

Л.Р. Секаева, В.А. Халямина

Сборник задач по математике.

Часть 1

Казань – 2019

Казанский федеральный университет

Кафедра общей математики

Л.Р. Секаева, В.А. Халямина

Сборник задач по математике.

Часть 1

Казань – 2019

УДК 517  
ББК 22.161.1  
ГРНТИ 27.23  
С 28

Печатается по решению учебно-методической комиссии  
ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
Института математики и механики имени Н.И. Лобачевского  
Казанского (Приволжского) федерального университета  
(протокол № 1 от 10 октября 2019 г.)  
заседания кафедры общей математики  
(протокол № 8 от 26 июня 2019 г.)

**Авторы:**

кандидат физико-математических наук, доцент Секаева Л.Р.,  
старший преподаватель Халямина В.А.

**Научный редактор:**

доктор физико-математических наук, профессор Насыров С.Р.

**Рецензент:**

доктор физико-математических наук, доцент Абзалилов Д.Ф.

С 28 Сборник задач по математике. Часть 1. Учебное пособие /  
Л.Р. Секаева, В.А. Халямина. – Казань: Казанский федеральный  
университет, 2019. – 65 с.

Сборник задач предназначен для проведения практических занятий по математике со студентами I и II курсов естественных специальностей. Он может быть использован также в процессе обучения студентов математике студентов гуманитарного направления.

© Секаева Л.Р., Халямина В.А., 2019

© Казанский федеральный университет, 2019

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ.....</b>	<b>5</b>
<b>1. Понятие функции .....</b>	<b>5</b>
<b>2. ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ .....</b>	<b>8</b>
<b>3. ПРЕДЕЛЫ.....</b>	<b>12</b>
<b>    Функции целочисленного аргумента.....</b>	<b>12</b>
<b>    Функции непрерывного аргумента .....</b>	<b>13</b>
<b>    Сравнение бесконечно малых .....</b>	<b>20</b>
<b>    Непрерывность функций.....</b>	<b>22</b>
<b>ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ .....</b>	<b>25</b>
<b>4. ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ .....</b>	<b>25</b>
<b>5. ПРИЛОЖЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ .....</b>	<b>35</b>
<b>    Общее исследование функций .....</b>	<b>37</b>
<b>    Задачи на наибольшие и наименьшие значения .....</b>	<b>40</b>
<b>ОТВЕТЫ .....</b>	<b>42</b>

# ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

## 1. Понятие функции

Указать на оси  $Ox$  множества точек  $x$ , удовлетворяющих неравенствам:

1. $ x  < 3$ ;	2. $x^2 \leq 4$ ;
3. $x^2 > 16$ ;	4. $ x - 2  < 3$ ;
5. $ 2x + 3  < 1$ ;	6. $(x + 1)^2 \leq 9$ ;
7. $2x^2 \leq 50$ ;	8. $(x + 3)^2 \leq 3$ ;
9. $(5x + 6)^2 \geq 1$ ;	10. $x^2 - 4x + 5 \leq 0$ ;
11. $x^2 - 3x - 4 \leq 0$ ;	12. $x - x^2 > 0$ ;
13. $x^2 - 2x + 5 < 0$ ;	14. $x^2 - 11x + 10 > 0$ .

Найти области определения функций, заданных следующими формулами:

15. $y = 3x + 2$ ;	16. $y = x^3 + 5x + 6$ ;
17. $y = \frac{3x - 1}{5x + 6}$ ;	18. $y = \frac{4x + 1}{2 - 3x}$ ;
19. $y = x\sqrt{x + 3}$ ;	20. $y = \sqrt{2 - 3x}$ ;
21. $y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ ;	22. $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x}}$ ;
23. $y = \sqrt{4 - x^2}$ ;	24. $y = \sin 3x$ ;
25. $y = x + \cos 2x$ ;	26. $y = \operatorname{tg} x$ ;
27. $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$ ;	28. $y = \arcsin x$ ;
29. $y = \arccos(x + 2)$ ;	30. $y = \operatorname{arctg}(2x + 1)$ ;

<b>31.</b> $y = \log_a x, a > 0, a \neq 1;$	<b>32.</b> $y = \log_2(-x);$
<b>33.</b> $y = \log_{\frac{1}{3}}  x ;$	<b>34.</b> $y = \log_5(2x-1);$
<b>35.</b> $y = \log_7(4x-x^2);$	<b>36.</b> $y = \frac{1}{\log_5(1-3x)};$
<b>37.</b> $y = 3^{\frac{1}{x}};$	<b>38.</b> $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x-3}};$
<b>39.</b> $y = \arcsin \frac{1}{x+3};$	<b>40.</b> $y = \frac{\sin x}{x^2 - 5x + 4};$
<b>41.</b> $f(x) = x^2 + x - 2$ , найти $f(0), f(1), f(-2), f\left(\frac{1}{x}\right), f(-x), f(x+1), f(x+\Delta x);$	
<b>42.</b> $f(x) = \arccos(\lg x)$ , найти $f\left(\frac{1}{10}\right), f(1), f(10).$	

Указать, какие из данных функций четные и какие нечетные:

<b>43.</b> $y = \cos x + x \sin x;$	<b>44.</b> $y = x \cdot 2^{-x};$
<b>45.</b> $y = 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x;$	<b>46.</b> $y = 2x \sin^2 x - 3x^3;$
<b>47.</b> $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 3^x;$	<b>48.</b> $y = \frac{x}{\sin x};$
<b>49.</b> $y = 5 \log_2(x+1);$	<b>50.</b> $y = x \cdot 4^{-x^2};$
<b>51.</b> $y = \log_2 \frac{2-x}{2+x};$	<b>52.</b> $y = \frac{3^x + 3^{-x}}{3^x - 3^{-x}};$
<b>53.</b> $y = 5^{-x^2};$	<b>54.</b> $y = x^2 - x;$
<b>55.</b> $y = x^3 + x^2.$	

**56.** Пусть  $f(x)$  – некоторая функция, определенная на всей оси  $Ox$ . Показать, что функция  $\varphi(x) = f(x) + f(-x)$  четна, а функция  $\psi(x) = f(x) - f(-x)$  нечетна.

Найти наименьший период каждой из следующих функций:

<b>57.</b> $y = \sin 4x;$	<b>58.</b> $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2};$
<b>59.</b> $y = \sin x + \cos 2x;$	<b>60.</b> $y = \cos^2 3x;$
<b>61.</b> $y = \sin 3x + \sin 2x;$	<b>62.</b> $y =  \sin x ;$
<b>63.</b> $y = \sin(3x + 1);$	<b>64.</b> $y = \sin^4 x + \cos^4 x;$
<b>65.</b> $y = \sin^2 \frac{x}{3};$	<b>66.</b> $y = \left  \cos \frac{x}{2} \right .$

## 2. ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ

Построить графики функций:

<b>1.</b> $y = 4x + 8;$	<b>2.</b> $y = -\frac{x}{3} + 2;$
<b>3.</b> $y = 3x - 2;$	<b>4.</b> $y =  x $ , где $ x  = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0; \end{cases}$
<b>5.</b> $y =  4x - 1 ;$	<b>6.</b> $y = 2 x + 1 ;$
<b>7.</b> $y = - 5x + 2 ;$	<b>8.</b> $y =  x  + 3;$
<b>9.</b> $y =  x  + x;$	<b>10.</b> $y = \frac{x}{2} +  x  - 1;$
<b>11.</b> $y = ax^2$ , при $a = \pm 1, \frac{1}{2}, 2;$	
<b>12.</b> $y = x^2 + 2;$	<b>13.</b> $y = -x^2 + 3;$
<b>14.</b> $y = 2x^2 + 1;$	<b>15.</b> $y = 3x^2 - 5;$
<b>16.</b> $y = -4x^2 + 1;$	<b>17.</b> $y = (x - 4)^2;$
<b>18.</b> $y = -(x + 1)^2;$	<b>19.</b> $y = (x + 2)^2 + 1;$
<b>20.</b> $y = (x - 2)^2 - 1;$	<b>21.</b> $y = 1 - (x - 3)^2;$
<b>22.</b> $y = 2(x - 5)^2 - 1;$	<b>23.</b> $y = -2 - \frac{1}{2}(x + 3)^2;$
<b>24.</b> $y = x^2 - 4x + 1;$	<b>25.</b> $y = x^2 - 5x + 6;$
<b>26.</b> $y = x^2 + 2x - 3;$	<b>27.</b> $y = 3x - x^2;$
<b>28.</b> $y = 2x^2 - 4x;$	<b>29.</b> $y = 4 - 2x^2 - 2x;$
<b>30.</b> $y = 4x - x^2 - 3;$	<b>31.</b> $y = -\frac{x^2}{2} + x + 1;$
<b>32.</b> $y =  x^2 + 2x - 15 ;$	<b>33.</b> $y =  x^2 - 3x - 4 ;$
<b>34.</b> $y = x^n$ при $n = 3, 4, 5, \frac{1}{2}, \frac{1}{3};$	



<b>35.</b> $y = \sqrt{x+1};$	<b>36.</b> $y = \sqrt{1-4x};$
<b>37.</b> $y = -\sqrt{2x-1};$	<b>38.</b> $y = \sqrt[3]{8x-1};$
<b>39.</b> $y = 1 - \sqrt[3]{2x+1};$	<b>40.</b> $y = \frac{k}{x}$ при $k = \pm 1, \frac{1}{2};$
<b>41.</b> $y = \frac{1}{x} + 2;$	<b>42.</b> $y = -\frac{3}{x} - 1;$
<b>43.</b> $y = 3 - \frac{4}{x};$	<b>44.</b> $y = 1 + \frac{1}{x-2};$
<b>45.</b> $y = 2 - \frac{3}{x+1};$	<b>46.</b> $y = \frac{1}{x+3} - 1;$
<b>47.</b> $y = \frac{-1}{x+2} - 3;$	<b>48.</b> $y = \frac{x+5}{x+3};$
<b>49.</b> $y = \frac{5-2x}{x-2};$	<b>50.</b> $y = \frac{4x+7}{2x-5};$
<b>51.</b> $y = \frac{9x+4}{3x-5};$	<b>52.</b> $y = \frac{3}{2-6x};$
<b>53.</b> $y = \frac{6x-2}{x-1};$	<b>54.</b> $y = \left  \frac{7x+5}{5x+6} \right ;$
<b>55.</b> $y = \left  \frac{4-x}{5+2x} \right ;$	<b>56.</b> $y = \left  \frac{x}{3x+5} \right ;$
<b>57.</b> $y = \frac{2+x}{3x-1};$	<b>58.</b> $y = \frac{2x+3}{2-3x};$
<b>59.</b> $y = \frac{ 7x+2 }{2x+1};$	<b>60.</b> $y = \frac{2x+4}{ 3x+5 };$
<b>61.</b> $y = \frac{ 2-x }{4x-1};$	<b>62.</b> $y = \frac{x+2}{ x+2 };$
<b>63.</b> $y = \frac{ x-3 }{x-3};$	<b>64.</b> $y = a^x$ при $a = 2, \frac{1}{2}, 3;$

<b>65.</b> $y = 3^{x-2};$	<b>66.</b> $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+3};$
<b>67.</b> $y = 5^{\frac{x}{2}};$	<b>68.</b> $y = -2^{2x-1};$
<b>69.</b> $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1};$	<b>70.</b> $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{6-3x} - 2;$
<b>71.</b> $y = 3^{\frac{x}{2}} - 2;$	<b>72.</b> $y = 2^{1-2x} - 1;$
<b>73.</b> $y = 2 - 3^{\frac{x+1}{2}};$	<b>74.</b> $y = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1};$
<b>75.</b> $y = 4^{1-3x} + 1;$	<b>76.</b> $y = a^{ x }$ при $a = 2, \frac{1}{2};$
<b>77.</b> $y = 2^{\frac{1}{x}};$	<b>78.</b> $y = 3^{-\frac{1}{x}};$
<b>79.</b> $y = 2^{x^2-2x};$	<b>80.</b> $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{x^2}};$
<b>81.</b> $y = 2^{-\frac{1}{x^2}};$	<b>82.</b> $y = 2^{\frac{1}{x-2}};$
<b>83.</b> $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2x-4}};$	<b>84.</b> $y = 2^{\frac{x-1}{x+1}};$
<b>85.</b> $y = 4^{\frac{2-x}{x+1}};$	<b>86.</b> $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3x-1}{3x+1}};$
<b>87.</b> $y = 3^{\frac{x+1}{2x+1}};$	<b>88.</b> $y = 1 + 3^{\frac{x}{x-1}};$
<b>89.</b> $y = 2^{\operatorname{tg} x};$	<b>90.</b> $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\operatorname{ctg} x};$
<b>91.</b> $y = 2^{\sin x};$	<b>92.</b> $y = 2^{x^2-4x+5};$
<b>93.</b> $y = \log_a x$ при $a = 2, \frac{1}{2}, 10;$	

