



УДК 517.54

О голоморфных движениях n -симметричных функций

И. Р. Каюмов

В данной работе мы обобщаем одну задачу, рассмотренную П. Дюреном, об однолиственности одного семейства n -симметричных функций, порожденных интегралами от функций вида $\exp(\lambda \zeta^n)$. Наш подход основан на использовании обратного преобразования Фабера, критерия однолиственности Мартио–Сарваса и λ -леммы Мане, Сада и Сулливана. В работе также сформулирована гипотеза об однолиственности некоторого семейства n -симметричных функций, которая является ослабленной формой гипотезы Даникаса–Рушевея об однолиственности одного интегрального преобразования голоморфных функций.

Библиография: 10 названий.

1. Введение. Предположим, что функция f голоморфна в единичном круге $\mathbb{D} = \{z : |z| < 1\}$. Беккер в работе [1] показал, что если для любого $z \in \mathbb{D}$

$$\left| \frac{f''(z)}{f'(z)} \right| \leq \frac{1}{1 - |z|^2},$$

то функция f однолистна в \mathbb{D} . Под *однолистностью* отображения понимается инъективность.

Дюрен [2; с. 274], используя этот критерий однолиственности, показал, что при $|\lambda| \leq \epsilon/2$ функции

$$f_n(z) = \int_0^z e^{\lambda t^n} dt \tag{1}$$

однолистны в \mathbb{D} . В связи с этим возникает естественный вопрос: при каких λ функция (1) однолистна в \mathbb{D} ? При $n \leq 10$ данная задача была численно решена Гайдуком в [3].

Основной целью данной работы является исследование однолиственности более общего класса n -симметричных голоморфных в единичном круге функций при больших значениях n .

2. Основные результаты. Предположим, что $\Phi(z)$ голоморфна в \mathbb{D} и $\Phi(0) = 1$. Определим последовательность n -симметричных функций

$$f_n(z) = \int_0^z \Phi(t^n) dt. \tag{2}$$

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №№ 08-01-00381, 09-01-12188-офи-м) и Федерального агентства по образованию (госконтракт № П944).