Математические модели теоретической физики

(математика и компьютерные науки)

Математические основы физики

(математика и информатика)

профессор Игнатьев Юрий Геннадиевич

Казанский федеральный университет
Институт математики и механики
им. Н.И. Лобачевского
Кафедра высшей математики и математического моделирования

Казань, VI семестр, 2015 г.

Содержание лекции

- Принципы теории относительности
- Вывод преобразований Лоренца
- Закон сложения скоростей
- Четырехмерные векторы, четырехмерная скорость
- Формула Эйнштейна, дефект массы

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Игнатьев Ю.Г. Аналитическая геометрия. Часть II. Аффинные и евклидовы пространства. Учебное пособие. II семестр. НИЛИТМО КФУ, 2013, Казань, - 188 с. *http://www.kpfu.ru/docs/F1788036257/Aff_Evk13.pdf*
3. Игнатьев Ю.Г. Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому моделированию. Казань: Казанский университет, 2014. - 298 с. ISBN 978-5-00019-150-7. *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_000443.pdf*>

Лекция VIII: Основы релятивистской механики

Содержание лекции

- Принципы теории относительности
- Вывод преобразований Лоренца
- Закон сложения скоростей
- Четырехмерные векторы, четырехмерная скорость
- Формула Эйнштейна, дефект массы

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Игнатьев Ю.Г. Аналитическая геометрия. Часть II. Аффинные и евклидовы пространства. Учебное пособие. II семестр. НИЛИТМО КФУ, 2013, Казань, - 188 с. *http://www.kpfu.ru/docs/F1788036257/Aff_Evk13.pdf*
3. Игнатьев Ю.Г. Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому моделированию. Казань: Казанский университет, 2014. - 298 с. ISBN 978-5-00019-150-7. *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_000443.pdf*>

Лекция VIII: Основы релятивистской механики

Содержание лекции

- Принципы теории относительности
- Вывод преобразований Лоренца
- Закон сложения скоростей
- Четырехмерные векторы, четырехмерная скорость
- Формула Эйнштейна, дефект массы

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Игнатьев Ю.Г. Аналитическая геометрия. Часть II. Аффинные и евклидовы пространства. Учебное пособие. II семестр. НИЛИТМО КФУ, 2013, Казань, - 188 с. *http://www.kpfu.ru/docs/F1788036257/Aff_Evk13.pdf*
3. Игнатьев Ю.Г. Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому моделированию. Казань: Казанский университет, 2014. - 298 с. ISBN 978-5-00019-150-7. *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_000443.pdf>*

Лекция VIII: Основы релятивистской механики

Содержание лекции

- Принципы теории относительности
- Вывод преобразований Лоренца
- Закон сложения скоростей
- Четырехмерные векторы, четырехмерная скорость
- Формула Эйнштейна, дефект массы

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Игнатьев Ю.Г. Аналитическая геометрия. Часть II. Аффинные и евклидовы пространства. Учебное пособие. II семестр. НИЛИТМО КФУ, 2013, Казань, - 188 с. *http://www.kpfu.ru/docs/F1788036257/Aff_Evk13.pdf*
3. Игнатьев Ю.Г. Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому моделированию. Казань: Казанский университет, 2014. - 298 с. ISBN 978-5-00019-150-7. *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_000443.pdf>*

Содержание лекции

- Принципы теории относительности
- Вывод преобразований Лоренца
- Закон сложения скоростей
- Четырехмерные векторы, четырехмерная скорость
- Формула Эйнштейна, дефект массы

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Игнатьев Ю.Г. Аналитическая геометрия. Часть II. Аффинные и евклидовы пространства. Учебное пособие. II семестр. НИЛИТМО КФУ, 2013, Казань, - 188 с. *http://www.kpfu.ru/docs/F1788036257/Aff_Evk13.pdf*
3. Игнатьев Ю.Г. Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому моделированию. Казань: Казанский университет, 2014. - 298 с. ISBN 978-5-00019-150-7. *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_000443.pdf>*

Лекция VIII: Основы релятивистской механики

Содержание лекции

- Принципы теории относительности
- Вывод преобразований Лоренца
- Закон сложения скоростей
- Четырехмерные векторы, четырехмерная скорость
- Формула Эйнштейна, дефект массы

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Игнатьев Ю.Г. Аналитическая геометрия. Часть II. Аффинные и евклидовы пространства. Учебное пособие. II семестр. НИЛИТМО КФУ, 2013, Казань, - 188 с. *http://www.kpfu.ru/docs/F1788036257/Aff_Evk13.pdf*
3. Игнатьев Ю.Г. Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому моделированию. Казань: Казанский университет, 2014. - 298 с. ISBN 978-5-00019-150-7. *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_000443.pdf>*

Содержание лекции

- Принципы теории относительности
- Вывод преобразований Лоренца
- Закон сложения скоростей
- Четырехмерные векторы, четырехмерная скорость
- Формула Эйнштейна, дефект массы

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Игнатьев Ю.Г. Аналитическая геометрия. Часть II. Аффинные и евклидовы пространства. Учебное пособие. II семестр. НИЛИТМО КФУ, 2013, Казань, - 188 с. *http://www.kpfu.ru/docs/F1788036257/Aff_Evk13.pdf*
3. Игнатьев Ю.Г. Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому моделированию. Казань: Казанский университет, 2014. - 298 с. ISBN 978-5-00019-150-7. *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_000443.pdf>*

Содержание лекции

- Принципы теории относительности
- Вывод преобразований Лоренца
- Закон сложения скоростей
- Четырехмерные векторы, четырехмерная скорость
- Формула Эйнштейна, дефект массы

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Игнатьев Ю.Г. Аналитическая геометрия. Часть II. Аффинные и евклидовы пространства. Учебное пособие. II семестр. НИЛИТМО КФУ, 2013, Казань, - 188 с. *http://www.kpfu.ru/docs/F1788036257/Aff_Evk13.pdf*
3. Игнатьев Ю.Г. Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому моделированию. Казань: Казанский университет, 2014. - 298 с. ISBN 978-5-00019-150-7. *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_000443.pdf*>

Лекция VIII: Основы релятивистской механики

Содержание лекции

- Принципы теории относительности
- Вывод преобразований Лоренца
- Закон сложения скоростей
- Четырехмерные векторы, четырехмерная скорость
- Формула Эйнштейна, дефект массы

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Игнатьев Ю.Г. Аналитическая геометрия. Часть II. Аффинные и евклидовы пространства. Учебное пособие. II семестр. НИЛИТМО КФУ, 2013, Казань, - 188 с. *http://www.kpfu.ru/docs/F1788036257/Aff_Evk13.pdf*
3. Игнатьев Ю.Г. Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому моделированию. Казань: Казанский университет, 2014. - 298 с. ISBN 978-5-00019-150-7. *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_000443.pdf>*

- Неудачные попытки обобщения классической механики на электромагнитные взаимодействия. Пересмотр ряда ключевых положений теории (А. Пуанкаре, Х. Лоренц, Г. Минковский, А. Эйнштейн, — 1904 – 1907 гг.)
- Электромагнитные взаимодействия передаются со скоростью света:
$$c = 2{,}998 \cdot 10^{10}\ \text{см/с} \approx 300000\ \text{км/с} \tag{1}$$
– огромной скоростью по сравнению с обычными механическими скоростями! Скорость сверзвукового истребителя/крылатой ракеты $3M \approx$ (1 км/с) составляет всего лишь $3 \cdot 10^{-6}$ скорости света; скорость движения Земли вокруг Солнца 30 км/с – $10^{-4} = 1/10000$ скорости света.
- В 1881 – 1987 гг. Макейлсон и Морли провели серию экспериментов по изучению зависимости скорости света от направления (Максвелл, увлечение эфиром).

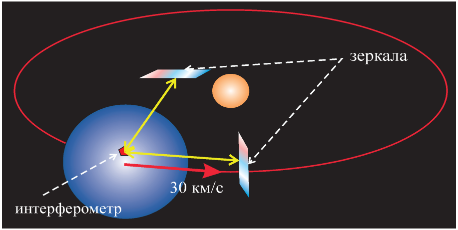


Figure 1. Эксперименты показали, что разница скоростей $\Delta c = c_{\parallel} - c_{\perp} < 1/40$ от теоретически предсказанной. В дальнейшем измерения постоянства скорости света проводились со значительным увеличением точности (проводятся и в настоящее время). В настоящее время показано, что скорость света в вакууме не зависит от выбора системы отсчета с точностью до 10^{-16} !!! от абсолютного значения.

- Неудачные попытки обобщения классической механики на электромагнитные взаимодействия. Пересмотр ряда ключевых положений теории (А. Пуанкаре, Х. Лоренц, Г. Минковский, А. Эйнштейн, — 1904 – 1907 гг.)
- Электромагнитные взаимодействия передаются со скоростью света:
$$c = 2,998 \cdot 10^{10}\ \text{см/с} \approx 300000\ \text{км/с} \qquad (1)$$
– огромной скоростью по сравнению с обычными механическими скоростями! Скорость сверзвукового истребителя/крылатой ракеты $3M \approx$ (1 км/с) составляет всего лишь $3 \cdot 10^{-6}$ скорости света; скорость движения Земли вокруг Солнца 30 км/с – $10^{-4} = 1/10000$ скорости света.
- В 1881 – 1987 гг. Макейлсон и Морли провели серию экспериментов по изучению зависимости скорости света от направления (Максвелл, увлечение эфиром).

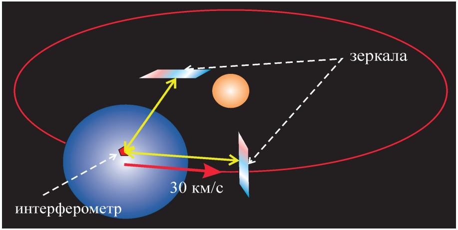


Figure 1. Эксперименты показали, что разница скоростей $\Delta c = c_{\parallel} - c_{\perp} < 1/40$ от теоретически предсказанной. В дальнейшем измерения постоянства скорости света проводились со значительным увеличением точности (проводятся и в настоящее время). В настоящее время показано, что скорость света в вакууме не зависит от выбора системы отсчета с точностью до 10^{-16} !!! от абсолютного значения.

- Неудачные попытки обобщения классической механики на электромагнитные взаимодействия. Пересмотр ряда ключевых положений теории (А. Пуанкаре, Х. Лоренц, Г. Минковский, А. Эйнштейн, — 1904 – 1907 гг.)
- Электромагнитные взаимодействия передаются со скоростью света:

$$c = 2,998 \cdot 10^{10}\ \text{см/с} \approx 300000\ \text{км/с} \tag{1}$$

– огромной скоростью по сравнению с обычными механическими скоростями! Скорость сверзвукового истребителя/крылатой ракеты $3M \approx$ (1 км/с) составляет всего лишь $3 \cdot 10^{-6}$ скорости света; скорость движения Земли вокруг Солнца 30 км/с – $10^{-4} = 1/10000$ скорости света.
- В 1881 – 1987 гг. Макейлсон и Морли провели серию экспериментов по изучению зависимости скорости света от направления (Максвелл, увлечение эфиром).

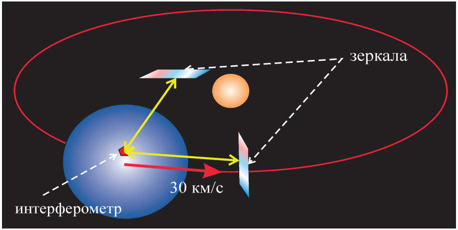


Figure 1. Эксперименты показали, что разница скоростей $\Delta c = c_{\parallel} - c_{\perp} < 1/40$ от теоретически предсказанной. В дальнейшем измерения постоянства скорости света проводились со значительным увеличением точности (проводятся и в настоящее время). В настоящее время показано, что скорость света в вакууме не зависит от выбора системы отсчета с точностью до 10^{-16} !!! от абсолютного значения.

