

**М.Ф. Гильмуллин**  
Елабуга,

## **МЕТОДЫ ДИАГНОСТИКИ СФОРМИРОВАННОСТИ ИСТОРИЧЕСКОГО КОМПОНЕНТА МАТЕМАТИКО- МЕТОДИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ**

Целью нашего экспериментального обучения истории математики в педагогическом вузе является формирование исторического компонента математико-методической культуры (ИКМК) будущих учителей математики [1]. Эксперимент заключается в целенаправленном воздействии на группу студентов компонентами методической системы обучения истории математики: новым содержанием, формами, методами и средствами обучения. Подтверждение эффективности данной методики осуществляется также статистическими методами. Для этого была разработана описанная далее методика диагностики уровня сформированности ИКМК студентов.

При организации любой формы историко-математической и историко-методической подготовки будущих учителей приходится проводить измерения характеристик объектов – отдельных студентов и групп обучающихся. При этом оценивается степень и качество достижения студентами цели обучения. При традиционном обучении истории математики им является формирование представлений о происхождении и становлении математики. При экспериментальном обучении истории математики уже ставятся другие цели и используются другие средства.

Состояния объектов должны быть измерены характеристиками (показателями), адекватными целям исследования. В большинстве научно-методических исследований эти измерения проводятся в шкале порядка. Хотя в педагогических исследованиях целесообразно использовать шкалы отношений или шкалы интервалов. При измерениях историко-математических знаний также можно использовать такие шкалы. Например, в шкале отношений измеряется число правильно решенных историко-математических задач. В общей теории измерений описаны различные методы преобразования данных, полученных в различных шкалах и методы принятия решений по ним – заключения об эффективности предлагаемой методики. При применении таких методик к историко-математической подготовке требуется сначала определить содержательные аспекты измерений: как измерять, что измерять, каковы критерии эффективности?

Одним из наиболее часто применяемых способов измерений является тестирование знаний и умений студентов. Например, Т.С. Полякова измеряет историко-методическую компетентность учителя математики при помощи теста – диагностической карты, названной «Программой диагностики состояния историко-методических знаний учителя математики» [3]. Для количественной

характеристики знаний каждое задание теста оценивается определенным количеством баллов. По этим баллам определяется уровень компетентности учителя. Таких уровней пять: очень низкий, низкий, средний, высокий, очень высокий. Таким образом, здесь применяется шкала порядка.

А.Е. Томилова разрабатывает методику обучения истории математики, имевшую целью обеспечить повышенный уровень образованности будущего учителя математики. Он заключается в свободном оперировании историко-математическими фактами, способности использовать историко-математические знания в практической деятельности, овладении методологическими знаниями [4]. Соответствующие измерения выполняются в виде тестирования и используются для рейтинговой оценки деятельности студентов.

Таким образом, в разных научно-методических исследованиях историко-математической подготовки учителей используются различные методы измерения результатов обучения. Различаются и измеряемые показатели, и критерии оценки. Чаще всего, результатом измерений является число правильных ответов. Они отражаются в шкале отношений. Далее переходят к агрегированной (коллективной) информации о группе – числу ее членов, обладающих тем или иным уровнем знаний (например, низким, средним, высоким). Процедура измерений может выполняться также в форме контрольной работы, анкетирования.

Опишем далее методику статистических расчетов, проведенных в нашем исследовании. Обучаемые в экспериментальных и контрольных группах сравнивались по показателям сформированности ИКМК в начале и после проведения эксперимента в целом и по отдельным его составляющим.

Для оценки статистической значимости совпадения или различия уровня подготовки в экспериментальных и контрольных группах обучаемых по различным методикам применялись критерии  $\chi^2$  и Вилкоксона-Манна-Уитни [2]. Контингент студентов этих групп в начале эксперимента не имеет статистически значимого различия. Для проверки этого факта использовалась *тестовая оценка начального уровня сформированности ИКМК*. Типы заданий представлены ниже.

#### Тестовые задания начального измерения

##### Часть 1

1. В какой стране математика стала настоящей наукой?  
Египет                      Вавилон                      Древняя Греция                      Индия
2. Кто впервые ввел в геометрию аксиоматическое построение?  
Фалес                      Пифагор                      Евклид                      Аристотель
3. Какие это числа: 1, 3, 6, 10, ...?  
пятиугольные                      линейные                      треугольные                      совершенные
4. Кого называют «отцом буквенной алгебры»?

