эйнштейна и законом сохранения энергии для идеальной жидкости, мы получили зависимость плотности от времени вида

$$\rho(t) = \frac{\alpha}{A} \left(-1 + e^{At\sqrt{3}/2} \left(1 + \frac{k\sqrt{3}}{2\beta} \right) \right) - \frac{\alpha e^{-\beta t}}{A + \frac{2\beta}{k\sqrt{3}}} - 2,$$

где A, α, k, β – постоянные из уравнения состояния, где взято

$$w(t) = -1 + \alpha(1 + e^{-\beta t}), f(\rho) = A\sqrt{\rho}, \Lambda = 0,$$

причем $\beta > 0, k^2 = 8\pi G$, и аналогичные зависимости $a(t), H(t)$. Данное решение содержит одну сингулярность при $t = 0$ и в зависимости от знаков параметров уравнения состояния по-разному ведет себя при стремлении t к бесконечности, эти случаи рассмотрены в настоящей работе.

Литература

- [1] Brevik I., Nojiri S., Odintsov S.D., Vanzo L. //Phys. Rev.-2004.-V.D70.-P. 043520, [hep-th] 0401073.
- [2] А.В. Тимошкин, Е.В. Савушкин // Изв. вузов. Физика.-2011.-№5.-С.16-19
- [3] О.Г. Горбунова // Изв. вузов. Физика.-2007.-№1.-С.94-95.

ЧАСТЬ 3. В ПОРЯДКЕ ДИСКУССИИ



В порядке дискуссии: от редактора

Помещенная ниже статья не вполне соответствует стилю и уровню Gracos и содержит ряд не обоснованных утверждений, а также достаточно вольных трактовок результатов современной теории гравитации и космологии, имея более философский, чем теоретико-физический характер. На взгляд редактора Автор статьи не вполне знаком с современным состоянием космологии и огромным количеством наблюдательных фактов, полученных в последние годы. Тем не менее, редактор после долгих колебаний решил все же включить ее в сборник трудов конференции — в конце-концов Gracos обладает хорошо отработанным инструментарием научных дискуссий и круглых столов, который отделит зерна от плевел. И мне кажется, что Автор статьи получит на Gracos'e необходимую точную информацию о современном состоянии космологии, которая будет ему полезна для дальнейших исследований. При редактировании статьи были опущены все выделения текста `\textbf{text}`, как не соответствующие строгому научному стилю сборника трудов конференции.

Юрий Игнатьев

НАГРЕВ ХОЛОДНОЙ ВСЕЛЕННОЙ КАК АЛЬТЕРНАТИВА «БОЛЬШОМУ ВЗРЫВУ»

В.Д. Андреев¹

Киев, Украина

¹E-mail: andreyev_v@mail.ru

Введение

Наблюдаемую Вселенную можно охарактеризовать как развивающееся во времени материальное пространственно-временное образование, состоящее из «вмороженной» в абстрактное 4-координатное пространство-время некоей исходной физической 4-мерной среды (синонимы: субстанция, физический вакуум, эфир), способной деформироваться (изменять геометрию), передавать колебания и действие на расстоянии с конечной скоростью распространения, порождать различного рода поля и квантовые объекты в виде нестабильных и стабильных элементарных частиц, которые объединяются в атомы и их последующие скопления различных размеров - от молекул до галактик. Такое представление о материальности пространства-времени является базисом ОТО («Физическое пространство немислимо без эфира», (А.Эйнштейн, Эфир и теория относительности, 1920) и, собственно, всей наблюдательной (природной и экспериментальной) физики.

Вопрос о начальных условиях возникновения Вселенной, как материального пространственно-временного объекта, в результате современных астрофизических открытий перешел с уровня умозрительных философствований на уровень построения физических гипотез, способных объяснить наблюдаемые явления космологического масштаба. Эти гипотезы, по большому счету, разделились на гипотезы холодной «бесконечной» Вселенной и Вселенной, возникшей из горячей «сингулярности». Последняя гипотеза многими исследователями считается практически доказанной, т. е. переводится в ранг теории — теории «Большого Взрыва». Как известно, нейтронное состояние, как исходное, лежит в основе Гамовской гипотезы «горячей Вселенной». Эта гипотеза, а также последующие более детализированные ее модификации, рисуют картину развития Вселенной на основе ДВУХ наблюдаемых явлений: 1) хаббловского «красного смещения спектра», трактуемого как разлет галактик со скоростями $v(R) = RH$, пропорциональными расстоянию R от точки наблюдения, т. е. как расширение Вселенной от некоего *сингулярного* высокотемпературного объема; 2) наличия *равновесного* «реликтового» излучения с чернотельной температурой $\sim 2,7^\circ K$, трактуемой как остаточная температура охлаждения при адиабатическом расширении первоначально горячей Вселенной.

Однако не преодоленной трудностью в этой картине остается то, что гипотеза начальной (одно-разовой или циклической) сингулярности опирается только на веру существования подобного, т. е. сингулярного, бесконечно плотного пространственно-временного объекта, требующего, кроме прочего, наличия вмещающего окружения (по определению сингулярности — в чем?), т. е. пространства с неизвестной размерностью, метрикой и физическими свойствами, исключаемого (или игнорируемого!)

в существующих гипотезах. Собственно же развитие физических процессов во времени от начала расширения сингулярности до наблюдаемой Вселенной может быть представлено лишь умозрительно без опоры на какие-либо физические законы, действующие при плотностях $\rho > 10^{94} \text{ г/см}^3$ и температурах $T > 10^{13} \text{ }^\circ\text{K}$ неизвестной материи. Эти начальные условия в «горячей Вселенной» соответствуют максимально достижимой энтропии в Природе, что создает неразрешимую термодинамическую проблему уменьшения энтропии до современного низкоэнтропийного состояния, т. е. нарушения второго начала термодинамики — закона возрастания энтропии. Кроме того, «... сам факт расширения в существующей теории есть результат начального распределения скоростей. Причина этого начального распределения пока неизвестна» [1].

А самые последние наблюдения с помощью орбитального телескопа «Хаббл» зафиксировали галактические объекты на расстоянии порядка $10 \div 13$ млрд. световых лет, т. е. сформировавшиеся примерно за $2 \div 5$ млрд лет с начала «рождения» Вселенной. Следовательно, эти объекты по времени существования моложе (!) Солнечной системы. Однако они выглядят как галактики хотя и на ранней, но не дозвездной (!), стадии развития и плотность их скопления в пространстве не увеличивается по мере приближения к сингулярному «Началу Времени», как это должно было бы иметь место (в данном случае примерно в 1000 раз) согласно гипотезе «Большого Взрыва». В то же время гипотеза изначально бесконечной Вселенной, как материальной 4-среды, представляющей собой в исходном состоянии холодную бесструктурную пространственно-временную субстанцию — физический вакуум, позволяет сконструировать картину развития Вселенной по «холодному» сценарию, объясняющему как закон распределения скоростей расширения пространства, так и «реликтовую» температуру равновесного излучения.