- Неудачные попытки обобщения классической механики на электромагнитные взаимодействия. Пересмотр ряда ключевых положений теории (А. Пуанкаре, Х. Лоренц, Г. Минковский, А. Эйнштейн, — 1904 – 1907 гг.)
- Электромагнитные взаимодействия передаются со скоростью света:

$$c = 2,998 \cdot 10^{10}\ \text{см/с} \approx 300000\ \text{км/с} \tag{1}$$

– огромной скоростью по сравнению с обычными механическими скоростями! Скорость сверзвукового истребителя/крылатой ракеты $3M \approx$ (1 км/с) составляет всего лишь $3 \cdot 10^{-6}$ скорости света; скорость движения Земли вокруг Солнца 30 км/с – $10^{-4} = 1/10000$ скорости света.
- В 1881 – 1987 гг. Макейлсон и Морли провели серию экспериментов по изучению зависимости скорости света от направления (Максвелл, увлечение эфиром).

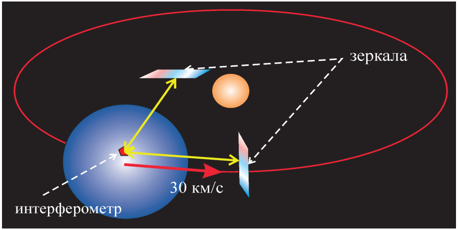


Figure 1. Эксперименты показали, что разница скоростей $\Delta c = c_{\parallel} - c_{\perp} < 1/40$ от теоретически предсказанной. В дальнейшем измерения постоянства скорости света проводились со значительным увеличением точности (проводятся и в настоящее время). В настоящее время показано, что скорость света в вакууме не зависит от выбора системы отсчета с точностью до 10^{-16} !!! от абсолютного значения.

- Неудачные попытки обобщения классической механики на электромагнитные взаимодействия. Пересмотр ряда ключевых положений теории (А. Пуанкаре, Х. Лоренц, Г. Минковский, А. Эйнштейн, — 1904 – 1907 гг.)
- Электромагнитные взаимодействия передаются со скоростью света:
$$c = 2,998 \cdot 10^{10}\ \text{см/с} \approx 300000\ \text{км/с} \tag{1}$$
– огромной скоростью по сравнению с обычными механическими скоростями! Скорость сверзвукового истребителя/крылатой ракеты $3M \approx$ (1 км/с) составляет всего лишь $3 \cdot 10^{-6}$ скорости света; скорость движения Земли вокруг Солнца 30 км/с – $10^{-4} = 1/10000$ скорости света.
- В 1881 – 1987 гг. Макейлсон и Морли провели серию экспериментов по изучению зависимости скорости света от направления (Максвелл, увлечение эфиром).

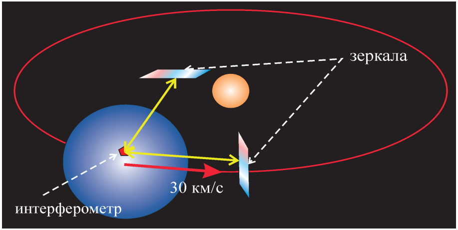


Figure 1. Эксперименты показали, что разница скоростей $\Delta c = c_{\|} - c_{\perp} < 1/40$ от теоретически предсказанной. В дальнейшем измерения постоянства скорости света проводились со значительным увеличением точности (проводятся и в настоящее время). В настоящее время показано, что скорость света в вакууме не зависит от выбора системы отсчета с точностью до 10^{-16} !!! от абсолютного значения.

Принципы специальной теории относительности

1. Принцип относительности: Все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета
2. Скорость света в вакууме постоянна во всех инерциальных системах отсчета:
$$c = \mathrm{Const} \rightarrow c - \text{фундаментальная постоянная.}$$
3. Скорость света в вакууме является максимальной скоростью распространения взаимодействий.

- Запишем условие равенства квадрата скорости света c^2:
$$\mathbf{v}^2 \equiv \frac{d\mathbf{r}^2}{dt^2} \equiv \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} = c^2; \tag{3}$$
$$\Rightarrow ds^2 \equiv c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0. \tag{4}$$
- Если применить к (3) преобразования Галилея $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}'(t) + \mathbf{V}_0 t$, то мы придем к противоречию, если потребуем постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчета. Таким образом, абсолютный характер времени противоречит принципу постоянства скорости света.
- Время должно преобразовываться при преобразовании системы отсчета, а это значит, что вместо 3-х мерного евклидова пространства E_3 необходимо рассматривать 4-х мерное пространство событий $\{x^1, x^2, x^3, x^4\}$, где $x^4 = ct$.

1. Принцип относительности: Все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета
2. Скорость света в вакууме постоянна во всех инерциальных системах отсчета:
$$c = \mathrm{Const} \Rightarrow c - \text{фундаментальная константа.} \tag{2}$$
3. Скорость света в вакууме является максимальной скоростью распространения взаимодействий.

- Запишем условие равенства квадрата скорости света c^2:
$$\mathbf{v}^2 \equiv \frac{d\mathbf{r}^2}{dt^2} \equiv \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} = c^2; \tag{3}$$
$$\Rightarrow ds^2 \equiv c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0. \tag{4}$$
- Если применить к (3) преобразования Галилея $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}'(t) + \mathbf{V}_0 t$, то мы придем к противоречию, если потребуем постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчета. Таким образом, абсолютный характер времени противоречит принципу постоянства скорости света.
- Время должно преобразовываться при преобразовании системы отсчета, а это значит, что вместо 3-х мерного евклидова пространства E_3 необходимо рассматривать 4-х мерное пространство событий $\{x^1, x^2, x^3, x^4\}$, где $x^4 = ct$.

Принципы специальной теории относительности

1. Принцип относительности: Все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета
2. Скорость света в вакууме постоянна во всех инерциальных системах отсчета:

$$c = \mathrm{Const} \Rightarrow c - \text{фундаментальная константа.} \tag{2}$$

3. Скорость света в вакууме является максимальной скоростью распространения взаимодействий.

- Запишем условие равенства квадрата скорости света c^2:

$$\mathbf{v}^2 \equiv \frac{d\mathbf{r}^2}{dt^2} \equiv \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} = c^2; \tag{3}$$

$$\Rightarrow ds^2 \equiv c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0. \tag{4}$$

- Если применить к (3) преобразования Галилея $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}'(t) + \mathbf{V}_0 t$, то мы придем к противоречию, если потребуем постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчета. Таким образом, абсолютный характер времени противоречит принципу постоянства скорости света.
- Время должно преобразовываться при преобразовании системы отсчета, а это значит, что вместо 3-х мерного евклидова пространства E_3 необходимо рассматривать 4-х мерное пространство событий $\{x^1, x^2, x^3, x^4\}$, где $x^4 = ct$.

Принципы специальной теории относительности

1. Принцип относительности: Все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета
2. Скорость света в вакууме постоянна во всех инерциальных системах отсчета:
$$c = \mathrm{Const} \Rightarrow c - \text{фундаментальная константа.} \tag{2}$$
3. Скорость света в вакууме является максимальной скоростью распространения взаимодействий.

- Запишем условие равенства квадрата скорости света c^2:
$$\mathbf{v}^2 \equiv \frac{d\mathbf{r}^2}{dt^2} \equiv \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} = c^2; \tag{3}$$
$$\Rightarrow ds^2 \equiv c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0. \tag{4}$$
- Если применить к (3) преобразования Галилея $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}'(t) + \mathbf{V}_0 t$, то мы придем к противоречию, если потребуем постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчета. Таким образом, абсолютный характер времени противоречит принципу постоянства скорости света.
- Время должно преобразовываться при преобразовании системы отсчета, а это значит, что вместо 3-х мерного евклидова пространства E_3 необходимо рассматривать 4-х мерное пространство событий $\{x^1, x^2, x^3, x^4\}$, где $x^4 = ct$.

Принципы специальной теории относительности

1. Принцип относительности: Все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета
2. Скорость света в вакууме постоянна во всех инерциальных системах отсчета:
$$c = \mathrm{Const} \Rightarrow c - \text{фундаментальная константа.} \tag{2}$$
3. Скорость света в вакууме является максимальной скоростью распространения взаимодействий.

- Запишем условие равенства квадрата скорости света c^2:
$$\mathbf{v}^2 \equiv \frac{d\mathbf{r}^2}{dt^2} \equiv \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} = c^2; \tag{3}$$
$$\Rightarrow ds^2 \equiv c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0. \tag{4}$$
- Если применить к (3) преобразования Галилея $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}'(t) + \mathbf{V}_0 t$, то мы придем к противоречию, если потребуем постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчета. Таким образом, абсолютный характер времени противоречит принципу постоянства скорости света.
- Время должно преобразовываться при преобразовании системы отсчета, а это значит, что вместо 3-х мерного евклидова пространства E_3 необходимо рассматривать 4-х мерное пространство событий $\{x^1, x^2, x^3, x^4\}$, где $x^4 = ct$.

1. Принцип относительности: Все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета
2. Скорость света в вакууме постоянна во всех инерциальных системах отсчета:
$$c = \mathrm{Const} \Rightarrow c - \text{фундаментальная константа.} \tag{2}$$
3. Скорость света в вакууме является максимальной скоростью распространения взаимодействий.

- Запишем условие равенства квадрата скорости света c^2:
$$\mathbf{v}^2 \equiv \frac{d\mathbf{r}^2}{dt^2} \equiv \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} = c^2; \tag{3}$$
$$\Rightarrow ds^2 \equiv c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0. \tag{4}$$
- Если применить к (3) преобразования Галилея $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}'(t) + \mathbf{V}_0 t$, то мы придем к противоречию, если потребуем постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчета. Таким образом, абсолютный характер времени противоречит принципу постоянства скорости света.
- Время должно преобразовываться при преобразовании системы отсчета, а это значит, что вместо 3-х мерного евклидова пространства E_3 необходимо рассматривать 4-х мерное пространство событий $\{x^1, x^2, x^3, x^4\}$, где $x^4 = ct$.

Принципы специальной теории относительности

1. Принцип относительности: Все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета
2. Скорость света в вакууме постоянна во всех инерциальных системах отсчета:
$$c = \mathrm{Const} \Rightarrow c - \text{фундаментальная константа.} \tag{2}$$
3. Скорость света в вакууме является максимальной скоростью распространения взаимодействий.

- Запишем условие равенства квадрата скорости света c^2:
$$\mathbf{v}^2 \equiv \frac{d\mathbf{r}^2}{dt^2} \equiv \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} = c^2; \tag{3}$$
$$\Rightarrow ds^2 \equiv c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0. \tag{4}$$
- Если применить к (3) преобразования Галилея $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}'(t) + \mathbf{V}_0 t$, то мы придем к противоречию, если потребуем постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчета. Таким образом, абсолютный характер времени противоречит принципу постоянства скорости света.
- Время должно преобразовываться при преобразовании системы отсчета, а это значит, что вместо 3-х мерного евклидова пространства E_3 необходимо рассматривать 4-х мерное пространство событий $\{x^1, x^2, x^3, x^4\}$, где $x^4 = ct$.

1. Принцип относительности: Все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета
2. Скорость света в вакууме постоянна во всех инерциальных системах отсчета:
$$c = \mathrm{Const} \Rightarrow c \text{ – фундаментальная константа.} \tag{2}$$
3. Скорость света в вакууме является максимальной скоростью распространения взаимодействий.

- Запишем условие равенства квадрата скорости света c^2:
$$\mathbf{v}^2 \equiv \frac{d\mathbf{r}^2}{dt^2} \equiv \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} = c^2; \tag{3}$$
$$\Rightarrow ds^2 \equiv c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = 0. \tag{4}$$
- Если применить к (3) преобразования Галилея $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}'(t) + \mathbf{V}_0 t$, то мы придем к противоречию, если потребуем постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчета. Таким образом, абсолютный характер времени противоречит принципу постоянства скорости света.
- Время должно преобразовываться при преобразовании системы отсчета, а это значит, что вместо 3-х мерного евклидова пространства E_3 необходимо рассматривать 4-х мерное пространство событий $\{x^1, x^2, x^3, x^4\}$, где $x^4 = ct$.