<b>94.</b> $y = \log_{\frac{1}{3}}(2x - 3);$	<b>95.</b> $y = \log_2(x - 2);$
<b>96.</b> $y = \log_{\frac{1}{2}}(3 - 2x);$	<b>97.</b> $y = -\log_3\left(\frac{x}{2} + 1\right);$
<b>98.</b> $y = \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}} 4 - 3x ;$	<b>99.</b> $y = \log_{\frac{1}{3}}(2x - 5);$
<b>100.</b> $y = \log_2(-x);$	<b>101.</b> $y = \log_{\frac{1}{2}} x ;$
<b>102.</b> $y = \log_{\frac{2}{3}} 2 - 3x ;$	<b>103.</b> $y = \log_4 x + 2 ;$
<b>104.</b> $y =  \log_3(4 - 3x) ;$	<b>105.</b> $y = \left \log_{\frac{1}{2}}\left(2 - \frac{x}{2}\right)\right ;$
<b>106.</b> $y = \left \log_2 3x + 4 \right ;$	<b>107.</b> $y = \log_{\frac{1}{2}}(x - x^2);$
<b>108.</b> $y = \log_{\frac{1}{2}}\frac{x - 1}{x + 2};$	<b>109.</b> $y = \log_2\frac{x + 4}{2 - x};$
<b>110.</b> $y = \log_3(x^2 - 6x + 5);$	<b>111.</b> $y = \log_{\frac{1}{2}}(2x^2 - 4x + 3);$
<b>112.</b> $y = \log_{\frac{1}{4}}(4x - x^2);$	<b>113.</b> $y = \log_{\frac{1}{2}}\frac{x^2 - 1}{x + 2}.$

### 3. ПРЕДЕЛЫ.

#### Функции целочисленного аргумента

Найти пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n};$	2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^2}{3n^2};$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n - 3}{2n^2 - n + 4};$	4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n^2 + 1)}{(n-2)(n+1)};$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^2 - (n+1)^2}{(n+3)^3};$	6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n-5}{\sqrt[4]{8n^4 + 4n^2 - 3}};$
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-5^n}{1+5^{n+1}};$	8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{\frac{1}{n}} - 1}{2^{\frac{1}{n}} + 1};$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{2^n - 1};$	
10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1+2+3+\dots+n}{n+2} - \frac{n}{2} \right);$	
11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{n^2 - 1};$	
12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{1+2+3+\dots+n};$	
13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2+3-4+\dots-2n}{\sqrt{n^2 + 1}};$	
14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n}};$	
15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{n^4 + n^2 + 1};$	

<b>16.</b> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2 + 1} + n)^2}{\sqrt[3]{n^6 + 1}};$	<b>17.</b> $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n});$
<b>18.</b> $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n});$	<b>19.</b> $\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{3 - 10^n}{4 + 10^{n+1}};$
<b>20.</b> $\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{8n - 7}{3 - 4\sqrt{n^2 + 2}};$	<b>21.</b> $\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 1} - n}{3n + 5};$
<b>22.</b> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 1)^{50}}{(n + 1)^{100}};$	
<b>23.</b> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 5} + \sqrt[3]{8n^3 + 1}}{\sqrt[5]{n^5 + 3}};$	
<b>24.</b> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n + 1)! - n!};$	<b>25.</b> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 2)! + (n + 1)!}{(n + 2)! - (n + 1)!}.$

## Функции непрерывного аргумента

Найти пределы:

<b>26.</b> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2}{x + 8};$	<b>27.</b> $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4};$
<b>28.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x^3 - x + 1}{x - 2} + 1 \right);$	<b>29.</b> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 + \cos x}{2 \sin x};$
<b>30.</b> $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{1 - \operatorname{tg} x};$	<b>31.</b> $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5};$
<b>32.</b> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3};$	<b>33.</b> $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x - 6};$
<b>34.</b> $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{5x^2 + 4x - 1};$	<b>35.</b> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^3 - 8};$

36. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x};$	37. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1};$
38. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1};$	
39. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^4 - 4x^3 + x^2 - 2x - 8}{x^2 - 16};$	
40. $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right);$	
41. $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x(x-2)^2} - \frac{1}{x^3 - 3x + 2} \right);$	
42. $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x+2}{x^2 - 5x + 4} + \frac{x-4}{3(x^2 - 3x + 2)} \right);$	
43. $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin^2 4x} - \frac{1}{4\sin^2 2x} \right);$	
44. $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x} \right);$	45. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right);$
46. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{2x^2 - 1} - \frac{x^2}{2x + 1} \right);$	
47. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2}{2x + 1} - \frac{(2x - 1)(3x^2 + x + 2)}{4x^2} \right);$	
48. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x + 1}{2 + \sqrt{x^4 + 2x^2 + 3}};$	
49. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1};$	50. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1};$
51. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 1} - \sqrt{4x^2 - 1}}{x + 7};$	

<b>52.</b> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt[3]{x^3 + 2}}{7x + \sqrt[4]{x^4 + 1}};$	
<b>53.</b> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3x}}{\sqrt[3]{x^3 - 2x^2}};$	<b>54.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 + 1}{4 - x^2} + 2^{\frac{1}{x-1}} \right);$
<b>55.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1 - 2x}{\sqrt[3]{1 + 8x^3}} + 2^{-x^2} \right);$	<b>56.</b> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4};$
<b>57.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^5 - 1};$	<b>58.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 - 1}{x^{10} - 1};$
<b>59.</b> $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a};$	<b>60.</b> $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 + \sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[5]{x}};$
<b>61.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{\frac{4}{5}} - 1}{x^{\frac{3}{2}} - 1};$	<b>62.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[7]{x} - 1}{\sqrt[8]{x} - 1};$
<b>63.</b> $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{\sqrt[4]{2x} - 2};$	<b>64.</b> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^n - 2^n}{x^m - 2^m};$
<b>65.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x} - 1}{\sqrt[5]{1+x} - 1};$	<b>66.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - \sqrt{1+x^2}}{x^3 + 2x^2};$

---

<b>67.</b> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{1+x^2} - x \right);$	<b>68.</b> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{1+x^2} - x \right);$
<b>69.</b> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 - a^2} \right);$	<b>70.</b> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \sqrt{x^2 + x + 1} \right);$
<b>71.</b> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + 4x} - x \right);$	

<b>72.</b> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 3x} \right);$	
<b>73.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + 12x} - \sqrt{9x^2 + 18x - 5} \right);$	
<b>74.</b> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x - 4} \right);$	
<b>75.</b> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 3x + 1} \right);$	
<b>76.</b> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{x^3 + x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1} \right);$	
<b>77.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{x^2};$	<b>78.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x};$
<b>79.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x};$	<b>80.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+2x} - 1}{x};$
<b>81.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x};$	<b>82.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}};$
<b>83.</b> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3+x+x^2} - \sqrt{9-2x+x^2}}{x^2 - 3x + 2};$	
<b>84.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{\sqrt{3x^2+1} - 1};$	<b>85.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1};$
<b>86.</b> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{14+x} - 4};$	<b>87.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{\sqrt{x^2+16} - 4};$
<b>88.</b> $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{9-2x}};$	



<b>89.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x};$	<b>90.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 5x};$
<b>91.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2};$	<b>92.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 8x;$
<b>93.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2};$	<b>94.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \cdot \sin x};$
<b>95.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3};$	<b>96.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x}{\sec 2x - 1};$
<b>97.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{1 - \cos 15x};$	<b>98.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos mx - \cos nx}{x^2};$
<b>99.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin 2x}{\sin 5x - \sin 4x};$	<b>100.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{x};$
<b>101.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arcsin(1-x)}{1-x^2};$	<b>102.</b> $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x+2)}{x^2+2x};$
<b>103.</b> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 5x + 6) \sin(x-2)}{x^2 - 4x + 4};$	
<b>104.</b> $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\operatorname{arctg}(2x-1)}{4x^2-1};$	
<b>105.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x+b) + \sin(x-b)}{2x};$	
<b>106.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3 4x}{x^2 \sin 3x};$	<b>107.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\sin(x-1)};$
<b>108.</b> $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{\sin x(x-3)}{x^2-9} + 4^{-\frac{1}{(x-3)^2}} \right);$	
<b>109.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\alpha+x) - \cos(\alpha-x)}{2x};$	
<b>110.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sqrt{x+1}-1};$	<b>111.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x};$

<b>112.</b> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2};$	
<b>113.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{2x};$	
<b>114.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sqrt{1 + x \sin x} - \cos x};$	<b>115.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sqrt{1 - 3x^2} - 1};$
<b>116.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\cos x} - 1}{\sin^2 3x};$	<b>117.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - 1}{\sqrt[3]{1 + 5x^2} - 1};$
<b>118.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x};$	
<b>119.</b> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cos(3x - 9) - \cos(2x - 6)}{\sqrt{x^2 - 6x + 10} - 1};$	
<b>120.</b> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - 1}{\sqrt{x^2 - \pi x + \frac{\pi^2}{4}} + 1} - 1;$	<b>121.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{\sqrt[3]{1 + x^3} - 1};$

---

<b>122.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x;$	<b>123.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{x}};$
<b>124.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{x}{4}\right)^{\frac{3}{x}};$	<b>125.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{-x};$
<b>126.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^x;$	<b>127.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1};$

<b>128.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 1}{x^2} \right)^{2x^2};$	<b>129.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{1 + 2x} \right)^{4x+1};$
<b>130.</b> $\lim_{x \rightarrow -2} (5 + 2x)^{\frac{x^2}{x+2}};$	<b>131.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} (7x - 6)^{\frac{x+2}{x^2-1}};$
<b>132.</b> $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(n+4) - \ln n);$	
<b>133.</b> $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln n - \ln(n+2));$	
<b>134.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(2x+5) - \ln(2x+1));$	
<b>135.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\ln(1-2x)};$	<b>136.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \frac{3x-1}{3x-6};$
<b>137.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \frac{4+x}{2+x};$	<b>138.</b> $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e};$
<b>139.</b> $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\lg x - 1}{x - 10};$	<b>140.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{3x};$
<b>141.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{e^{5x} - 1};$	<b>142.</b> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4^x - 64}{x - 3};$
<b>143.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{3^x - 1};$	

---

<b>144.</b> $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5^x - 5^5}{\operatorname{arctg}(x-5)};$	<b>145.</b> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x};$
<b>146.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\operatorname{ctg}^2 x};$	<b>147.</b> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin 2x)^{\operatorname{tg}^2 2x};$
<b>148.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{\log_3(3+x^2) - 1};$	<b>149.</b> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{\log_3 x - 1};$

<b>150.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos x}{\cos 3x} \right)^{\frac{1}{x^2}};$	<b>151.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 x)^{\frac{1}{\ln(\cos x)}};$
<b>152.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x \left( \sqrt[3]{1 + 3x^2} - 1 \right)}{x \ln(\cos 3x)};$	<b>153.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} (e^{3x} + x)^{\frac{1}{x}};$
<b>154.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{3 + 2x};$	<b>155.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - x)^{\frac{1}{\sin(x-1)}};$
<b>156.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{2x}};$	<b>157.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} (2^x + \sin 3x)^{\operatorname{ctg} 3x}.$

### Сравнение бесконечно малых

**158.** Между следующими бесконечно малыми (при  $x \rightarrow 0$ ) величинами:  $x^2$ ;  $\sqrt{x(1-x)}$ ;  $\sin 3x$ ;  $2x \cos x \sqrt[3]{\operatorname{tg}^2 x}$ ;  $x e^{2x}$  выбрать бесконечно малые, которые ведут себя как  $x$ , а также такие, которые имеют порядок больше, чем  $x$ .

**159.** Среди указанных бесконечно малых (при  $x \rightarrow 0$ ) величин найти бесконечно малые, эквивалентные бесконечно малой  $x$ ;  $\sin x$ ;  $\operatorname{tg} x$ ;  $2 \sin x$ ;  $\frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x$ ;  $x - 3x^2$ ;  $\sqrt{2x^2 + x^3}$ ;  $\ln(1+x)$ ;  $x^3 + 3x^4$ .

**160.** Убедиться в том, что при  $x \rightarrow 1$  бесконечно малые функции,  $x^3 - 3x + 2$ ,  $\sqrt[3]{x} - 1$  и  $\ln x$  будут одного порядка малости с бесконечно малой  $x - 1$ . Будут ли они с ней связаны?

**161.** Определить порядок относительно  $x$  функции, бесконечно малой при  $x \rightarrow 0$ :

$$1) 2x^3 + 100x^2;$$

$$2) \sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x};$$

$$3) \frac{x(x+1)}{1+\sqrt{x}};$$

$$4) \frac{7x^{10}}{x^3+1}.$$

**162.** Убедиться, что при  $x \rightarrow 0$  бесконечно малые функции  $e^{2x} - e^x$  и  $\sin 2x - \sin x$  будут эквивалентными.

**163.** Убедиться, что при  $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$  функции  $\frac{1}{\cos x} - \operatorname{tg} x$  и  $\pi - 2$  будут бесконечно малыми одного порядка.