Нагрев и расширение Вселенной

По «холодному» сценарию исходная бесструктурная фаза 4-среды, заполняющая бесконечную Вселенную, находится в неустойчивом равновесном термодинамическом состоянии с нулевой энтропией как $S_o = (E - F)/T = Q_o/T_o = 0, (Q_o = 0, T_o = 0)$, т. е. свободная энергия F равна полной энергии E при нулевой температуре T_o , или как $S_o = k \ln W = 0$, т. е. при термодинамической вероятности $W = 1$, соответствующей единственности исходного состояния. Потеря исходного неустойчивого термодинамического состояния в локальных очагах флуктуационных скачков $S_o \rightarrow S > 0$ при $Q_o \rightarrow \Delta Q > 0, T_o \rightarrow T > 0$ за счет необратимых термодинамических процессов перераспределения свободной и полной энергии в случайным образом распределенных в бесконечном «холодном» пространстве областях открытой системы, приводит к некоему фазовому переходу 4-среда \rightarrow (???) $\rightarrow \sum$ нейтрон (как вариант, по деформационно-кинематическому механизму [2]), т. е. к возникновению «горячих» точек с Гамовским нейтронным состоянием.

В этих областях после β -распадов $\sum \text{нейтрон} \rightarrow \sum (\text{протон} + \text{электрон} + \text{нейтрино})$ и последующего объединения возникающих частиц в атомы вследствие электромагнитного — протон-электронного и ядерного — протон-нейтронного и протон-протонного взаимодействий образуется смесь стабильного водорода (протон+электрон) и гелия-4 (2 нейтрон+2 протон+2 электрон) с незначительной примесью гелия-3 (нейтрон+2 протон+2 электрон) и дейтерия (нейтрон+протон+электрон).

Это отражает картину образования атомов легких элементов от водорода до гелия, т. е. до 5-нуклонного скачка распространенности элементов, после которого нуклеосинтез более тяжелых атомных ядер возможен при достигаемых только в ядрах галактик и звезд высоких температурах и давлениях. Такой сценарий содержит в себе причину распределения скоростей $v = RH$, как эффекта нагрева исходно холодной Вселенной до наблюдаемой температуры так называемого «реликтового» излучения, отражающей существующее соотношение между энергиями (массами) вещества и данного излучения во Вселенной.

Действительно, в настоящее время Вселенная более чем на 90% заполнена водородом — продуктом рекомбинации обломков β -распадов нейтронов. Поэтому, если считать, что в основе всех преобразований вещества и излучений лежит первичное преобразование массы нейтрона в результате β -распада в массу протона и электрона и энергию, распределенную между энергией $\Delta\varepsilon_\nu$ нейтрино и кинетической энергией $\Delta E_{(p+e)}$ электрона и протона, т. е. $m_n \rightarrow m_p + m_e + \Delta\varepsilon_\nu + \Delta E_{(p+e)}$, то кинетическая энергия $\Delta E_{(p+e)} = [m_n - (m_p + m_e + \Delta\varepsilon_\nu)]$ заряженных частиц в результате их торможений-ускорений при взаимодействиях и рекомбинациях в атомы, сопровождаемых излучением и переизлучением электромагнитных волн, в конечном итоге преобразуется в равновесное (чернотельное) излучение $\Delta E_{(p+e)} \rightarrow \sum h\nu$ с плотностью $\rho_{\sum h\nu} = aT^4$ ($a = 5,67 \cdot 10^{-5} \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{град}^4$ — постоянная Стефана-Больцмана). В этом случае соотношение между массой (энергией) равновесного излучения $\sum h\nu \approx \Delta E_{(p+e)}$ и массой

(протон + электрон) должно составлять (без учета энергии нейтрино) величину

$$\Sigma h\nu / (m_p + m_e) \approx [m_n - (m_p + m_e)] / (m_p + m_e) \approx 10^{-3}, \quad (1)$$

что совпадает с наблюдаемым во Вселенной соотношением плотностей равновесного «реликтового» излучения и вещества [1]¹⁾:

$$\rho_{\Sigma h\nu} / \rho_{\Sigma m} = (5 \cdot 10^{-34} \text{ г/см}^3) / (5 \cdot 10^{-31} \text{ г/см}^3) \approx 10^{-3}. \quad (2)$$

Наличие равновесного излучения $\Sigma h\nu$ соответствует нагреву физического пространства Вселенной до температуры $T = (\rho_{\Sigma h\nu} / a)^{1/4}$, что должно приводить к изотропному расширению среды как $\Delta V / V_o = \alpha \Delta T$, (здесь α — коэффициент теплового расширения, $\Delta T = T - T_o$ — разность температур, $V_o = 4/3 \pi r^3$ — единичный нагреваемый объем).

В этом случае точка, лежащая на расстоянии $R = n \cdot r(V_o)$, $n = R/r(V_o) \in [1, \dots, \infty)$ от точки O начала отсчета (Рис. 1.), при расширении некоторого единичного объема $V_o = 4/3 \pi r^3$ на радиальную величину dr сдвинется от точки O до расстояния $R' = n(r + dr) = R + n dr = R + (R/r)dr$ за время dt с лучевой (относительно точки O) мультипликативной скоростью

$$v(R) = (R + n dr) / dt = n dr / dt = R (dr/r) / dt = RH, \quad (3)$$

где $H = (dr/r) / dt = \varepsilon / dt$ ($\dim[H] = \dim[1/t]$) — скорость относительной деформации $\varepsilon = dr/r$.

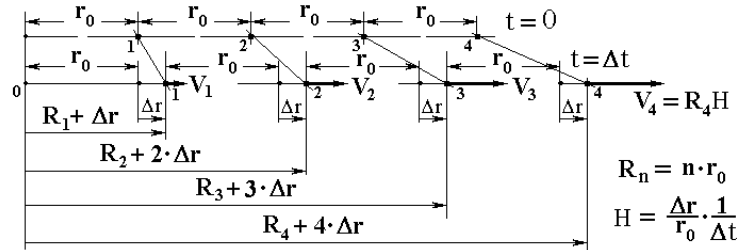


Рис. 1.

Для теплового расширения

$$dr/r = 1/3 dV/V = 1/3 \alpha dT, \quad (4)$$

и, следовательно,

$$H = (dr/r) / dt = 1/3 \alpha dT / dt = H_T, \quad (5)$$

$$v(R) = R \cdot 1/3 \alpha dT / dt = RH_T. \quad (6)$$

Таким образом, закон скоростей $v(R) = RH_T$ теплового расширения Вселенной при скорости нагрева $dT/dt \approx Const$ в (6), справедливый при наблюдении из любой точки пространства, может служить альтернативой закону скоростей разлета при «Большом Взрыве» и не требует объяснения причины начального распределения скоростей, так как это распределение заложено в физике самого процесса теплового расширения материальной среды.