Пространство Минковского

- Формула (4) подсказывает, какой фундаментальной квадратичной формой (метрикой) должно обладать это пространство:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = \eta_{ik}dx^i dx^k; \quad (i, k = \overline{1,4},) \qquad (5)$$

- Таким образом, пространство событий является : четырехмерным псевдоевклидовым пространством E_4^* с сигнатурой $(-,-,-,+)$.

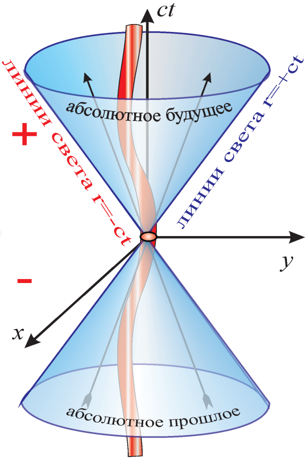


Figure 2. где η_{ik} – ковариантный тензор Минковского:

$\eta \equiv \mathrm{diag}(-1,-1,-1,+1)$.

- Как известно, все множество векторов в псевдоевклидовом пространстве разбивается на три непересекающиеся класса: $(a,a) > 0$ – времениподобные, $(a,a) = 0$ – изотропные, $(a,a) < 0$ – пространственноподобные, где $(a,a) \equiv \eta_{ik}a^i a^k$ – скалярное произведение в E_4^*.

Пространство Минковского

- Формула (4) подсказывает, какой фундаментальной квадратичной формой (метрикой) должно обладать это пространство:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \equiv \eta_{ik}dx^i dx^k; \quad (i,k = \overline{1,4},) \qquad (5)$$

- Таким образом, пространство событий является : четырехмерным псевдоевклидовым пространством E_4^* с сигнатурой $(-,-,-,+)$.

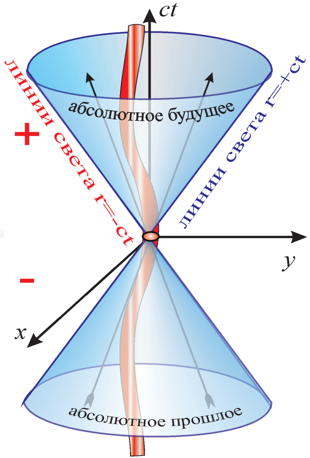


Figure 2. где η_{ik} – ковариантный тензор Минковского:

- Формула (4) подсказывает, какой фундаментальной квадратичной формой (метрикой) должно обладать это пространство:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \equiv \eta_{ik}dx^i dx^k; \quad (i,k = \overline{1,4},) \tag{5}$$

- Таким образом, пространство событий является : четырехмерным псевдоевклидовым пространством E_4^* с сигнатурой $(-,-,-,+)$.

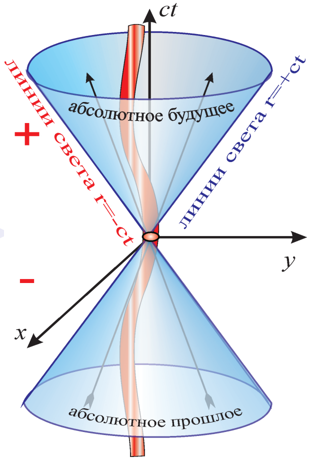


Figure 2. где η_{ik} – ковариантный тензор Минковского:

- Формула (4) подсказывает, какой фундаментальной квадратичной формой (метрикой) должно обладать это пространство:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \equiv \eta_{ik}dx^i dx^k; \quad (i,k = \overline{1,4},) \tag{5}$$

- Таким образом, пространство событий является : четырехмерным псевдоевклидовым пространством E_4^* с сигнатурой $(-,-,-,+)$.

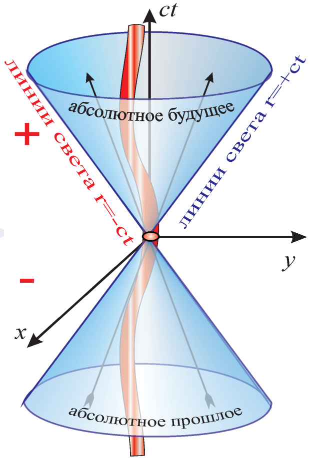


Figure 2. где η_{ik} – ковариантный тензор Минковского:

- Формула (4) подсказывает, какой фундаментальной квадратичной формой (метрикой) должно обладать это пространство:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \equiv \eta_{ik}dx^i dx^k; \quad (i, k = \overline{1, 4},) \qquad (5)$$

- Таким образом, пространство событий является : четырехмерным псевдоевклидовым пространством E_4^* с сигнатурой $(-, -, -, +)$.

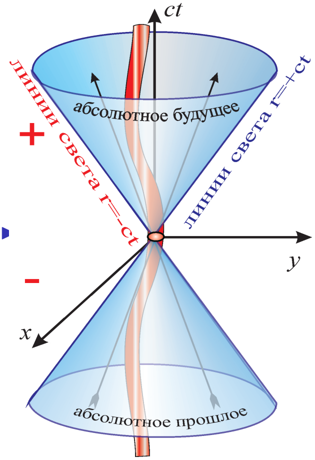


Figure 2. где η_{ik} – ковариантный тензор Минковского:

- $$\|\eta_{ik}\| = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (6)$$

  $- \equiv \mathrm{diag}(-1, -1, -1, +1).$

- Как известно, все множество векторов в псевдоевклидовом пространстве разбивается на три непересекающиеся класса:
  $(a, a) > 0$ – времениподобные;
  $(a, a) = 0$ – изотропные;
  $(a, a) < 0$ – пространственноподобные,

  где $(a, a) \equiv \eta_{ik}a^1a^k$ – скалярное произведение в E_4^*.

- Формула (4) подсказывает, какой фундаментальной квадратичной формой (метрикой) должно обладать это пространство:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \equiv \eta_{ik}dx^i dx^k; \quad (i,k=\overline{1,4},) \tag{5}$$

- Таким образом, пространство событий является : четырехмерным псевдоевклидовым пространством E_4^* с сигнатурой $(-,-,-,+)$.

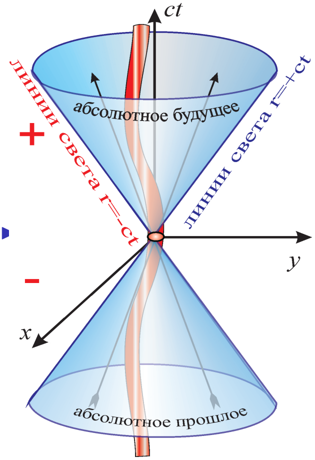


Figure 2. где η_{ik} – ковариантный тензор Минковского:

- $$||\eta_{ik}|| = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{6}$$

  – $\equiv \mathrm{diag}(-1,-1,-1,+1)$.

- Как известно, все множество векторов в псевдоевклидовом пространстве разбивается на три непересекающиеся класса:
  $(a,a) > 0$ – времениподобные;
  $(a,a) = 0$ – изотропные;
  $(a,a) < 0$ – пространственноподобные,
  где $(a,a) \equiv \eta_{ik}a^1 a^k$ – скалярное произведение в E_4^*.

- Формула (4) подсказывает, какой фундаментальной квадратичной формой (метрикой) должно обладать это пространство:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \equiv \eta_{ik}dx^i dx^k; \quad (i,k = \overline{1,4},) \qquad (5)$$

- Таким образом, пространство событий является : четырехмерным псевдоевклидовым пространством E_4^* с сигнатурой $(-,-,-,+)$.

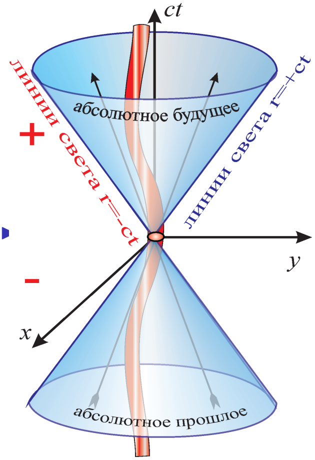


Figure 2. где η_{ik} – ковариантный тензор Минковского:

- $$||\eta_{ik}|| = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (6)$$

– $\equiv \mathrm{diag}(-1,-1,-1,+1)$.

- Как известно, все множество векторов в псевдоевклидовом пространстве разбивается на три непересекающиеся класса:
$(a,a) > 0$ – времениподобные;
$(a,a) = 0$ – изотропные;
$(a,a) < 0$ – пространственноподобные,
где $(a,a) \equiv \eta_{ik}a^1a^k$ – скалярное произведение в E_4^*.

- Формула (4) подсказывает, какой фундаментальной квадратичной формой (метрикой) должно обладать это пространство:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \equiv \eta_{ik}dx^i dx^k; \quad (i,k = \overline{1,4},) \qquad (5)$$

- Таким образом, пространство событий является : четырехмерным псевдоевклидовым пространством E_4^* с сигнатурой $(-,-,-,+)$.

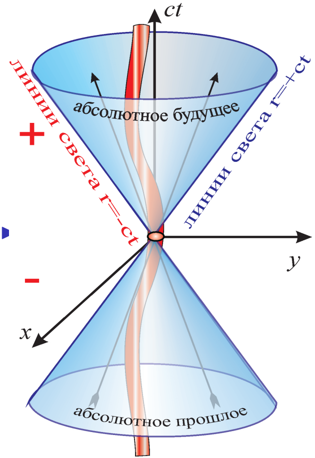


Figure 2. где η_{ik} – ковариантный тензор Минковского:

- $$||\eta_{ik}|| = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (6)$$

  – $\equiv \mathrm{diag}(-1,-1,-1,+1)$.

- Как известно, все множество векторов в псевдоевклидовом пространстве разбивается на три непересекающиеся класса:
  $(a,a) > 0$ – времениподобные;
  $(a,a) = 0$ – изотропные;
  $(a,a) < 0$ – пространственноподобные,
  где $(a,a) \equiv \eta_{ik}a^1a^k$ – скалярное произведение в E_4^*.

- Выясним, какие биективные преобразования оставляют инвариантной форму (5). Как известно, биективными преобразованиями в аффинном пространстве являются аффинные преобразования и только они. Итак:

$$x^i = C^i_{k'} x^{k'} + x^i_0, \quad \text{причем } \det(C^i_{k'}) \neq 0). \tag{7}$$

- Тогда:

$$dx^i = C^i_{k'} dx^{k'}. \tag{8}$$

- Подставляя (8) в выражение для интервала (5) и требуя его инвариантность:

$$ds^2 = ds'^2, \tag{9}$$

получим:

$$ds'^2 = \eta_{i'k'} dx^{i'} dx^{k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'} dx^{i'} dx^{k'}. \tag{10}$$

- Вследствие независимости и произвольности дифференциалов координат $dx^{i'}$ (показать, как) для выполнения (10) необходимо и достаточно:

$$\eta_{i'k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'}. \tag{11}$$

- Условия (11) являются системой $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ квадратных уравнений на коэффициенты матрицы преобразований $C^i_{i'}$. Эти уравнения полностью аналогичны (с учетом сигнатуры метрики) условию ортогональности матрицы преобразований в евклидовом пространстве $C \cdot C^T = E0$ и аналогично евклидовым пространствам определяют $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ -параметрическую группу движений пространства Минковского, которая называется группой Лоренца-Пуанкаре. Связь с уравнениями Максвелла.

