Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Материалы 16-й Саратовской зимней школы
Саратов, 27 января — 3 февраля 2012 года

Издательство «Научная книга»
2012

УДК 517; 518; 533
ББК 22.161.5
С56

Современные проблемы теории функций и их приложения:
С56 Материалы 16-й Сарат. зимней школы. – Саратов: ООО «Издательство «Научная книга», 2012. – 214 с.: ил.
ISBN 978-5-9758-1374-9

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу 16-й Саратовской зимней школы, проводимой Саратовским государственным университетом им. Н. Г. Чернышевского совместно с Московским государственным университетом им. М. В. Ломоносова и Математическим институтом им. В. А. Стеклова РАН. Тематика посвящена вопросам теории функций, таким как теория приближений, ряды Фурье и др., а также их приложениям.

Издание осуществлено при поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
(проект № 11-01-06839-моб_г)

УДК 517; 518; 533
ББК 22.161.5

Работа издана в авторской редакции

ISBN 978-5-9758-1374-9

А. В. Абанин (Ростов-на-Дону; Владикавказ)
abanin@math.rsu.ru

НАСЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ В ШКАЛАХ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВ

Речь пойдет о «заразительности» свойств полноты систем и наличия удобных для приложений описаний сопряженных пространств в весовых функциональных шкалах. Именно, пусть $\mathcal{S}$ — некоторая шкала весовых пространств бесконечно дифференцируемых или голоморфных функций, частично упорядоченная по непрерывному вложению одного пространства шкалы в другое, в которой имеется самое широкое пространство $E_{\mathcal{S}}$. Предположим, что некоторая система функций P (например, полиномов, экспонент или простейших дробей) содержится в каждом из пространств шкалы и полна в $E_{\mathcal{S}}$. Спрашивается, будет ли P полна во всех $E \in \mathcal{S}$? Или, скажем, мы знаем, что некоторое классическое преобразование функционалов (Лапласа, Коши, Фантаппье) дает описание сопряженного с $E_{\mathcal{S}}$ пространства в виде некоторого пространства голоморфных функций. Требуется выяснить, влечет ли это автоматически, что то же самое преобразование даст аналогичное описание для каждого $E \in \mathcal{S}$.

Будут представлены новые результаты в данном направлении для шкал Данжуа – Карлемана бесконечно дифференцируемых функций и голоморфных в области функций заданного роста вблизи границы. Отметим, что развитые на этом пути методы позволяют существенно ослаблять ограничения на весовые системы и области, традиционно использовавшиеся в предшествующих исследованиях.

где

$$c_{nk}^2 = \sum_{m=0}^{N-1} w_{km}\Big(\lambda_n^m + m\lambda_n^{m-1}(Pv_n, v_n) + (R_2^m, v_n)\Big),$$

$$\|R_s^m\|_H \le \frac{(\lambda_N + r)^{m+1}}{\lambda_N + r - \lambda_n}\frac{\|P\|^s}{r(r - \|P\|)}, \quad n \le N.$$

Увеличивая s можно получить более точные формулы, при этом число слагаемых в больших скобках увеличится.

При $k > N$ асимптотические формулы имеют более простой вид.

Е. С. Серебрянникова (Ульяновск)
serebr_k@mail.ru

О РЕШЕНИИ ОДНОЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ ФУРЬЕ

Независимо от принципа преобразования все датчики давления в той или иной степени критичны к воздействию широкого диапазона температур и повышенных уровней виброускорений. Размещение датчика давления непосредственно на двигателе принципиально обеспечивает более высокую достоверность измерения, но, как правило, сопровождается воздействием на датчики высоких температур и виброускорений. Возникает задача проектирования механической системы «трубопровод — датчик давления», позволяющей ослабить воздействие температур и виброускорений.