Следствия эволюционного развития Вселенной как результата преобразования холодного физического вакуума в вещество и излучение

Из $v(R) = dR/dt = RH$ следует: $R(t) = R(t_o) \cdot e^{\int_{t_o}^t H(t) dt}$ или $R(t) = R(t_o) \cdot e^{H \cdot (t-t_o)}$ (при $H = Const$ и t_o — время начала отсчета), т. е. расстояние между двумя точками пространства всегда конечно, так как $R(t) \rightarrow 0$ только при $(t - t_o) \rightarrow -\infty$, и, следовательно, пространственная сингулярность в любой момент времени $t > -\infty$ исключается. Действительно, если принять $H = c/R_\infty \approx 1/t_H$, где $R_\infty = cH^{-1} = ct_H$ — условный «радиус Вселенной» («горизонт» наблюдения), на котором $v(R_\infty) = c$, и t_H — условное «время существования» Вселенной, то при $t_{-H} = (t - t_o) = -1/H$ имеем $R_\infty(t_{-H}) = R_\infty e^{-1}$, т. е. точка, лежащая на наблюдаемом «радиусе Вселенной», t_{-H} лет назад была на расстоянии

¹⁾ Попытка объяснить излучение с температурой $\sim 3^\circ K$ конденсацией твердого водорода не увенчалась успехом (см. [1]).

в $e = 2,718$ раз меньшем наблюдаемого R_∞ и двигалась от $R_\infty(t_{-H})$ до R_∞ в течение времени $t_H = (t - t_o) = 1/H$ со скоростью $v(t) = HR(t) = HR_\infty(t_{-H}) \cdot e^{H \cdot (t-t_o)} = c \cdot e^{H \cdot (t-t_o)-1} \leq c$, а точка, лежавшая в момент излучения светового сигнала на «радиусе Вселенной» R_∞ , ушла за время t_H за «горизонт» наблюдения (т. е. стала не видимой) с мультипликативной относительно наблюдателя скоростью $v(t) = HR_\infty \cdot e^{H \cdot (t-t_o)} = c \cdot e^{H \cdot (t-t_o)} \geq c$ на расстояние $R_\infty(t_H) = 2,718 R_\infty$, т. е. в $e = 2,718$ раз большее наблюдаемого R_∞ .

При этом с очевидностью следует, что время $t_H = 1/H = R_\infty/c$ не имеет никакого отношения к времени «существования» Вселенной, а соответствует времени прохождения световым сигналом расстояния от точки, находившейся на «горизонте Вселенной», до точки наблюдения O с потерей за счет доплер-эффекта частоты световой волны до нуля при удалении излучателя со световой скоростью.

Из наблюдаемого распределения скоростей расширения $v = RH$, одинакового по всей радиально обусловленной временной шкале $t = R/c$ при $H(R) \approx Const$, с необходимостью следует, что в течение времени теплового расширения, в силу $H = (dr/r)/dt \sim dT/dt$ (5), скорость нагрева должна быть постоянной, т. е. $v_T = dT/dt \sim H(R) = Const$ и $T(t) = v_T t$. Следовательно, если нагрев пространства Вселенной до наблюдаемой равновесной температуры $T_\infty \approx 2,7^\circ K$ происходил равномерно в течение некоторого времени нагрева $t_T \gtrsim t_H$, то скорость нагрева будет равна $v_T = T_\infty / t_T$. В силу взаимосвязи температуры излучения с его внутренней энергией как $U = aT^4 \Delta V = \rho_{\Sigma h\nu} \Delta V$ увеличение температуры на величину ΔT приведет к соответствующему увеличению энергии $U + \Delta U = a(T + \Delta T)^4 \Delta V$.

Поэтому скорость изменения плотности энергии излучения (при $T_\infty \approx 2,7^\circ K$, $a = 5,67 \cdot 10^{-5} \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{град}^4$) будет равна

$$v_{h\nu}(t) = \frac{d\rho_{\Sigma h\nu}}{dt} = a \frac{dT^4}{dt} = 4a v_T^4 t^3 = 4a \frac{T_\infty^4}{t_T^4} t^3 \approx 20 \cdot 10^{-34} t^3 / t_T^4 \quad (\text{э/см}^3) / \text{сек}, \quad (7)$$

что соответствует зависимости плотности наблюдаемого равновесного излучения от времени

$$\rho_{\Sigma h\nu}(t) = a (T_\infty / t_T)^4 t^4 \approx 5 \cdot 10^{-34} t^4 / t_T^4 \quad \text{э/см}^3. \quad (8)$$

Последние цифры пропорциональны цифрам изменения во времени плотности наблюдаемого в объеме Вселенной вещества, возникающего при распаде нейтронов:

$$v_{\Sigma H}(t) = \frac{d\rho_{\Sigma H}}{dt} \sim 10^3 v_{h\nu} \approx 20 \cdot 10^{-31} t^3 / t_T^4 \quad (\text{э/см}^3) / \text{сек}, \quad (9)$$

$$\rho_{\Sigma H}(t) = 10^3 \rho_{\Sigma h\nu}(t) = 10^3 a (T_\infty / t_T)^4 t^4 \approx 5 \cdot 10^{-31} t^4 / t_T^4 \quad \text{э/см}^3, \quad (10)$$

что, в свою очередь, характеризует динамику превращения *докорпускулярной* материи исходной бесструктурной 4-среды в материю первичных *нуклонов, электронов, нейтрино* и *излучений* и, таким образом, отражает картину «холодного» развития Вселенной с образованием атомов легких элементов от водорода до гелия, т. е. до элементов 5-нуклонного барьера. Дальнейшая судьба этой смеси газо-плазменной и бесструктурной *докорпускулярной* материи, как диссипативной самоорганизующейся системы, фрагментирующейся на области звездных и галактических масштабов, определяется локальными гравитационными, электромагнитными и ядерными взаимодействиями, приводящими к возникновению активных ядер галактик, звезд и др. объектов, в которых преодолевается 5-нуклонный барьер образования наблюдаемых в Природе элементов.

Закключение

Гипотеза нагрева бесконечной Вселенной до температуры «реликтового излучения», приводящая к объяснению хаббловского «красного смещения», как эффекта теплового расширения пространства, приводит к существенному упрощению геометро-физической природы Вселенной без потери физичности объяснений наблюдаемых явлений космических и космологических масштабов.

Так, если исходить из предположения, что хаббловский параметр $H = c/R_\infty$ не связан с космологическими моделями ОТО и им подобными, а объясняется только тепловым расширением пространства, то исключаются необходимость в гипотезе «Большого Взрыва» с его неразрешимыми проблемами физики сингулярного состояния, начального распределения скоростей и трактования времени $t_H = 1/H$, как времени «существования» Вселенной.