- Диофант                      Аль-Хорезми                      Ф. Виет                      Р. Декарт  
 5. В какой стране была изобретена позиционная десятичная система счисления?  
Египет                      Вавилон                      Древняя Греция                       Индия

6. Чей это «автограф»;  $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$  \_\_\_\_\_

7. Чей это «портрет»: «Юрист. Знаток многих языков. Один из создателей аналитической геометрии, теории вероятностей. Основположник алгебраической теории чисел»:

8. Чьи это слова: «Математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит»?

## Часть 2

9. В математике и ее приложениях встречается термин «музыкальная пропорция».

**Задания. 1.** Можете ли вы ответить на следующие вопросы:

Почему она так называется? Где и кем она была введена? **2.** Можете ли вы ее доказать? **3.** Какие средние величины используются в математике? Где встречаются средние величины в школьной математике? **4.** Как связано среднее гармоническое с гармоническим рядом? **5.** Известны ли вам геометрические интерпретации средних величин (в круге, в треугольнике, в трапеции)?

Потенциал УИМЗ: З={В,В,О,В}, УН={В,В,О,В,О,В}, Д={В,О,О,В}.

Так как по многим показателям ИКМК ожидалось низкие уровни, во вступительном тесте использовались задания, которые оценивались только по одному качественному показателю из З-1 – З-4 (содержательно-знаниевая составляющая). Эти задания (Часть 1) оценивались отдельно только по факту правильности ответа и использовались в формировании данных в шкале отношений, как число правильно решенных задач. Часть 2 теста состоял из учебных историко-методических задач (УИМЗ), оцененных своими потенциалами (З – знаниевые показатели, УН – умения-навыки, Д – диалоговые показатели, В – высокий, О – по этому показателю не оценивается).

Содержательно-знаниевая составляющая ИКМК (профессиональные знания) выделяет следующие 4 группы качеств личности учителя: объектные, методологические, отечествоведческие, образовательные. Деятельностно-операционная составляющая (профессиональные умения и навыки) – соответственно 6 групп профессионально ориентированных качеств: целеполагающие, источниковедческие и аналитико-синтетические, организационно-конструктивные, содержательно-генетические, содержательно-методические, мотивационно-развивающие. Диалогово-рефлексивная составляющая (профессиональные мотивы, эмоции, оценки) выделяет 4 группы качеств: культурдиалогические, рефлексивно-оценочные и развивающие, ценностно-ориентационные, прогнозирующие и транслирующие.

Потом обе части теста вместе оценивались в порядковой шкале. Таким образом, установление совпадения характеристик двух групп проходила по двум методикам.

I. *Тестовая методика однозначных оценок по шкале отношений.*  
Выполняется по статистическому W-критерию Вилкоксона.

II. *Диагностическая методика комплексных оценок по шкале порядка.*

В этой методике используются данные о выполнении обеих частей теста. Оценки проводятся в трехзначной порядковой шкале {начальный, средний, высокий}. Требуется сначала распределить студентов экспериментальной и контрольной групп по этим классам.

Сначала проводится оценка по каждой из составляющих ИКМК (З, УН, Д) для каждого студента отдельно. Рассмотрим, например, анализ по составляющей З (профессиональные знания). Выполнение каждого задания оценено набором {З-1, З-2, З-3, З-4}. Каждая координата, если она оценивается для этого задания, имеет значение В, С, Н. Оценка отсутствует только в том случае, если этот параметр не учитывается. Агрегированная оценка за выполнение каждого задания УИМЗ каждым студентом определяется при помощи вектора  $(a_1, a_2, a_3)$ , где неотрицательные целые числа  $a_1, a_2, a_3$  означают соответственно число оценок Н, С, В. Если  $a_1 = 0$ , то проверяют условие  $a_2 > a_3$ , если оно выполняется, то агрегированная оценка равна С, а иначе В. Если  $a_1 > 0$  и  $a_1 > a_2 + a_3$ , то оценка равна Н, иначе С.

Согласно этим правилам, каждый студент по каждой компоненте получит единственную агрегированную оценку, а также общую оценку по всем компонентам. Далее эти данные используются для составления характеристик групп по числу студентов, распределенных по трем уровням сформированности ИКМК. Далее эти данные будут обрабатываться с использованием критерия  $\chi^2$ .