**164.** Определить порядок относительно  $x$  функции, бесконечно малой при  $x \rightarrow 0$ :

$$1) 2x - 3x^3 + x^5;$$

$$2) 1 - \cos x;$$

$$3) \sin 5x;$$

$$4) \sqrt{1+3x^2} - 1;$$

$$5) \sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x}} - 1;$$

$$6) \sqrt{1+2x} - 1 - \sqrt{x};$$

$$7) e^{\sin x} - 1;$$

$$8) \cos x - \sqrt[3]{\cos x};$$

$$9) \sqrt{1+x^2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2};$$

$$10) \operatorname{tg} x - \sin x;$$

$$11) x \sin 3x;$$

$$12) x^2 \cos x;$$

$$13) x \ln(1+2x);$$

$$14) \frac{x^5}{x^7 + 1};$$

$$15) \frac{\sqrt{x}}{1+x} \arcsin x.$$

**165.** Определить порядки следующих бесконечно малых относительно  $\frac{1}{n}$  при  $n \rightarrow \infty$ :

$$1) \frac{n+1}{n^{10} + \sqrt{n}};$$

$$2) \frac{\sqrt{n+1}}{n^5 + 1};$$

$$3) \frac{\sqrt{n} + 1}{n\sqrt[3]{n} + 1};$$

$$4) \sqrt[3]{\frac{n}{n^2 + 1}} \cdot \sin \frac{1}{n};$$

$$5) \frac{\operatorname{arctg} n}{n^2 + 1};$$

$$6) \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1};$$

$$7) \frac{1}{n^{10}} \ln \frac{3n-2}{3n+1};$$

$$8) \operatorname{arctg} n \ln \frac{n+5}{n-4}.$$

### Непрерывность функций

**166.** Исследовать функции на непрерывность:

$$1) y = ax + b;$$

$$2) y = ax^2 + bx + c;$$

- 3)  $y = \sqrt{x}$ ;                      4)  $y = \sqrt[3]{x}$ ;  
 5)  $y = \sin x$ ;                      6)  $y = \cos x$ ;  
 7)  $y = \operatorname{tg} x$ ;                      8)  $y = \operatorname{ctg} x$ ;  
 9)  $y = \arcsin x$ ;                      10)  $y = \operatorname{arcctg} x$ ;  
 11)  $y = a^x$ ;                      12)  $y = \ln x$ .

**167.** Определить точки разрыва функций и исследовать характер этих точек, если:

1)  $y = \frac{x}{(1+x)^2}$ ;                      2)  $y = \frac{1+x}{1+x^3}$ ;

3)  $y = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 3x + 2}$ ;                      4)  $y = \frac{\cos \frac{\pi}{x}}{\cos \frac{\pi}{x}}$ ;

5)  $y = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}}$ ;                      6)  $y = \frac{x}{\sin x}$ ;

7)  $y = \cos^2 \frac{1}{x}$ ;                      8)  $f(x) = \ln \frac{x^2}{(x+1)(x-3)}$ .

**168.** Исследовать следующие функции на непрерывность и выяснить характер разрыва, если:

1)  $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 2-x & \text{при } 1 < x \leq 2. \end{cases}$

2)  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 2-x & \text{при } 1 < x \leq 2. \end{cases}$

$$3) f(x) = \begin{cases} x & \text{при } |x| \leq 1, \\ 1 & \text{при } |x| > 1. \end{cases}$$

$$4) f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2} & \text{при } |x| \leq 1, \\ |x-1| & \text{при } |x| > 1. \end{cases}$$

**169.** Какого рода разрывы имеют функции  $y = \frac{\sin x}{x}$  и

$y = \frac{\cos x}{x}$  при  $x = 0$ ? Указать характер графиков этих

функций в окрестности точки  $x = 0$ .

**170.** В каких точках терпят разрывы функции

$$y = \frac{1}{x-2}, \quad y = \frac{1}{(x-2)^2},$$

$$y = \frac{x^2 - 4}{x-2}, \quad y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \geq 2, \\ 2-x & \text{при } x < 2. \end{cases}$$

Построить схематично графики этих функций. Выяснить разницу в поведении графиков вблизи точек разрыва.

**171.** Исследовать функцию  $y = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{2x} & \text{при } x \neq 0, \\ 1 & \text{при } x = 0. \end{cases}$  на

непрерывность. Построить схематично график этой функции.



# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

## 4. ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ

Исходя из определения, найти производные следующих функций:

<b>1.</b> $y = x^2;$	<b>2.</b> $y = x^3;$
<b>3.</b> $y = \sqrt{x};$	<b>4.</b> $y = \frac{1}{x};$
<b>5.</b> $y = \frac{1}{x^2};$	<b>6.</b> $y = \frac{1}{\sqrt{x}};$
<b>7.</b> $y = \sin 2x;$	<b>8.</b> $y = \cos \frac{x}{2};$
<b>9.</b> $y = \frac{1}{2x+1};$	<b>10.</b> $y = \sqrt{1+3x}.$

Найти производные функций:

<b>11.</b> $y = x^4 + 3x^2 - 2x + 1;$	<b>12.</b> $y = 7x^7 + 3x^2 - 4x - 1;$
<b>13.</b> $y = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + 4;$	<b>14.</b> $y = \sqrt[4]{x^3} + \frac{5}{x^2} - \frac{3}{x^3} + 2;$
<b>15.</b> $y = 4x^5 - 3\sin x + 5\operatorname{ctg} x;$	
<b>16.</b> $y = 3\sqrt{x} + 4\cos x - 2\operatorname{tg} x + 3;$	
<b>17.</b> $y = 3 + 4x^2 + \sqrt[5]{x^3} + \frac{1}{x^2} + \sin x + \cos x + \ln x;$	
<b>18.</b> $y = \sqrt[8]{x^3} - 4x^6 + 5\ln x - 7\cos x + \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x;$	
<b>19.</b> $y = \log_2 x + 3\log_3 x;$	
<b>20.</b> $y = 4e^x + \operatorname{arctg} x + \arcsin x;$	

<b>21.</b> $y = e^x - \frac{\operatorname{tg} x}{2} + \frac{x^4}{4};$	<b>22.</b> $y = 5^x + 6^x + \left(\frac{1}{7}\right)^x;$
<b>23.</b> $y = \arcsin x + 3\sqrt[3]{x} + 5 \arccos x;$	
<b>24.</b> $y = \frac{8}{\sqrt[4]{x}} - \frac{6}{\sqrt[3]{x}};$	<b>25.</b> $y = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x;$
<b>26.</b> $y = \operatorname{arctg} x - \operatorname{arcctg} x;$	<b>27.</b> $y = x \sin x;$
<b>28.</b> $y = x^2 \operatorname{tg} x;$	<b>29.</b> $y = \sqrt[7]{x} \ln x;$
<b>30.</b> $y = x \arccos x;$	<b>31.</b> $y = \sqrt[3]{x} \operatorname{arcctg} x;$
<b>32.</b> $y = x^2 \log_3 x;$	<b>33.</b> $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1};$
<b>34.</b> $y = \frac{\ln x}{\sin x} + x \operatorname{ctg} x;$	<b>35.</b> $y = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x};$
<b>36.</b> $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}};$	<b>37.</b> $y = \frac{\operatorname{ctg} x}{\sqrt{x}};$
<b>38.</b> $y = \frac{x \operatorname{tg} x}{1 + x^2};$	<b>39.</b> $y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x};$
<b>40.</b> $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$ , найти $f'(0)$ , $f'(1)$ , $f'(-1)$ ;	
<b>41.</b> $f(x) = x^2 - \frac{1}{2x^2}$ , найти $f'(2)$ , $f'(-2)$ ;	
<b>42.</b> $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ , найти $f'(0)$ , $f'(2)$ , $f'(-2)$ ;	
<b>43.</b> $f(x) = \frac{1-10^x}{1+10^x}$ , найти $f'(0)$ ;	
<b>44.</b> $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ , найти $f'(e)$ , $f'\left(\frac{1}{e}\right)$ , $f'(e^2)$ ;	
<b>45.</b> $f(x) = x \ln x$ , найти $f'(1)$ , $f'(e)$ , $f'\left(\frac{1}{e}\right)$ , $f'\left(\frac{1}{e^2}\right)$ ;	
<b>46.</b> $y = \sin 3x;$	<b>47.</b> $y = \sin(x^2 + 5x + 2);$

<b>48.</b> $y = \frac{1}{b} \cos(a - bx);$	<b>49.</b> $y = \sqrt{1 - x^2};$
<b>50.</b> $y = \sqrt{1 + 5 \cos x};$	<b>51.</b> $y = \sqrt{2x - \sin 2x};$
<b>52.</b> $y = \sin^2 x;$	<b>53.</b> $y = \sin^3 x;$
<b>54.</b> $y = \cos^{100} x;$	
<b>55.</b> $y = \ln(x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 3});$	
<b>56.</b> $y = \operatorname{tg}(x^2 + 3);$	<b>57.</b> $y = \ln \sin x;$
<b>58.</b> $y = \ln \cos x;$	<b>59.</b> $y = \ln \operatorname{tg} 5x;$
<b>60.</b> $y = \ln(1 + \cos x);$	<b>61.</b> $y = e^{\operatorname{tg} x};$
<b>62.</b> $y = \ln(x^2 - 3x + 7);$	<b>63.</b> $y = \ln(x^2 + 2x);$
<b>64.</b> $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 5});$	<b>65.</b> $y = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}};$
<b>66.</b> $y = \frac{1}{2} \arcsin \frac{x^2}{\sqrt{3}};$	<b>67.</b> $y = \arcsin \frac{2x}{x^2 + 1};$
<b>68.</b> $y = \frac{1}{6} \ln \frac{x - 3}{x + 3};$	<b>69.</b> $y = \ln \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2};$
<b>70.</b> $y = \ln \frac{x^2}{1 - x^2};$	<b>71.</b> $y = \ln \sqrt{\frac{1 + 2x}{1 - 2x}};$
<b>72.</b> $y = \frac{1}{2} (x\sqrt{1 - x^2} + \arcsin x);$	
<b>73.</b> $y = x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2);$	
<b>74.</b> $y = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x);$	
<b>75.</b> $y = x \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{2x - 1} - \frac{\sqrt{2x - 1}}{2};$	
<b>76.</b> $y = \operatorname{tg}^3 x - 3 \operatorname{tg} x + 3x;$	<b>77.</b> $y = \sin^2 x^3;$

<b>78.</b> $y = \operatorname{ctg}^3 \frac{x}{3};$	<b>79.</b> $y = \frac{1}{(1 + \cos 4x)^5};$
<b>80.</b> $y = \sin^4 x + \cos^4 x;$	<b>81.</b> $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x};$
<b>82.</b> $y = \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \ln \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right);$	<b>83.</b> $y = 2^{3x} + x^5 + e^{-x^2} + \frac{1}{x};$
<b>84.</b> $y = a^{\sin x}, a > 0, a \neq 1;$	<b>85.</b> $y = \sqrt{x} e^{\sqrt{x}};$
<b>86.</b> $y = x^2 e^{-x};$	<b>87.</b> $y = (x + 2)e^{-x^2};$
<b>88.</b> $y = e^{\frac{x}{3}} \cos \frac{x}{3};$	<b>89.</b> $y = e^{\frac{1}{\cos x}};$
<b>90.</b> $y = e^{\frac{1}{\ln x}};$	<b>91.</b> $y = 10^{3 - \sin^3 2x};$
<b>92.</b> $y = \sin(2^x);$	<b>93.</b> $y = \frac{a}{2} (e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}});$
<b>94.</b> $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}};$	<b>95.</b> $y = \ln(e^{2x} + \sqrt{e^{4x} + 1});$
<b>96.</b> $y = \ln \sqrt{\frac{e^{4x}}{e^{4x} + 1}};$	<b>97.</b> $y = \ln \frac{\sin x}{\cos x};$
<b>98.</b> $y = \log_5 x \cos 7x;$	<b>99.</b> $y = \log_7 x \cos \sqrt{1 + x};$
<b>100.</b> $y = e^{\sqrt[7]{x^5}};$	<b>101.</b> $y = \ln(\sqrt{x} - \sqrt{x-1});$
<b>102.</b> $y = \ln \frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{x};$	
<b>103.</b> $y = \ln(\sin x + \sqrt{1 + \sin^2 x});$	
<b>104.</b> $y = \ln \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - 1}};$	<b>105.</b> $y = \arccos(1 - 2x);$
<b>106.</b> $y = \arcsin \sqrt{1 - 4x};$	<b>107.</b> $y = \arcsin \sqrt{\sin x};$
<b>108.</b> $y = \arcsin(e^{4x});$	<b>109.</b> $y = \arcsin \sqrt{x};$