Данная гипотеза позволяет изменить концепцию существования Вселенной и ее «заполняющих» объектов и явлений с доминирующего в настоящее время представления о внезапности возникновения из некоего пространственно сингулярного «зародыша» и конечности наблюдаемого времени развития на представление о пространственно бесконечной материальной докорпускулярной среды, движения и деформации которой в локальных, неоднородно распределенных во времени и пространстве областях являются источниками возникновения «горячих» и «холодных» точек, порождающих вещество в виде частиц и излучений, взаимодействие которых определяет их дальнейшее развитие в галактиках, звездах, планетах, газовых и пылевых скоплениях и т. д.

В этом представлении сохраняются все объективные теоретические наработки по физике процессов образования тех или иных объектов и явлений при отнесении этих процессов к локальным областям бесконечной во времени и пространстве Вселенной, сингулярное состояние которой в рассматриваемой модели исключается.

Литература

- [1] Зельдович Я.Б. Строение и эволюция Вселенной / Я.Б. Зельдович, И.Д. Новиков // Москва: Наука. – 1975.
- [2] Андреев В.Д. Электромагнитные и гравитационные явления как эффекты напряженно-деформированного состояния и кинематики движения 4-мерной среды в модели инверсно-сопряженных пространств / В.Д. Андреев // Международная конференция «Petrov 2010 Anniversary Symposium on General Relativity and Gravitation», Тезисы докладов, Казань: Изд-во КГУ. – 2010. – С. 27–29.

ЧАСТЬ 4. MEMORIAL:
НАШИ ЮБИЛЯРЫ и КОНФЕРЕНЦИИ

ПЕРСОНАЛИИ



ВИТАЛИЙ НИКОЛАЕВИЧ МЕЛЬНИКОВ

Ю.Г. Игнатьев¹

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань

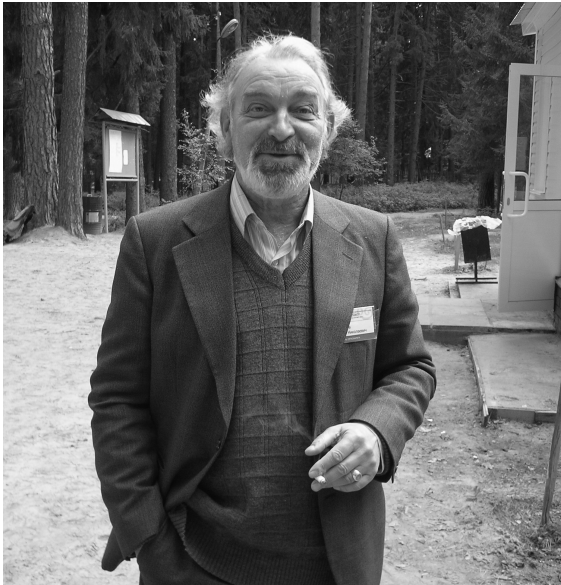
¹E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

Рис. 1. Президент, который всегда оправдывает свое имя

В прошлом году президенту Российского гравитационного общества, главному редактору журнала *Gravitation and Cosmology*, председателю оргкомитетов Российских гравитационных конференций Виталию Николаевичу Мельникову исполнилось 70 лет. Ниже мы приводим поздравление Казанской гравитационной группы. Лично от себя я хочу выразить глубокую признательность Виталию Николаевичу за своевременную поддержку исследований Казанской гравитационной группы в области общерелятивистской кинетики. В середине 70-х годов, когда совсем еще зеленые ассистенты и аспиранты кафедры теории относительности и гравитации Казанского университета пытались пробиться со своими результатами на научные семинары и в научные журналы, Виталий Николаевич, будучи уже тогда правой рукой Кириллы Прокопьевича Станюковича, помог нам это сделать, разглядев за нашими, тогда еще невразумительными, научными притязаниями новое перспективное направление.

«Дорогой Виталий Николаевич! От имени Казанской гравитационной группы разрешите поздравить Вас с Вашим юбилеем и пожелать Вам крепкого здоровья, бодрости и веселия духа, неиссякаемого источника творчества и мудрости, а также личного счастья и счастья Вашей семье, процветания Вашего коллектива, исполнения всех Ваших многочисленных творческих планов. В этот день Казанская гравитационная группа среди Ваших многочисленных достоинств и достижений хочет выделить следующие, на наш взгляд, наиболее значительные:

- Ваш несомненный талант физика-теоретика и способность генерировать новые идеи в фундаментальной области теоретической физики;
- Вашу неиссякаемую научную любознательность и энциклопедический универсализм, позволяющие Вам всегда быть на передовых рубежах науки и точно оценивать работы других ученых, в том числе и молодых;
- Ваши неравнодушное, горячее и молодое сердце, Вашу постоянную доброжелательность;
- Ваши порядочность и интеллигентность;
- Вашу бескорыстную поддержку молодых ученых и новых направлений в теоретической физике и теории гравитации;
- Ваш вклад в создание и развитие Советского/Российского гравитационного общества, сохранения его в тяжелейшие годы «перестройки» и «постперестройки» и мудрого руководства им в течение 22 лет;
- Создание Вами Российского журнала *Gravitation & Cosmology* и гибкое и мудрое руководство им в течение 16 лет;
- Вашу постоянную поддержку Казанской гравитационной группы, многие члены которой выросли при Вашем непосредственном участии и покровительстве;
- Ваши скромность и бескорыстность.

Для многих, начинающих ученых Вы, несомненно, являетесь образцом настоящего Ученого, а Ваша научная биография – примером бескорыстного служения Науке и Истине.»

АЛЕКСЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ СТАРОБИНСКИЙ

Ю.Г. Игнатьев¹

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань

¹E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

Рис. 1. Академик Старобинский Алексей Александрович

В следующем году активному члену Оргкомитета Gracos, неизменному руководителю секции «Космология», Алексею Александровичу Старобинскому исполняется 65 лет. Мы поздравляем его с будущим юбилеем, а также несколько запоздало — с избранием его действительным членом Российской академии наук по отделению физических наук (физика и астрономия).

«Родился 19.04.1948, Москва. Главный научный сотрудник Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН (г. Черноголовка, Московская обл.), член Немецкой национальной академии наук, лауреат премии им. А.А. Фридмана РАН и международной премии Томалла (Швейцария), награжден медалью О. Клейна (Шведская королевская академия наук).

Член-корреспондент с 30.05.1997 – Отделение общей физики и астрономии (астрономия);

Академик с 22.12.2011 – Отделение физических наук (физика и астрономия)»

URL: http://www.ras.ru/win/db/show_per.asp?P=.id - 388.ln-ru.dl-pr-inf.uk-12

Материал из Википедии

Алексей Александрович Старобинский (род. 19 апреля 1948, Москва) — российский физик-теоретик, автор работ по гравитации и космологии. Один из создателей современной теории рождения Вселенной — теории инфляции. Академик РАН (2011). Главный научный сотрудник Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН.