По этим же диагностическим методикам обрабатывался и заключительный тест, форма которого приводится ниже. Тест состоит из двух частей. В первой части даются задания двух уровней. Первый уровень заданий – на фактологические знания в закрытой форме с возможностью выбора или только одного, или нескольких правильных вариантов ответа. Ко второму уровню мы относим творческие задания, предполагающие умение анализировать и делать выводы. Это задания открытой формы с прямым вводом ответа, а также задания на установление соответствия или порядка. На этом уровне уже используются задания методического характера. Но все задания оцениваются однозначно и участвуют в обработке по первой методике. Вторая часть состоит из учебных историко-методических задач разного уровня сложности. Результаты этой части теста участвуют в обработке по второй методике.

Тестовые задания конечного измерения

## Часть 1

1. Кто впервые доказал, что число простых чисел не ограничено?  
 Пифагор                       Евклид                       Диофант                       Ферма
2. Чей это «автограф»:  $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$ ?  
 Герон                       Брахмагупта                       Евклид                       Архимед
3. Кто впервые ввел буквенные обозначения коэффициентов уравнения?  
 Диофант                       Аль-Хорезми                       Виет                       О.Хайям
4. Отметьте ученых, которые внесли вклад в открытие неевклидовой геометрии:  
 Лобачевский     Евклид     Бойяи     Декарт     Гаусс     О.Хайям
5. Установите правильную последовательность событий в истории геометрии:  
а) создание первого систематического курса геометрии; б) постановка классических задач античности; в) доказательство теоремы о сумме углов произвольного треугольника; г) вычисление отношения объема шара к объему описанного цилиндра.
- 
6. Установите соответствие между известными математиками и их современниками:  
1) М.В. Остроградский; 2) Г.В. Лейбниц; 3) Р. Декарт; 4) Ф. Виет  
а) Петр I; б) Николай I; в) Генрих IV; г) Ришелье.  
1 –            2 –            3 –            4 –
7. Какие системы счисления описываются в учебнике «Математика-5» Н.Я. Виленкина

## Часть 2

8. **Дано:** В папирусе Райнда встречаются задачи на «исчисление кучи». Куча здесь понимается как некое количество. Например, задача № 26: «Количество и его четвертая часть вместе дают 15. Каково количество?» Традиционное решение в египетском духе гласит: «Начни с 4. Получишь 5. 15 подели на 5. Результат умножь на 4».
- Задания.** 1. Проанализируйте решение задачи и выделите метод решения подобных задач. Решите задачу для другого числа. 2. Данный метод решения задач, сводящихся к линейным уравнениям, получил в Средневековой Европе название «правила ложного положения». Сформулируйте это правило. Покажите, что оно основано на идее пропорциональности. 3. Можно ли задачи на исчисление кучи назвать зачатками алгебры?
- Потенциал УИМЗ:  $Z = \{В, В, О, В\}$ ,  $УН = \{В, В, О, О, О, В\}$ ,  $Д = \{В, О, В, В\}$ .
9. **Дано:** Первые доказательства формул сокращенного умножения были выполнены геометрически. Почему?
- Задания.** 1. Можете ли вы ответить на следующие вопросы: Где это было сделано? Почему математика стала развиваться геометрическим путем? Как называется такая математика? 2. Можете ли вы объяснить геометрическое доказательство формулы квадрата суммы? Можно ли доказать геометрически другие формулы сокращенного умножения? 3. Есть ли необходимость в школе пользоваться таким доказательством? 4. Еще какие задачи курса алгебры можно решать геометрически? Как связаны эти задачи с теорией построения циркулем и линейкой? 5. Вам известны три классические задачи древности, не разрешимые циркулем и линейкой? Зачем нужно было пытаться их решить? Какую ценность они представляют для математики?
- Потенциал УИМЗ:  $Z = \{В, В, О, В\}$ ,  $УН = \{О, В, О, В, О, В\}$ ,  $Д = \{В, В, В, В\}$ .

## Библиографический список

1. Гильмуллин М.Ф. Формирование исторического компонента математико-методической культуры студентов при обучении истории математики в педагогическом вузе: дис. ... канд. пед. наук. – Ярославль, 2009. – 230 с.

2. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи). – М.: МЗ-Пресс, 2004. – 67 с.
3. Полякова Т.С. Историко-методическая подготовка учителей математики в педагогическом университете: дис. ... д-ра пед. наук. – Ростов-на-Дону, 1998. – 457 с
4. Томилова А.Е. Методика отбора содержания курса истории математики и его реализации в педагогическом вузе: дис. ... канд. пед. наук. – Архангельск, 1998. – 230 с.