Предлагаемая математическая модель определяется следующими уравнениями и граничными условиями:

$$\varphi_{xx} + \varphi_{yy} = 0, \quad (x, y): \quad 0 < x < x_0, \quad 0 < y < y_0;$$

$$\varphi_y(x, 0, t) = \varphi_y(x, y_0, t) = 0, \quad x \in (0, x_0);$$
$$\varphi_x(0, y, t) = \dot{\omega}(y, t), \quad y \in (a, b);$$
$$\varphi_x(0, y, t) = 0, \quad y \in (0, a) \cup (b, y_0);$$
$$\tilde{P} - \rho\varphi_t(x_0, y, t) = P(y, t), \quad y \in (0, y_0);$$
$$L(\omega) \equiv M\ddot{\omega} + D\omega'''' + N\omega'' + \alpha\dot{\omega}'''' + \beta\dot{\omega} + \gamma\omega =$$
$$= P_0(y, t) - \tilde{P} + \rho\varphi_t(0, y, t), \quad y \in (a, b).$$

На основе метода Фурье задача сведена к исследованию уравнения для функции деформации упругого элемента. Уравнение связывает закон изменения $P(y, t)$ давления рабочей среды на входе в трубопровод и

функцию прогиба $\omega(y, t)$ упругого элемента датчика давления:

$$L(\omega) = P_0(y, t) - \frac{1}{y_0}\int_0^{y_0} P(y, t)dy -$$

$$-\frac{2\rho}{y_0}\sum_{n=1}^{\infty}\cos(\lambda_n y)\frac{\mathrm{th}(\lambda_n x_0)}{\lambda_n}\int_a^b \ddot{\omega}(y, t)\cos(\lambda_n y)dy -$$

$$-\frac{2}{y_0}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(\lambda_n y)}{\mathrm{ch}(\lambda_n x_0)}\int_0^{y_0} P(y, t)\cos(\lambda_n y)dy - \frac{\rho x_0}{y_0}\int_a^b \ddot{\omega}(y, t)dy.$$

Решение этого уравнения строится в виде ряда.

А. М. Сидоров (Казань)
Anatoly.Sidorov@ksu.ru

МАТРИЧНЫЕ СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ В ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Пусть при каждом $\varepsilon \in (-\varepsilon_0, \varepsilon_0)$ линейный оператор $A(\varepsilon) = B_0 + B_1(\varepsilon)$ отображает гильбертово пространство H в себя. Пусть λ_0 – изолированное собственное значение конечной кратности оператора B_0 и $y_1, \ldots, y_n$ – собственные элементы, соответствующие λ_0. Будем предполагать, что оператор $B_0 - \lambda_0 I$ нормально разрешим, $ker(B_0 - \lambda_0 I) = ker(B_0 - \lambda_0 I)^*$ и для всех x, принадлежащих области определения B_0 таких, что $x \perp y_k$, $k = 1, \ldots, n$, справедливо неравенство

$$\|B_1(\varepsilon)x\| \le b(\varepsilon)\|(B_0 - \lambda_0 I)x\|.$$

Пусть оператор $B_1(\varepsilon)$ аналитически зависит от ε.

Теорема 1. *Если $|\varepsilon| b(\varepsilon)$ достаточно мало, то существует аналитически зависящие от ε $n \cdot n$ — матрица $S(\varepsilon)$ и ненулевой вектор $z(\varepsilon)$ такие, что*

$$A(\varepsilon)z(\varepsilon) = (S(\varepsilon) + \lambda_0 E)z(\varepsilon).$$

Матрица $S(\varepsilon)$ называется матричным собственным значением оператора $A(\varepsilon)$. Это понятие, принадлежащее В. С. Мокейчеву, оказывается весьма полезным в теории возмущений.

Теорема 2. *Пусть $S(\varepsilon)$ — матричное собственное значение $A(\varepsilon)$, $\delta_j(\varepsilon)$, $j = 1, \ldots, m$ — все различные собственные значения матрицы, транспонированной к $S(\varepsilon)$. Тогда $\lambda_j(\varepsilon) = \lambda_0 + \delta_j(\varepsilon)$, $j = 1, \ldots, m$ — аналитически зависящие от ε собственные значения $A(\varepsilon)$ и соответствующие им собственные элементы можно выбрать аналитически зависящими от ε.*