Совместно с Я.Б. Зельдовичем рассчитал количество частиц и среднее значение тензора энергии-импульса квантовых полей в однородной анизотропной космологической модели. Вместе с ним же продемонстрировал Стивену Хокингу, что в соответствии с принципом неопределенности квантовой механики вращающиеся черные дыры должны порождать и излучать частицы [2]. Совместно с Ю.Н. Парийским и др. обнаружил флуктуации температуры реликтового излучения.

Вместе с А. Гуттом и А.Д. Линде является основоположником теории ранней Вселенной с де-ситтеровской (инфляционной) стадией. Наиболее важные результаты в этой области: первый расчет спектра гравитационных волн, генерируемых на инфляционной стадии, первая последовательная модель инфляционного сценария, первый (одновременно, но независимо от С. Хокинга и А. Гута) количественно правильный расчет спектра возмущений плотности, теория стохастической инфляции, теория разогрева материи во Вселенной после конца инфляционной стадии, теория перехода от квантового описания первичных неоднородностей к классическому.

Академик Российской академии наук (2011). Член Немецкой национальной академии наук, лауреат премии им. А.А.Фридмана РАН и международной премии Томалла (Швейцария), награжден медалью О. Клейна (Шведская королевская академия наук).

Член редколлегии журналов «Письма в ЖЭТФ», «Письма в Астрономический журнал» (заместитель главного редактора), «Gravitation and Cosmology» (заместитель главного редактора), «International Journal of Modern Physics D», «Journal of Cosmology and Astroparticle Physics». Также был членом редколлегии журналов «Classical and Quantum Gravity» (1993—1996), «General Relativity and Gravitation» (1989—1997), «Physical Review D» (2001—2003).

**II РОССИЙСКАЯ ШКОЛА ПО ГРАВИТАЦИИ И КОСМОЛОГИИ GRACOS-2009
И МЕЖДУНАРОДНЫЙ СЕМИНАР
«СОВРЕМЕННЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ГРАВИТАЦИИ
И КОСМОЛОГИИ»^{1, 2, 3}**

Ю.Г. Игнатьев, Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань,
Россия

¹E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

1. Оргкомитет и месторасположение Gracos. Российский фонд фундаментальных исследований поддержал проект по организации и проведению II Российской школы по гравитации и космологии – Gracos-2009. Одной из основных целей проекта является привлечение талантливой российской молодежи, специализирующейся в области теоретической физики, астрофизики, прикладной математики и математического моделирования, к научным исследованиям в области фундаментальной физики, знакомство ее с основными проблемами, идеями и методами исследования современной теории гравитации и космологии, а также развития профессионализма научной молодежи в области теоретической физики. Параллельно с работой школы проводился Международный научный семинар «Современные проблемы теории гравитации и космологии». Эта вторая подобная научная конференция, финансируемая РФФИ и проводимая на базе ТГГПУ (Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета, г. Казань) в его учебно-оздоровительном центре «Яльчик», расположенного на берегу живописного таежного озера Яльчик в Республике Марий-Эл.



Рис. 1. Берег озера Яльчик в месте проведения школы Gracos-2009 (фото предоставлено автором)

Выбор Президиумом Российского гравитационного общества ТГГПУ в качестве базы дислокации Российской школы гравитации и космологии продиктован рядом обстоятельств: во-первых, Казань является одним из наиболее крупных центров исследований в области гравитации и космологии, во-вторых, в ТГГПУ локализована одна из сильнейших гравитационных групп России, в которой успешно работают и выполняют диссертации молодые ученые, в-третьих, в ТГГПУ имеются необходимые структуры и возможности для реализации проекта Российской школы гравитации и космологии, в частности, это учебно-оздоровительный центр «Яльчик». Наконец, гравитационная группа ТГГПУ имеет успешный опыт проведения крупных научных конгрессов – это 12 Российская гравитационная конференция (Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике, 2005 г., грант РФФИ 05-02-26044-г.), Российская школа по гравитации и космологии Gracos-2007 (грант РФФИ 07-02-06043-г), Международный семинар «Современные проблемы теории гравитации и космологии» (грант РФФИ 07-02-06011г, 2007), Международная научно-практическая конференция «Информационные технологии в образовании и науке» (2007 г., грант МинОбр и науки РТ).

¹Статья написана по заказу Редакции «Вестника РФФИ», но по неизвестным причинам не была опубликована.

²Gracos – сокращение фразы Gravitation and Cosmology, являющейся одновременно и названием международного научного журнала Российского гравитационного общества, издающегося издательством Springer (USA).

³II Российская школа по гравитации и космологии проведена по гранту РФФИ № 09-02-06041-г.



Рис. 2. Резиденция Оргкомитета Gracos-2009 в Марийской тайге

2. Контингент участников. Всего было зарегистрировано 107 участников школы-семинара, из них: лекторов школы – 15 (все доктора наук), докладчиков – 87, слушателей – 20. Качественный состав участников был следующий (Рис. 3):

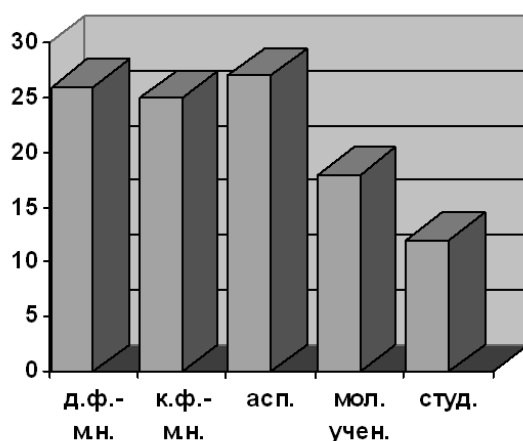


Рис. 3. Качественный состав участников школы-семинара в кол-ве человек: д.ф.-м.н. – доктора физ.-мат. наук, к.ф.-м.н. – кандидаты физ.-мат. наук, асп. – аспиранты, мол. учен. – молодые ученые, студ. – студенты и магистранты.

Таким образом, примерно половину участников школы-семинара составляли остепененные ученые, вторую половину – молодые ученые, аспиранты, магистранты и студенты старших курсов. Почти четверть участников школы семинара составляли доктора физико-математических наук, специалисты высокого международного научного уровня – фактически на одного аспиранта приходился один доктор наук. С одной стороны, такая пропорция, конечно, была выгодна молодым участникам конференции, так как давала им возможность тесных научных контактов с ведущими специалистами в области гравитации и космологии. С другой стороны, эта пропорция указывает на плачевное положение, сложившееся в фундаментальных науках, – низкий уровень притока молодежи в сферу научной деятельности. Не каждый студент и не каждый аспирант становится кандидатом наук, и далеко не каждый кандидат – доктором наук. Это неудовлетворительное состояние фундаментальных наук в России было предметом серьезного обсуждения Оргкомитетом Gracos-2009. Главными причинами этого состояния являются низкий приоритет ученых в современной России и низкий уровень финансирования

фундаментальных наук. На последнюю причину, в частности, указывает следующее обстоятельство. На Gracos-2009 были представлены гравитационные группы различных регионов России, ближнего и дальнего зарубежья: Москва, Казань, Санкт-Петербург, Дубна, Пермь, Томск, Ульяновск, Димитров, Ижевск, Красноярск, Омск, Ижевск, Харьков, Минск, Болгария, Чехия, Бангладеш. Картина распределения этих регионов по масштабу участия показана на диаграмме Рис. 4.