- Выясним, какие биективные преобразования оставляют инвариантной форму (5). Как известно, биективными преобразованиями в аффинном пространстве являются аффинные преобразования и только они. Итак:
$$x^i = C^i_{k'} x^{k'} + x^i_0, \quad \text{причем } \det(C^i_{k'} \neq 0). \tag{7}$$
- Тогда:
$$dx^i = C^i_{k'} dx^{k'} \tag{8}$$
- Подставляя (8) в выражение для интервала (5) и требуя его инвариантность:
$$ds^2 = ds'^2, \tag{9}$$
получим:
$$ds^2 = \eta_{ik} dx^i dx^k = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'} dx^{i'} dx^{k'} \tag{10}$$
- Вследствие независимости и произвольности дифференциалов координат $dx^{i'}$ (показать, как) для выполнения (10) необходимо и достаточно:
$$\eta_{i'k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'}. \tag{11}$$
- Условия (11) являются системой $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ квадратных уравнений на коэффициенты матрицы преобразований $C^i_{i'}$. Эти уравнения полностью аналогичны (с учетом сигнатуры метрики) условию ортогональности матрицы преобразований в евклидовом пространстве $C \cdot C^T = E0$ и аналогично евклидовым пространствам определяют $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ - параметрическую группу движений пространства Минковского, которая называется группой Лоренца-Пуанкаре. Связь с уравнениями Максвелла.

- Выясним, какие биективные преобразования оставляют инвариантной форму (5). Как известно, биективными преобразованиями в аффинном пространстве являются аффинные преобразования и только они. Итак:

$$x^i = C^i_{k'} x^{k'} + x^i_0, \quad \text{причем } \det(C^i_{k'} \neq 0). \tag{7}$$

- Тогда:

$$dx^i = C^i_{k'} dx^{k'} \tag{8}$$

- Подставляя (8) в выражение для интервала (5) и требуя его инвариантность:

получим:

- Вследствие независимости и произвольности дифференциалов координат $dx^{i'}$ (показать, как) для выполнения (10) необходимо и достаточно:

- Условия (11) являются системой $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ квадратных уравнений на коэффициенты матрицы преобразований $C^i_{i'}$. Эти уравнения полностью аналогичны (с учетом сигнатуры метрики) условию ортогональности матрицы преобразований в евклидовом пространстве $C \cdot C^T = E0$ и аналогично евклидовым пространствам определяют $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ -параметрическую группу движений пространства Минковского, которая называется группой Лоренца-Пуанкаре. Связь с уравнениями Максвелла.

- Выясним, какие биективные преобразования оставляют инвариантной форму (5). Как известно, биективными преобразованиями в аффинном пространстве являются аффинные преобразования и только они. Итак:

$$x^i = C^i_{k'} x^{k'} + x^i_0, \quad \text{причем } \det(C^i_{k'} \neq 0). \tag{7}$$

- Тогда:

$$dx^i = C^i_{k'} dx^{k'} \tag{8}$$

- Подставляя (8) в выражение для интервала (5) и требуя его инвариантность:

получим:

- Вследствие независимости и произвольности дифференциалов координат $dx^{i'}$ (показать, как) для выполнения (10) необходимо и достаточно:

- Условия (11) являются системой $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ квадратных уравнений на коэффициенты матрицы преобразований $C^i_{i'}$. Эти уравнения полностью аналогичны (с учетом сигнатуры метрики) условию ортогональности матрицы преобразований в евклидовом пространстве $C \cdot C^T = E0$ и аналогично евклидовым пространствам определяют $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ - параметрическую группу движений пространства Минковского, которая называется группой Лоренца-Пуанкаре. Связь с уравнениями Максвелла.

- Выясним, какие биективные преобразования оставляют инвариантной форму (5). Как известно, биективными преобразованиями в аффинном пространстве являются аффинные преобразования и только они. Итак:

$$x^i = C^i_{k'} x^{k'} + x^i_0, \quad \text{причем } \det(C^i_{k'} \neq 0). \tag{7}$$

- Тогда:

$$dx^i = C^i_{k'} dx^{k'} \tag{8}$$

- Подставляя (8) в выражение для интервала (5) и требуя его инвариантность:

$$ds^2 = ds'^2, \tag{9}$$

получим:

$$ds'^2 = \eta_{i'k'} dx^{i'} dx^{k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'} dx^{i'} dx^{k'} \tag{10}$$

- Вследствие независимости и произвольности дифференциалов координат $dx^{i'}$ (показать, как) для выполнения (10) необходимо и достаточно:

$$\eta_{i'k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'}. \tag{11}$$

- Условия (11) являются системой $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ квадратных уравнений на коэффициенты матрицы преобразований $C^i_{i'}$. Эти уравнения полностью аналогичны (с учетом сигнатуры метрики) условию ортогональности матрицы преобразований в евклидовом пространстве $C \cdot C^T = E0$ и аналогично евклидовым пространствам определяют $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ - параметрическую группу движений пространства Минковского, которая называется группой Лоренца-Пуанкаре. Связь с уравнениями Максвелла.

Вывод преобразований Лоренца-Пуанкаре

- Выясним, какие биективные преобразования оставляют инвариантной форму (5). Как известно, биективными преобразованиями в аффинном пространстве являются аффинные преобразования и только они. Итак:

$$x^i = C^i_{k'} x^{k'} + x^i_0, \quad \text{причем } \det(C^i_{k'} \neq 0). \tag{7}$$

- Тогда:

$$dx^i = C^i_{k'} dx^{k'} \tag{8}$$

- Подставляя (8) в выражение для интервала (5) и требуя его инвариантность:

$$ds^2 = ds'^2, \tag{9}$$

получим:

$$ds'^2 = \eta_{i'k'} dx^{i'} dx^{k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'} dx^{i'} dx^{k'} \tag{10}$$

- Вследствие независимости и произвольности дифференциалов координат $dx^{i'}$ (показать, как) для выполнения (10) необходимо и достаточно:

$$\eta_{i'k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'} \tag{11}$$

- Условия (11) являются системой $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ квадратных уравнений на коэффициенты матрицы преобразований $C^i_{i'}$. Эти уравнения полностью аналогичны (с учетом сигнатуры метрики) условию ортогональности матрицы преобразований в евклидовом пространстве $C \cdot C^T = E0$ и аналогично евклидовым пространствам определяют $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ - параметрическую группу движений пространства Минковского, которая называется группой Лоренца-Пуанкаре. Связь с уравнениями Максвелла.

- Выясним, какие биективные преобразования оставляют инвариантной форму (5). Как известно, биективными преобразованиями в аффинном пространстве являются аффинные преобразования и только они. Итак:

$$x^i = C^i_{k'} x^{k'} + x^i_0, \quad \text{причем } \det(C^i_{k'} \neq 0). \tag{7}$$

- Тогда:

$$dx^i = C^i_{k'} dx^{k'} \tag{8}$$

- Подставляя (8) в выражение для интервала (5) и требуя его инвариантность:

$$ds^2 = ds'^2, \tag{9}$$

получим:

$$ds'^2 = \eta_{i'k'} dx^{i'} dx^{k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'} dx^{i'} dx^{k'} \tag{10}$$

- Вследствие независимости и произвольности дифференциалов координат $dx^{i'}$ (показать, как) для выполнения (10) необходимо и достаточно:

- Условия (11) являются системой $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ квадратных уравнений на коэффициенты матрицы преобразований $C^i_{i'}$. Эти уравнения полностью аналогичны (с учетом сигнатуры метрики) условию ортогональности матрицы преобразований в евклидовом пространстве $C \cdot C^T = E0$ и аналогично евклидовым пространствам определяют $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ - параметрическую группу движений пространства Минковского, которая называется группой Лоренца-Пуанкаре. Связь с уравнениями Максвелла.

Вывод преобразований Лоренца-Пуанкаре

- Выясним, какие биективные преобразования оставляют инвариантной форму (5). Как известно, биективными преобразованиями в аффинном пространстве являются аффинные преобразования и только они. Итак:

$$x^i = C^i_{k'} x^{k'} + x^i_0, \quad \text{причем } \det(C^i_{k'} \neq 0). \tag{7}$$

- Тогда:

$$dx^i = C^i_{k'} dx^{k'} \tag{8}$$

- Подставляя (8) в выражение для интервала (5) и требуя его инвариантность:

$$ds^2 = ds'^2, \tag{9}$$

получим:

$$ds'^2 = \eta_{i'k'} dx^{i'} dx^{k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'} dx^{i'} dx^{k'} \tag{10}$$

- Вследствие независимости и произвольности дифференциалов координат $dx^{i'}$ (показать, как) для выполнения (10) необходимо и достаточно:

$$\eta_{i'k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'}. \tag{11}$$

- Условия (11) являются системой $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ квадратных уравнений на коэффициенты матрицы преобразований $C^i_{i'}$. Эти уравнения полностью аналогичны (с учетом сигнатуры метрики) условию ортогональности матрицы преобразований в евклидовом пространстве $C \cdot C^T = E0$ и аналогично евклидовым пространствам определяют $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ - параметрическую группу движений пространства Минковского, которая называется группой Лоренца-Пуанкаре. Связь с уравнениями Максвелла.

- Выясним, какие биективные преобразования оставляют инвариантной форму (5). Как известно, биективными преобразованиями в аффинном пространстве являются аффинные преобразования и только они. Итак:

$$x^i = C^i_{k'} x^{k'} + x^i_0, \quad \text{причем } \det(C^i_{k'} \neq 0). \tag{7}$$

- Тогда:

$$dx^i = C^i_{k'} dx^{k'} \tag{8}$$

- Подставляя (8) в выражение для интервала (5) и требуя его инвариантность:

$$ds^2 = ds'^2, \tag{9}$$

получим:

$$ds'^2 = \eta_{i'k'} dx^{i'} dx^{k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'} dx^{i'} dx^{k'} \tag{10}$$

- Вследствие независимости и произвольности дифференциалов координат $dx^{i'}$ (показать, как) для выполнения (10) необходимо и достаточно:

$$\eta_{i'k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'}. \tag{11}$$

- Условия (11) являются системой $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ квадратных уравнений на коэффициенты матрицы преобразований $C^i_{i'}$. Эти уравнения полностью аналогичны (с учетом сигнатуры метрики) условию ортогональности матрицы преобразований в евклидовом пространстве $C \cdot C^T = E0$ и аналогично евклидовым пространствам определяют $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ - параметрическую группу движений пространства Минковского, которая называется группой Лоренца-Пуанкаре. Связь с уравнениями Максвелла.

Вывод преобразований Лоренца-Пуанкаре

- Выясним, какие биективные преобразования оставляют инвариантной форму (5). Как известно, биективными преобразованиями в аффинном пространстве являются аффинные преобразования и только они. Итак:
$$x^i = C^i_{k'} x^{k'} + x^i_0, \quad \text{причем } \det(C^i_{k'} \neq 0). \tag{7}$$
- Тогда:
$$dx^i = C^i_{k'} dx^{k'} \tag{8}$$
- Подставляя (8) в выражение для интервала (5) и требуя его инвариантность:
$$ds^2 = ds'^2, \tag{9}$$
получим:
$$ds'^2 = \eta_{i'k'} dx^{i'} dx^{k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'} dx^{i'} dx^{k'} \tag{10}$$
- Вследствие независимости и произвольности дифференциалов координат $dx^{i'}$ (показать, как) для выполнения (10) необходимо и достаточно:
$$\eta_{i'k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'}. \tag{11}$$
- Условия (11) являются системой $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ квадратных уравнений на коэффициенты матрицы преобразований $C^i_{i'}$. Эти уравнения полностью аналогичны (с учетом сигнатуры метрики) условию ортогональности матрицы преобразований в евклидовом пространстве $C \cdot C^T = E0$ и аналогично евклидовым пространствам определяют $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ -параметрическую группу движений пространства Минковского, которая называется группой Лоренца-Пуанкаре. Связь с уравнениями Максвелла.

