

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)  
КАЗАНСКОГО (ПРИВОЛЖСКОГО) ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА

**ЭКОНОМЕТРИКА.**  
**Лабораторный практикум**  
Учебно-методическое пособие к практическим занятиям и  
лабораторным работам

Набережные Челны  
2018

Эконометрика. Лабораторный практикум. Учебно-методическое пособие к практическим занятиям и лабораторным работам для студентов экономического отделения / Гареева Г.А., Григорьева Д.Р., Басыров Р.Р. - Набережные Челны: НЧИ (филиал) К(П)ФУ, 2018. – 47 с.

Учебно-методическое пособие содержит указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Эконометрика», методические материалы, примеры решения типовых задач, варианты лабораторных работ. Могут быть использованы преподавателями для организации лабораторных работ по дисциплине «Эконометрика», а также обучающимися для выполнения лабораторных работ. Предназначены для студентов очной, вечерней, заочной и дистанционной форм обучения.

Рецензент: к.т.н., доцент кафедры БИММЭ Карамышев А.Н..

Печатается по решению методической комиссии экономического отделения Набережночелнинского института (филиала) Казанского (Приволжского) федерального университета.

© Набережночелнинский  
институт (филиал)  
«Казанский (Приволжский)  
федеральный университет», 2018г.

## Содержание

Введение .....	4
Лабораторная работа № 1. Парный регрессионный анализ	5
Лабораторная работа № 2. Эконометрические модели .....	10
Лабораторная работа № 3. Множественный регрессионный анализ .....	23
Варианты для самостоятельной работы.....	28
Список литературы .....	47

## Введение

Последние десятилетия эконометрика как научная дисциплина стремительно развивается. В период перехода к рыночной экономике возросла роль эконометрических методов, без которых невозможно ни исследование и теоретическое обобщение эмпирических зависимостей экономических переменных, ни построение сколько-нибудь надежного прогноза.

Термин «эконометрика» был введен в 1926 г. норвежским ученым Р. Фришем и в дословном переводе означает «экономические измерения» или «измерения в экономике».

Эконометрика – наука, которая на основе статистических данных количественно характеризует взаимозависимые экономические явления и процессы.

Предметом исследования эконометрики являются массовые экономические процессы и явления.

Цель эконометрики - это количественная характеристика экономических закономерностей, выявляемых экономической теорией в общих чертах.

Р. Фриш указывает на то, что эконометрика есть единство трех составляющих - статистики, экономической теории и математики.

Основные результаты экономической теории носят качественный характер, а эконометрика вносит в них эмпирическое содержание. Математическая экономика выражает экономические законы в виде математических соотношений, а эконометрика осуществляет опытную проверку этих законов. Экономическая статистика дает информационное обеспечение исследуемого процесса в виде исходных (обработанных) статистических данных и экономических показателей, а эконометрика, используя математико-статистические и методы, проводит анализ количественных взаимосвязей между этими показателями.

## Лабораторная работа № 1. Парный регрессионный анализ

Изучается зависимость депозитов физических лиц от их доходов по следующим данным:

№ п/п	Среднемесячный доход, тыс. руб., $x$	Размер депозитов, тыс. руб., $y$
1	6,0	10
2	6,5	11
3	6,8	12
4	7,0	13
5	7,4	15
6	8,0	17
7	8,2	18
8	8,7	20
9	9,0	20
10	10,0	25

*Требуется:*

1. Построить поле корреляции, характеризующее зависимость размера депозитов от среднемесячного дохода.

2. Определить параметры линейного уравнения регрессии. Дать их интерпретацию.

3. Рассчитать линейный коэффициент корреляции и пояснить его смысл. Определить коэффициент детерминации и дать его интерпретацию.

4. Найти среднюю ошибку аппроксимации.

5. Рассчитать стандартную ошибку регрессии.

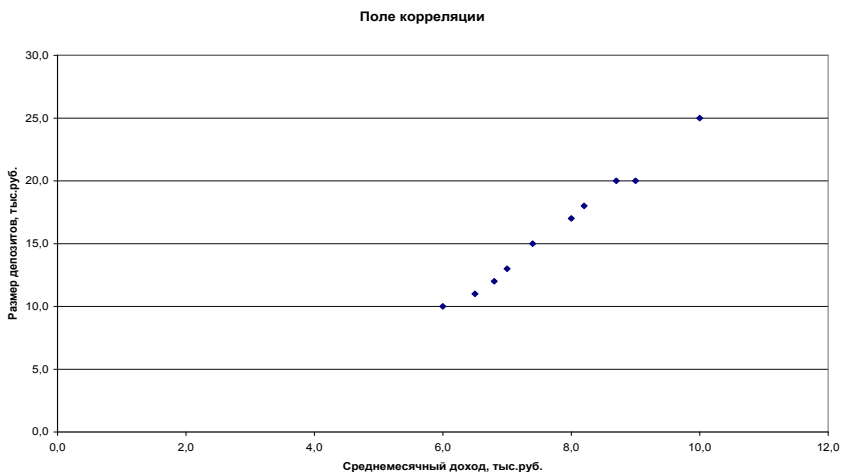
6. С вероятностью 0,95 оценить статическую значимость уравнения регрессии в целом и его параметров. Сделать выводы.

7. С вероятностью 0,95 построить доверительный интервал ожидаемого значения депозитов в предположении, что среднемесячный доход увеличится на 20 % от среднего по совокупности значения.

8. Можно ли предположить, что с ростом дохода на 1 тыс. руб. размер депозитов увеличивается в среднем на 3,5-4 тыс. руб.?

*Решение:*

1. Построим поле корреляции, характеризующее зависимость размера депозитов от среднемесячного дохода.



2. Для расчета параметров уравнения линейной регрессии строим расчетную таблицу.

№ п/п	$x$	$y$	$yx$	$x^2$	$y^2$	$\hat{y}_x$	$y - \hat{y}_x$	$A_i$
1.	6,0	10	60,0	36,00	100	9,396	0,604	6,0
2.	6,5	11	71,5	42,25	121	11,301	-0,301	2,7
3.	6,8	12	81,6	46,24	144	12,443	-0,443	3,7
4.	7,0	13	91,0	49,00	169	13,205	-0,205	1,6
5.	7,4	15	111,0	54,76	225	14,729	0,271	1,8
6.	8,0	17	136,0	64,00	289	17,014	-0,014	0,1
7.	8,2	18	147,6	67,24	324	17,776	0,224	1,2
8.	8,7	20	174,0	75,69	400	19,680	0,320	1,6
9.	9,0	20	180,0	81,00	400	20,823	-0,823	4,1
10.	10,0	25	250,0	100,00	625	24,632	0,368	1,5
Сумма	77,6	161	1302,7	616,18	2797	160,998	0,002	24,4
Ср.зн.	7,76	16,1	130,27	61,618	279,7	—	—	2,4

Статистические дисперсии:

$$\sigma_y^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2 = 279,7 - 16,1^2 = 20,49;$$

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 61,618 - 7,76^2 = 1,40;$$

Стандартные (среднеквадратические) отклонения:

$$\sigma_y = \sqrt{20,49} = 4,527;$$

$$\sigma_x = \sqrt{1,40} = 1,183;$$

Определим параметры линейного уравнения регрессии:

$$b = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \frac{130,27 - 16,1 \cdot 7,76}{61,618 - 7,76^2} = \frac{5,334}{1,4004} \approx 3,809;$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 16,1 - 3,809 \cdot 7,76 \approx -13,458.$$

Получено уравнение регрессии:  $\hat{y}_x = -13,458 + 3,809 \cdot x$ .

Так как значение параметра  $b = 3,809$ , то с увеличением среднемесячного дохода на 1 тыс. руб. размер депозитов физических лиц возрастает в среднем на 3,809 тыс.руб. Параметр  $a$  в данном случае экономического смысла не имеет (формально его величина означает, что при нулевом значении среднемесячного дохода размер депозитов равен - 13,458 тыс.руб.).

**3. Рассчитаем линейный коэффициент корреляции:**

$$r_{xy} = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{130,27 - 16,1 \cdot 7,76}{1,183 \cdot 4,527} = \frac{5,334}{5,355} \approx 0,996.$$

Так как значение линейного коэффициента корреляции близко к единице, то в данном случае имеет место сильная линейная связь между факторным признаком и результатом. Причем положительная величина линейного коэффициента корреляции свидетельствует о прямой связи между изучаемыми признаками.

Определим коэффициент детерминации:

$$r_{xy}^2 = 0,996^2 \approx 0,992.$$

Это означает, что 99,2 % вариации размера депозитов физических лиц  $Y$  объясняется вариацией фактора  $X$  –

среднемесячного дохода. Остальные 0,8% приходятся на долю прочих факторов, не учтенных в модели.

4. Найдем среднюю ошибку аппроксимации, которая определяет качество модели.

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{1}{n} \sum A_i = \frac{24,4}{10} \approx 2,4\% .$$

Допустимый предел значений  $\bar{A}$  – не более 8 – 12%. В данном случае качество построенной модели оценивается как хорошее. Это свидетельствует о хорошем подборе уравнения регрессии к исходным данным.