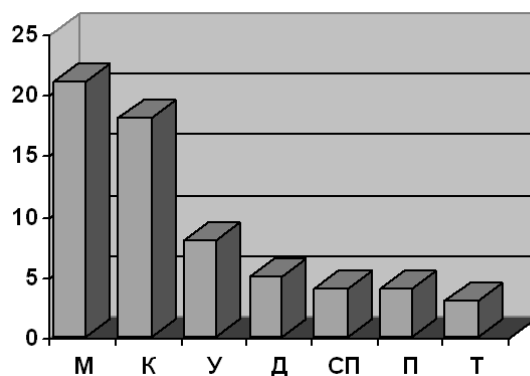


Рис. 4. Число участников из различных регионов. М – Москва, К – Казань, У – Ульяновск – Димитров, Д – Дубна, СП – Санкт-Петербург, П – Пермь, Т – Томск.

Сопоставление данных этой диаграммы с реальными размерами гравитационных групп регионов убедительно говорит о том, что главной причиной неучастия молодых ученых из удаленных от Казани регионов России явилось отсутствие средств на проезд. Об этом же говорят и результаты опросов.

3. Организация работы школы Gracos. Руководством ТГГПУ и местным оргкомитетом школы-семинара было обеспечено бесплатное проживание всех участников школы в жилых зданиях учебно-оздоровительного центра (УОЦ) в течение 6 дней.



Рис. 5. Столовая-конференц зал школы Gracos-2009

Учитывая достаточно низкую температуру последних августовских ночей, все жилые помещения школы были обеспечены нагревательными приборами и теплыми постельными принадлежностями. Просторная столовая УОЦ служила одновременно двум целям – в одном из ее залов было организовано качественное трехразовое питание участников конференции, во втором зале читались лекции, проходили пленарные и секционные заседания. Питание было организовано по достаточно низкой, приемлемой для молодых ученых и студентов цене - 200 руб/сутки, – для студентов 4-5 курсов, входящих в состав группы технической поддержки, как и для самой этой группы, питание было бесплатным.

Школа Gracos была обеспечена всей необходимой оргтехникой: медиозкранами, проекторами, оверхедами, ноутбуками, принтерами, сканерами. Участники школы получили папки с необходимым набором канцелярских принадлежностей и качественно изданными Трудом школы-семинара объемом 12 п.л., в который вошли 84 статьи участников школы. Для обеспечения работы школы при Оргкомитете постоянно дежурили два автобуса.



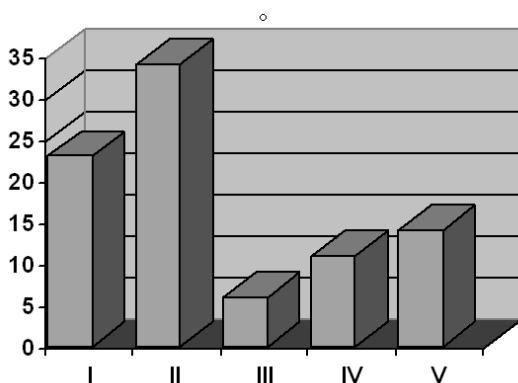
Рис. 6. Обложка сборника трудов Gracos-2009

4. Научные направления школы Gracos-2009

Работа школы и секций семинара проходила в следующих пяти основных направлениях:

1. Классическая и квантовая теория гравитации – руководители: профессора В.Г. Багров (ТГУ, Томск, А.Б. Балакин (КГУ, Казань) и Ю.С. Владимиров (МГУ, Москва);
2. Космология – руководители профессора и Ю.Г. Игнатьев (ТГГПУ, Казань), В.Н. Лукаш (ФИАН, Москва) и А.А. Старобинский (ИТФ, Москва);
3. Квантовая гравитация, квантованные поля – руководители профессора Д.В. Гальцов (МГУ, Москва), А.А. Гриб (Пед. университет им. Герцена, Санкт-Петербург), Н.Р. Хуснутдинов (ТГГПУ, Казань);
4. Многомерная гравитация – руководители профессора В.Д. Иващук (РУДН, Москва), В.Н. Мельников (ВНИИМС, Москва);
5. Черные дыры, браны, кротовые норы – руководители профессора К.А. Бронников (ВНИИМС, Москва), С.В. Сушков (ТГГПУ, Казань).

Эти научные направления отражают практически весь спектр современной теории гравитации и космологии, а количество докладов на секциях – актуальность направлений исследований (Рис. 7).



I – классическая и квантовая гравитация, II – космология, III – квантовая гравитация и квантованные поля, IV – многомерная гравитация, V – черные дыры, браны, кротовые норы.

Рис. 7. Распределение количества докладов по секциям



Рис. 8 Заседание секция № 1 «Классическая гравитация». Лекция профессора Ю.С. Владимирова для слушателей школы



Рис. 9 Руководитель секции I профессор Юрий Сергеевич Владимиров (Москва, МГУ) ведет дискуссию с докладчиком

Пожалуй, наиболее интересные открытия в последние годы происходят в области космологии в связи с существенным увеличением точности измерений как в области наблюдательной космологии, так и физики элементарных частиц и других областях экспериментальной физики. В частности, в последние годы были обнаружены фундаментальные космологические феномены: вторичное ускорение расширения Вселенной, космическая паутина между сверхскоплениями галактик, отсутствие W -бозонов на предсказываемом масштабе энергии, аномальное превышение частиц сверхвысоких энергий в космических лучах, необъяснимое совпадение плотностей энергии реликтового излучения и космических лучей и многие другие. Эти открытия повлекли за собой не только ревизию стандартного космологического сценария (СКС) и теории фундаментальных взаимодействий частиц, но и пересмотр фундаментальных представлений энергии, массы и самой гравитации. Не удивительно поэтому, что секция II оказалась самой многочисленной и бурной.