<b>110.</b> $y = \operatorname{arctg} \sqrt{6x-1};$	
<b>111.</b> $y = \operatorname{arctg} e^{2x} + \ln \sqrt{\frac{1+e^{2x}}{e^{2x}-1}};$	
<b>112.</b> $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{x^2-1}}{x};$	<b>113.</b> $y = \ln \arccos 2x;$
<b>114.</b> $y = \operatorname{arctg} \ln(5x+3);$	<b>115.</b> $y = \operatorname{arctg} \frac{x+3}{x-3};$
<b>116.</b> $y = \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{x};$	<b>117.</b> $y = \arccos e^{-\frac{x^2}{2}};$
<b>118.</b> $y = \operatorname{tg} \sin \cos x;$	<b>119.</b> $y = e^{\frac{x^2}{2} \operatorname{ctg} 3x};$
<b>120.</b> $y = a^{\sqrt[3]{\cos x \cdot \operatorname{tg}^2 x}},$ $a > 0, a \neq 1;$	<b>121.</b> $y = \ln \sin \operatorname{tge}^{-\frac{x}{2}};$
<b>122.</b> $y = \ln^5 \sin x;$	<b>123.</b> $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2};$
<b>124.</b> $y = \sqrt[5]{\ln \sin \frac{x+3}{4}};$	<b>125.</b> $y = e^{\sqrt{1+\ln x}};$
<b>126.</b> $y = \sqrt[5]{\operatorname{arctg} e^{5x}};$	<b>127.</b> $y = \arcsin \sqrt{\frac{1-x}{1+x}};$
<b>128.</b> $y = \sqrt{1 - \arccos^2 x};$	<b>129.</b> $y = \operatorname{arctg} \left( x - \sqrt{1+x^2} \right);$
<b>130.</b> $y = \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}};$	
<b>131.</b> $y = \sqrt{3} \left( \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}} + \ln \frac{x-\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}} \right);$	
<b>132.</b> $y = 2 \ln(x^2+5) - \sqrt{5} \operatorname{arctg} \left( \frac{x}{\sqrt{5}} \right);$	
<b>133.</b> $y = x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2);$	

<b>134.</b> $y = \ln \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}};$
<b>135.</b> $y = \ln(x \sin x \sqrt{1 - x^2});$
<b>136.</b> $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}};$
<b>137.</b> $y = \ln \sqrt[4]{\frac{1+x}{1-x}} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x;$
<b>138.</b> $y = \frac{3x^2 - 1}{3x^3} + \ln \sqrt{1 + x^2} + \operatorname{arctg} x;$
<b>139.</b> $y = \frac{\sin x}{2 \cos^2 x} - \frac{1}{2} \ln \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right).$

Найти производные функций, предварительно логарифмируя эти функции:

<b>140.</b> $y = \sqrt[3]{\frac{x(x^2 + 1)}{(x-1)^2}};$	<b>141.</b> $y = \frac{(x+1)^2}{(x+2)^3 (x+3)^4};$
<b>142.</b> $y = \frac{x(1+x^2)}{\sqrt{1-x^2}};$	<b>143.</b> $y = \frac{\sqrt[5]{(x-1)^2}}{\sqrt[4]{(x-2)^3} \cdot \sqrt[3]{(x-3)^7}};$
<b>144.</b> $y = \frac{x}{(1-x)^2 \cdot (1+x)^3};$	<b>145.</b> $y = \frac{(2-x^2)(3-x^3)}{(1-x)^2};$
<b>146.</b> $y = (1+x) \cdot \sqrt{2+x^2} \cdot \sqrt[3]{3+x^3};$	
<b>147.</b> $y = x^x;$	<b>148.</b> $y = \sqrt[x]{x};$
<b>149.</b> $y = x^3 e^{x^2} \sin 2x;$	<b>150.</b> $y = x^{\ln x};$

<b>151.</b> $y = x^{\sin x};$	<b>152.</b> $y = (\sin x)^x;$
<b>153.</b> $y = (\sin x)^{\operatorname{tg} x};$	<b>154.</b> $y = (\cos x)^{\sin x};$
<b>155.</b> $y = \frac{\sin 3x}{2 \sin^2 x \cdot \cos x};$	<b>156.</b> $y = \frac{e^x \cdot \sin x \cdot \cos^3 x}{\operatorname{arctg} x};$
<b>157.</b> $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg} \frac{x}{2}};$	<b>158.</b> $y = \sqrt{x \sin x \sqrt{1 - e^x}}.$

Найти производные функций, заданных параметрически:

<b>159.</b> $\begin{cases} x = 1 - t^2, \\ y = t - t^3; \end{cases}$	<b>160.</b> $\begin{cases} x = \frac{t+1}{t}, \\ y = \frac{t-1}{t}; \end{cases}$
<b>161.</b> $\begin{cases} x = \ln(1 + t^2), \\ y = t - \operatorname{arctg} t; \end{cases}$	<b>162.</b> $\begin{cases} x = t(1 - \sin t), \\ y = t \cos t; \end{cases}$
<b>163.</b> $\begin{cases} x = \frac{1+t^3}{t^2-1}, \\ y = \frac{t}{t^2-1}; \end{cases}$	<b>164.</b> $\begin{cases} x = e^{2t} \cos^2 t, \\ y = e^{2t} \sin^2 t; \end{cases}$
<b>165.</b> $\begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = a \sin^3 t; \end{cases}$	<b>166.</b> $\begin{cases} x = \arcsin \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \\ y = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}. \end{cases}$

Найти производные неявных функций:

<b>167.</b> $x^2 + y^2 = a^2;$	<b>168.</b> $y^2 = 2px;$
<b>169.</b> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1;$	<b>170.</b> $x^3 + 3x^2y + 3xy + y^3 - 8 = 0;$

<b>171.</b> $\cos(x + y) = y;$	<b>172.</b> $\cos(xy) = x;$
<b>173.</b> $\operatorname{ctg} y = xy;$	<b>174.</b> $e^{-x} \sin y - e^{-y} \cos x = 0;$
<b>175.</b> $e^{xy} - x^2 + y^3 = 0;$	<b>176.</b> $\operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2);$
<b>177.</b> $\operatorname{arctg} y = x + y;$	<b>178.</b> $\frac{y - x}{x + 2y} = x^2;$
<b>179.</b> $2^x + 2^y = 2^{x+y};$	<b>180.</b> $y \sin x - \cos(x - y) = 0.$

**181.** Вычислить значение производной неявной функции в указанной точке:

1)  $x^2 - 2xy + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0, M(5; 0);$

2)  $11x^2 - 16xy - y^2 - 26x + 22y + 31 = 0, M(1; -2).$

**182.** Найти дифференциалы функций:

1)  $y = x^n;$       2)  $y = \operatorname{tg} x;$       3)  $y = \sin^3 2x;$

4)  $y = \ln x;$       5)  $y = \ln(\sin \sqrt{x});$       6)  $y = \arcsin \frac{1}{x};$

7)  $y = e^{-\frac{1}{\cos x}};$       8)  $y = 2^{-x^2};$       9)  $y = 10^{x \operatorname{tg} x}.$

**183.** Написать уравнения касательных к графикам следующих функций:

1)  $y = 4x - x^2$  в точках пересечения с осью  $Ox$ ;

2)  $y = \ln x$  в точке пересечения с осью  $Ox$ ;

3)  $y = \frac{x^3}{3}$  в точке  $x = 1$ ;

4)  $y = e^{2x}$  в точке пересечения с осью  $Oy$ ;

5)  $y = \frac{1}{x}$  в точке  $x = -\frac{1}{2}.$

Построить графики этих функций и касательные к ним.



**184.** В каких точках линии  $y = x^3 + x - 2$  касательная к ней параллельна прямой  $y = 4x - 1$ ?

**185.** Составить уравнение касательной к линии  $y = x^3 + 3x^2 - 5$ , перпендикулярной к прямой  $2x - 6y + 1 = 0$ .

**186.** Хорда параболы  $y = x^2 - 2x + 5$  соединяет точки с абсциссами  $x_1 = 1$  и  $x_2 = 3$ . Составить уравнение касательной к параболе, параллельной хорде.

**187.** Найти  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ , если:

1)  $y = e^{-x^2}$ ;

2)  $y = \operatorname{tg} x$ ;

3)  $y = \operatorname{ctg} x$ ;

4)  $y = \arcsin \frac{x}{2}$ ;

5)  $y = \sin^2 x$ ;

6)  $y = \cos^2 x$ ;

7)  $y = \sqrt{1 + x^2}$ ;

8)  $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ ;

9)  $y = \ln(2x - 3)$ ;

10)  $y = \frac{x^2}{x + 1}$ ;

11)  $\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = a \sin t; \end{cases}$

12)  $\begin{cases} x = t^2, \\ y = \frac{t^3}{3} - t; \end{cases}$

13)  $\begin{cases} x = e^{2t}, \\ y = e^{3t}; \end{cases}$

14)  $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t); \end{cases}$

15)  $\begin{cases} x = t^2, \\ y = t^3 + t; \end{cases}$

16)  $\begin{cases} x = 2t^3, \\ y = t^2; \end{cases}$

17)  $y + 2x - \operatorname{arcctg} y = 0$ ;

18)  $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ ;

19)  $xy^2 - 4 = 0$ ,  $M(1; 2)$ ;    20)  $e^x + x + y = 0$ ,  $M(0; -1)$ .

**188.** Найти производные 3-го порядка от функций:

1)  $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$ ;    2)  $y = x \cdot e^{-x}$ ;    3)  $y = e^x \cos x$ ;

4)  $y = x^2 \sin x$ ;    5)  $y = x^3 2^x$ ;    6)  $y = x \ln x$ .

**189.** Найти производные  $n$ -го порядка от функций:

1)  $y = \sin x$ ;    2)  $y = \cos x$ ;

3)  $y = e^x$ ;    4)  $y = \ln x$ ;

5)  $y = 3^x$ ;    6)  $y = x^k$ , где  $k \in \mathbb{Z}^+$ ;

7)  $y = \sin 3x$ ;    8)  $y = e^{\frac{x}{2}}$ ;

9)  $y = \ln(1+x)$ ;    10)  $y = 2^{3x}$ ;

11)  $y = \sin^2 x$ ;    12)  $y = \cos^2 x$ ;

13)  $y = \ln(2-3x)$ ;    14)  $y = (4x+1)^n$ ;

15)  $y = x \cos x$ ;    16)  $y = x^3 e^x$ ;

17)  $y = x^2 \sin \frac{x}{3}$ ;    18)  $y = x^2 \ln x$ .

**190.** Вычислить приращения и дифференциалы функций:

1)  $y = x^2$  при  $x = 2$ ,  $\Delta x = 0,01$ .

2)  $y = 2x^2 - x$  при  $x = 1$ ,  $\Delta x = 0,01$ .

3)  $y = x^3 + 2x$  при  $x = -1$ ,  $\Delta x = 0,02$ .

**191.**  $y = \sin x$ , найти  $dy$  при  $x = \frac{\pi}{3}$ ,  $\Delta x = \frac{\pi}{18}$ .

**192.** Найти приближенно:

а)  $\sqrt{101}$ ;    б)  $\sqrt{1,04}$ ;    в)  $\sqrt{41}$ ;    г)  $\sqrt[3]{9}$ ;    д)  $\sqrt[5]{33}$ .

## 5. ПРИЛОЖЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

Вычислить пределы функций, применяя правило

Лопиталю-Бернулли:

<b>1.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 6x + 5}{x - 1};$	<b>2.</b> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2};$
<b>3.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 5x};$	<b>4.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - x^3 + x^2 - 1}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 1};$
<b>5.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin 3x}{x^3};$	<b>6.</b> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\sin 4x};$
<b>7.</b> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} x - 1 + \cos 3x}{e^x - e^{-x}};$	<b>8.</b> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x};$
<b>9.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{\sin x - x};$	<b>10.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3};$
<b>11.</b> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5}{e^{3x}};$	<b>12.</b> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x};$
<b>13.</b> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{e^{2x}};$	<b>14.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin x};$
<b>15.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x) + x^2}{(1+x)^5 - 1 + x^2};$	<b>16.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1 + x - \frac{x^2}{2}}{e^{x^3} - 1};$
<b>17.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x - \cos x}{\operatorname{tg} x};$	<b>18.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1 + x^4}{\sin 2x};$
<b>19.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1 - x^3}{\sin^6 2x};$	<b>20.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} - x - 1}{\cos x + \frac{x^2}{2} - 1};$

<b>21.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1 - x \ln 2}{(1-x)^m - 1 + mx}$ ;	<b>22.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos^2 x}{(1+x^2)^m - 1}$ ;
<b>23.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \ln^2(1+x)}{e^{x^2} - 1}$ ;	<b>24.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$ ;
<b>25.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right)$ ;	<b>26.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \operatorname{ctg}^2 x \right)$ ;
<b>27.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$ ;	<b>28.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$ ;
<b>29.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{\ln(x + \sqrt{1+x^2})} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right]$ ;	
<b>30.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x$ ;	<b>31.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 2x$ ;
<b>32.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot e^{\frac{1}{x^2}}$ ;	<b>33.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$ ;
<b>34.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot (e^{\frac{1}{x}} - 1)$ ;	<b>35.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} x \cdot \ln x$ ;
<b>36.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x \cdot \ln(x-1)$ ;	<b>37.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$ ;
<b>38.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}$ ;	<b>39.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}}$ ;
<b>40.</b> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\cos x)^{\frac{\pi}{2}-x}$ ;	<b>41.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}$ ;
<b>42.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$ ;	<b>43.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\operatorname{ctg}^2 x}$ ;
<b>44.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$ ;	<b>45.</b> $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}$ ;

<b>46.</b> $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{\frac{1}{x}};$	<b>47.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x + \sin x};$
<b>48.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 2 \sin \frac{x}{2}}{x+1};$	<b>49.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ x - x^2 \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \right];$
<b>50.</b> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ 1 + x \ln \left( 1 - \frac{1}{x} \right) \right].$	

### Общее исследование функций

Провести полное исследование функций и построить графики этих функций:

<b>51.</b> $y = x^3 - 3x;$	<b>52.</b> $y = 12x - x^2;$
<b>53.</b> $y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x;$	<b>54.</b> $y = x^3 + 6x^2 + 9x;$
<b>55.</b> $y = \frac{x^3}{3} + x^2;$	<b>56.</b> $y = 1 + 2x^2 - \frac{x^4}{4};$
<b>57.</b> $y = \frac{x^4}{4} + x^3;$	<b>58.</b> $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3};$
<b>59.</b> $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2;$	<b>60.</b> $y = 3x^5 - 5x^3;$
<b>61.</b> $y = \frac{x^5}{5} - x^4 + x^3;$	<b>62.</b> $y = (x^2 - 1)^3;$
<b>63.</b> $y = 32x^2(x^2 - 1)^3;$	<b>64.</b> $y = x + 2\sqrt{-x};$
<b>65.</b> $y = x\sqrt{1-x};$	<b>66.</b> $y = \frac{6\sqrt{x}}{x+2};$
<b>67.</b> $y = \sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1};$	<b>68.</b> $y = \sqrt{x^2-1} - \sqrt{x^2+1};$
<b>69.</b> $y = \sqrt[3]{x^2-1};$	<b>70.</b> $y = 1 - \sqrt[3]{(x-4)^2};$

<b>71.</b> $y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$ ;	<b>72.</b> $y = 1 + \sqrt[3]{(x-1)^2}$ ;
<b>73.</b> $y = x^{\frac{2}{3}}(1-x)$ ;	<b>74.</b> $y = x(x-1)^{\frac{2}{3}}$ ;
<b>75.</b> $y = \frac{x}{1-x^2}$ ;	<b>76.</b> $y = \frac{x}{x^2-4}$ ;
<b>77.</b> $y = \frac{x}{x^2+1}$ ;	<b>78.</b> $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$ ;
<b>79.</b> $y = \frac{3-2x}{(x-2)^2}$ ;	<b>80.</b> $y = \frac{x-1}{(x-2)(x-5)}$ ;
<b>81.</b> $y = \frac{x}{(x-1)(4-x)}$ ;	<b>82.</b> $y = \frac{x^2}{x^2-1}$ ;
<b>83.</b> $y = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x}$ ;	<b>84.</b> $y = \frac{(x-1)^2}{x^2+1}$ ;
<b>85.</b> $y = \frac{(x-3)^2}{x^2-4x+5}$ ;	<b>86.</b> $y = \frac{x^2-x+1}{3x-x^2-3}$ ;
<b>87.</b> $y = xe^{-\frac{x}{2}}$ ;	<b>88.</b> $y = (x+1)^2 e^{-x}$ ;
<b>89.</b> $y = x^2 e^{-x}$ ;	<b>90.</b> $y = (x+4)^2 e^{-\frac{x}{2}}$ ;
<b>91.</b> $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$ ;	<b>92.</b> $y = xe^{\frac{3-x^2}{2}}$ ;
<b>93.</b> $y = (1-x)e^x$ ;	<b>94.</b> $y = (x-2)^2 e^x$ ;
<b>95.</b> $y = x^3 e^x$ ;	<b>96.</b> $y = x^3 e^{-x}$ ;
<b>97.</b> $y = \frac{e^x}{x}$ ;	<b>98.</b> $y = \frac{e^x}{x-2}$ ;
<b>99.</b> $y = \frac{e^x}{4(1-x)}$ ;	<b>100.</b> $y = \frac{e^x}{(1-x)^2}$ ;
<b>101.</b> $y = \frac{e^{-x}}{x^2-3}$ ;	<b>102.</b> $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ ;
<b>103.</b> $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ ;	<b>104.</b> $y = \frac{2}{e^x(x+3)}$ ;

<b>105.</b> $y = x^2 e^{-x^2};$	<b>106.</b> $y = x \ln x;$
<b>107.</b> $y = x - \ln x;$	<b>108.</b> $y = \frac{\ln x}{x};$
<b>109.</b> $y = x^2 \ln x;$	<b>110.</b> $y = \frac{1 + \ln x}{x};$
<b>111.</b> $y = \frac{x}{\ln x};$	<b>112.</b> $y = \frac{x}{\ln x };$
<b>113.</b> $y = -\frac{\ln x}{x^2};$	<b>114.</b> $y = \frac{\ln(x-1)}{(x-1)^2};$
<b>115.</b> $y = \frac{\ln^2 x}{x};$	<b>116.</b> $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}};$
<b>117.</b> $y = x + \frac{1}{x};$	<b>118.</b> $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x};$
<b>119.</b> $y = 2x + \frac{1}{x^2};$	<b>120.</b> $y = \frac{x^3}{1-x^2};$
<b>121.</b> $y = \frac{x^3}{1+x^2};$	<b>122.</b> $y = \frac{x^3}{(x-1)^2};$
<b>123.</b> $y = \frac{(1+x)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}};$	<b>124.</b> $y = x + \operatorname{arctg} x;$
<b>125.</b> $y = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2};$	<b>126.</b> $y = \frac{x^4}{(1+x)^3};$
<b>127.</b> $y = \frac{x}{2} + \operatorname{arctg} x;$	<b>128.</b> $y = x - \operatorname{arctg} 2x;$
<b>129.</b> $y = x - 2\operatorname{arctg} x;$	<b>130.</b> $y = (x+2)e^{\frac{1}{x}};$
<b>131.</b> $y = 1 + xe^{\frac{2}{x}};$	<b>132.</b> $y = e^{\frac{1}{x}} - x;$
<b>133.</b> $y = \sqrt[3]{x^2(1-x)};$	<b>134.</b> $y = \sqrt[3]{x(1+x^2)};$
<b>135.</b> $y = 2\sin x - \cos 2x;$	<b>136.</b> $y = x - 2\operatorname{tg} x;$

<b>137.</b> $y = x + \sin 2x;$	<b>138.</b> $y = \operatorname{arctg} x - \ln(1 + x).$
--------------------------------	--

### Задачи на наибольшие и наименьшие значения

- 139.** Из прямоугольников, у которых сумма трех сторон равна 100, выбрать тот, который имеет наибольшую площадь.
- 140.** Определить наибольшую площадь прямоугольника, у которого одна сторона лежит на основании  $\alpha$  данного треугольника, а две вершины – на боковых сторонах треугольника, если треугольник имеет высоту  $h$ .
- 141.** Из квадратного листа картона со стороной  $\alpha$  вырезают по углам одинаковые квадраты и из оставшейся крестообразной фигуры склеивается прямоугольная коробка. Какого должна быть сторона вырезаемого квадрата, чтобы объем коробки был наибольшим.
- 142.** Определить размеры открытого бассейна с квадратным дном объемом  $V$  так, чтобы на облицовку его стен и дна пошло наименьшее количество материала?
- 143.** Сечение тоннеля имеет форму прямоугольника, завершенного полукругом. Периметр сечения  $p$ . При каком радиусе полукруга площадь сечения будет наибольшей?
- 144.** В прямой круговой конус радиуса  $R$  и высоты  $h$  вписан цилиндр наибольшего объема. Найти этот объем.



- 145.** В шар радиуса  $R$  вписан цилиндр наибольшего объема. Найти этот объем.
- 146.** Через точку, лежащую внутри прямого угла, провести прямую, от которой стороны угла отсекают отрезок наименьшей длины. Найти длину этого отрезка.
- 147.** Через точку, лежащую внутри прямого угла, провести прямую, отсекающую от угла треугольник наименьшей площади. Найти площадь этого треугольника.
- 148.** Из сектора круга радиуса  $R$  свертывается коническая воронка. При каком центральном угле она имеет наибольший объем?
- 149.** Даны точки  $A(0;3)$  и  $B(4;5)$ . На оси  $OX$  найти точку, сумма расстояний от которой до точек  $A$  и  $B$  наименьшая.

## ОТВЕТЫ

### 1.

1.  $(-3;3)$ . 2.  $[-2;2]$ . 3.  $(-\infty;-4) \cup (4;+\infty)$ . 4.  $(-1;5)$ .

5.  $(-2;-1)$ . 6.  $[-4;2]$ . 7.  $[-5;5]$ . 8.  $[-3-\sqrt{3};-3+\sqrt{3}]$ .

9.  $\left(-\infty;-\frac{7}{5}\right] \cup [-1;+\infty)$ . 10.  $\emptyset$ . 11.  $[-1;4]$ . 12.  $(0;1)$ . 13.  $\emptyset$ .

14.  $(-\infty;1) \cup (10;+\infty)$ . 15.  $(-\infty;+\infty)$ . 16.  $(-\infty;+\infty)$ .

17.  $\left(-\infty;\frac{6}{5}\right) \cup \left(\frac{6}{5};+\infty\right)$ . 18.  $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3};+\infty\right)$ . 19.  $[-3;+\infty)$ .

20.  $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right]$ . 21.  $(-\infty;2] \cup [3;+\infty)$ . 22.  $(-\infty;0) \cup (3;+\infty)$ .

23.  $[-2;2]$ . 24.  $(-\infty;+\infty)$ . 25.  $(-\infty;+\infty)$ . 26.  $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

27.  $x \neq 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ . 28.  $[-1;1]$ . 29.  $[-3;-1]$ . 30.  $(-\infty;+\infty)$ .

31.  $(0;+\infty)$ . 32.  $(-\infty;0)$ . 33.  $(-\infty;0) \cup (0;+\infty)$ . 34.  $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ .

35.  $(0;4)$ . 36.  $(-\infty;0) \cup \left(0;\frac{1}{3}\right)$ . 37.  $(-\infty;0) \cup (0;+\infty)$ .

38.  $(-\infty;3) \cup (3;+\infty)$ . 39.  $(-\infty;4] \cup [-2;+\infty)$ .

40.  $(-\infty;1) \cup (1;4) \cup (4;+\infty)$ . 41.  $-2; 0; 0; \frac{1+x-2x^2}{x^2};$

$x^2 - x - 2; x^2 + 3x; (x + \Delta x)^2 + x + \Delta x - 2.$  42.  $\pi; \frac{\pi}{2}; 0.$

43. Четная. 44. Ни четная, ни нечетная. 45. Четная.

46. Нечетная. 47. Нечетная. 48. Четная. 49. Ни четная, ни

нечетная. 50. Нечетная. 51. Нечетная. 52. Нечетная.

53. Четная. 54. Ни четная, ни нечетная. 55. Ни четная, ни нечетная. 57.  $\frac{\pi}{2}$ . 58.  $2\pi$ . 59.  $2\pi$ . 60.  $\frac{\pi}{3}$ . 61.  $2\pi$ . 62.  $\pi$ .  
63.  $\frac{2\pi}{3}$ . 64.  $\frac{\pi}{2}$ . 65.  $3\pi$ . 66.  $2\pi$ .

### 3.

1. 2. 2.  $\frac{1}{3}$ . 3.  $\frac{3}{2}$ . 4.  $\infty$ . 5. 0. 6.  $\frac{6}{\sqrt[4]{8}}$ . 7.  $-\frac{1}{5}$ . 8. 0. 9. 1. 10.  $-\frac{1}{2}$ .  
11. 1. 12. 2. 13. -1. 14.  $\frac{4}{3}$ . 15. 0. 16. 4. 17. 0. 18. 0. 19.  $\frac{3}{4}$ .  
20. 2. 21. -1. 22. 1. 23. 3. 24. 0. 25. 1. 26. 1. 27. 2. 28. -1.  
29.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . 30.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . 31. 10. 32. 1. 33.  $\frac{1}{5}$ . 34.  $\frac{1}{3}$ . 35.  $\frac{3}{4}$ . 36.  $\frac{3}{2}$ .  
37.  $\infty$ . 38. 6. 39.  $\frac{35}{4}$ . 40. -1. 41.  $\infty$ . 42. 0. 43.  $\frac{1}{4}$ . 44. 0. 45. 0.  
46.  $\frac{1}{4}$ . 47.  $-\frac{1}{2}$ . 48. 3. 49. 1. 50. -1. 51. 3. 52.  $-\frac{1}{3}$ . 53.  $\sqrt{2}$ .  
54. -2. 55. -1. 56. 3. 57.  $\frac{4}{5}$ . 58.  $\frac{3}{5}$ . 59.  $na^{n-1}$ . 60.  $\frac{5}{3}$ . 61.  $\frac{8}{15}$ .  
62.  $\frac{8}{7}$ . 63.  $\frac{4}{3}$ . 64.  $\frac{n}{m}2^{n-m}$ . 65.  $\frac{5}{4}$ . 66.  $-\frac{1}{12}$ . 67. 0. 68.  $\infty$ . 69. 0.  
70.  $-\frac{1}{2}$ . 71. 2. 72. -3. 73.  $\infty$ . 74. 3. 75.  $-\frac{3}{2}$ . 76.  $\frac{2}{3}$ . 77.  $\frac{1}{3}$ .  
78.  $\frac{2}{3}$ . 79. 1. 80.  $\frac{2}{3}$ . 81.  $\frac{1}{2}$ . 82.  $\frac{15}{2}$ . 83.  $\frac{1}{2}$ . 84.  $\frac{2}{9}$ . 85. 3. 86. 96.  
87. 4. 88.  $\frac{1}{2}$ . 89. 3. 90.  $\frac{4}{5}$ . 91. 4. 92.  $\frac{1}{8}$ . 93. 2. 94.  $\frac{9}{2}$ . 95.  $\frac{1}{2}$ .