- Выясним, какие биективные преобразования оставляют инвариантной форму (5). Как известно, биективными преобразованиями в аффинном пространстве являются аффинные преобразования и только они. Итак:

$$x^i = C^i_{k'} x^{k'} + x^i_0, \quad \text{причем } \det(C^i_{k'} \neq 0). \tag{7}$$

- Тогда:

$$dx^i = C^i_{k'} dx^{k'} \tag{8}$$

- Подставляя (8) в выражение для интервала (5) и требуя его инвариантность:

$$ds^2 = ds'^2, \tag{9}$$

получим:

$$ds'^2 = \eta_{i'k'} dx^{i'} dx^{k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'} dx^{i'} dx^{k'} \tag{10}$$

- Вследствие независимости и произвольности дифференциалов координат $dx^{i'}$ (показать, как) для выполнения (10) необходимо и достаточно:

$$\eta_{i'k'} = \eta_{ik} C^i_{i'} C^k_{k'}. \tag{11}$$

- Условия (11) являются системой $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ квадратных уравнений на коэффициенты матрицы преобразований $C^i_{i'}$. Эти уравнения полностью аналогичны (с учетом сигнатуры метрики) условию ортогональности матрицы преобразований в евклидовом пространстве $C \cdot C^T = E$0 и аналогично евклидовым пространствам определяют $\frac{1}{2}n(n+1) = 10$ - параметрическую группу движений пространства Минковского, которая называется группой Лоренца-Пуанкаре. Связь с уравнениями Максвелла.

Двумерные преобразования Лоренца-Пуанкаре

- Рассмотрим для простоты преобразования Лоренца-Пуанкаре в плоскости $\{x^1 = x, x^4 = ct\}$, причем для удобства положим:

$$||C^i_{k'}|| = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}.$$

- Расписывая уравнения (11), получим:

$$\begin{cases} -1 & = & -\alpha^2 + \gamma^2; \\ 0 & = & -\alpha\beta + \gamma\delta; \\ 1 & = & -\beta^2 + \delta^2. \end{cases} \tag{12}$$

- Для решения системы (12) положим:
  $\gamma = \operatorname{sh}\phi \Rightarrow \alpha = e_1 \operatorname{ch}\phi$
  $\beta = \operatorname{sh}\psi \Rightarrow \delta = e_2 \operatorname{ch}\psi,$
  где $e_i = \pm 1$. Подстановка этих соотношений во второе уравнение системы (12) дает:

$$0 = -e_1 \operatorname{ch}\phi \operatorname{sh}\psi + e_2 \operatorname{sh}\phi \operatorname{ch}\psi \Rightarrow \operatorname{sh}(\psi - e\phi) = 0 \Rightarrow \psi = e\phi,$$

  где $e = e_1 e_2 = \pm 1$ (объяснить, почему 1 корень).
- Таким образом, получаем двумерные преобразования Лоренца - Пуанкаре:

$$x^1 = \alpha x^{1'} + \beta x^{4'} + x^1_0 \Rightarrow x = e_1 \operatorname{ch}\phi\, x' + e \operatorname{sh}\phi\, ct' + x_0 \tag{13}$$

$$x^4 = \gamma x^{1'} + \delta x^{4'} + x^4_0 \Rightarrow t = \operatorname{sh}\phi\, \frac{x'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi\, t' + t_0. \tag{14}$$

- Таким образом, группа преобразований Лоренца-Пуанкаре на плоскости $\{x, ct\}$ представляет трехпараметрическую группу преобразований (обратить внимание на аналогию с движениями при замене тригонометрических функций гиперболическими).

- Рассмотрим для простоты преобразования Лоренца-Пуанкаре в плоскости $\{x^1 = x, x^4 = ct\}$, причем для удобства положим:

$$||C^i_{k'}|| = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}.$$

- Расписывая уравнения (11), получим:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} -1 & = & -\alpha^2 + \gamma^2; \\ 0 & = & -\alpha\beta + \gamma\delta; \\ 1 & = & -\beta^2 + \delta^2. \end{array} \right. \qquad (12)$$

- Для решения системы (12) положим:
  $\gamma = \operatorname{sh}\phi \Rightarrow \alpha = e_1 \operatorname{ch}\phi$
  $\beta = \operatorname{sh}\psi \Rightarrow \delta = e_2 \operatorname{ch}\psi$,
  где $e_i = \pm 1$. Подстановка этих соотношений во второе уравнение системы (12) дает:

$$0 = -e_1 \operatorname{ch}\phi \operatorname{sh}\psi + e_2 \operatorname{sh}\phi \operatorname{ch}\psi \Rightarrow \operatorname{sh}(\psi - e\phi) = 0 \Rightarrow \psi = e\phi,$$

  где $e = e_1 e_2 = \pm 1$ (объяснить, почему 1 корень).
- Таким образом, получаем двумерные преобразования Лоренца - Пуанкаре:

$$x^1 = \alpha x^{1'} + \beta x^{4'} + x^1_0 \Rightarrow x = e_1 \operatorname{ch}\phi\, x' + e \operatorname{sh}\phi\, ct' + x_0 \qquad (13)$$

$$x^4 = \gamma x^{1'} + \delta x^{4'} + x^4_0 \Rightarrow t = \operatorname{sh}\phi\, \frac{x'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi\, t' + t_0. \qquad (14)$$

- Таким образом, группа преобразований Лоренца-Пуанкаре на плоскости $\{x, ct\}$ представляет трехпараметрическую группу преобразований (обратить внимание на аналогию с движениями при замене тригонометрических функций гиперболическими).

- Рассмотрим для простоты преобразования Лоренца-Пуанкаре в плоскости $\{x^1 = x, x^4 = ct\}$, причем для удобства положим:

$$||C^i_{k'}|| = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}.$$

- Расписывая уравнения (11), получим:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -1 & = & -\alpha^2 + \gamma^2; \\ 0 & = & -\alpha\beta + \gamma\delta; \\ 1 & = & -\beta^2 + \delta^2. \end{array} \right. \qquad (12)$$

- Для решения системы (12) положим:
  $\gamma = \operatorname{sh}\phi \Rightarrow \alpha = e_1 \operatorname{ch}\phi$
  $\beta = \operatorname{sh}\psi \Rightarrow \delta = e_2 \operatorname{ch}\psi,$
  где $e_i = \pm 1$. Подстановка этих соотношений во второе уравнение системы (12) дает:

$$0 = -e_1 \operatorname{ch}\phi \operatorname{sh}\psi + e_2 \operatorname{sh}\phi \operatorname{ch}\psi \Rightarrow \operatorname{sh}(\psi - e\phi) = 0 \Rightarrow \psi = e\phi,$$

  где $e = e_1 e_2 = \pm 1$ (объяснить, почему 1 корень).
- Таким образом, получаем двумерные преобразования Лоренца - Пуанкаре:

$$x^1 = \alpha x^{1'} + \beta x^{4'} + x^1_0 \Rightarrow x = e_1 \operatorname{ch}\phi \; x' + e \operatorname{sh}\phi \; ct' + x_0 \qquad (13)$$

$$x^4 = \gamma x^{1'} + \delta x^{4'} + x^4_0 \Rightarrow t = \operatorname{sh}\phi \; \frac{x'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi \; t' + t_0. \qquad (14)$$

- Таким образом, группа преобразований Лоренца-Пуанкаре на плоскости $\{x, ct\}$ представляет трехпараметрическую группу преобразований (обратить внимание на аналогию с движениями при замене тригонометрических функций гиперболическими).

Двумерные преобразования Лоренца-Пуанкаре

- Рассмотрим для простоты преобразования Лоренца-Пуанкаре в плоскости $\{x^1 = x, x^4 = ct\}$, причем для удобства положим:

$$||C^i_{k'}|| = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}.$$

- Расписывая уравнения (11), получим:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -1 & = & -\alpha^2 + \gamma^2; \\ 0 & = & -\alpha\beta + \gamma\delta; \\ 1 & = & -\beta^2 + \delta^2. \end{array} \right. \qquad (12)$$

- Для решения системы (12) положим:
  $\gamma = \operatorname{sh}\phi \Rightarrow \alpha = e_1 \operatorname{ch}\phi$
  $\beta = \operatorname{sh}\psi \Rightarrow \delta = e_2 \operatorname{ch}\psi,$
  где $e_i = \pm 1$. Подстановка этих соотношений во второе уравнение системы (12) дает:

$$0 = -e_1 \operatorname{ch}\phi \operatorname{sh}\psi + e_2 \operatorname{sh}\phi \operatorname{ch}\psi \Rightarrow \operatorname{sh}(\psi - e\phi) = 0 \Rightarrow \psi = e\phi,$$

  где $e = e_1 e_2 = \pm 1$ (объяснить, почему 1 корень).
- Таким образом, получаем двумерные преобразования Лоренца - Пуанкаре:

$$x^1 = \alpha x^{1'} + \beta x^{4'} + x^1_0 \Rightarrow x = e_1 \operatorname{ch}\phi\; x' + e \operatorname{sh}\phi\; ct' + x_0 \qquad (13)$$

$$x^4 = \gamma x^{1'} + \delta x^{4'} + x^4_0 \Rightarrow t = \operatorname{sh}\phi\; \frac{x'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi\; t' + t_0. \qquad (14)$$

- Таким образом, группа преобразований Лоренца-Пуанкаре на плоскости $\{x, ct\}$ представляет трехпараметрическую группу преобразований (обратить внимание на аналогию с движениями при замене тригонометрических функций гиперболическими).

- Рассмотрим для простоты преобразования Лоренца-Пуанкаре в плоскости $\{x^1 = x, x^4 = ct\}$, причем для удобства положим:

$$||C^i_{k'}|| = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}.$$

- Расписывая уравнения (11), получим:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -1 & = & -\alpha^2 + \gamma^2; \\ 0 & = & -\alpha\beta + \gamma\delta; \\ 1 & = & -\beta^2 + \delta^2. \end{array} \right. \tag{12}$$

- Для решения системы (12) положим:
  $\gamma = \operatorname{sh}\phi \Rightarrow \alpha = e_1 \operatorname{ch}\phi$
  $\beta = \operatorname{sh}\psi \Rightarrow \delta = e_2 \operatorname{ch}\psi,$
  где $e_i = \pm 1$. Подстановка этих соотношений во второе уравнение системы (12) дает:

$$0 = -e_1 \operatorname{ch}\phi \operatorname{sh}\psi + e_2 \operatorname{sh}\phi \operatorname{ch}\psi \Rightarrow \operatorname{sh}(\psi - e\phi) = 0 \Rightarrow \psi = e\phi,$$

  где $e = e_1 e_2 = \pm 1$ (объяснить, почему 1 корень).

- Таким образом, получаем двумерные преобразования Лоренца - Пуанкаре:

$$x^1 = \alpha x^{1'} + \beta x^{4'} + x^1_0 \Rightarrow x = e_1 \operatorname{ch}\phi\, x' + e \operatorname{sh}\phi\, ct' + x_0 \tag{13}$$

$$x^4 = \gamma x^{1'} + \delta x^{4'} + x^4_0 \Rightarrow t = \operatorname{sh}\phi\, \frac{x'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi\, t' + t_0. \tag{14}$$

- Таким образом, группа преобразований Лоренца-Пуанкаре на плоскости $\{x, ct\}$ представляет трехпараметрическую группу преобразований (обратить внимание на аналогию с движениями при замене тригонометрических функций гиперболическими).

- Рассмотрим для простоты преобразования Лоренца-Пуанкаре в плоскости $\{x^1 = x, x^4 = ct\}$, причем для удобства положим:

$$||C^i_{k'}|| = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}.$$

- Расписывая уравнения (11), получим:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -1 & = & -\alpha^2 + \gamma^2; \\ 0 & = & -\alpha\beta + \gamma\delta; \\ 1 & = & -\beta^2 + \delta^2. \end{array} \right. \tag{12}$$

- Для решения системы (12) положим:
  $\gamma = \operatorname{sh}\phi \Rightarrow \alpha = e_1 \operatorname{ch}\phi$
  $\beta = \operatorname{sh}\psi \Rightarrow \delta = e_2 \operatorname{ch}\psi,$
  где $e_i = \pm 1$. Подстановка этих соотношений во второе уравнение системы (12) дает:

$$0 = -e_1 \operatorname{ch}\phi \operatorname{sh}\psi + e_2 \operatorname{sh}\phi \operatorname{ch}\psi \Rightarrow \operatorname{sh}(\psi - e\phi) = 0 \Rightarrow \psi = e\phi,$$

  где $e = e_1 e_2 = \pm 1$ (объяснить, почему 1 корень).
- Таким образом, получаем двумерные преобразования Лоренца - Пуанкаре:

$$x^1 = \alpha x^{1'} + \beta x^{4'} + x^1_0 \Rightarrow x = e_1 \operatorname{ch}\phi\; x' + e \operatorname{sh}\phi\; ct' + x_0 \tag{13}$$

$$x^4 = \gamma x^{1'} + \delta x^{4'} + x^4_0 \Rightarrow t = \operatorname{sh}\phi\; \frac{x'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi\; t' + t_0. \tag{14}$$

- Таким образом, группа преобразований Лоренца-Пуанкаре на плоскости $\{x, ct\}$ представляет трехпараметрическую группу преобразований (обратить внимание на аналогию с движениями при замене тригонометрических функций гиперболическими).