Рис. 10 Заседание секция № 2 «Космология». На переднем плане справа профессор Д.В. Гальцов (МГУ, Москва)

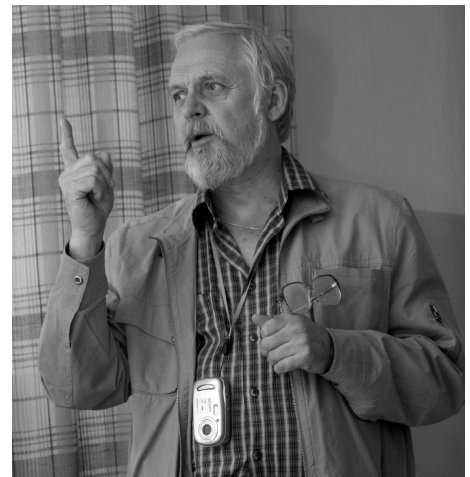


Рис. 11 Профессор Ю.Г. Игнатьев (ТГГПУ, Казань) комментирует доклад своего аспиранта Мифтахова Р.Ф.

Наряду с большим количеством работ, посвященных космологическим сценариям, основанным на отказе от классических представлений о энергии и массе и использующим различные теоретические модели темной материи, черной энергии и экзистенции, на конференции были представлены модели,

основанные на СКС, в котором рассматриваются более сложные модели вещества. В частности, профессора Д.В. Гальцов и Ю.Г. Игнатъев с учениками продемонстрировали космологические модели с многокомпонентными системами, включающими взаимодействующие скалярные поля, которые обеспечивают вторичное ускорение в рамках СКС. Профессор В.Н. Первушин (ОИЯИ, Дубна) с учениками предложил гамильтонову формулировку космологии в рамках модели электрослабых взаимодействий, предсказывающей приемлемую для эксперимента массу W -бозонов – 118 ГэВ. Этот доклад вызвал оживленную дискуссию участников семинара.

Удивительным фактом в последние годы является быстрое превращение космологии из абстрактной теории, допускающей множество спекулятивных элементов, в строгую науку, имеющую солидную экспериментальную базу.

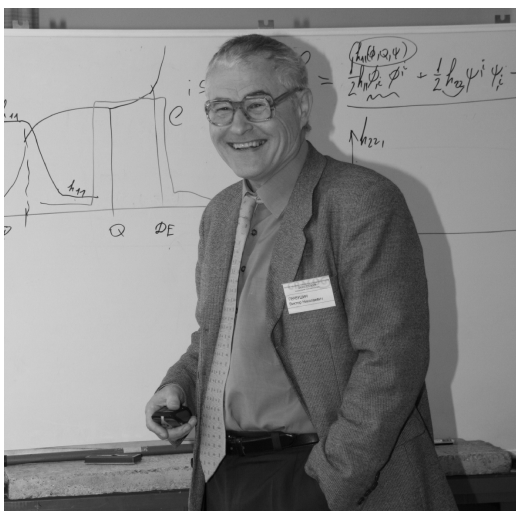


Рис. 12 Профессор Виктор Николаевич Первушин (ОИЯИ, Дубна) полемизирует со слушателями после своего доклада.



Рис. 13 Участники школы на экскурсии в Казани около театра оперы и балета.

5. Культурная программа Gracos-2009. Несмотря на очень плотный, насыщенный график работы школы – с 9.00 до 19.00 с перерывом на обед и кофе-брейки, удалось все же провести и некоторые культурно-оздоровительные мероприятия. В день открытия школы-семинара, после вечерних заседаний, был организован фуршет. Один день работы школы, 26 августа, с 9.00 до 15.00, был посвящен организованным мероприятиям: часть участников конференции совершила туристическую экскурсию в Казань и Раифский монастырь (Рис. 13), (Казань находится на расстоянии 70 км от Яльчика), большая же часть выбрала пеший поход на одно из красивейших озер Марийской тайги – озеро Глухое (Рис. 14). После обеда и вечернего заседания был организован товарищеский ужин, который сопровождался исполнением бардовских песен под гитарный аккомпанемент профессора С.В. Сушкова импровизированным хором ученых разных рангов и возрастов. Два вечера школы профессор Ю.С. Владимиров устраивал показ документальных фильмов о древних цивилизациях Египта и Латинской Америки с собственными комментариями.

Профессор М.Я. Иванов (ЦИАМ, Москва) рассказал о последних достижениях авиационной техники и показал фильм о последнем авиасалоне Мах-2009. Надо отметить, что он же сделал очень интересный доклад на секции «Космология» о некоторых необычных проявлениях фундаментальных взаимодействий в реактивных двигателях последних поколений.

Кроме указанных плановых мероприятий участникам школы были предоставлены лодки для водных прогулок по заповедным местам Яльчика (Рис. 16). Участники конференции также проводили время за рыбной ловлей, сбором грибов, купанием и игрой в теннис. Это удавалось сделать за счет хотя и очень плотного, но линейного расписания работы секций – в каждый момент времени работала только одна из пяти секций. Молодые ученые и студенты вечера проводили у костров. Таким образом, участники школы смогли и достаточно хорошо отдохнуть – напомним, что школа работала в последнюю перед осенним семестром неделю августа. Этому помогла и хорошая погода.



Рис. 14. Участники школы на экскурсии на озеро Глухое.



Рис. 15 Один вечер школы Оля Сандакова из Перми, недавно защитившая кандидатскую диссертацию, читала свои лирические стихи



Рис. 16 Председатель Оргкомитета Gracos-2009, президент Российского гравитационного общества, профессор В.Н. Мельников в качестве лодмана по Яльчику на борту шлюпки.

6. Итоги Gracos-2009

В 11.00 26 августа состоялась официальная церемония закрытия школы-семинара Gracos-2009. Были подведены основные итоги конференции, отмечены большие проблемы фундаментальных исследований в современной России, проблемы привлечения молодежи к фундаментальным исследованиям, а также проблемы сохранения и развития научного потенциала, пути выхода из тупика. Накануне, вечером, состоялось заседание Президиума Российского гравитационного общества под председательством Президента РГО, профессора Виталия Николаевича Мельникова, на котором были подведены основные итоги школы и выделены лучшие доклады молодых ученых. На закрытии конференции выступили профессор В.Н. Мельников (Рис 17), Ю.Г. Игнатьев, В.Н. Первущин, Д.В. Гальцов, С.В. Сушков. В торжественной обстановке были вручены Дипломы организационного комитета Gracos-2009 двадцати четырем молодым ученым (Рис. 18).



Рис. 17. Председатель Оргкомитета Gracos-2009 профессор Виталий Николаевич Мельников (Москва) подводит итоги школы-семинара. В Президиуме слева направо – профессора С.В. Червон (Ульяновск), Д.В. Гальцов (Москва), В.Н. Первушин (Дубна), Ю.Г. Игнатъев (Казань), В.Г. Багров (Томск), С.В. Сушков (Казань)



Рис. 18. Председатель Оргкомитета Gracos-2009 профессор Виталий Николаевич Мельников вручает диплом Оргкомитета молодому ученому из Чехии Джири Ковару

6. Решение конференции. На закрытии конференции была принята следующая Резолюция школы-семинара.