- 96.** 1. **97.**  $\frac{4}{9}$ . **98.**  $\frac{n^2 - m^2}{2}$ . **99.** -1. **100.** 2. **101.**  $\frac{1}{2}$ . **102.**  $-\frac{1}{2}$ .  
**103.** -1. **104.**  $\frac{1}{2}$ . **105.**  $\cos b$ . **106.**  $\frac{64}{3}$ . **107.** 3. **108.**  $\frac{1}{6}$ .  
**109.**  $-\sin \alpha$ . **110.** 14. **111.** -1. **112.**  $\frac{1}{2}$ . **113.**  $\frac{1}{2}$ . **114.** 9.  
**115.** -6. **116.**  $-\frac{1}{54}$ . **117.** 14,7. **118.** 3. **119.** -5. **120.** -1.  
**121.** 12. **122.**  $e^3$ . **123.**  $\frac{1}{e^2}$ . **124.**  $\frac{1}{\sqrt[4]{e^3}}$ . **125.**  $\frac{1}{e^5}$ . **126.**  $e^4$ . **127.**  $e$ .  
**128.**  $\frac{1}{e^2}$ . **129.**  $\frac{1}{e^2}$ . **130.**  $e^8$ . **131.**  $\sqrt{e^{21}}$ . **132.** 4. **133.** -2. **134.** 2.  
**135.**  $-\frac{1}{2}$ . **136.**  $\frac{5}{3}$ . **137.** 2. **138.**  $\frac{1}{e}$ . **139.**  $\frac{1}{10 \ln 10}$ . **140.**  $\frac{2}{3}$ .  
**141.**  $\frac{3}{5}$ . **142.**  $64 \ln 4$ . **143.**  $\frac{\ln 2}{\ln 3}$ . **144.**  $5^5 \ln 5$ . **145.**  $\frac{1}{e}$ . **146.**  $\frac{1}{\sqrt{e}}$ .  
**147.**  $\frac{1}{\sqrt{e}}$ . **148.**  $-12 \ln 3$ . **149.**  $-\frac{9 \ln 3}{8}$ . **150.**  $e^4$ . **151.**  $e^{-2}$ .  
**152.**  $-\frac{8}{9}$ . **153.**  $e^4$ . **154.**  $\frac{1}{2}$ . **155.**  $\frac{1}{e}$ . **156.**  $\sqrt{e}$ . **157.**  $e^{\sqrt[3]{2}}$ .

**158.**  $\sin 3x$  и  $xe^{2x}$  одного порядка с  $x$ ;  $x^2$  и  $2x \cos x \sqrt[3]{\operatorname{tg}^2 x}$  высшего порядка, чем  $x$ ;  $\sqrt{x(1-x)}$  низшего порядка, чем  $x$ .

**159.**  $\sin x$ ;  $\operatorname{tg} x$ ;  $\frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x$ ;  $x - 3x^2$ ;  $\ln(1+x)$ . 161. 1) 2; 2)  $\frac{1}{2}$ ; 3) 1; 4) 10.

**164.** 1) одинаковый; 2) 2; 3) одинаковый; 4) 2; 5)  $\frac{1}{3}$ ;  
6) одинаковый; 7) эквивалентны; 8) 2; 9) одинаковый;  
10) 3; 11) 2; 12) 2; 13) 2; 14) 5; 15)  $\frac{3}{2}$ .

**165.** 1) 9; 2)  $\frac{9}{2}$ ; 3)  $\frac{5}{6}$ ; 4)  $\frac{4}{3}$ ; 5) 2; 6)  $\frac{3}{2}$ ; 7) 11; 8) 1.

**167.** 1)  $x = -1$  – точка бесконечного разрыва;

2)  $x = -1$  – устранимая точка разрыва;

3)  $x = -2$ ;  $x = 1$  – точки бесконечного разрыва;

4)  $x = \frac{2}{2k+1}$ , где  $k \in \mathbb{Z}$  устранимые точки разрыва;

5)  $x = 0$  и  $x = 1$  – устранимые точки разрыва;  $x = -1$  – точка бесконечного разрыва;

6)  $x = 0$  – устранимая точка разрыва;  $x = \pi k$ ,  
 $k = \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots$  – точки бесконечного разрыва;

7)  $x = 0$  – точка разрыва II рода;

8)  $x = -1$  и  $x = 3$  – точки бесконечного разрыва.

**168.** 1)  $x = 1$  – точка разрыва I рода;

2) функция непрерывна;

3)  $x = -1$  – точка разрыва I рода;

4)  $x = -1$  – точка разрыва I рода.

**169.** Функция  $y = \frac{\sin x}{x}$  в точке  $x=0$  имеет устранимый разрыв,  $y = \frac{\cos x}{x}$  – разрыв II рода (бесконечный).

**170.**  $x = 2$ .

**171.** Функция разрывна при  $x = 0$ .

**4.**

**1.**  $2x$ . **2.**  $3x^2$ . **3.**  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ . **4.**  $-\frac{1}{x^2}$ . **5.**  $-\frac{2}{x^3}$ . **6.**  $-\frac{1}{2x\sqrt{x}}$ . **7.**  $2\cos 2x$ .

**8.**  $-\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}$ . **9.**  $-\frac{2}{(2x+1)^2}$ . **10.**  $\frac{3}{2\sqrt{1+3x}}$ . **11.**  $2(2x^3+3x-1)$ .

**12.**  $49x^6+6x-4$ . **13.**  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}-\frac{1}{x^2}+\frac{6}{x^3}$ . **14.**  $\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}-\frac{10}{x^3}+\frac{9}{x^4}$ .

**15.**  $20x^4-3\cos x-\frac{5}{\sin^2 x}$ . **16.**  $\frac{3}{2\sqrt{x}}-4\sin x-\frac{2}{\cos^2 x}$ .

**17.**  $8x+\frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}-\frac{2}{x^3}+\cos x-\sin x+\frac{1}{x}$ .

**18.**  $\frac{3}{8\sqrt[8]{x^5}}-24x^5+\frac{5}{x}+7\sin x-4\operatorname{ctg} 2x$ .

**19.**  $\frac{\ln 24}{x\ln 2\ln 3}$ . **20.**  $4e^x+\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .

**21.**  $e^x-\frac{1}{2\cos^2 x}+x^3$ . **22.**  $5^x\ln 5+6^x\ln 6-7^{-x}\ln 7$ .

$$23. \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{4}{\sqrt{1-x^2}} \cdot 24. \frac{2}{x} \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x}} \right) \cdot 25. \frac{4}{\sin 2x}.$$

$$26. \frac{2}{1+x^2} \cdot 27. \sin x + x \cos x \cdot 28. \frac{x(\sin 2x + x)}{\cos^2 x}.$$

$$29. \frac{\ln x + 7}{7\sqrt[7]{x^6}} \cdot 30. \arccos x - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \cdot 31. \frac{\operatorname{arcctg} x}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{\sqrt[3]{x}}{1+x^2}.$$

$$32. \frac{x(2\ln x + 1)}{\ln 3} \cdot 33. \frac{4x}{(x^2 + 1)^2}.$$

$$34. \frac{\sin x - x^2 + x \cos x (\sin x - \ln x)}{x \sin^2 x} \cdot 35. -\frac{2 + \sin x}{(1 + 2 \sin x)^2}.$$

$$36. \frac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)^2} \cdot 37. -\frac{4x + \sin 2x}{4x\sqrt{x} \sin^2 x}.$$

$$38. \frac{(1+x^2) \left( \frac{1}{2} \sin 2x + x \right) + x^2 \sin 2x}{(1+x^2)^2 \cos^2 x} \cdot 39. \frac{2e^x}{(1-e^x)^2}.$$

$$40. 1; 0; 4. \quad 41. \frac{33}{8}; -\frac{33}{8}. \quad 42. -1; \frac{1}{9}; -\frac{1}{25}. \quad 43. -\frac{\ln 10}{2}.$$

$$44. 0; 2e^2; -e^{-4}. \quad 45. 1; 2; 0; -1. \quad 46. 3\cos 3x.$$

47.  $(2x+5)\cos(x^2+5x+2)$ . 48.  $\sin(a-bx)$ . 49.  $-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ .

50.  $\frac{-5\sin x}{2\sqrt{1+5\cos x}}$ . 51.  $\frac{2\sin^2 x}{\sqrt{2x-\sin 2x}}$ . 52.  $\sin 2x$ .

53.  $3\sin^2 x \cos x$ . 54.  $-100\sin x \cos^{99} x$ . 55.  $\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}$ .

56.  $\frac{2x}{\cos^2(x^2+3)}$ . 57.  $\operatorname{ctg} x$ . 58.  $-\operatorname{tg} x$ . 59.  $\frac{10}{\sin 10x}$ . 60.  $-\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ .

61.  $\frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x}$ . 62.  $\frac{2x-3}{x^2-3x+7}$ . 63.  $\frac{2(x+1)}{x(x+2)}$ . 64.  $\frac{1}{x^2+5}$ .

65.  $\frac{1}{x^2+3}$ . 66.  $\frac{x}{\sqrt{3-x^4}}$ . 67.  $-\frac{2}{x^2+1}$ , если  $|x|>1$  и  $\frac{2}{x^2+1}$ ,

если  $|x|<1$ . 68.  $\frac{1}{x^2-9}$ . 69.  $\frac{4a^2x}{a^4-x^4}$ . 70.  $\frac{2}{x(1-x^2)}$ . 71.  $\frac{2}{1-4x^2}$ .

72.  $\sqrt{1-x^2}$ . 73.  $\operatorname{arctg} x$ . 74.  $e^x \cos x$ . 75.  $\operatorname{arctg} \sqrt{2x-1}$ .

76.  $3\operatorname{tg}^4 x$ . 77.  $3x^2 \sin 2x^3$ . 78.  $-\frac{\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{3}}{\sin^2 \frac{x}{3}}$ . 79.  $\frac{5}{8} \cdot \frac{\operatorname{tg} 2x}{\cos^{10} 2x}$ .

80.  $-\sin 4x$ . 81.  $\frac{4\cos 2x}{(1-\sin 2x)^2}$ . 82.  $\frac{-2\cos^2 x}{\sin^3 x}$ .

83.  $3 \cdot 2^{3x} \ln 2 + 5x^4 - 2xe^{-x^2} - \frac{1}{x^2}$ . 84.  $a^{\sin x} \ln a \cos x$ .

85.  $\frac{e^{\sqrt{x}}(1+\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$ . 86.  $xe^{-x}(2-x)$ . 87.  $e^{x^2}(1-2x^2-4x)$ .



$$88. \frac{1}{3} e^{\frac{x}{3}} \left( \cos \frac{x}{3} - \sin \frac{x}{3} \right). \quad 89. \frac{e^{\frac{1}{\cos x}} \cdot \sin x}{\cos^2 x}. \quad 90. \frac{-e^{\frac{1}{\ln x}}}{x \ln^2 x}.$$

$$91. 10^{3-\sin^3 2x} \ln 10 (-3 \sin 2x \cdot \sin 4x). \quad 92. 2^x \ln 2 \cos(2^x).$$

$$93. \frac{1}{2} (e^{\frac{x}{a}} - e^{-\frac{x}{a}}). \quad 94. -\frac{4}{(e^x - e^{-x})^2}. \quad 95. \frac{2e^{2x}}{\sqrt{e^{4x} + 1}}. \quad 96. \frac{2}{e^{4x} + 1}.$$

$$97. \frac{\operatorname{ctg} x \ln \cos x + \operatorname{tg} x \ln \sin x}{(\ln \cos x)^2}. \quad 98. -\frac{7 \operatorname{tg} 7x}{\ln 5}. \quad 99. -\frac{\operatorname{tg} \sqrt{1+x}}{2\sqrt{1+x} \ln 7}.$$

$$100. \frac{5e^{\sqrt[7]{x^5}}}{7\sqrt[7]{x^2}}. \quad 101. -\frac{1}{2\sqrt{x(x-1)}}. \quad 102. -\frac{1}{x\sqrt{1+x^2}}.$$

$$103. \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}. \quad 104. -\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}. \quad 105. \frac{1}{\sqrt{x-x^2}}.$$

$$106. \frac{-1}{\sqrt{x-4x^2}}. \quad 107. \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x - \sin^2 x}}. \quad 108. \frac{4e^{4x}}{\sqrt{1-e^{8x}}}.$$

$$109. \frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}. \quad 110. \frac{1}{2x\sqrt{6x-1}}. \quad 111. \frac{4e^{2x}}{1-e^{8x}}.$$

$$112. \frac{-1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2\sqrt{x^2-1}}. \quad 113. \frac{-2}{\sqrt{1-4x^2} \arccos x}.$$

$$114. \frac{5}{(5x+3)(1+\ln^2(5x+3))}. \quad 115. \frac{-3}{x^2+9}. \quad 116. \frac{2 \operatorname{arcctg} \frac{1}{x}}{1+x^2}.$$

$$117. \frac{xe^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{1-e^{-x^2}}}. \quad 118. -\frac{\sin x \cos(\cos x)}{\cos^2 \sin(\cos x)}.$$