- Рассмотрим для простоты преобразования Лоренца-Пуанкаре в плоскости $\{x^1 = x, x^4 = ct\}$, причем для удобства положим:

$$||C^i_{k'}|| = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}.$$

- Расписывая уравнения (11), получим:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -1 & = & -\alpha^2 + \gamma^2; \\ 0 & = & -\alpha\beta + \gamma\delta; \\ 1 & = & -\beta^2 + \delta^2. \end{array} \right. \tag{12}$$

- Для решения системы (12) положим:
  $\gamma = \operatorname{sh}\phi \Rightarrow \alpha = e_1 \operatorname{ch}\phi$
  $\beta = \operatorname{sh}\psi \Rightarrow \delta = e_2 \operatorname{ch}\psi,$
  где $e_i = \pm 1$. Подстановка этих соотношений во второе уравнение системы (12) дает:

$$0 = -e_1 \operatorname{ch}\phi \operatorname{sh}\psi + e_2 \operatorname{sh}\phi \operatorname{ch}\psi \Rightarrow \operatorname{sh}(\psi - e\phi) = 0 \Rightarrow \psi = e\phi,$$

  где $e = e_1 e_2 = \pm 1$ (объяснить, почему 1 корень).

- Таким образом, получаем двумерные преобразования Лоренца - Пуанкаре:

$$x^1 = \alpha x^{1'} + \beta x^{4'} + x^1_0 \Rightarrow x = e_1 \operatorname{ch}\phi\ x' + e \operatorname{sh}\phi\ ct' + x_0 \tag{13}$$

$$x^4 = \gamma x^{1'} + \delta x^{4'} + x^4_0 \Rightarrow t = \operatorname{sh}\phi\ \frac{x'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi\ t' + t_0. \tag{14}$$

- Таким образом, группа преобразований Лоренца-Пуанкаре на плоскости $\{x, ct\}$ представляет трехпараметрическую группу преобразований (обратить внимание на аналогию с движениями при замене тригонометрических функций гиперболическими).

Физическое значение «угла поворота» в преобразованиях Лоренца - Пуанкаре

- Выясним физический смысл безразмерной переменной ϕ в формулах (13), (14). Для этого вычислим дифференциалы от обеих частей этих формул и поделим их друг на друга:
- $$\frac{dx}{dt} = \frac{e_1 \operatorname{ch}\phi dx' + e \operatorname{sh}\phi c dt'}{\operatorname{sh}\phi \frac{dx'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi\, dt'} \qquad (15)$$
- Предположим сначала, что система K' покоится: $x' = \mathrm{Const}$. Тогда получим из (24), полагая $V \equiv \frac{dx}{dt}$ и учитывая $ee_2 \equiv e_1 e_2 e_2 = e_1$:

$$V = e_1 c \operatorname{th}\phi \Rightarrow \operatorname{th}\phi = e_1 \frac{V}{c} \Rightarrow \operatorname{sh}\phi = e_1 \frac{\frac{V}{c}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \operatorname{ch}\phi = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \qquad (16)$$

- В дальнейшем знаковые символ e_i мы будем опускать, так как изменение знака в формулах можно добиться заменой $V \to V$.
- С учетом (16) формулы преобразования Лоренца - Пуанкаре (13), (14) можно записать в явном виде (Обратим внимание на знак V!):

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + x_0; \quad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + x'_0 \qquad (17)$$

$$t = \frac{t' + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + t_0; \quad t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + t'_0. \qquad (18)$$

- Выясним физический смысл безразмерной переменной ϕ в формулах (13), (14). Для этого вычислим дифференциалы от обеих частей этих формул и поделим их друг на друга:
- $$\frac{dx}{dt} = \frac{e_1 \operatorname{ch}\phi dx' + e \operatorname{sh}\phi c dt}{\operatorname{sh}\phi \frac{dx'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi \; dt'}. \tag{15}$$
- Предположим сначала, что система K' покоится: $x' = \mathrm{Const}$. Тогда получим из (24), полагая $V \equiv \frac{dx}{dt}$ и учитывая $ee_2 \equiv e_1 e_2 e_2 = e_1$:

$$V = e_1 c \operatorname{th}\phi \Rightarrow \operatorname{th}\phi = e_1 \frac{V}{c} \Rightarrow \operatorname{sh}\phi = e_1 \frac{\frac{V}{c}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}; \operatorname{ch}\phi = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}. \tag{16}$$

- В дальнейшем знаковые символ e_i мы будем опускать, так как изменение знака в формулах можно добиться заменой $V \to V$.
- С учетом (16) формулы преобразования Лоренца - Пуанкаре (13), (14) можно записать в явном виде (Обратим внимание на знак V!):

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + x_0; \quad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + x'_0 \tag{17}$$

$$t = \frac{t' + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + t_0; \quad t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + t'_0. \tag{18}$$

- Выясним физический смысл безразмерной переменной ϕ в формулах (13), (14). Для этого вычислим дифференциалы от обеих частей этих формул и поделим их друг на друга:
- $$\frac{dx}{dt} = \frac{e_1 \operatorname{ch}\phi dx' + e \operatorname{sh}\phi c dt}{\operatorname{sh}\phi \frac{dx'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi\, dt'}. \qquad (15)$$
- Предположим сначала, что система K' покоится: $x' = \mathrm{Const}$. Тогда получим из (24), полагая $V \equiv \frac{dx}{dt}$ и учитывая $ee_2 \equiv e_1 e_2 e_2 = e_1$:
- В дальнейшем знаковые символ e_i мы будем опускать, так как изменение знака в формулах можно добиться заменой $V \to V$.
- С учетом (16) формулы преобразования Лоренца - Пуанкаре (13), (14) можно записать в явном виде (Обратим внимание на знак V!):

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + x_0; \quad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + x'_0 \qquad (17)$$

$$t = \frac{t' + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + t_0; \quad t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + t'_0. \qquad (18)$$

Физическое значение «угла поворота» в преобразованиях Лоренца - Пуанкаре

- Выясним физический смысл безразмерной переменной ϕ в формулах (13), (14). Для этого вычислим дифференциалы от обеих частей этих формул и поделим их друг на друга:
- $$\frac{dx}{dt} = \frac{e_1 \operatorname{ch}\phi dx' + e \operatorname{sh}\phi cdt}{\operatorname{sh}\phi \frac{dx'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi \; dt'}. \tag{15}$$
- Предположим сначала, что система K' покоится: $x' = \mathrm{Const}$. Тогда получим из (24), полагая $V \equiv \frac{dx}{dt}$ и учитывая $ee_2 \equiv e_1e_2e_2 = e_1$:

$$V = e_1 c \operatorname{th}\phi \Rightarrow \operatorname{th}\phi = e_1\frac{V}{c} \Rightarrow \operatorname{sh}\phi = e_1\frac{\frac{V}{c}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}, \operatorname{ch}\phi = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}. \tag{16}$$

- В дальнейшем знаковые символ e_i мы будем опускать, так как изменение знака в формулах можно добиться заменой $V \to V$.
- С учетом (16) формулы преобразования Лоренца - Пуанкаре (13), (14) можно записать в явном виде (Обратим внимание на знак V!):

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + x_0; \quad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + x'_0 \tag{17}$$

$$t = \frac{t' + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + t_0; \quad t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + t'_0. \tag{18}$$

Физическое значение «угла поворота» в преобразованиях Лоренца - Пуанкаре

- Выясним физический смысл безразмерной переменной ϕ в формулах (13), (14). Для этого вычислим дифференциалы от обеих частей этих формул и поделим их друг на друга:
- $$\frac{dx}{dt} = \frac{e_1 \operatorname{ch}\phi dx' + e \operatorname{sh}\phi c dt}{\operatorname{sh}\phi \frac{dx'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi\ dt'}. \qquad (15)$$
- Предположим сначала, что система K' покоится: $x' = \mathrm{Const}$. Тогда получим из (24), полагая $V \equiv \frac{dx}{dt}$ и учитывая $ee_2 \equiv e_1 e_2 e_2 = e_1$:

$$V = e_1 c \operatorname{th}\phi \Rightarrow \operatorname{th}\phi = e_1 \frac{V}{c} \Rightarrow \operatorname{sh}\phi = e_1 \frac{\frac{V}{c}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}, \operatorname{ch}\phi = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}. \qquad (16)$$

- В дальнейшем знаковые символ e_i мы будем опускать, так как изменение знака в формулах можно добиться заменой $V \to V$.
- С учетом (16) формулы преобразования Лоренца - Пуанкаре (13), (14) можно записать в явном виде (Обратим внимание на знак V!):

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + x_0; \quad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + x'_0 \qquad (17)$$

$$t = \frac{t' + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + t_0; \quad t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + t'_0. \qquad (18)$$

Физическое значение «угла поворота» в преобразованиях Лоренца - Пуанкаре

- Выясним физический смысл безразмерной переменной ϕ в формулах (13), (14). Для этого вычислим дифференциалы от обеих частей этих формул и поделим их друг на друга:
- $$\frac{dx}{dt} = \frac{e_1 \operatorname{ch}\phi dx' + e \operatorname{sh}\phi c dt}{\operatorname{sh}\phi \frac{dx'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi \; dt'}. \qquad (15)$$
- Предположим сначала, что система K' покоится: $x' = \mathrm{Const}$. Тогда получим из (24), полагая $V \equiv \frac{dx}{dt}$ и учитывая $ee_2 \equiv e_1 e_2 e_2 = e_1$:

$$V = e_1 c \operatorname{th}\phi \Rightarrow \operatorname{th}\phi = e_1 \frac{V}{c} \Rightarrow \operatorname{sh}\phi = e_1 \frac{\frac{V}{c}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \operatorname{ch}\phi = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \qquad (16)$$

- В дальнейшем знаковые символ e_i мы будем опускать, так как изменение знака в формулах можно добиться заменой $V \to V$.
- С учетом (16) формулы преобразования Лоренца - Пуанкаре (13), (14) можно записать в явном виде (Обратим внимание на знак V!):

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + x_0; \quad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + x'_0 \qquad (17)$$

$$t = \frac{t' + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + t_0; \quad t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + t'_0. \qquad (18)$$

- Выясним физический смысл безразмерной переменной ϕ в формулах (13), (14). Для этого вычислим дифференциалы от обеих частей этих формул и поделим их друг на друга:
- $$\frac{dx}{dt} = \frac{e_1 \operatorname{ch}\phi dx' + e \operatorname{sh}\phi cdt}{\operatorname{sh}\phi \frac{dx'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi\ dt'}. \tag{15}$$
- Предположим сначала, что система K' покоится: $x' = \mathrm{Const}$. Тогда получим из (24), полагая $V \equiv \frac{dx}{dt}$ и учитывая $ee_2 \equiv e_1e_2e_2 = e_1$:
$$V = e_1 c \operatorname{th}\phi \Rightarrow \operatorname{th}\phi = e_1\frac{V}{c} \Rightarrow \operatorname{sh}\phi = e_1\frac{\frac{V}{c}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}, \operatorname{ch}\phi = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}. \tag{16}$$
- В дальнейшем знаковые символ e_i мы будем опускать, так как изменение знака в формулах можно добиться заменой $V \to V$.
- С учетом (16) формулы преобразования Лоренца - Пуанкаре (13), (14) можно записать в явном виде (Обратим внимание на знак V!):

