

**А. И. Абдрахманова, Л. У. Султанов**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
A061093@mail.ru*

**Численное исследование больших деформаций тел с  
учетом несжимаемости материала**

Работа посвящена разработке методики исследования конечных упругих деформаций слабосжимаемых материалов. Кинематика описывается левым тензором Коши–Грина. Вводится удельная потенциальная энергия деформации, которая зависит от левого тензора Коши–Грина. Напряженное состояние описывается тензором истинных напряжений Коши–Эйлера, который определяется в текущем состоянии. Далее приводится описание процедуры получения линеаризованных определяющих соотношений. Алгоритм исследования основан на методе последовательных нагружений. В качестве базового уравнения принимается вариационное уравнение мощностей в актуальном состоянии. После линеаризации получена разрешающая система линейных алгебраических уравнений, где неизвестным является приращение перемещений в текущем времени. Для учета несжимаемости применяется метод штрафов. В качестве примера рассматривается задача растяжения прямоугольной пластины с круговым вырезом, для которой выбрано соответствующее выражение потенциала упругих деформаций. Таким образом, в работе построена методика численного исследования трехмерных тел, для которых физические соотношения задаются с помощью упругого потенциала. Получены линеаризованные определяющие соотношения и разрешающее уравнение. Численная реализация основана на методе конечных элементов на базе восьмиузлового полилинейного элемен-

та.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов №№ 15-31-20602, 15-01-08733.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Голованов А.И., Коноплев Ю.Г., Султанов Л.У. *Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. I. Кинематика и вариационные уравнения* // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. – 2008. – Т. 150. – № 1. – С. 29–37.
2. Голованов А.И., Коноплев Ю.Г., Султанов Л.У. *Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. II. Физические соотношения* // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. – 2008. – Т. 150. – № 3. – С. 122–132.
3. Голованов А.И., Коноплев Ю.Г., Султанов Л.У. *Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. III. Постановки задачи и алгоритмы решения* // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. – 2009 – Т. 151. – № 3. – С. 108–120.
4. Голованов А.И., Коноплев Ю.Г., Султанов Л.У. *Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. IV. Конечнэлементная реализация. Примеры решения задач* // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. – 2010. – Т. 152. – № 4. – С. 115–126.
5. Bonet J., Wood R.D., *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis*. – USA, 1997. – 283 с.
6. Голованов А.И., Султанов Л.У. *Теоретические основы вычислительной нелинейной механики деформируемых сред*. – Казань: Изд-во Казанск. гос. ун-та, 2008. – 165 с.
7. Голованов А.И., Султанов Л.У. *Математические модели вычислительной нелинейной механики деформируемых сред*. – Казань: Казан. гос. ун-т, 2009. – 465 с.