5. Рассчитаем стандартную ошибку регрессии:

$$S_{\text{ост}} = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{n - m - 1}} = \sqrt{\frac{1,733}{10 - 1 - 1}} \approx 0,465 .$$

Величина стандартной ошибки регрессии также подтверждает хорошее качество уравнения регрессии.

6. Оценку значимости уравнения регрессии в целом проведем с помощью  $F$ -критерия Фишера. Фактическое значение  $F$ -критерия:

$$F_{\text{факт}} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} \cdot (n - 2) = \frac{0,992}{1 - 0,992} \cdot (10 - 2) = 992 .$$

Табличное значение критерия при 5% уровне значимости и степенях свободы  $k_1 = 1$  и  $k_2 = 10 - 1 - 1 = 8$  составляет  $F_{\text{табл}} = 5,32$ . Так как  $F_{\text{факт}} = 992 > F_{\text{табл}} = 5,32$ , то нулевая гипотеза о статистической незначимости уравнения регрессии отвергается и признается противоположная гипотеза, т.е. уравнение регрессии признается статистически значимым с вероятностью 0,95.

Оценку статистической значимости параметров регрессии проведем с помощью  $t$ -статистики Стьюдента.



Табличное значение  $t$ -критерия для числа степеней свободы  $df = n - 2 = 10 - 2 = 8$  и  $\alpha = 0,05$  составит  $t_{табл} = 2,3060$

Определим случайные (стандартные) ошибки  $m_a$ ,  $m_b$ ,  $m_{r_{xy}}$ :

$$m_a = \frac{S \cdot \sqrt{\sum x^2}}{n \cdot \sigma_x} = \frac{0,465 \cdot \sqrt{616,18}}{10 \cdot 1,183} \approx 0,976;$$

$$m_b = \frac{S}{\sigma_x \cdot \sqrt{n}} = \frac{0,465}{1,183 \cdot \sqrt{10}} \approx 0,124;$$

$$m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1 - r_{xy}^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,992}{10 - 2}} \approx 0,032.$$

Тогда фактические значения  $t$ -критерия Стьюдента равны:

$$t_a = \frac{a}{m_a} = -\frac{13,458}{0,976} \approx -13,789;$$

$$t_b = \frac{b}{m_b} = \frac{3,809}{0,124} \approx 30,718;$$

$$t_{r_{xy}} = \frac{r_{xy}}{m_{r_{xy}}} = \frac{0,996}{0,032} \approx 31,125.$$

Фактические значения  $t$ -статистики превосходят табличное значение, поэтому параметры  $a$ ,  $b$  и  $r_{xy}$  не случайно отличаются от нуля, а статистически значимы с вероятностью 0,95.

**7.** Полученные оценки уравнения регрессии позволяют использовать его для прогноза. С вероятностью 0,95 построим доверительный интервал ожидаемого значения депозитов в предположении, что среднемесячный доход увеличился на 20% от среднего по совокупности значения.

Если прогнозное значение среднемесячного дохода составит:  $x_p = \bar{x} \cdot 1,20 = 7,76 \cdot 1,2 = 9,312$  тыс.руб., тогда прогнозное значение депозитов будет равно:

$$\hat{y}_x = -13,458 + 3,809 \cdot 9,312 = 22,011 \text{ тыс.руб.}$$

Ошибка прогноза составит:

$$m_{\hat{y}_p} = S \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}} = 0,465 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{10} + \frac{(9,312 - 7,76)^2}{10 \cdot 1,4004}} \approx 0,524$$

Предельная ошибка прогноза, которая в 95 % случаев не будет превышена, составит:

$$\Delta_{\hat{y}_p} = t_{\text{табл}} \cdot m_{\hat{y}_p} = 2,3060 \cdot 0,524 \approx 1,208.$$

Доверительный интервал прогноза:

$$\gamma_{\hat{y}_p} = \hat{y}_p \pm \Delta_{\hat{y}_p} = 22,011 \pm 1,208;$$

$$\gamma_{\hat{y}_{p\min}} = \hat{y}_p - \Delta_{\hat{y}_p} = 22,011 - 1,208 = 20,803 \text{ тыс. руб.};$$

$$\gamma_{\hat{y}_{p\max}} = \hat{y}_p + \Delta_{\hat{y}_p} = 22,011 + 1,208 = 23,219 \text{ тыс. руб.}$$

Выполненный прогноз значения депозитов является надежным ( $p = 1 - \alpha = 1 - 0,05 = 0,95$ ) и находится в пределах от 20803 руб. до 23219 руб.

**8.** Можно ли предположить, что с ростом дохода на 1 тыс. руб. размер депозитов увеличивается в среднем на 3,5-4 тыс. руб.?

Предположение подтверждается.

Получено уравнение регрессии:  $\hat{y}_x = -13,458 + 3,809 \cdot x$ .

Так как значение параметра  $b = 3,809$ , то с увеличением среднемесячного дохода на 1 тыс. руб. размер депозитов физических лиц возрастает в среднем на 3,809 тыс. руб., т.е. значение лежит в интервале 3,5 – 4 тыс.руб.

## Лабораторная работа № 2. Эконометрические модели

По предприятию известны значения дневной выработки  $y$  в зависимости от стажа работников  $x$  данного предприятия.

№ п/п	Стаж работы, лет, $X$	Дневная выработка, $Y$
1	1	10
2	2	12
3	3	13
4	4	16
5	5	16
6	6	18
7	7	22
8	8	23
9	9	30

*Требуется:*

Найти зависимость дневной выработки от стажа работников. Построить следующие виды моделей:

1. линейная;
2. равносторонняя гипербола;
3. степенная;
4. показательная.

Оценить каждую модель через среднюю ошибку аппроксимации  $\bar{A}$ , коэффициент детерминации,  $F$ -критерий Фишера.

*Решение:*

1. Для расчета параметров  $a$  и  $b$  **линейной регрессии**  $y = a + b \cdot x$  решаем систему нормальных уравнений относительно  $a$  и  $b$ :

$$\begin{cases} n \cdot a + b \sum x = \sum y, \\ a \sum x + b \sum x^2 = \sum y \cdot x. \end{cases}$$

По исходным данным рассчитываем  $\sum y$ ,  $\sum x$ ,  $\sum yx$ ,  $\sum x^2$ ,  $\sum y^2$ .

№ п/п	x	y	yx	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	$\hat{y}_x$	y - $\hat{y}_x$	(y - $\hat{y}_x$ ) <sup>2</sup>	A <sub>i</sub>
1	1	10	10,0	1,0	100,0	8,91	1,09	1,19	10,89
2	2	12	24,0	4,0	144,0	11,13	0,87	0,76	7,27
3	3	13	39,0	9,0	169,0	13,34	-0,34	0,12	2,65
4	4	16	64,0	16,0	256,0	15,56	0,44	0,19	2,74
5	5	16	80,0	25,0	256,0	17,78	-1,78	3,16	11,11
6	6	18	108,0	36,0	324,0	19,99	-1,99	3,98	11,08
7	7	22	154,0	49,0	484,0	22,21	-0,21	0,04	0,96
8	8	23	184,0	64,0	529,0	24,43	-1,43	2,04	6,21
9	9	30	270,0	81,0	900,0	26,64	3,36	11,26	11,19
Сумма	45	160	933,0	285,0	3162	160,0	0	22,74	64,09
Ср.зн.	5	17,78	103,67	31,67	351,33	17,78		2,53	7,12

Статистические дисперсии:

$$\sigma_y^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2 = 351,33 - 17,78^2 = 35,28;$$

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 31,67 - 5^2 = 6,67;$$

Стандартные (среднеквадратические) отклонения:

$$\sigma_y = \sqrt{35,28} = 5,94; \quad \sigma_x = \sqrt{6,67} = 2,58;$$

Определим параметры линейного уравнения регрессии:

$$b = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{103,67 - 17,78 \cdot 5,00}{6,67} = 2,22$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 17,78 - 2,22 \cdot 5,00 = 6,69$$

Уравнение регрессии:  $\hat{y} = 6,69 + 2,22 \cdot x$ .

С увеличением стажа работы на 1 год доля дневной выработки увеличивается в среднем на 2,22.

Тесноту связи изучаемых явлений оценивает *линейный коэффициент парной корреляции*  $r_{xy}$  для линейной регрессии.

Рассчитаем линейный коэффициент парной корреляции:

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 2,2 \cdot \frac{2,58}{5,94} = 0,96.$$

Связь между переменными прямая, тесная.

Определим коэффициент детерминации:

$$r_{xy}^2 = 0,96^2 = 0,93.$$

Вариация дневной выработки  $y$  на 93% объясняется вариацией фактора  $x$  – стажа работы, остальные 7% приходятся на долю прочих факторов, не учтенных в модели.

Оценку качества построенной модели даст коэффициент (индекс) детерминации, а также средняя ошибка аппроксимации.

*Средняя ошибка аппроксимации* – среднее отклонение расчетных значений от фактических.