$$119. \frac{xe^{x^2 \cdot \text{ctg} 3x}}{\sin^2 3x} \cdot (\sin 6x - 3x). \quad 120. a^{\sqrt[3]{\cos x \text{tg}^2 x}} \ln a \frac{\sin x (6 - \sin^2 x)}{3 \cos^{\frac{8}{3}} x}.$$

$$121. -\frac{1}{2} \text{ctg}(\text{tge}^{-\frac{x}{2}}) \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{\cos^2(e^{-\frac{x}{2}})}. \quad 124. \frac{\text{ctg} \frac{x+3}{4}}{20 \sqrt[5]{\ln^4 \sin \frac{x+3}{4}}}.$$

$$125. \frac{e^{\sqrt{1+\ln x}}}{2x\sqrt{1+\ln x}}. \quad 126. \frac{e^{5x}}{(1+e^{10x})\sqrt[5]{\text{arctg}^4(e^{5x})}}.$$

$$127. \frac{-1}{|1+x|\sqrt{2x(1-x)}}. \quad 128. \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-\arccos^2 x}}.$$

$$129. \frac{1}{2(1+x^2)}. \quad 130. \frac{1}{x^2+x+1}. \quad 131. \frac{9(x^2+1)}{x^4-9}.$$

$$132. \frac{4x-5}{x^2+5}. \quad 133. \text{arctg} x. \quad 134. \frac{1}{\cos x}. \quad 135. \text{ctg} x + \frac{1-2x^2}{x(1-x^2)}.$$

$$136. \frac{1}{2}. \quad 137. \frac{x^2}{1-x^4}. \quad 138. \frac{x^5+1}{x^6+x^4}. \quad 139. \frac{1}{\cos^3 x}.$$

$$140. \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{x(x^2+1)}{(x-1)^2}} \frac{x^3-3x^2-x-1}{x(x-1)(x^2+1)}. \quad 141. -\frac{(x+1)(5x^2+14x+5)}{(x+2)^4(x+3)^5}.$$

$$142. \frac{1+3x^2-2x^4}{\sqrt{(1-x^2)^3}}. \quad 143. \frac{-161x^2+480x-271}{60 \sqrt[5]{(x-1)^3} \cdot \sqrt[4]{(x-2)^7} \cdot \sqrt[3]{(x-3)^{10}}}.$$

$$144. \frac{1-x+4x^2}{(1-x)^3(1+x)^4} \cdot 145. \frac{12-6x-6x^2+2x^3+5x^4-3x^5}{(1-x)^3}.$$

$$146. \frac{6+3x+8x^2+4x^3+2x^4+3x^5}{\sqrt{2+x^2} \cdot \sqrt[3]{(3+x^3)^2}} \cdot 147. x^x(1+\ln x).$$

$$148. x^{\frac{1}{x}-2}(1-\ln x) \cdot 149. x^2 e^{x^2} \sin 2x(3+2x^2+2x \operatorname{ctg} 2x).$$

$$150. 2x^{\ln x-1} \cdot \ln x \cdot 151. x \sin x \left( \frac{\sin x}{x} + \ln x \cos x \right).$$

$$152. (\sin x)^x \cdot (\ln \sin x + x \operatorname{ctg} x) \cdot 153. (\sin x)^{\operatorname{tg} x} \cdot \left( 1 + \frac{\ln \sin x}{\cos^2 x} \right).$$

$$154. (\cos x)^{\sin x} \left( \cos x \cdot \ln \cos x - \frac{\sin^2 x}{\cos x} \right) \cdot 155. -\frac{2(2\cos^2 x + 1)}{\sin^2 2x}.$$

$$156. \frac{e^x \sin x \cos^3 x}{\operatorname{arctg} x} \left( 1 + \operatorname{ctg} x - 3 \operatorname{tg} x - \frac{1}{(1+x^2)\operatorname{arctg} x} \right).$$

$$157. (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg} \frac{x}{2}} \left( \frac{4 \operatorname{ctg} \frac{x}{2}}{\sin 4x} - \frac{\ln \operatorname{tg} 2x}{2 \sin^2 \frac{x}{2}} \right).$$

$$158. \frac{1}{2} \sqrt{x \sin x \sqrt{1-e^x}} \left( \frac{1}{x} + \operatorname{ctg} x - \frac{e^x}{2(1-e^x)} \right).$$

$$159. \frac{3t^2-1}{2t} \cdot 160. -1 \cdot 161. \frac{t}{2} \cdot 162. \frac{\cos t - t \sin t}{1 + \sin t - t \cos t}.$$

$$163. \frac{1+t^2}{t(2+3t-t^3)} \cdot 164. \operatorname{tg} t \cdot \operatorname{tg} \left( t + \frac{\pi}{4} \right) \cdot 165. -\operatorname{tg} t \cdot 166. \frac{t}{|t|}.$$

$$167. -\frac{x}{y}. \quad 168. \frac{p}{y}. \quad 169. -\frac{b^2 x}{a^2 y}. \quad 170. -\frac{2x + y + x^2}{x + y^2}.$$

$$171. -\frac{\sin(x+y)}{1+\sin(x+y)}. \quad 172. -\frac{1+y\sin(xy)}{x\sin(xy)}. \quad 173. -\frac{y\sin^2 y}{1+x\sin^2 y}.$$

$$174. \frac{e^{-x}\sin y - e^{-y}\sin x}{e^{-x}\cos y + e^{-y}\cos x}. \quad 175. \frac{2x - ye^{xy}}{3y^2 + xe^{xy}}. \quad 176. \frac{x+y}{x-y}.$$

$$177. -\frac{1+y^2}{y^2}. \quad 178. \frac{2(x+2y)^2}{3} + \frac{y}{x}. \quad 179. 2^{x-y} \cdot \frac{2^y - 1}{1 - 2^x}.$$

$$180. \frac{y\cos x + \sin(x+y)}{\sin(x-y) - \sin x}. \quad 181. 1) 0,5; 2) -2,8.$$

$$182. 1) nx^{n-1}dx; 2) \frac{dx}{\cos^2 x}; 3) 3\sin 2x \sin 4x dx;$$

$$4) \frac{dx}{x}; 5) \frac{\operatorname{ctg}\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} dx; 6) \frac{-|x|dx}{x^2\sqrt{x^2-1}}; 7) \frac{-\operatorname{tg} x e^{-\frac{1}{\cos x}}}{\cos x} dx;$$

$$8) -2x \cdot 2^{-x^2} \ln 2 dx; 9) 10^{x \operatorname{tg} x} \ln 10 \left( \operatorname{tg} x + \frac{x}{\cos^2 x} \right) dx.$$

$$183. 1) y = 4x, \quad y = -4x + 16; \quad 2) y = x - 1; \quad 3) y = x - \frac{2}{3};$$

$$4) y = 2x + 1; 5) y = -4x - 4.$$

$$184. (1; 0), (-1; -4). \quad 185. 3x + y + 6 = 0. \quad 186. 2x - y + 1 = 0.$$

$$187. 1) 2e^{-x^2}(2x^2 - 1); 2) \frac{2\sin x}{\cos^3 x}; 3) \frac{2\cos x}{\sin^3 x}; 4) \frac{x}{\sqrt{(4-x^2)^3}};$$

$$5) 2\cos 2x; 6) -2\cos 2x; 7) \frac{1}{\sqrt{(1+x^2)^3}}; 8) \frac{2x}{(1+x^2)^2};$$

$$9) \frac{-4}{(2x-3)^2}; 11) -\frac{b}{a^2 \sin^3 t}; 12) \frac{t^2+1}{4t^3}; 13) \frac{3}{4e^t};$$

$$14) -\frac{1}{4a \sin^4 \frac{t}{2}}; 15) \frac{3t^2-1}{4t^3}; 16) -\frac{1}{18t^4}; 17) \frac{8y(1+y^2)}{(2+y^2)^3};$$

$$19) 1,5; 20) \frac{25}{64};$$

$$188. 1) \frac{4(3x^2-4)}{(4+x^2)^3}; 2) e^{-x}(3-x);$$

$$3) -2e^x(\cos x + \sin x); 4) (6-x^2)\cos x - 6x\sin x;$$

$$5) 2^x(x^3 \ln^3 2 + 9x^2 \ln^2 2 + 18x \ln 2 + 6); 6) -\frac{1}{x^2}.$$

$$189. 1) \sin\left(x + \frac{\pi n}{2}\right); 2) \cos\left(x + \frac{\pi n}{2}\right); 3) e^x;$$

$$4) \frac{(-1)^{n-1} \cdot (n-1)!}{x^n}; 5) 3^x (\ln 3)^n;$$

$$6) k(k-1)(k-2)\dots(k-n+1)x^{k-n} \text{ при } k \geq n \text{ и } 0 \text{ при } k < n;$$

$$7) 3^n \sin\left(3x + n\frac{\pi}{2}\right); 8) e^{\frac{x}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^n; 9) \frac{(-1)^{n-1} \cdot (n-1)!}{(1+x)^n};$$

$$10) 2^{3x} (3 \ln 2)^n; 11) -2^{n-1} \cos\left(2x + n \frac{\pi}{2}\right);$$

$$12) 2^{n-1} \cos\left(2x + n \frac{\pi}{2}\right); 13) \frac{-(n-1)! 3^n}{(2-3x)^n};$$

$$14) x \cos\left(x + n \frac{\pi}{2}\right) + n \sin\left(x + n \frac{\pi}{2}\right);$$

$$16) e^x (x^3 + 3nx^2 + 3n(n-1)x + n(n-1)(n-2));$$

$$17) \frac{x^2 - 9n(n-1)}{3^n} \sin\left(\frac{x}{3} + n \frac{\pi}{2}\right) - \frac{2nx}{3^{n-1}} \cos\left(\frac{x}{3} + n \frac{\pi}{2}\right);$$

$$18) \frac{(-1)^{n-1} (n-3)!}{x^{n-2}} (6-4n).$$

**190.** 1)  $\Delta y = 0,0401$ ;  $dy = 0,04$ ; 2)  $\Delta y = 0,0302$ ;  $dy = 0,03$ ;  
3)  $\Delta y = 0,09881$ ;  $dy = 0,1$ .

**191.**  $dy = \frac{\pi}{36}$ . **192.** а) 10,05; б) 1,02; в) 6,41; г) 2,08; д) 2,01.

## 5.

**1.** -1. **2.** 9. **3.**  $\frac{7}{5}$ . **4.** 1,5. **5.** 4,5. **6.** -0,5. **7.** 0,5. **8.**  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ . **9.** -2.

**10.**  $\frac{1}{3}$ . **11.** 0. **12.** 0. **13.** 0. **14.** 1. **15.**  $-\frac{1}{5}$ . **16.**  $-\frac{1}{6}$ . **17.** -1.

**18.**  $-\frac{1}{2}$ . **19.**  $\frac{1}{128}$ . **20.** 1. **21.**  $\frac{\ln^2 2}{m(m-1)}$ . **22.**  $\frac{2}{m}$ . **23.** 0. **24.**  $\frac{1}{2}$ .

25.  $\frac{1}{6}$ . 26.  $\frac{2}{3}$ . 27.  $\frac{1}{2}$ . 28.  $\frac{1}{2}$ . 29.  $-\frac{1}{2}$ . 30. 0. 31.  $\frac{1}{2}$ . 32.  $\infty$ .

33.  $\frac{2}{\pi}$ . 34. 1. 35. 0. 36. 0. 37.  $\frac{1}{e}$ . 38. 1. 39.  $\frac{1}{e}$ . 40. 1. 41.  $\frac{1}{e}$ .

42.  $e^2$ . 43.  $\frac{1}{\sqrt[6]{e}}$ . 44.  $\sqrt[3]{e}$ . 45.  $e^{\frac{2}{\pi}}$ . 46.  $e^{-\frac{2}{\pi}}$ . 47. 2. 48. 3. 49.  $\frac{1}{2}$ .

50. 0.

51. При  $x = -1$  локальный максимум  $y = 2$ ; при  $x = 1$  локальный минимум  $y = -2$ .

52. При  $x = 2$  локальный максимум  $y = 16$ ; при  $x = -2$  локальный минимум  $y = -16$ .

53. При  $x = -1$  локальный максимум  $y = \frac{5}{3}$ ; при  $x = 3$  локальный минимум  $y = -9$ .

54. При  $x = -3$  локальный максимум  $y = 0$ ; при  $x = -1$  локальный минимум  $y = -4$ .

55. При  $x = -2$  локальный максимум  $y = \frac{4}{3}$ ; при  $x = 0$  локальный минимум  $y = 0$ .

56. При  $x = \pm 2$  локальный максимум  $y = 5$ ; при  $x = 0$  локальный минимум  $y = 1$ .

57. При  $x = -3$  локальный минимум  $y = -\frac{27}{4}$ .

58. При  $x = 1$  локальный минимум  $y = -\frac{1}{12}$ .