С 24 по 29 августа 2009 года на базе Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета г. Казани в УОЦ «Яльчик» под эгидой Российского гравитационного общества была проведена школа-семинар «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии» Gracos-2009. Были заслушаны 87 докладов, из которых 15 – пленарные – лекционные. Программа школы была посвящена исследованию фундаментальных проблем теоретической физики и космологии. В работе школы приняли участие ученые из 12 регионов Российской Федерации, ближнего и дальнего зарубежья. К началу работы школы-семинара был выпущен сборник его трудов объемом 12 п.л. Одной из основных целей школы-семинара было привлечение к фундаментальным исследованиям молодежи.

Постановили:

1. Признать работу конференции успешной и плодотворной.
2. Выразить благодарность ректору и администрации ТГГПУ, а также местному организационному комитету Gracos-2009 за высокий уровень организации конференции.
3. Ходатайствовать перед ректором ТГГПУ о создании долговременных отношений с Российским гравитационным обществом с целью организации постоянно действующей школы-семинара на базе ТГГПУ и, по-возможности, провести модернизацию УОЦ «Яльчик» с целью повышения в будущем статуса школы-семинара до Международного класса.
4. Отметить дипломами организационного комитета II Российской школы-семинара «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии» Gracos-2009 доклады молодых ученых, посвященные исследованиям в области теории гравитации и космологии.
5. Провести III школу-семинар в 2012 году.

ИНФОРМАЦИЯ О КОНФЕРЕНЦИИ GRACOS-2012

Оргкомитет¹

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

¹E-mail: <http://gracos-kazan.ru>

С 3 по 7 сентября 2012 года в Казани на базе Казанского (Приволжского) федерального университета (КФУ) проводится Международная конференция — школа-семинар по современным проблемам теории гравитации и космологии GRACOS-2012. Школа имеет статус постоянной Российской летней школы по гравитации и космологии Российского гравитационного общества. Семинар «Современные теоретические и экспериментальные проблемы теории гравитации и космологии» имеет Международный статус. Цель конференции состоит в обсуждении новейших достижений в теории гравитации и космологии и их связи с различными направлениями современной физики. Научная программа конференции составлена из пленарных и секционных докладов и неформальных дискуссий. Программа школы содержит обзорные лекции по актуальным проблемам теории гравитации и космологии; к чтению лекций привлечены ведущие российские и зарубежные ученые.

Первые школы-семинары GRACOS состоялись в 2007 и 2009 годах (см. сайт конференции <http://gracos-kazan.ru>). В них приняли участие свыше 150 ученых. Программы конференций GRACOS оказались чрезвычайно насыщенными и интересными. В рамках школы с обзорными докладами по современным проблемам теории гравитации, космологии и астрофизики выступили ведущие ученые России и ближнего зарубежья. Во время проведения школы работали необычные для подобных мероприятий круглые столы, на которых в ходе неформальных и открытых дискуссий обсуждались острые проблемы современной науки. В рамках научного семинара, который проходил параллельно со школой, было сделано множество интересных докладов, отражающих широкий спектр новейших достижений в области теории гравитации и космологии. В 2010 году в Казани проводилась летняя школа по математическому моделированию фундаментальных явлений в системах компьютерной математики и семинар по нелинейным полям в теории гравитации и космологии, на которых также обсуждались современные проблемы теории гравитации и космологии. Так же как и первые две, третья школа-семинар будет проходить в учебно-оздоровительном центре КФУ «Яльчик», расположенном в Марийской тайге на берегу живописного озера Яльчик в окружении соснового леса. Рабочие языки конференции: русский и английский. Рабочий язык школы русский.

Организационный комитет:

Председатель: проф. В.Н. Мельников (ЦГФМ ВНИИМС и РУДН, РГО, Москва). Зам. председателя: акад. А.А. Старобинский (ИТФ РАН им. Л.Д. Ландау, Москва), проф. Д.В. Гальцов (МГУ, Москва), проф. Ю.Г. Игнатьев (КФУ, Казань), телефон/факс (843)2337353. Ученый секретарь: проф. С.В. Сушков (КФУ, Казань)

Международный организационный комитет:

J.-M. Alimi (Obs. Paris-Meudon, France), В.Г. Багров (ТГУ, Томск), А.Б. Балакин (КФУ, Казань), Г.С. Бисноватый-Коган (ИКИ РАН, Москва и ОИЯИ, Дубна), К.А. Бронников (ЦГФМ ВНИИМСи РУДН, Москва), И.Л. Бухбиндер (ТГПУ, Томск), Ю.С. Владимиров (МГУ, Москва), А.А. Гриб (РГПУ им. Герцена, СПб), Н. Dehnen (Konstanz, Germany), А.П. Ефремов (РУДН, Москва), А.И. Жук (ОГУ, Украина), Ю.Г. Игнатьев (КФУ, Казань), В.Н. Лукаш (АКЦ ФИ РАН им. Лебедева, Москва), А. Минкевич (Минск, Беларусь), В.М. Мостепаненко (ФЛ, СПб), Н. Nicolai (AEI, Germany), В.А. Рубаков (ИЯФ РАН, Москва), М.В. Сажин (ГАИШ, Москва), D. Singleton (CSU, Fresno, USA) В.П. Фролов (УА, Канада), М. Ю. Хлопов (Космион, ИПМ, Москва), W. Zimdahl (Berlin, Germany)

Местный организационный комитет:

Председатель: проф. Игнатьев Юрий Геннадьевич (ignatev_yu@rambler.ru),
Ученый секретарь: проф. Сушков Сергей Владимирович (sergey_sushkov@mail.ru),
доц. Попов Аркадий Александрович,
Самигуллина Алсу Ринатовна.

Направления работы школы-семинара:

- Классическая ОТО (руководители: Ю.С. Владимиров, В.Г. Багров);
- Космология, наблюдательная космология (руководители: А.А. Старобинский, Ю.Г. Игнатьев);
- Многомерные теории (руководители: В.Н. Мельников, В.Д. Иващук);
- Черные дыры, кротовые норы (руководители: К.А. Бронников, С.В. Сушков).

Труды Российской летней школы по гравитации и космологии и Международного семинара «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии»

Набор сборника осуществлен в издательском пакете $\text{LaTeX}2\epsilon$ в научно-исследовательской лаборатории «Информационных технологий в физико-математическом образовании» Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского университета.

Разработка авторского LaTeX -стиля оформления - Ю.Г.Игнатъев

Техническая редакция, набор и верстка: Ю.Г.Игнатъев, А.Р. Самигуллина.



Оформление обложки - Ю.Г. Игнатъев, А.А.Агафонов

В сборнике трудов опубликованы **68** статей, посвященных современным проблемам теории гравитации и космологии.

Отпечатано с готового оригинал-макета
в типографии Казанского университета

Подписано в печать 15.08.12. Формат 60×84/8
Печать офсетная. Бумага офсетная. Печ. л. 22. Тираж 100 экз.

Казанский университет

420008, г. Казань, ул. Профессора Нужина, 1/37