Подставляя в уравнение регрессии фактические значения  $x$ , определим теоретические (расчетные) значения  $\hat{y}_x$ . Найдем

величину средней ошибки аппроксимации  $\bar{A}$ :

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum A_i = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{64,09}{9} = 7,12\%$$

В среднем расчетные значения отклоняются от фактических на 7,12%.

Допустимый предел значений  $\bar{A}$  – не более 8 – 12%.

*F-тест* – оценивания качества уравнения регрессии – состоит в проверке гипотезы  $H_0$  о *статистической незначимости уравнения регрессии* и *показателя тесноты связи*. Для этого выполняется сравнение фактического  $F_{факт}$  и критического (табличного)  $F_{табл}$  значений факторной и остаточной дисперсий, рассчитанных на одну степень свободы.

Рассчитаем *F*-критерий:

$$F_{факт} = \frac{\sum (\hat{y} - \bar{y})^2 / m}{\sum (y - \hat{y})^2 / (n - m - 1)} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} (n - 2),$$

где  $n$  – число единиц совокупности;

$m$  – число параметров при переменных  $x$ .

$$F_{\text{факт}} = \frac{0,93}{1-0,93} \cdot 7 = 93$$

$F_{\text{табл}}$  - это максимально возможное значение критерия под влиянием случайных факторов при данных степенях свободы и уровне значимости  $\alpha$ . Уровень значимости  $\alpha$  – вероятность отвергнуть правильную гипотезу при условии, что она верна. Обычно  $\alpha$  принимается равной 0,005 или 0,01.

Если  $F_{\text{табл}} < F_{\text{факт}}$ , то  $H_0$  - гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность. Если  $F_{\text{табл}} > F_{\text{факт}}$ , то гипотеза  $H_0$  не отклоняется и признается статистическая незначимость, ненадежность уравнения регрессии.

В нашем примере  $F_{\text{табл}} = 5,59$ ,  $F_{\text{табл}} < F_{\text{факт}}$ , то гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность.

Для оценки *статистической значимости коэффициентов регрессии и корреляции* рассчитывается *t-критерий Стьюдента* и *доверительные интервалы* каждого из показателей. Выдвигается гипотеза  $H_0$  о случайной природе показателей, т.е. о незначимом их отличии от нуля.

*Случайные ошибки* параметров линейной регрессии и коэффициента корреляции определяются по формулам:

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2 / (n-2)}{\sum (x - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{S_{\text{оцм}}^2}{\sum (x - \bar{x})^2}} = \frac{S_{\text{оцм}}}{\sigma_x \sqrt{n}} = \frac{1,8}{2,58 \cdot \sqrt{9}} = 0,23$$

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{(n-2)} \cdot \frac{\sum x^2}{n \sum (x - \bar{x})^2}} = \sqrt{S_{\text{оцм}}^2 \frac{\sum x^2}{n^2 \sigma_x^2}} = S_{\text{оцм}} \frac{\sqrt{\sum x^2}}{n \sigma_x} = 1,8 \cdot \frac{\sqrt{285}}{9 \cdot 2,58} = 1,31$$

$$m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1 - r_{xy}^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,93}{9-2}} = 0,01.$$

$$S_{\text{оцм}} = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{22,74}{9-2}} = 1,8$$

$$t_b = \frac{b}{m_b}; \quad t_a = \frac{a}{m_a}; \quad t_r = \frac{r}{m_r}.$$

$$t_b = \frac{2,22}{0,23} = 9,65 \quad t_a = \frac{6,69}{1,31} = 5,11 \quad t_r = \frac{0,96}{0,01} = 96$$

$$t_{мабл} = 2,26$$

Так как  $t_{мабл} < t_{факт}$ , то  $H_0$  отклоняется, т.е.  $a$ ,  $b$  и  $r_{xy}$  не

случайно отличаются от нуля и сформировались под влиянием систематически действующего фактора  $x$ .

Для расчета доверительного интервала определяем предельную ошибку  $\Delta$  для каждого показателя:

$$\Delta_a = t_{мабл} \cdot m_a \quad \Delta_a = 2,26 \cdot 1,31 = 2,96$$

$$\Delta_b = t_{мабл} \cdot m_b \quad \Delta_b = 2,26 \cdot 0,23 = 0,52$$

Формулы для расчета доверительных интервалов имеют вид:

$$\gamma_a = a \pm \Delta_a; \quad \gamma_{a_{\min}} = a - \Delta_a = 3,73; \quad \gamma_{a_{\max}} = a + \Delta_a = 9,65;$$

$$\gamma_b = b \pm \Delta_b; \quad \gamma_{b_{\min}} = b - \Delta_b = 1,7; \quad \gamma_{b_{\max}} = b + \Delta_b = 2,74.$$

Если в границы доверительного интервала попадает ноль, т.е. нижняя граница отрицательна, а верхняя положительна, то оцениваемый параметр принимается нулевым, так как он не может одновременно принимать и положительное, и отрицательное значения.

### *Реализация типовой задачи на компьютере*

Прогнозирование с помощью встроенных функций Excel предоставляет большие возможности. Некоторые из этих функций дают возможность построить доверительные интервалы для вычислений прогнозных значений. Эти функции, в основном, используются для проведения регрессионного анализа.

Функция **ЛИНЕЙН** рассчитывает статистику для ряда с применением метода наименьших квадратов, чтобы вычислить прямую линию, которая наилучшим образом аппроксимирует

имеющиеся данные и затем возвращает массив, который описывает полученную прямую.

Встроенная статистическая функция **ЛИНЕЙН** определяет параметры линейной регрессии  $y = a + b \cdot x$ . Эта функция имеет синтаксис:

=**ЛИНЕЙН**(Значения\_У;Значения\_Х;Константа;Статистика).

Значения\_У – диапазон, содержащий данные результативного признака; Значения\_Х – диапазон, содержащий данные независимого признака; Константа – логическое значение, которое указывает на наличие или на отсутствие свободного члена в уравнении. Если Константа = 1, то свободный член рассчитывается обычным образом, если Константа = 0, то свободный член равен 0; Статистика – логическое значение, которое указывает, выводить дополнительную информацию по регрессионному анализу или нет. Если Статистика = 1, то дополнительная информация выводится, если Статистика = 0, то выводятся только оценки параметров уравнения.

Пример вычисления функции **ЛИНЕЙН** по данным *примера 2* показан на рисунке.

Стаж работы, лет.	Дневная выработка
1	10
2	12
3	13
4	16
5	16
6	18
7	22
8	23
9	30

Результат	Результат
0,22	0,99
0,23	1,31
0,94	1,00
90,76	7
294,82	22,74



Чтобы выполнить эти вычисления, сначала выделите диапазон D2:E6 (5строк, 2 столбца в соответствии с количеством коэффициентов уравнения регрессии), не снимая выделения, введите формулу =ЛИНЕЙН(B2:B10; A2:A10;1;1) и затем нажмите клавиши <Ctrl+Shift+Enter>.

Регрессионная статистика будет выводиться в порядке, указанном в следующей схеме:

Значение коэффициента $b$	Значение коэффициента $a$
Среднеквадратическое отклонение $b$	Среднеквадратическое отклонение $a$
Коэффициент детерминации $R^2$	Среднеквадратическое отклонение $y$
$F$ -статистика	Число степеней свободы
Регрессионная сумма квадратов	Остаточная сумма квадратов

2. Уравнение *равносторонней гиперболы*  
 $\hat{y}_x = a + b \frac{1}{x}$  линеаризуется при замене  $z = \frac{1}{x}$ . Тогда уравнение регрессии примет вид:  $\hat{y}_x = a + bz$ .

Для расчета параметров уравнения линейной регрессии строим расчетную таблицу:

№ п/п	$x$	$y$	$z$	$zy$	$z^2$	$y^2$	$\hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$	$(y - \bar{y})^2$	$A_i$
1	1	10	1,00	10,00	1,00	100	6,81	10,19	60,49	31,93
2	2	12	0,50	6,00	0,25	144	14,81	7,88	33,38	23,39
3	3	13	0,33	4,33	0,11	169	17,47	20,01	22,83	34,41
4	4	16	0,25	4,00	0,06	256	18,81	7,88	3,16	17,54
5	5	16	0,20	3,20	0,04	256	19,61	13,01	3,16	22,54
6	6	18	0,17	3,00	0,03	324	20,14	4,58	0,05	11,89
7	7	22	0,14	3,14	0,02	484	20,52	2,19	17,83	6,72
8	8	23	0,13	2,88	0,02	529	20,81	4,81	27,27	9,54
9	9	30	0,11	3,33	0,01	900	21,03	80,48	149,38	29,90
Сумма	45	160	2,83	39,88	1,54	3162	160,00	151,03	317,56	187,87
Ср.зн.	5	17,78	0,31	4,43	0,17	351,33	17,78	16,78	35,28	20,87

Статистические дисперсии:

$$\sigma_y^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2 = 351,33 - 17,78^2 = 35,28;$$

$$\sigma_z^2 = \overline{z^2} - \bar{z}^2 = 0,17 - 0,31^2 = 0,07;$$

Стандартные (среднеквадратические) отклонения:

$$\sigma_y = \sqrt{35,28} = 5,94; \quad \sigma_z = \sqrt{0,07} = 0,27;$$

Определим параметры линейного уравнения регрессии:

$$b = \frac{\overline{y \cdot z} - \bar{y} \cdot \bar{z}}{\overline{z^2} - \bar{z}^2} = \frac{4,43 - 17,78 \cdot 0,31}{0,17 - 0,31^2} = \frac{-1,16}{0,07} = -16;$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{z} = 17,78 - (-16) \cdot 0,31 = 22,81.$$

Получено уравнение регрессии  $\hat{y}_x = 22,81 - 16 \cdot \frac{1}{x}$

Индекс корреляции для нелинейной регрессии ( $0 \leq \rho_{xy} \leq 1$ ) определяется по формуле:

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{151,03}{317,56}} = 0,72$$

Величина индекса корреляции объясняет умеренную связь между переменными  $y$ ,  $x$ .