**59.** При  $x = \pm 2$  локальный минимум  $y = -4$ ; при  $x = 0$  локальный максимум  $y = 0$ .

**60.** При  $x = -1$  локальный максимум  $y = 2$ ; при  $x = 3$  локальный минимум  $y = -5,4$ .

**62.** При  $x = 0$  локальный минимум  $y = -1$ .

**63.** При  $x = 0$  локальный максимум  $y = 0$ ; при  $x = \pm \frac{1}{2}$  локальный минимум  $y = -\frac{27}{8}$ .

**64.** При  $x = -1$  локальный максимум  $y = 1$ .

**65.** При  $x = \frac{2}{3}$  локальный максимум  $y = \frac{2}{3\sqrt{3}}$ .

**66.** При  $x = 2$  локальный максимум  $y = \frac{3}{\sqrt{2}}$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ .

**67.** Область определения  $|x| \geq 1$ ;  $y = \pm 2x$  – асимптоты.

**68.** Область определения  $|x| \geq 1$ ;  $y = 0$  – асимптота.

**69.** При  $x = 0$  локальный максимум  $y = 0$ ; при  $x = 1$  локальный минимум  $y = -1$ .

**72.** При  $x = 1$  локальный минимум  $y = 1$ .

**73.** При  $x = \frac{2}{5}$  локальный максимум  $y = \frac{3}{5} \sqrt[3]{\frac{4}{25}}$ ; при  $x = 0$  локальный минимум  $y = 0$ .



**74.** При  $x = \frac{3}{5}$  локальный максимум  $y = \frac{3}{5^3 \sqrt{\frac{4}{25}}}$ ; при  $x = 1$

локальный минимум  $y = 0$ . **75.**  $y = 0$  – асимптота;  $x = \pm 1$  – асимптоты.

**76.**  $y = 0$  – асимптота;  $x = \pm 2$  – асимптоты.

**77.** При  $x = 1$  локальный максимум  $y = \frac{1}{2}$ ; при  $x = -1$

локальный минимум  $y = -\frac{1}{2}$ ;  $y = 0$  – асимптота.

**78.** При  $x = 0$  локальный минимум  $y = -1$ ;  $y = 0$  – асимптота;

$x = 1$  – асимптота.

**79.** При  $x = 1$  локальный максимум  $y = 1$ ;  $y = 0$  – асимптота;

$x = 2$  – асимптота.

**80.** При  $x = -1$  локальный минимум  $y = -\frac{1}{9}$ ; при  $x = 3$

локальный максимум  $y = -1$ ;  $x = 2$ ,  $x = 5$ ,  $y = 0$  – асимптоты.

**81.** При  $x = -2$  локальный максимум  $y = \frac{1}{9}$ ; при  $x = 2$

локальный минимум  $y = 1$ ;  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $y = 0$  – асимптоты.

**82.** При  $x = 0$ ,  $y = 0$  локальный максимум;  $y = 1$  – асимптота;  $x = \pm 1$  – асимптоты.

**83.** При  $x = -1$  локальный максимум  $y = 0$ ;  $x = 0$ ,  $x = -2$ ,  $y = 1$  – асимптоты.

**84.** При  $x = -1$  локальный максимум  $y = 2$ ; при  $x = 1$  локальный минимум  $y = 0$ ;  $y = 1$  – асимптота.

**85.** При  $x = 1$  локальный максимум  $y = 2$ ; при  $x = 3$  локальный минимум  $y = 0$ ;  $y = 1$  – асимптота.

**86.** При  $x = 0$  локальный максимум  $y = -\frac{1}{3}$ ; при  $x = 2$  локальный минимум  $y = -3$ ;  $y = -1$  – асимптота.

**87.** При  $x = 2$  локальный максимум  $y = \frac{2}{e}$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ . **88.** При  $x = 0$  максимум  $y = 1$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ . **89.** При  $x = 0$  локальный минимум  $y = 0$ ; при  $x = 2$  локальный максимум  $y = \frac{4}{e^2}$ ;

$y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ .

**90.** При  $x = -4$  локальный минимум  $y = 0$ ; при  $x = 0$  локальный максимум  $y = 16$ ;

$y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ .

**91.** При  $x = 1$  локальный максимум  $y = \frac{1}{\sqrt{e}}$ ; при  $x = -1$  локальный минимум  $y = -\frac{1}{\sqrt{e}}$ ;  $y = 0$  – асимптота.

**92.** При  $x = -1$  локальный минимум  $y = -e$ ; при  $x = 1$  локальный максимум  $y = e$ ;  $y = 0$  – асимптота.

**93.** При  $x = 0$  локальный максимум  $y = 1$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow -\infty$ .

**94.** При  $x = 0$  локальный максимум  $y = 4$ ; при  $x = 2$  локальный минимум  $y = 0$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow -\infty$ .

**95.** При  $x = -3$  локальный минимум  $y = -\frac{27}{e^3}$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow -\infty$ .

**96.** При  $x = 3$  локальный максимум  $y = \frac{27}{e^3}$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ .

**97.** При  $x = 1$  локальный минимум  $y = e$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow -\infty$ ;  $x = 0$  – асимптота.

**98.** При  $x = 3$  локальный минимум  $y = e^3$ ; асимптоты:  $x = 2$ ;  $y = 0$  при  $x \rightarrow -\infty$ .

**99.** При  $x = 2$  локальный максимум  $y = -\frac{e^2}{4}$ ; асимптоты:  $x = 1$ ;  $y = 0$  при  $x \rightarrow -\infty$ .

**100.** При  $x = 3$  локальный минимум  $y = \frac{e^3}{4}$ ;  
 $x = 1$  – асимптота;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow -\infty$ .

**101.** При  $x = -3$  локальный минимум  $y = \frac{e^3}{6}$ ; при  $x = 1$

локальный максимум  $y = -\frac{1}{2e}$ ;  $x = \pm\sqrt{3}$  – асимптоты;

$y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ .

**102.**  $x = 0$ ,  $y = \pm 1$  – асимптоты;  $|y| > 1$ .

**103.**  $y = \pm 1$  – асимптоты;  $|y| < 1$ .

**104.** При  $x = -4$  локальный максимум  $y = -2e^4$ ;

$x = -3$  – асимптота;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ .

**105.** При  $x = \pm 1$  локальный максимум  $y = \frac{1}{e}$ ; при  $x = 0$

локальный минимум  $y = 0$ ;  $y = 0$  – асимптота; функция неотрицательна.

**106.** При  $x = \frac{1}{e}$  локальный минимум  $y = -\frac{1}{e}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = 0$ .

**107.** При  $x = 1$  локальный минимум  $y = 1$ ; функция положительна;  $x = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow 0^+$ .

**108.** При  $x = e$  локальный максимум  $y = \frac{1}{e}$ ;  $x = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow 0^+$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ .

**109.**  $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$  локальный минимум  $y = -\frac{1}{2e}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = 0$ .

**110.** При  $x = 1$  локальный максимум  $y = 1$ ;  $x = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow 0^+$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ .

**111.** При  $x = e$  локальный минимум  $y = e$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = 0$ ;  $x = 1$  – асимптота.

**112.** Область существования функции  $x \neq \pm 1$ ;  $x \neq 0$ ; симметрия относительно начала координат; при  $x = e$  локальный минимум  $y = e$ ; при  $x = -e$  локальный максимум  $y = -e$ ;  $x = \pm 1$  – асимптоты;  $\lim_{x \rightarrow 0} y = 0$ .

**113.** При  $x = \sqrt{e}$  локальный минимум  $y = -\frac{1}{2e}$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ ;  $x = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow 0^+$ .

**114.** При  $x = 1 + \sqrt{e}$  локальный максимум  $y = \frac{1}{2e}$ ;  $x = 1$  – асимптота при  $x \rightarrow 1^+$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ .

**115.** При  $x = 1$  локальный минимум  $y = 0$ ; при  $x = e^2$  локальный максимум  $y = \frac{4}{e^2}$ ; функция неотрицательна;  $x = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow 0^+$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ .

**116.** При  $x = e^2$  локальный максимум  $y = \frac{2}{e}$ ;  $x = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow 0^+$ ;  $y = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ .

**117.** При  $x = 1$  локальный минимум  $y = 2$ ; при  $x = -1$  локальный максимум  $y = -2$ ; асимптоты:  $x = 0$ ;  $y = x$ .

**118.** При  $x = 2$  локальный минимум  $y = 2$ ; при  $x = -2$  локальный максимум  $y = -2$ ; асимптоты:  $y = \frac{x}{2}$ ;  $x = 0$ .

**119.** При  $x=1$  локальный минимум  $y=3$ ;  $x=0$ ,  $y=2x$  – асимптоты.

**120.** При  $x=-\sqrt{3}$  локальный минимум  $y=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ; при  $x=\sqrt{3}$  локальный максимум  $y=-\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ; асимптоты:  $x=1$ ,  $x=-1$ ,  $y=-x$ .

**121.** Асимптота  $y=x$ ; симметрия относительно начала координат.

**122.** При  $x=3$  локальный минимум  $y=\frac{27}{4}$ ;  $x=1$ ,  $y=x+2$  – асимптоты.

**123.** При  $x=\frac{1}{2}$  локальный минимум  $y=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ;  $y=x+\frac{3}{2}$  – асимптота при  $x\rightarrow+\infty$ ;  $x=0$  – асимптота при  $x\rightarrow 0+$ .

**124.** При  $x=0$  – точка перегиба;  $y=x+\frac{\pi}{2}$  – асимптота при  $x\rightarrow+\infty$ ;  $y=x-\frac{\pi}{2}$  – асимптота при  $x\rightarrow-\infty$ .

**125.** При  $x=5$  локальный минимум  $y=13\frac{1}{2}$ ; асимптоты:  $y=x+5$ ,  $x=1$ .

**126.** При  $x=0$  локальный минимум  $y=0$ ; при  $x=-4$  локальный максимум  $y=-9\frac{13}{27}$ ;  $y=x-3$ ,  $x=-1$  – асимптоты.

**127.** При  $x=1$  локальный минимум  $y = \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$ ; при  $x=-1$  локальный максимум  $y = -\frac{1}{2} + \frac{3\pi}{4}$ ;  $y = \frac{x}{2} + \pi$  – асимптота при  $x \rightarrow -\infty$ ;  $y = \frac{x}{2}$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ .

**128.** При  $x = -\frac{1}{2}$  локальный максимум  $y = -\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$ ; при  $x = \frac{1}{2}$  локальный минимум  $y = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$ ;  $y = x - \frac{\pi}{2}$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ ;  $y = x + \frac{\pi}{2}$  – асимптота при  $x \rightarrow -\infty$ .

**129.** При  $x = -1$  локальный максимум  $y = -1 + \frac{\pi}{2}$ ; при  $x = 1$  локальный минимум  $y = 1 - \frac{\pi}{2}$ ;  $y = x - \pi$  – асимптота при  $x \rightarrow +\infty$ ;  $y = x + \pi$  – асимптота при  $x \rightarrow -\infty$ .

**130.** При  $x = 2$  локальный минимум  $y = 4\sqrt{e}$ ; при  $x = -1$  локальный максимум  $y = \frac{1}{e}$ ;  $x = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow 0+$ ;  $y = x + 3$  – асимптота;  $\lim_{x \rightarrow 0-} y = 0$ .

**131.** При  $x = 2$  локальный локальный минимум  $y = 2e + 1$ ;  $y = x + 3$  – асимптота;  $x = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow 0+$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0-} y = 1$ .

**132.**  $y = -x + 1$  – асимптота;  $x = 0$  – асимптота при  $x \rightarrow 0+$ ;

$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = 0$ ;  $x = -\frac{1}{2}$  – точка перегиба.

**133.** При  $x = \frac{2}{3}$  локальный максимум  $y = \frac{\sqrt[3]{4}}{3}$ ; при  $x = 0$

локальный минимум  $y = 0$ ;  $y = -x + \frac{1}{3}$  – асимптота.

**134.** Симметрия относительно начала координат,  $y = x$  – асимптота.

**135.** При  $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + n\pi$  локальный минимум  $y = -\frac{3}{2}$ ;

при  $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$  локальный максимум  $y = 3$ , где

$n = 0; \pm 1; \pm 2, \dots$

**136.**  $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$  – асимптоты, где  $n = 0; \pm 1; \pm 2, \dots$

**137.** При  $x = -\frac{\pi}{3} + n\pi$  локальный минимум

$y = -\frac{\pi}{3} + n\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; при  $x = \frac{\pi}{3} + n\pi$  локальный максимум

$y = \frac{\pi}{3} + n\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$ , где  $n = 0; \pm 1; \pm 2, \dots$

**138.** При  $x = 0$  локальный минимум  $y = 0$ ; при  $x = 1$

локальный максимум  $y = \frac{\pi}{4} - \ln 2$ ;  $x = -1$  – асимптота при

$x \rightarrow -1+$ .



**139.**  $25 \times 50$ . **140.**  $\frac{ah}{4}$ . **141.**  $\frac{a}{6}$ . **142.**  $\sqrt[3]{2V} \times \sqrt[3]{2V} \times \sqrt[3]{\frac{V}{4}}$ .

**143.**  $p : (4 + \pi)$ . **144.**  $\frac{4}{27} \pi R^2 h$ . **145.**  $\frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$ .

**146.**  $\left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$ , где  $a$  и  $b$  – расстояния от точки до сторон угла.

**147.**  $2ab$ , где  $a$  и  $b$  – расстояния от точки до сторон угла.

**148.**  $2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}$ . **149.**  $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ .