УДК 517.946

ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ В-ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА С МЛАДШИМИ ЧЛЕНАМИ

Гарипов И.Б., Мавлявиев Р.М., Нураниева С.М., Xусаинова Э.Д. 1

Пусть в евклидовой плоскости E_2 , задана симметричная относительно координатной оси Ox ограниченная область. Обозначим через D верхнюю часть этой области, через Γ — верхнюю часть ее достаточно гладкой границы. Снизу область D ограничена отрезком $\Gamma_0 \subset Ox$. Требуется найти решение уравнения

$$L\left(\Delta_B^{2m}u\right) = 0,\tag{1}$$

где

$$L \equiv \Delta_B + 2a \frac{\partial}{\partial x} - c^2 \quad (c > a),$$

$$\Delta_B \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{y^k} \frac{\partial}{\partial y} \left(y^k \frac{\partial}{\partial y} \right) \quad (k > 0),$$

из класса

$$u \in C^{4m+1}\left(\overline{D}\right) \cap C^{4m+2}\left(D \bigcup \Gamma_0\right),$$
 (2)

и удовлетворяющее граничным условиям

$$\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{\Gamma_0} = 0, \quad \Delta_B^i u\Big|_{\Gamma} = f_{2i}, \quad \frac{\partial \Delta_B^i u}{\partial n}\Big|_{\Gamma} = f_{2i+1}, \quad i = \overline{0, m-1}, \quad \Delta_B^m u\Big|_{\Gamma} = f_{2m}.$$
 (3)

По определению принимаем $\Delta_B^0 u \equiv u$.

Предположим, что у сформулированной внутренней краевой задачи (1)–(3) имеется два различных решения u_1 и u_2 . Тогда их разность ω , тоже является решением исходного уравнения из того же класса и удовлетворяет однородным граничным условиям

$$\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{\Gamma_0} = 0, \quad \Delta_B^i u\Big|_{\Gamma} = 0, \quad \frac{\partial \Delta_B^i u}{\partial n}\Big|_{\Gamma} = 0, \quad i = \overline{0, m-1}, \quad \Delta_B^m u\Big|_{\Gamma} = 0.$$
 (4)

Очевидно, имеет место равенство

$$\iint\limits_{D} \omega L\left(\Delta_B^{2m} u\right) y^k \, dx dy = 0.$$

Отсюда, после преобразований получаем

¹Гарипов Ильнур Бурханович (ilnur_garipov@mail.ru), Мавлявиев Ринат Мизхатович (mavly72@mail.ru), Нураниева Сириня Мубаракшиновна (sirinya_nuranieva@mail.ru), Хусаинова Эндже Джавдатовна (ence_khusainova@mail.ru), Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, 420138, Россия, г. Казань, ул. Межлаука, 1.