Оценку качества построенной модели даст коэффициент детерминации, а также средняя ошибка аппроксимации.

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum A_i = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{187,87}{9} = 20,87$$

Расчетное значение  $\bar{A} = 20,87$  превышает допустимый предел, равный 8-12%. Следовательно, можно утверждать, что уравнение регрессии имеет не очень хорошее качество.

Коэффициент детерминации  $R^2 = \rho_{xy}^2 = 0,72^2 = 0,52$ .

Вариация результата на 52% объясняется вариацией фактора  $x$ , остальные 48% приходятся на долю прочих факторов, не учтенных в модели.

Оценку значимости уравнения регрессии в целом проведем с помощью  $F$ -критерия Фишера. Фактическое значение  $F$ -критерия:

$$F_{\text{факт}} = \frac{\rho_{xy}^2}{1 - \rho_{xy}^2} \cdot (n - 2) = \frac{0,52}{1 - 0,52} \cdot (9 - 2) = 7,72$$

Табличное значение критерия при пятипроцентном уровне значимости и степенях свободы  $k_1 = 1$  и  $k_2 = 9 - 1 - 1 = 7$  составляет.  $F_{\text{табл}} = 5,59$ . Так как  $F_{\text{факт}} = 7,72 > F_{\text{табл}} = 5,59$ , то нулевая гипотеза о статистической незначимости уравнения регрессии отвергается и признается противоположная гипотеза, т.е. уравнение регрессии признается статистически значимым с вероятностью 0,95.

3. Построению **степенной модели**  $y = ax^b$  предшествует процедура линеаризации переменных. Прологарифмируем обе части уравнения.

$$\lg y = \lg a + b \lg x;$$

$$Y = C + bX;$$

$$\text{где } Y = \lg y, X = \lg x; C = \lg a$$

№ п/п	$x$	$y$	$X$	$Y$	$XY$	$X^2$	$Y^2$	$\hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$	$(y - \bar{y})^2$	$A_i$
1	1	10	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	8,82	1,38	60,49	11,77
2	2	12	0,30	1,08	0,32	0,09	1,16	12,09	0,01	33,38	0,76
3	3	13	0,48	1,11	0,53	0,23	1,24	14,54	2,37	22,83	11,83
4	4	16	0,60	1,20	0,72	0,36	1,45	16,57	0,32	3,16	3,56
5	5	16	0,70	1,20	0,84	0,49	1,45	18,34	5,47	3,16	14,61
6	6	18	0,78	1,26	0,98	0,61	1,58	19,92	3,70	0,05	10,68
7	7	22	0,85	1,34	1,13	0,71	1,80	21,37	0,40	17,83	2,87
8	8	23	0,90	1,36	1,23	0,82	1,85	22,71	0,09	27,27	1,28
9	9	30	0,95	1,48	1,41	0,91	2,18	23,95	36,55	149,38	20,15
Сумма	45	160	5,56	11,04	7,17	4,22	13,72	158,31	50,28	317,56	77,51
Ср.зн.	5	17,78	0,62	1,23	0,80	0,47	1,52	17,59	5,59	35,28	8,61

Рассчитаем  $C$  и  $b$ :

$$b = \frac{\overline{X \cdot Y} - \overline{X} \cdot \overline{Y}}{\sigma_x^2} = \frac{0,80 - 0,62 \cdot 1,23}{0,09} = 0,45$$

$$C = \overline{Y} - b \cdot \overline{X} = 1,23 - 0,45 \cdot 0,62 = 0,95$$

Получим линейное уравнение:  $\hat{y} = 0,95 + 0,45 \cdot x$

Выполнив его потенцирование, получим:

$$\hat{y}_x = 10^{0,95} \cdot x^{0,45} = 8,82 \cdot x^{0,45}.$$

Подставляя в данное уравнение фактические значения  $x$ , получаем теоретические значения результата  $\hat{y}_x$ .

Тесноту связи изучаемых явлений оценивает *индекс корреляции*  $\rho_{xy}$  - для нелинейной регрессии ( $0 \leq \rho_{xy} \leq 1$ ):

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{50,28}{317,56}} = 0,98.$$

Оценку качества построенной модели даст коэффициент детерминации, а также средняя ошибка аппроксимации.

Подставляя в уравнение регрессии фактические значения  $x$ , определим теоретические (расчетные) значения  $\hat{y}_x$ . Найдем величину средней ошибки аппроксимации  $\bar{A}$ :

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum A_i = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{77,51}{9} = 8,61$$

В среднем расчетные значения отклоняются от фактических на 8,61%. Найденное значение средней ошибки аппроксимации входит в допустимый предел.

Коэффициент детерминации – квадрат коэффициента или индекса корреляции.

$$R^2 = \rho_{xy}^2 = 0,98^2 = 0,97.$$

Вариация результата на 97% объясняется вариацией фактора  $x$ , остальные 3% приходятся на долю прочих факторов, не учтенных в модели.

Рассчитаем  $F$ -критерий:

$$F_{факт} = \frac{\rho_{yx}^2}{1 - \rho_{yx}^2} \cdot (n - 2) = \frac{0,97}{1 - 0,97} \cdot (9 - 2) = 20,142$$

где  $n$  – число единиц совокупности;

Табличное значение критерия при пятипроцентном уровне значимости и степенях свободы  $k_1=1$  и  $k_2=9-1-1=7$  составляет.  $F_{табл} = 5,59$ . Так как  $F_{факт} = 201,42 > F_{табл} = 5,59$ , то нулевая гипотеза о статистической незначимости уравнения регрессии отвергается и признается противоположная гипотеза, т.е. уравнение регрессии признается статистически значимым с вероятностью 0,95.

4. Построению уравнения **показательной** кривой  $y = a \cdot b^x$  предшествует процедура линеаризации переменных при логарифмировании обеих частей уравнения:

$$\lg y = \lg a + x \cdot \lg b$$

$$Y = C + B \cdot x$$

где  $Y = \lg y$ ,  $C = \lg a$ ,  $B = \lg b$ .

№ п/п	$x$	$y$	$Y$	$Yx$	$Y^2$	$x^2$	$\hat{Y}_x$	$(y-\hat{y}_x)^2$	$(y-\bar{y})^2$	$A_i$
1	1	10	1,00	1,00	1,00	1	10,62	0,38	60,49	6,16
2	2	12	1,08	2,16	1,16	4	11,94	0,004	33,38	0,51
3	3	13	1,11	3,34	1,24	9	13,43	0,18	22,83	3,28
4	4	16	1,20	4,82	1,45	16	15,10	0,81	3,16	5,63
5	5	16	1,20	6,02	1,45	25	16,98	0,96	3,16	6,13
6	6	18	1,26	7,53	1,58	36	19,10	1,20	0,05	6,09
7	7	22	1,34	9,40	1,80	49	21,48	0,27	17,83	2,38
8	8	23	1,36	10,89	1,85	64	24,15	1,33	27,27	5,01
9	9	30	1,48	13,29	2,18	81	27,16	8,06	149,38	9,46
Сумма	45	160	11,04	58,45	13,72	285	159,95	13,2	317,56	44,66
Ср.зн.	5	17,78	1,23	6,49	1,52	31,67		1,47		4,96

Статистические дисперсии:

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 31,67 - 5^2 = 6,67;$$

$$\sigma_y^2 = \overline{Y^2} - \bar{Y}^2 = 1,52 - 1,23^2 = 0,007;$$

Стандартные (среднеквадратические) отклонения:

$$\sigma_y = \sqrt{0,007} = 0,08; \quad \sigma_x = \sqrt{6,67} = 2,58;$$

Значения параметров регрессии  $C$  и  $B$  составили:

$$B = \frac{\bar{Y} \cdot x - \bar{Y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{6,49 - 1,23 \cdot 5}{6,67} \approx 0,051$$

$$C = \bar{Y} - B \cdot \bar{x} = 1,25 - 0,051 \cdot 5 = 0,975$$

Получено линейное уравнение:  $\hat{Y} = 0,975 + 0,051 \cdot x$

Произведем потенцирование полученного уравнения и запишем его в обычной форме:

$$\hat{y} = 10^{0,975} \cdot 10^{0,051x} = 9,44 \cdot 1,1246^x$$

Тесноту связи изучаемых явлений оценивает индекс корреляции для нелинейной регрессии:

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{13,20}{317,56}} = 0,96.$$

Средняя ошибка аппроксимации:  $\bar{A} = 4,96\%$ .

$$F_{факт} = \frac{\rho_{xy}^2}{1 - \rho_{xy}^2} (n - 2) = \frac{0,6241}{0,3759} \cdot 7 = 11,62$$

В нашем примере  $F_{табл} = 5,59$ ,  $F_{табл} < F_{факт}$ , то гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность.

**Вывод:** Сравнивая коэффициент детерминации и среднюю ошибку аппроксимации во всех рассматриваемых моделях, пришли к выводу, что ближе к единице коэффициент детерминации в степенной модели. Ошибка аппроксимации степенной модели  $\bar{A} = 8,61$  по сравнению с другими моделями имеет не самое наименьшее значение, но входит в допустимый предел 8-12%. Следовательно, лучшей моделью можно считать степенную модель.

### Лабораторная работа № 3. Множественный регрессионный анализ

Зависимость валовой продукции сельского хозяйства ( $y$  – млн. руб.) от валового производства молока ( $x_1$  – тыс. руб.) и мяса ( $x_2$  – тыс. руб.) на 100 га сельскохозяйственных угодий по 26 районам области характеризуется следующим образом:

$$\hat{y} = -2,229 + 0,039x_1 + 0,303x_2;$$

$$R^2 = 0,956.$$

Матрица парных коэффициентов корреляции и средние значения:

	$y$	$x_1$	$x_2$	<i>Среднее</i>
$y$	1			25,8
$x_1$	0,717	1		364,9
$x_2$	0,930	0,489	1	45,3

*Требуется:*

1. Оценить значимость уравнения регрессии с помощью  $F$ -критерия Фишера с вероятностью 0,95. Сделать выводы.
2. Найти скорректированный коэффициент множественной корреляции.
3. Построить уравнение множественной регрессии в стандартизованном масштабе и сделать выводы.
4. Найти частные средние коэффициенты эластичности и корреляции; сделать выводы.
5. Построить таблицу дисперсионного анализа для оценки целесообразности включения в модель фактора  $x_2$  после фактора  $x_1$ , если известно, что  $\sigma_y^2 = 1350,5$ .
6. Оценить значимость параметра при факторе  $x_2$  через  $t$ -критерий Стьюдента и дать интервальную оценку коэффициента регрессии с вероятностью 0,95.
7. Найти стандартную ошибку регрессии.

*Решение:*

1. Оценку значимости уравнения регрессии в целом дает  $F$ -критерий Фишера:

$$F_{\text{факт}} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-m-1}{m}, \text{ где}$$

$m$  - число факторных признаков в уравнении регрессии;  
 $R$  - линейный коэффициент множественной корреляции.  
В нашем примере  $F$ -критерий Фишера составляет:

$$F_{\text{факт}} = \frac{0,956}{1-0,956} \cdot \frac{26-2-1}{2} = 249,864$$

$$F_{\text{табл}} = 3,42; \alpha = 0,05.$$

Приходим к выводу о необходимости отклонить гипотезу  $H_0$ , так как  $F_{\text{табл}} < F_{\text{факт}}$ . С вероятностью 0,95 делаем заключение о статистической значимости уравнения в целом и показателя тесноты связи  $R^2$ .

2. Скорректированный коэффициент множественной корреляции находится как корень из скорректированного коэффициента множественной детерминации ( $R^2_{\text{скорп}}$ ):

$$\begin{aligned} R_{\text{скорп}} &= \sqrt{R^2_{\text{скорп}}} = \sqrt{1 - (1 - R^2) \cdot \frac{(n-1)}{(n-m-1)}} = \\ &= \sqrt{1 - (1 - 0,956) \cdot \frac{(26-1)}{(26-2-1)}} = \sqrt{0,952} = 0,976 \end{aligned}$$

3. Линейное уравнение множественной регрессии  $y$  от  $x_1$  и  $x_2$  имеет вид:  $y = a + b_1x_1 + b_2x_2$ .

По условию оно дано:  $\hat{y} = -2,229 + 0,039x_1 + 0,303x_2$ .

Построим искомое уравнение в стандартизованном масштабе:

$$t_y = \beta_1 t_{x_1} + \beta_2 t_{x_2}$$

Расчет  $\beta$  - коэффициентов выполним по формулам:

$$\beta_1 = \frac{r_{yx1} - r_{yx2}r_{x1x2}}{1 - r^2_{x1x2}} = \frac{0,717 - 0,930 \cdot 0,489}{1 - (0,489)^2} = 0,345$$



$$\beta_2 = \frac{r_{yx2} - r_{yx1}r_{x1x2}}{1 - r_{x1x2}^2} = \frac{0,930 - 0,717 \cdot 0,489}{1 - (0,489)^2} = 0,761$$

Получим уравнение:  $t_y = 0,345t_{x1} + 0,761t_{x2}$

4. Для характеристики относительной силы влияния  $x_1$  и  $x_2$  на  $y$  рассчитаем средние коэффициенты эластичности:

$$\bar{\mathcal{E}}_{yx_j} = b_j \cdot \frac{x_j}{y}$$

$$\bar{\mathcal{E}}_{yx_1} = \frac{0,039 \cdot 364,9}{25,8} = 0,552\% \quad \bar{\mathcal{E}}_{yx_2} = \frac{0,303 \cdot 45,3}{25,8} = 0,532\%$$

С увеличением валового производства молока  $x_1$  на 1% от его среднего уровня валовая продукция сельского хозяйства  $y$  возрастает на 0,55% от своего среднего уровня; при повышении валового производства мяса  $x_2$  на 1% валовая продукция сельского хозяйства  $y$  возрастает на 0,53% от своего среднего уровня. Очевидно, что сила влияния валового производства молока  $x_1$  на валовую продукцию сельского хозяйства  $y$  оказалась большей, чем сила влияния валового производства мяса  $x_2$ , но правда не намного.

Частные коэффициенты корреляции рассчитываются по формуле:

$$r_{yx_1x_2} = \frac{r_{yx1} - r_{yx2} \cdot r_{x1x2}}{\sqrt{(1 - r_{yx2}^2) \cdot (1 - r_{x1x2}^2)}} = \frac{0,717 - 0,930 \cdot 0,489}{\sqrt{(1 - 0,930^2) \cdot (1 - 0,489^2)}} = 0,817$$

т.е. при закреплении фактора  $x_2$  на постоянном уровне корреляция  $y$  и  $x_1$  оказывается более высокой (0,817 против 0,717);

$$r_{yx_2x_1} = \frac{r_{yx2} - r_{yx1} \cdot r_{x1x2}}{\sqrt{(1 - r_{yx1}^2) \cdot (1 - r_{x1x2}^2)}} = \frac{0,930 - 0,717 \cdot 0,489}{\sqrt{(1 - 0,717^2) \cdot (1 - 0,489^2)}} = 0,953$$

т. е. при закреплении фактора  $x_1$  на постоянном уровне влияние фактора  $x_2$  на  $y$  оказывается более высокой (0,953 против 0,930);

$$r_{x_1x_2y} = \frac{r_{x_1x_2} - r_{yx1} \cdot r_{yx2}}{\sqrt{(1 - r_{yx1}^2) \cdot (1 - r_{yx2}^2)}} = \frac{0,489 - 0,717 \cdot 0,930}{\sqrt{(1 - 0,717^2) \cdot (1 - 0,930^2)}} = -0,692$$

5. Результаты дисперсионного анализа представлены в таблице.

Вариация результата, у	Число степеней свободы	Сумма квадратов отклонений, S	Дисперсия на одну степень свободы, s <sup>2</sup>	F <sub>факт</sub>	F <sub>табл</sub> α=0,05 k <sub>1</sub> =2, k <sub>2</sub> =23
Общая	Df=n-1=25	35113	-	-	-
Факторная	k <sub>1</sub> =m=2	33568,028	16784,014	249,864	3,42
- за счет x <sub>1</sub>	1	18051,207	18051,207	268,728	4,28
- за счет дополните льного x <sub>2</sub>	1	15516,821	15516,821	230,999	4,28
Остаточная	k <sub>2</sub> =n-m-1=23	1544,972	67,173	-	-

$$S_{\text{общ}} = \sigma_y^2 \cdot n = 1350,5 \cdot 26 = 35113$$

$$S_{\text{факт}} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot R^2_{yx1x2} = 1350,5 \cdot 26 \cdot 0,956 = 33568,028$$

$$S_{\text{факт}x1} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot r^2_{yx1} = 1350,5 \cdot 26 \cdot 0,717^2 = 18051,207$$

$$S_{\text{факт}x2} = S_{\text{факт}} - S_{\text{факт}x1} = 33568,028 - 18051,207 = 15516,821$$

$$S_{\text{ост}} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot (1 - R^2_{yx1x2}) = S_{\text{общ}} - S_{\text{факт}} = 35113 - 33568,028 = 1544,972$$

$$F_{\text{факт}} = \frac{S_{\text{факт}}}{S_{\text{ост}}} \cdot \frac{n - m - 1}{m} = \frac{33568,028}{1544,972} \cdot \frac{23}{2} = 249,864$$

$$F_{\text{факт}x1} = \frac{S_{\text{факт}x1}}{S_{\text{ост}}} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{18051,207}{1544,972} \cdot \frac{23}{1} = 268,728$$

$$F_{\text{част}x2} = \frac{R^2_{yx1x2} - r^2_{yx1}}{1 - R^2_{yx1x2}} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0,956 - 0,717^2}{1 - 0,956} \cdot \frac{23}{1} = 230,999$$

$$s^2 = \frac{S}{k_1} = 16784,014$$

$$s_{x_2}^2 = \frac{S_{x_2}}{1} = 15516,821$$

$$s_{x_1}^2 = \frac{S_{x_1}}{1} = 18051,207$$

Включение в модель фактора  $x_2$  после фактора  $x_1$  оказалось статистически значимым и оправданным: прирост факторной дисперсии (в расчете на одну степень свободы) оказался существенным, т.е. следствием дополнительного включения в модель систематически действующего фактора  $x_2$ , так как  $F_{\text{факт}x_2} = 230,999 > F_{\text{табл}} = 4,28$ .

**6.** Оценка с помощью  $t$ -критерия Стьюдента значимости коэффициента  $b_2$  связана с сопоставлением его значения с величиной его случайной ошибки:  $t_{b_2}$ .

Расчет значения  $t$ -критерия Стьюдента для коэффициента регрессии линейного уравнения находится по следующей формуле:

$$t_{b_2} = \sqrt{F_{\text{факт}x_2}} = 15,199.$$

При  $\alpha = 0,05$ ;  $df = n - m - 1 = 26 - 2 - 1 = 23$ ;  $t_{\text{табл}} = 2,07$ .

Сравнивая  $t_{\text{табл}}$  и  $t_{\text{факт}}$ , приходим к выводу, что так как  $t_{b_2} = 15,199 > 2,07 = t_{\text{табл}}$ , коэффициент регрессии  $b_2$  является статистически значимым, надежным, на него можно опираться в анализе и в прогнозе.

**7.** Стандартная ошибка регрессии рассчитывается по формуле:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - m - 1}} = \sqrt{\frac{S_{\text{ост}}}{n - m - 1}} = \sqrt{\frac{1544,972}{26 - 2 - 1}} = 8,196.$$

## Варианты для самостоятельной работы

### Вариант 1

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
17	97	15	73	18	101	18	103	17	94
16	94	16	82	15	85	16	94	16	91
17	97	16	93	17	100	17	97	18	103
16	90	17	89	17	84	14	79	15	76
15	75	15	80	16	80	17	90	16	89
17	99	18	104	18	105	15	76	17	100
17	88	16	86	16	88	18	94	19	107
16	82	18	94	18	100	17	84	15	80
17	83	18	91	16	77	16	77	16	77
16	81	15	70	16	84	18	94	15	79
16	85	18	99	16	94	15	76	18	98
18	95	17	85	17	91	16	92	15	85

### Вариант 2

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
37	58	38	59	34	53	27	51	42	78
39	63	33	54	45	74	37	66	38	63
30	59	36	68	36	65	38	72	35	69
32	59	37	58	38	63	47	90	38	74
40	67	48	93	35	62	40	67	32	58
34	53	41	72	32	51	33	65	38	60
33	53	31	51	37	63	36	62	37	71
40	69	44	71	40	67	36	69	41	81
38	68	38	63	31	59	41	81	33	60
35	55	28	55	42	72	41	75	32	58

37	67	42	81	39	60	35	52	42	72
35	53	31	46	34	56	39	70	28	50
26	37	26	42	36	71	33	49	44	73
29	45	32	58	31	52	40	73	42	75
37	73	31	59	29	44	35	56	35	63
31	50	40	61	41	77	24	31	33	60
38	66	31	43	27	47	37	69	35	61

### Вариант 3

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
58	122	69	140	64	135	73	160	65	148
62	138	70	153	72	160	70	151	70	151
65	137	68	152	66	135	64	131	58	130
61	133	69	153	63	139	69	141	62	138
66	132	68	149	67	151	70	157	66	140
67	143	70	158	59	123	59	121	64	137
67	137	63	126	69	139	65	145	64	137
65	131	63	133	67	134	65	149	64	140
62	142	68	148	69	148	64	137	64	147
68	138	64	144	64	129	64	130	67	148
64	143	70	154	64	130	63	144	64	140
55	114	63	140	65	144	68	148	65	145
68	136	67	153	65	147	67	145	67	149
64	130	65	148	61	128	63	131	75	158
63	143	71	150	62	138	63	143	63	130
64	137	64	145	62	137	68	145	60	137
67	138	62	124	66	141	77	158	73	159
62	138	67	152	72	151	58	131	73	150
59	123	63	139	61	137	63	128	66	138

### Вариант 4

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
70	471	69	463	75	516	70	479	70	488
72	492	73	497	77	537	80	541	75	511
75	506	73	502	68	463	65	439	67	467
68	464	72	498	68	475	72	499	79	533
68	457	70	477	71	489	70	483	75	511
71	478	73	509	72	499	75	512	67	460
69	475	71	488	72	487	69	469	74	517
71	490	71	484	77	528	73	503	69	479
69	480	69	474	75	524	73	498	70	478
68	457	71	493	70	482	72	484	71	482
68	470	66	454	72	486	78	541	74	515
69	468	74	514	72	493	76	518	68	472
75	515	76	522	70	470	71	481	70	476
83	578	78	543	76	529	78	544	72	484
73	508	74	507	80	553	77	527	70	476
71	493	79	534	65	443	74	505	70	479
82	556	78	544	70	475	67	457	68	517

### Вариант 5

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
32	177	44	221	32	177	26	130	41	206
40	201	36	186	34	187	43	224	40	204
36	189	37	185	40	208	38	205	32	172
40	213	40	212	40	213	40	205	40	219
36	180	39	208	36	196	33	181	36	197
34	185	28	142	36	199	29	147	32	173
33	177	39	196	34	180	38	202-	40	211

35	175	28	143	34	180	39	210	33	177
36	189	32	162	33	177	35	181	36	187
43	229	40	200	31	159	34	187	32	179
29	153	37	191	33	182	42	218	33	172
41	208	30	163	42	223	27	145	32	179

### Вариант 6

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
89	13	89	10	88	6	90	4	90	4
89	13	90	121	89	14	91	5	92	11
89	8	89	15	89	19	88	1	90	6
90	12	89	13	90	4	90	7	90	11
89	20	89	15	89	7	88	19	86	3
90	18	91	14	91	20	87	1	90	3
91	7	88	18	89	1	92	7	89	16
88	2	90	16	90	11	89	20	89	19
89	14	91	12	88	8	88	5	88	16
90	19	90	12	90	13	90	2	90	15
88	13	90	4	89	11	90	1	88	4

### Вариант 7

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
93	298	86	264	88	264	92	295	80	243
88	281	87	279	84	263	92	280	90	274
91	283	83	251	90	279	87	261	91	288
83	254	87	273	89	270	88	271	84	264
89	271	91	284	81	261	85	270	82	261
86	260	87	266	87	276	83	268	83	263
85	262	87	265	88	266	88	266	87	269
88	275	91	280	89	278	88	282	86	263

85	265	86	274	89	268	89	273	87	268
87	277	93	286	82	265	92	284	86	258
82	256	89	278	86	276	88	267	87	264
91	280	85	269	84	262	89	271	87	243

### Вариант 8

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
39	82	16	52	17	41	35	80	27	63
36	89	35	74	27	65	22	63	41	93.
35	72	22	57	29	61	38	92	44	97
20	41	34	71	33	67	28	69	22	45
31	78	31	70	32	78	30	77	33	79
41	83	34	72	30	79	36	84	38	81
24	62	36	82	27	70	32	68	30	68
22	49	19	40	31	78	26	58	30	66
38	88	34	74	28	60	26	72	31	81
35	74	28	76	30	64	29	73	28	72
26	65	30	74	38	81	32	72	27	57
34	88	24	49	34	69	31	80	27	79

### Вариант 9

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
16	96	13	68	13	84	13	78	14	86
16	86	18	104	14	88	13	75	16	86
16	96	15	83	12	67	17	97	16	80
13	68	13	81	14	78	12	67	15	80
16	92	17	102	16	87	15	83	15	88
10	54	15	92	13	74	13	74	13	74
16	81	13	75	19	107	15	93	17	86
15	89	16	80	14	76	19	109	14	80



14	78	15	92	17	102	17	99	13	79
13	71	17	86	13	79	15	76	15	92
12	77	15	77	16	86	15	77	14	77
13	79	16	99	11	70	14	70	14	81
15	81	17	94	12	66	16	92	16	87
14	81	17	104	15	84	15	79	11	71
13	66	16	86	14	71	17	101	13	81
14	85	12	74	16	86	15	93	15	76
17	92	13	75	14	85	13	74	13	77

### Вариант 10

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
90	192	79	159	100	204	91	193	98	201
83	171	93	200	92	187	80	169	99	210
81	162	91	195	92	184	86	190	90	191
83	175	98	203	84	175	90	199	93	193
86	178	90	182	93	205	91	192	92	195
87	185	92	186	98	197	90	193	76	169
90	185	79	158	97	199	92	191	90	193
85	189	82	176	104	218	84	174	90	190
99	214	103	211	95	195	77	156	87	177
91	192	93	188	97	207	88	190	85	186
92	189	89	194	83	182	89	183	88	185
98	201	93	188	97	208	92	189	103	211
87	178	91	186	79	161	81	169	91	190
89	179	83	174	91	193	92	201	94	200
108	225	104	211	85	186	93	196	90	186
82	180	95	199	90	187	108	229	85	177

## Вариант 11

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
45	177	38	145	47	180	48	186	41	157
38	146	34	135	58	232	43	172	47	183
58	226	44	172	40	158	64	255	56	217
46	184	47	181	47	183	53	207	42	167
40	152	65	259	46	184	43	168	53	208
41	155	34	133	42	162	45	174	41	162
58	230	42	161	50	198	43	172	40	151
41	155	48	189	45	171	43	168	30	111
51	199	54	208	53	204	42	159	38	143
59	227	55	220	29	110	68	266	45	180
62	244	50	191	40	152	42	159	43	167
44	172	37	141	41	161	60	237	44	176
47	184	43	163	44	167	56	222	46	176
43	177	47	188	28	109	39	147	59	234
47	183	44	170	48	186	47	188	42	163
55	218	51	203	53	203	55	211	43	166
61	240	51	204	26	99	35	138	49	188

## Вариант 12

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
45	99	45	96	49	104	41	90	54	113
41	88	42	86	42	89	54	110	45	99
54	108	45	98	31	71	48	96	36	75
52	107	45	97	40	86	53	110	41	91
38	88	61	128	46	97	47	97	46	101
48	104	42	88	44	85	50	102	38	83
38	85	55	117	48	105	46	101	44	89

48	96	52	110	44	97	56	112	35	79
47	98	44	94	53	113	42	93	47	99
46	97	41	82	32	67	41	84	43	93
45	92	47	97	48	97	55	112	58	120
45	90	43	91	44	82	40	80	53	107
53	108	55	118	45	81	50	105	51	108
52	107	43	87	44	94	49	99	48	100

### Вариант 13

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
46	50	62	67	50	51	60	63	58	62
55	57	57	58	59	66	62	64	57	57
57	61	68	68	48	51	46	47	46	49
55	58	47	56	45	54	51	59	54	63
51	51	69	74	51	53	69	76	67	72
62	70	65	72	40	41	60	60	60	64
43	43	39	59	59	65	57	61	53	53
64	71	57	60	46	54	62	65	57	65
56	64	48	52	47	52	58	66	41	45
65	67	41	47	55	59	54	60	58	61
56	63	57	57	49	55	57	63	43	45
51	58	50	57	64	70	44	45	55	57
58	60	64	67	56	62	55	62	40	43
42	47	43	45	52	58	50	54	67	74
46	54	57	62	42	46	63	67	57	57
54	60	54	56	48	50	44	48	48	54
56	57	57	65	51	60	47	55	73	79

**Вариант 14**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
67	207	64	197	56	176	59	180	55	172
57	171	59	182	62	192	71	214	61	186
82	246	75	225	67	204	59	185	59	183
62	191	68	207	62	195	64	196	63	197
57	172	65	201	71	220	68	208	63	196
83	255	80	241	67	205	71	220	69	216
69	213	71	219	66	207	76	231	77	237
86	261	61	183	67	201	77	234	77	236
66	203	77	239	70	215	73	225	49	154
79	242	69	209	64	197	65	198	63	189
82	248	64	201	66	206	70	217	71	222
73	221	68	208	78	241	74	225	69	214
65	195	52	159	65	197	73	224	52	160

**Вариант 15**

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
31	37	28	30	27	35	24	25	27	31
28	36	28	34	29	36	27	32	28	38
30	32	31	37	24	33	25	35	24	32
23	30	23	32	23	24	29	30	24	32
25	32	28	30	27	29	29	34	26	28
25	33	26	35	27	32	25	33	25	34
25	27	26	34	28	34	25	31	22	29
27	28	28	29	26	29	30	34	27	35
31	40	27	35	29	38	25	29	26	32
25	33	25	34	26	30	31	38	24	30
28	31	26	30	23	33	25	30	25	29
25	31	27	35	27	30	27	31	22	31
30	39	28	30	29	39	26	32	22	31

## Вариант 16

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
89	262	88	256	92	267	91	273	92	272
90	261	96	288	90	288	91	264	97	284
91	268	92	269	89	266	92	270	96	288
87	255	92	276	90	275	87	261	97	290
89	261	91	266	91	285	90	262	99	288
93	275	85	248	95	259	94	290	89	266
90.	263	94	281	92	263	90	263	93	273
94	279	89	266	92	279	97	289	95	283
92	269	94	282	91	269	95	278	93	276
93	276	94	281	91	276	94	279	94	275
94	274	90	265	92	274	91	265	94	278

## Вариант 17

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
45	177	38	145	47	180	48	186	41	157
38	146	34	135	58	232	43	172	47	183
58	226	44	172	40	158	64	255	56	217
46	184	47	181	47	183	53	207	42	167
40	152	65	259	46	184	43	168	53	208
41	155	34	133	42	162	45	174	41	162
58	230	42	161	50	198	43	172	40	151
41	155	48	189	45	171	43	168	30	111
51	199	54	208	53	204	42	159	38	143
59	227	55	220	29	110	68	266	45	180
62	244	50	191	40	152	42	159	43	167
44	172	37	141	41	161	60	237	44	176
47	184	43	163	44	167	56	222	46	176
43	177	47	188	28	109	39	147	59	234

47	183	44	170	48	186	47	188	42	163
55	218	51	203	53	203	55	211	43	166
61	240	51	204	26	99	35	138	49	188

### Вариант 18

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
32	177	44	221	32	177	26	130	41	206
40	201	36	186	34	187	43	224	40	204
36	189	37	185	40	208	38	205	32	172
40	213	40	212	40	213	40	205	40	219
36	180	39	208	36	196	33	181	36	197
34	185	28	142	36	199	29	147	32	173
33	177	39	196	34	180	38	202	40	211
35	175	28	143	34	180	39	210	33	177
36	189	32	162	33	177	35	181	36	187
37	188	33	166	34	190	36	182	33	198
43	229	40	200	31	159	34	187	32	179
29	153	37	191	33	182	42	218	40	204
41	208	30	163	42	223	27	145	32	177

### Вариант 19

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
47	52	62	67	50	51	60	63	58	62
57	57	57	58	59	66	62	64	57	57
57	61	68	68	46	51	46	47	46	49
57	58	47	56	45	54	51	59	54	63
44	51	69	74	51	53	68	77	67	72
62	70	65	72	40	41	60	60	60	64
43	43	38	59	59	65	57	61	53	59
64	71	57	60	46	54	62	65	57	65

56	64	48	52	47	52	58	66	41	45
65	67	41	47	55	59	54	60	58	61
56	63	57	57	49	55	57	63	43	45
51	58	50	57	64	70	44	45	55	57
58	60	64	67	56	62	55	62	40	43
42	47	43	45	52	58	50	54	67	74
46	54	57	62	42	46	63	67	57	57

### Вариант 20

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
62	208	64	197	58	179	59	180	55	172
53	172	59	182	62	192	71	214	61	186
82	246	75	225	67	204	59	185	59	183
62	191	68	207	62	195	64	196	63	197
57	172	65	201	71	220	68	208	63	196
83	255	80	241	67	205	71	220	69	216
69	213	71	219	66	207	76	231	77	237
86	261	61	183	67	201	77	234	77	236
66	203	77	239	70	215	73	225	49	154
79	242	69	209	64	197	65	198	63	189
82	248	64	201	66	206	70	217	71	222
73	221	68	208	78	241	74	225	69	214
66	211	77	219	80	223	77	233	69	211
65	195	52	159	65	197	73	224	52	160

### Вариант 21

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
33	178	44	221	32	177	26	130	41	206
42	201	36	186	34	187	43	224	40	204
36	189	37	185	40	208	38	205	32	173

40	213	40	212	40	213	40	205	40	219
39	180	39	208	36	196	33	181	36	196
34	185	28	142	36	199	29	147	32	173
33	177	39	196	34	180	36	206	40	212
35	176	28	143	34	180	39	210	33	177
39	189	32	162	33	177	35	181	36	187
37	186	33	166	34	190	36	182	33	198
43	229	40	200	31	159	34	187	32	179
42	208	30	163	42	223	27	145	33	179

### Вариант 22

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
48	182	47	181	47	183	53	207	42	167
45	155	65	259	46	184	43	168	53	208
46	156	34	133	42	162	45	174	41	162
55	230	42	161	50	198	43	172	40	151
41	155	48	189	45	171	43	168	30	111
51	199	54	208	53	204	42	159	38	143
59	226	55	220	29	110	68	266	45	180
66	244	50	191	40	152	42	159	43	167
42	172	37	141	41	161	60	237	44	176
42	182	43	163	44	167	56	222	46	176
43	172	47	187	28	109	39	147	59	234
45	183	44	170	48	186	47	188	42	163
56	218	51	206	53	203	55	211	43	166
66	246	51	207	26	99	35	138	49	188

### Вариант 23

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
39	98	34	88	36	90	44	85	45	97



43	87	56	100	43	96	43	89	47	109
45	99	45	96	49	104	41	90	54	113
41	88	42	86	42	89	54	110	45	99
54	108	45	98	31	71	48	96	36	75
52	107	45	97	40	86	53	110	41	91
38	88	61	128	46	97	47	97	46	101
48	104	42	88	44	85	50	102	38	83
38	85	55	117	48	105	46	101	44	89
48	96	52	110	44	97	56	112	35	79
47	98	44	94	53	113	42	93	47	99
46	97	41	82	32	67	41	84	43	93
45	92	47	97	48	97	55	112	58	120
45	90	43	91	44	82	40	80	53	107
53	108	55	118	45	81	50	105	51	108
52	107	43	87	44	94	49	99	48	101

### Вариант 24

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
55	57	51	58	59	66	62	64	57	57
57	61	68	68	48	51	46	47	46	49
56	56	42	59	41	54	51	59	54	63
51	51	69	74	51	53	69	76	67	72
62	70	65	72	40	41	60	60	60	64
43	43	39	59	59	65	57	61	53	53
56	64	48	52	47	52	58	66	41	45
65	67	41	47	55	59	54	60	58	61
56	63	57	57	49	55	57	63	43	45
59	58	50	57	64	70	44	45	55	57
58	60	64	67	56	62	55	62	40	43
42	47	43	45	52	58	50	54	67	74

46	54	57	62	42	46	63	67	57	57
54	60	54	56	48	50	44	48	48	54
59	61	58	68	51	60	47	55	73	88

### Вариант 25

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
67	207	64	197	56	176	59	180	55	172
76	199	77	201	76	199	74	188	69	184
57	171	59	182	62	192	71	214	61	186
83	246	75	225	67	204	59	185	59	183
62	191	68	202	62	195	64	196	63	197
57	172	65	201	71	220	68	208	63	196
84	255	80	241	67	205	71	220	69	216
66	213	71	212	66	202	76	231	77	237
86	261	61	183	67	201	77	234	77	236
67	203	77	239	70	215	73	225	49	154
72	242	69	209	64	192	65	198	63	189
82	248	64	201	66	206	70	217	71	222
73	221	68	208	78	241	74	225	69	214
62	195	52	159	65	197	73	224	52	160

### Вариант 26

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
29	44	31	54	26	65	31	56	43	76
33	45	32	46	34	39	35	47	29	29
31	37	28	30	27	35	24	25	27	31
28	36	28	34	29	36	27	32	28	38
30	32	31	37	24	33	25	35	24	32
23	30	23	32	23	24	29	30	24	32
25	32	28	30	27	29	29	34	26	28

25	33	26	35	27	32	25	33	25	34
23	27	26	34	28	34	25	31	22	29
27	28	28	29	26	29	30	34	23	35
33	40	27	35	29	38	25	29	26	32
25	33	25	34	26	30	31	38	24	33
28	31	26	30	23	33	25	30	23	29
25	31	23	35	27	33	23	31	22	33
30	39	28	30	29	39	26	32	23	33

### Вариант 27

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
89	199	87	198	88	201	86	199	91	187
79	189	94	211	92	222	93	233	95	236
89	262	88	256	92	267	91	273	92	272
90	261	96	288	90	288	91	264	97	284
96	268	92	269	89	266	92	270	97	288
87	255	92	276	90	275	87	261	97	290
89	261	91	266	96	285	90	262	99	288
93	276	86	248	95	259	96	296	86	266
90.	263	94	281	96	263	90	263	93	276
94	279	89	266	92	279	97	289	95	283
92	269	94	282	91	269	95	278	93	276
93	276	94	281	91	276	94	279	94	275
94	274	90	265	92	274	97	265	94	277

### Вариант 28

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
59	226	44	172	40	158	64	256	56	217
43	184	47	185	45	186	53	207	42	167
42	152	65	259	46	184	43	168	53	208

41	152	34	133	42	162	46	174	41	162
58	230	42	161	50	198	43	172	40	151
41	152	48	189	45	171	43	168	30	111
51	199	54	208	53	204	42	159	38	143
59	227	55	220	29	110	68	266	45	180
62	244	50	191	40	152	42	159	43	167
44	171	37	141	41	161	60	237	44	176
47	181	43	163	44	167	56	222	46	176
43	177	47	188	28	109	39	147	59	234
47	183	44	170	48	186	47	188	42	163
55	218	51	203	53	203	57	211	47	167
61	240	51	204	26	99	35	138	49	186

### Вариант29

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
65	233	67	218	67	214	66	215	56	198
54	188	67	196	59	178	55	178	65	213
62	208	64	197	58	179	59	180	54	175
52	172	59	182	62	192	71	214	61	186
82	246	75	225	67	204	59	185	59	183
63	191	68	207	62	195	64	196	63	197
57	172	65	206	71	220	68	208	63	196
86	255	80	241	67	205	76	220	69	216
68	213	71	219	66	207	76	231	77	237
88	261	68	183	67	201	77	234	77	236
66	203	77	239	70	215	73	225	49	155
79	242	69	209	64	197	65	198	63	189
82	248	64	201	66	206	70	217	71	225
73	221	68	208	78	241	74	225	69	214
68	218	77	219	80	223	77	233	69	216
64	194	52	159	64	197	73	224	52	164

### Вариант 30

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
33	179	32	175	36	200	44	200	45	219
31	198	34	211	43	200	42	199	55	233
33	178	44	221	32	177	26	130	41	206
43	201	36	186	34	187	43	224	40	204
36	189	33	185	40	204	38	205	32	173
43	213	40	212	40	213	41	205	40	214
39	180	39	208	36	195	36	181	36	196
33	183	28	142	36	199	29	147	32	173
33	173	39	196	34	180	36	206	40	215
35	176	28	143	34	181	39	210	33	177
39	189	32	162	33	177	35	181	36	185
37	186	33	166	34	191	36	182	33	198
43	229	40	200	31	159	34	197	32	174
42	208	30	163	42	223	27	145	55	214

### Вариант 31

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
45	177	38	145	47	180	48	186	41	157
51	146	34	135	58	232	43	172	47	183
58	226	44	172	40	158	64	255	56	217
46	184	47	181	47	183	53	207	42	167
40	152	65	259	46	184	43	168	53	208
41	155	34	133	42	162	45	174	41	180
58	226	42	161	53	198	43	172	40	151
41	155	48	189	45	171	43	168	30	111
51	199	54	208	53	204	42	159	41	143
59	227	55	220	29	110	68	266	45	180
62	244	50	191	40	152	42	159	43	167

44	172	37	141	41	161	60	237	44	176
47	184	43	163	44	167	56	222	46	176
43	177	47	188	28	109	39	147	59	234
47	183	44	170	48	186	47	188	42	163
55	218	51.	203	53	203	55	211	43	166
61	240	51	204	26	99	35	138	49	188

### Вариант 32

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
32	177	44	221	32	177	26	130	41	206
40	201	36	186	34	187	43	224	40	204
36	189	37	185	40	208	38	205	32	172
40	213	40	212	40	213	40	202	40	219
36	180	39	208	36	196	33	181	36	197
34	180	28	142	36	199	33	147	32	173
33	177	39	196	34	180	38	202	40	211
35	175	28	163	34	180	39	210	33	177
36	189	32	162	33	177	35	181	36	187
37	188	33	166	34	190	36	182	33	198
43	229	40	200	31	159	34	187	32	179
33	153	37	191	33	187	42	218	40	204
41	208	30	163	42	223	27	145	32	177

## Список литературы

1. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика: Учебник для вузов / Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008. – 311 с.
2. Практикум по эконометрике: Учебн. пособие / Под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2008. – 192 с.
3. Сборник задач по эконометрике: Учебное пособие для студентов экономических вузов / Сост. Е.Ю. Дорохина, Л.Ф. Преснякова, Н.П. Тихомиров. – М.: Издательство «Экзамен», 2008. – 224 с.
4. Шалабанов А.К., Роганов Д.А. Эконометрика: Учебно-метод. пособие. – Казань: Академия Управления «ТИСБИ», 2006. – 198 с.
5. Эконометрика: Учебник / Под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 344 с.

Отпечатано в полиграфическом центре «Астэрия»

Подписано в печать 22.04.2018 г.

Формат 60x84/16. Печать ризографическая.

Бумага офсетная. Усл.печ.л. 3,4

Тираж 50 экз. Заказ № 1123

---

423800, г. Набережные Челны, Новый город,  
Проспект Академика Рубаненко, 12  
Тел./факс (8552)36-28-88, e-mail: asterio@mail.ru