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + x_0; \quad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + x'_0 \tag{17}$$

$$t = \frac{t' + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + t_0; \quad t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + t'_0. \tag{18}$$

- Выясним физический смысл безразмерной переменной ϕ в формулах (13), (14). Для этого вычислим дифференциалы от обеих частей этих формул и поделим их друг на друга:
- $$\frac{dx}{dt} = \frac{e_1 \operatorname{ch}\phi dx' + e \operatorname{sh}\phi cdt}{\operatorname{sh}\phi \frac{dx'}{c} + e_2 \operatorname{ch}\phi\ dt'}. \tag{15}$$
- Предположим сначала, что система K' покоится: $x' = \mathrm{Const}$. Тогда получим из (24), полагая $V \equiv \frac{dx}{dt}$ и учитывая $ee_2 \equiv e_1e_2e_2 = e_1$:

$$V = e_1 c \operatorname{th}\phi \Rightarrow \operatorname{th}\phi = e_1\frac{V}{c} \Rightarrow \operatorname{sh}\phi = e_1\frac{\frac{V}{c}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}, \operatorname{ch}\phi = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}. \tag{16}$$

- В дальнейшем знаковые символ e_i мы будем опускать, так как изменение знака в формулах можно добиться заменой $V \to V$.
- С учетом (16) формулы преобразования Лоренца - Пуанкаре (13), (14) можно записать в явном виде (Обратим внимание на знак V!):

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + x_0; \quad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + x'_0 \tag{17}$$

$$t = \frac{t' + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + t_0; \quad t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + t'_0. \tag{18}$$

- Поделив обе части соотношения (17) на соответствующие части соотношения (18) и вводя обозначения $dx/dt = v$, $dx'/dt' = v'$ (скорости в системе K и K'), получим релятивистский закон сложения скоростей:

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}, \Rightarrow v' = c \Rightarrow v = \frac{c + V}{1 + \frac{cV}{c^2}} = c. \qquad (19)$$

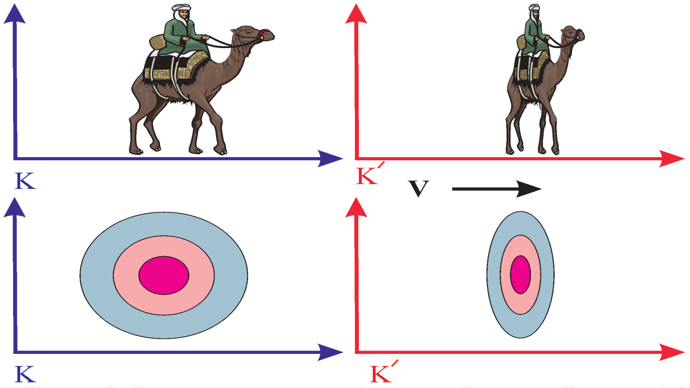


Figure 3. Полагая поочередно в формулах Лоренца - Пуанкаре (13), (14) события одновременными $t = t0$ или происходящими в одной точке $x = x0$, получим законы сокращения длин и промежутков времени (самостоятельно). На верхнем рисунке - портрет бедуина на верблюде, снятый в движущейся системе отсчета. На нижнем рисунке – деформация кулоновского поля электрического заряда.

Закон сложения скоростей и сокращение промежутков

- Поделив обе части соотношения (17) на соответствующие части соотношения (18) и вводя обозначения $dx/dt = v$, $dx'/dt' = v'$ (скорости в системе K и K'), получим релятивистский закон сложения скоростей:

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}. \Rightarrow v' = c \Rightarrow v = \frac{c + V}{1 + \frac{cV}{c^2}} \equiv c. \qquad (19)$$

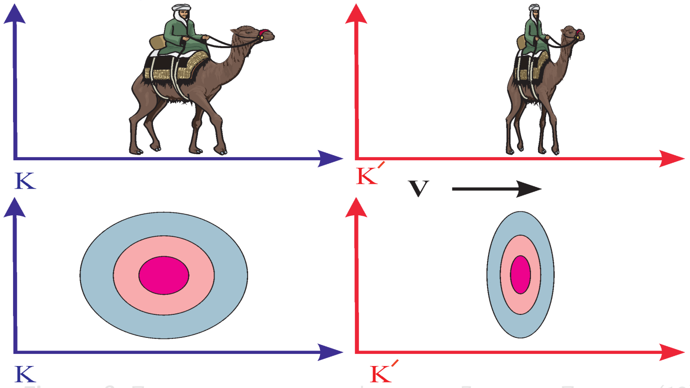


Figure 3. Полагая поочередно в формулах Лоренца - Пуанкаре (13), (14) события одновременными $t = t0$ или происходящими в одной точке $x = x0$, получим законы сокращения длин и промежутков времени (самостоятельно). На верхнем рисунке - портрет бедуина на верблюде, снятый в движущейся системе отсчета. На нижнем рисунке – деформация кулоновского поля электрического заряда.

Закон сложения скоростей и сокращение промежутков

- Поделив обе части соотношения (17) на соответствующие части соотношения (18) и вводя обозначения $dx/dt = v$, $dx'/dt' = v'$ (скорости в системе K и K'), получим релятивистский закон сложения скоростей:

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}. \Rightarrow v' = c \Rightarrow v = \frac{c + V}{1 + \frac{cV}{c^2}} \equiv c. \tag{19}$$

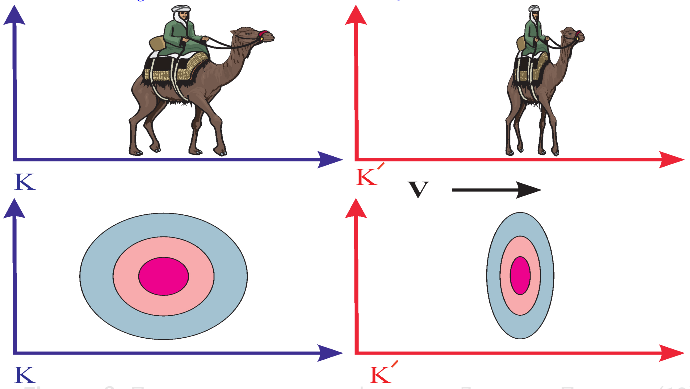


Figure 3. Полагая поочередно в формулах Лоренца - Пуанкаре (13), (14) события одновременными $t = t0$ или происходящими в одной точке $x = x0$, получим законы сокращения длин и промежутков времени (самостоятельно). На верхнем рисунке - портрет бедуина на верблюде, снятый в движущейся системе отсчета. На нижнем рисунке – деформация кулоновского поля электрического заряда.

- Поделив обе части соотношения (17) на соответствующие части соотношения (18) и вводя обозначения $dx/dt = v$, $dx'/dt' = v'$ (скорости в системе K и K'), получим релятивистский закон сложения скоростей:

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}. \Rightarrow v' = c \Rightarrow v = \frac{c + V}{1 + \frac{cV}{c^2}} \equiv c. \tag{19}$$

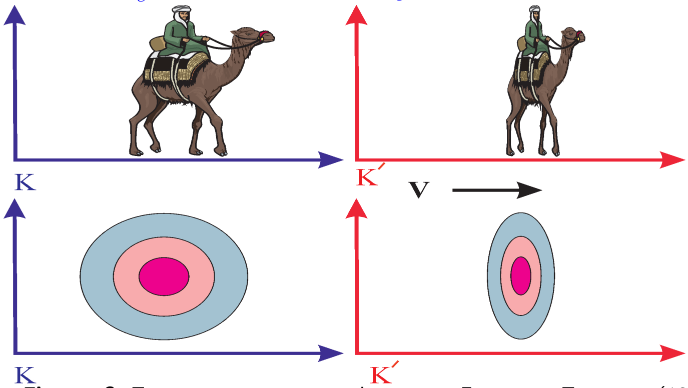


Figure 3. Полагая поочередно в формулах Лоренца - Пуанкаре (13), (14) события одновременными $t = t0$ или происходящими в одной точке $x = x0$, получим законы сокращения длин и промежутков времени (самостоятельно). На верхнем рисунке - портрет бедуина на верблюде, снятый в движущейся системе отсчета. На нижнем рисунке – деформация кулоновского поля электрического заряда.

Четырехмерный вектор скорости

- В классической механике вследствие абсолютного характера времени и контрвариантности дифференциалов координат трехмерная скорость частицы является трехмерным контрвариантным вектором:

$$v^\alpha = \frac{dx^\alpha}{dt}; \quad (\alpha, \beta = \overline{1,3}). \tag{20}$$

- В релятивистской механике время не является аболютным, единственный же инвариант, связанный с траекторией частицы, есть s — четырехмерный интервал, собственное время (5). Поэтому и единственным контрвариантным вектором, связанным с дифференциалами координат частицы является:

$$u^i = \frac{dx^i}{ds}. \tag{21}$$

- Поделив обе части соотношения (5) на ds^2, мы получим соотношение нормировки:

$$\eta_{ik}u^iu^k = (u,u) = 1. \tag{22}$$

В случае безмассовых частиц:

$$\eta_{ik}u^iu^k = (u,u) = 0. \tag{23}$$

- Найдем связь между компонентами 4-х мерного и 3-х мерного векторов скорости. Выполняя тождественное преобразование:

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds} = \frac{dx^\alpha}{dt}\frac{dt}{ds} = \frac{v^\alpha}{c}u^4, \tag{24}$$

получим из соотношения нормировки:

$$u^4 = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}; \quad u^\alpha = \frac{v^\alpha}{c}\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \tag{25}$$

- В классической механике вследствие абсолютного характера времени и контрвариантности дифференциалов координат трехмерная скорость частицы является трехмерным контрвариантным вектором:

$$v^\alpha = \frac{dx^\alpha}{dt}; \quad (\alpha, \beta = \overline{1,3}). \tag{20}$$

- В релятивистской механике время не является аболютным, единственный же инвариант, связанный с траекторией частицы, есть s — четырехмерный интервал, собственное время (5). Поэтому и единственным контрвариантным вектором, связанным с дифференциалами координат частицы является:

- Поделив обе части соотношения (5) на ds^2, мы получим соотношение нормировки:

В случае безмассовых частиц:

- Найдем связь между компонентами 4-х мерного и 3-х мерного векторов скорости. Выполняя тождественное преобразование:

получим из соотношения нормировки:

Четырехмерный вектор скорости

- В классической механике вследствие абсолютного характера времени и контрвариантности дифференциалов координат трехмерная скорость частицы является трехмерным контрвариантным вектором:

$$v^\alpha = \frac{dx^\alpha}{dt}; \quad (\alpha, \beta = \overline{1,3}). \tag{20}$$

- В релятивистской механике время не является аболютным, единственный же инвариант, связанный с траекторией частицы, есть s — четырехмерный интервал, собственное время (5). Поэтому и единственным контрвариантным вектором, связанным с дифференциалами координат частицы является:

$$u^i = \frac{dx^i}{ds}. \tag{21}$$

- Поделив обе части соотношения (5) на ds^2, мы получим соотношение нормировки:

В случае безмассовых частиц:

- Найдем связь между компонентами 4-х мерного и 3-х мерного векторов скорости. Выполняя тождественное преобразование:

получим из соотношения нормировки:

Четырехмерный вектор скорости

- В классической механике вследствие абсолютного характера времени и контрвариантности дифференциалов координат трехмерная скорость частицы является трехмерным контрвариантным вектором:

$$v^\alpha = \frac{dx^\alpha}{dt}; \quad (\alpha, \beta = \overline{1,3}). \tag{20}$$

- В релятивистской механике время не является аболютным, единственный же инвариант, связанный с траекторией частицы, есть s — четырехмерный интервал, собственное время (5). Поэтому и единственным контрвариантным вектором, связанным с дифференциалами координат частицы является:

$$u^i = \frac{dx^i}{ds}. \tag{21}$$

- Поделив обе части соотношения (5) на ds^2, мы получим соотношение нормировки:

  В случае безмассовых частиц:

- Найдем связь между компонентами 4-х мерного и 3-х мерного векторов скорости. Выполняя тождественное преобразование:

  получим из соотношения нормировки:

- В классической механике вследствие абсолютного характера времени и контрвариантности дифференциалов координат трехмерная скорость частицы является трехмерным контрвариантным вектором:

$$v^\alpha = \frac{dx^\alpha}{dt}; \quad (\alpha, \beta = \overline{1,3}). \tag{20}$$

- В релятивистской механике время не является аболютным, единственный же инвариант, связанный с траекторией частицы, есть s — четырехмерный интервал, собственное время (5). Поэтому и единственным контрвариантным вектором, связанным с дифференциалами координат частицы является:

$$u^i = \frac{dx^i}{ds}. \tag{21}$$

- Поделив обе части соотношения (5) на ds^2, мы получим соотношение нормировки:

$$\eta_{ik}u^iu^k = (u,u) = 1. \tag{22}$$

В случае безмассовых частиц:

- Найдем связь между компонентами 4-х мерного и 3-х мерного векторов скорости. Выполняя тождественное преобразование:

получим из соотношения нормировки:

Четырехмерный вектор скорости

- В классической механике вследствие абсолютного характера времени и контрвариантности дифференциалов координат трехмерная скорость частицы является трехмерным контрвариантным вектором:

$$v^\alpha = \frac{dx^\alpha}{dt}; \quad (\alpha, \beta = \overline{1,3}). \tag{20}$$

- В релятивистской механике время не является аболютным, единственный же инвариант, связанный с траекторией частицы, есть s — четырехмерный интервал, собственное время (5). Поэтому и единственным контрвариантным вектором, связанным с дифференциалами координат частицы является:

$$u^i = \frac{dx^i}{ds}. \tag{21}$$

- Поделив обе части соотношения (5) на ds^2, мы получим соотношение нормировки:

$$\eta_{ik} u^i u^k \equiv (u, u) = 1. \tag{22}$$

В случае безмассовых частиц:

$$\eta_{ik} u^i u^k \equiv (u, u) = 0. \tag{23}$$

- Найдем связь между компонентами 4-х мерного и 3-х мерного векторов скорости. Выполняя тождественное преобразование:

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds} = \frac{dx^\alpha}{cdt}\frac{dx^4}{ds} = \frac{v^\alpha}{c} u^4, \tag{24}$$

получим из соотношения нормировки:

$$u^4 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad u^\alpha = \frac{v^\alpha}{c}\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{25}$$

Четырехмерный вектор скорости

- В классической механике вследствие абсолютного характера времени и контрвариантности дифференциалов координат трехмерная скорость частицы является трехмерным контрвариантным вектором:

$$v^\alpha = \frac{dx^\alpha}{dt}; \quad (\alpha, \beta = \overline{1,3}). \tag{20}$$

- В релятивистской механике время не является аболютным, единственный же инвариант, связанный с траекторией частицы, есть s — четырехмерный интервал, собственное время (5). Поэтому и единственным контрвариантным вектором, связанным с дифференциалами координат частицы является:

$$u^i = \frac{dx^i}{ds}. \tag{21}$$

- Поделив обе части соотношения (5) на ds^2, мы получим соотношение нормировки:

$$\eta_{ik} u^i u^k \equiv (u,u) = 1. \tag{22}$$

В случае безмассовых частиц:

$$\eta_{ik} u^i u^k \equiv (u,u) = 0. \tag{23}$$

- Найдем связь между компонентами 4-х мерного и 3-х мерного векторов скорости. Выполняя тождественное преобразование:

получим из соотношения нормировки:

- В классической механике вследствие абсолютного характера времени и контрвариантности дифференциалов координат трехмерная скорость частицы является трехмерным контрвариантным вектором:

$$v^{\alpha} = \frac{dx^{\alpha}}{dt}; \quad (\alpha, \beta = \overline{1,3}). \tag{20}$$

- В релятивистской механике время не является аболютным, единственный же инвариант, связанный с траекторией частицы, есть s — четырехмерный интервал, собственное время (5). Поэтому и единственным контрвариантным вектором, связанным с дифференциалами координат частицы является:

$$u^{i} = \frac{dx^{i}}{ds}. \tag{21}$$

- Поделив обе части соотношения (5) на ds^2, мы получим соотношение нормировки:

$$\eta_{ik} u^i u^k \equiv (u, u) = 1. \tag{22}$$

В случае безмассовых частиц:

$$\eta_{ik} u^i u^k \equiv (u, u) = 0. \tag{23}$$

- Найдем связь между компонентами 4-х мерного и 3-х мерного векторов скорости. Выполняя тождественное преобразование:

$$u^{\alpha} = \frac{dx^{\alpha}}{ds} = \frac{dx^{\alpha}}{cdt}\frac{dx^4}{ds} = \frac{v^{\alpha}}{c}u^4, \tag{24}$$

получим из соотношения нормировки:

Четырехмерный вектор скорости

- В классической механике вследствие абсолютного характера времени и контрвариантности дифференциалов координат трехмерная скорость частицы является трехмерным контрвариантным вектором:

$$v^\alpha = \frac{dx^\alpha}{dt}; \quad (\alpha, \beta = \overline{1,3}). \tag{20}$$

- В релятивистской механике время не является аболютным, единственный же инвариант, связанный с траекторией частицы, есть s — четырехмерный интервал, собственное время (5). Поэтому и единственным контрвариантным вектором, связанным с дифференциалами координат частицы является:

$$u^i = \frac{dx^i}{ds}. \tag{21}$$

- Поделив обе части соотношения (5) на ds^2, мы получим соотношение нормировки:

$$\eta_{ik} u^i u^k \equiv (u, u) = 1. \tag{22}$$

В случае безмассовых частиц:

$$\eta_{ik} u^i u^k \equiv (u, u) = 0. \tag{23}$$

- Найдем связь между компонентами 4-х мерного и 3-х мерного векторов скорости. Выполняя тождественное преобразование:

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds} \equiv \frac{dx^\alpha}{cdt}\frac{dx^4}{ds} \equiv \frac{v^\alpha}{c} u^4. \tag{24}$$

получим из соотношения нормировки:

$$u^4 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad u^\alpha = \frac{v^\alpha}{c}\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{25}$$

Четырехмерный вектор скорости

- В классической механике вследствие абсолютного характера времени и контрвариантности дифференциалов координат трехмерная скорость частицы является трехмерным контрвариантным вектором:

$$v^\alpha = \frac{dx^\alpha}{dt}; \quad (\alpha, \beta = \overline{1,3}). \tag{20}$$

- В релятивистской механике время не является аболютным, единственный же инвариант, связанный с траекторией частицы, есть s — четырехмерный интервал, собственное время (5). Поэтому и единственным контрвариантным вектором, связанным с дифференциалами координат частицы является:

$$u^i = \frac{dx^i}{ds}. \tag{21}$$

- Поделив обе части соотношения (5) на ds^2, мы получим соотношение нормировки:

$$\eta_{ik} u^i u^k \equiv (u, u) = 1. \tag{22}$$

В случае безмассовых частиц:

$$\eta_{ik} u^i u^k \equiv (u, u) = 0. \tag{23}$$

- Найдем связь между компонентами 4-х мерного и 3-х мерного векторов скорости. Выполняя тождественное преобразование:

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds} \equiv \frac{dx^\alpha}{cdt}\frac{dx^4}{ds} \equiv \frac{v^\alpha}{c} u^4. \tag{24}$$

получим из соотношения нормировки:

$$u^4 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad u^\alpha = \frac{v^\alpha}{c}\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{25}$$

- В классической механике вследствие абсолютного характера времени и контрвариантности дифференциалов координат трехмерная скорость частицы является трехмерным контрвариантным вектором:

$$v^\alpha = \frac{dx^\alpha}{dt}; \quad (\alpha, \beta = \overline{1,3}). \tag{20}$$

- В релятивистской механике время не является аболютным, единственный же инвариант, связанный с траекторией частицы, есть s — четырехмерный интервал, собственное время (5). Поэтому и единственным контрвариантным вектором, связанным с дифференциалами координат частицы является:

$$u^i = \frac{dx^i}{ds}. \tag{21}$$

- Поделив обе части соотношения (5) на ds^2, мы получим соотношение нормировки:

$$\eta_{ik} u^i u^k \equiv (u, u) = 1. \tag{22}$$

В случае безмассовых частиц:

$$\eta_{ik} u^i u^k \equiv (u, u) = 0. \tag{23}$$

- Найдем связь между компонентами 4-х мерного и 3-х мерного векторов скорости. Выполняя тождественное преобразование:

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds} \equiv \frac{dx^\alpha}{cdt}\frac{dx^4}{ds} \equiv \frac{v^\alpha}{c} u^4. \tag{24}$$

получим из соотношения нормировки:

$$u^4 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad u^\alpha = \frac{v^\alpha}{c}\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{25}$$

- Умножив вектор 4-х мерной скорости на mc, мы получим вектор 4-импульса:

$$p^i = mcu^i = \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad \frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow p^\alpha \approx mv^\alpha. \qquad (26)$$

- Возникает вопрос, а какой смысл имеет 4-я компонента этого импульса? Если мы умножим ее на скорость света, то получим величину размерности энергии:

$$E = cp^4 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (27)$$

- Посмотрим, во что переходит величина (27) при малых скоростях $v/c \to 0$. Разлагая правую часть (27) в ряд Тэйлора по малости этой величины, получим:

$$E \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2} + O(v/c)^4. \qquad (28)$$

- Таким образом, в первом приближении мы получим классическую формулу для кинетической энергии с постоянным слагаемым. Как мы знаем, в классической механике к энергии можно добавлять любую величину, поэтому для классической механики эта добавка не играет никакой роли, – она не обнаруживается никакими средствами классической механики.
- При равной нулю скорости мы получим из (27) знаменитую формулу Эйнштейна:

$$E_0 = mc^2. \qquad (29)$$

Величина E_0 называется энергией покоя тела.

- Умножив вектор 4-х мерной скорости на mc, мы получим вектор 4-импульса:

$$p^i = mcu^i = \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad \frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow p^\alpha \approx mv^\alpha. \qquad (26)$$

- Возникает вопрос, а какой смысл имеет 4-я компонента этого импульса? Если мы умножим ее на скорость света, то получим величину размерности энергии:

$$E = cp^4 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (27)$$

- Посмотрим, во что переходит величина (27) при малых скоростях $v/c \to 0$. Разлагая правую часть (27) в ряд Тэйлора по малости этой величины, получим:

$$E \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2} + O(v/c)^4. \qquad (28)$$

- Таким образом, в первом приближении мы получим классическую формулу для кинетической энергии с постоянным слагаемым. Как мы знаем, в классической механике к энергии можно добавлять любую величину, поэтому для классической механики эта добавка не играет никакой роли, – она не обнаруживается никакими средствами классической механики.
- При равной нулю скорости мы получим из (27) знаменитую формулу Эйнштейна:

$$E_0 = mc^2. \qquad (29)$$

Величина E_0 называется энергией покоя тела.

- Умножив вектор 4-х мерной скорости на mc, мы получим вектор 4-импульса:

$$p^i = mcu^i = \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad \frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow p^\alpha \approx mv^\alpha. \tag{26}$$

- Возникает вопрос, а какой смысл имеет 4-я компонента этого импульса? Если мы умножим ее на скорость света, то получим величину размерности энергии:

$$E = cp^4 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{27}$$

- Посмотрим, во что переходит величина (27) при малых скоростях $v/c \to 0$. Разлагая правую часть (27) в ряд Тэйлора по малости этой величины, получим:

$$E \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2} + O(v/c)^4 \tag{28}$$

- Таким образом, в первом приближении мы получим классическую формулу для кинетической энергии с постоянным слагаемым. Как мы знаем, в классической механике к энергии можно добавлять любую величину, поэтому для классической механики эта добавка не играет никакой роли, – она не обнаруживается никакими средствами классической механики.
- При равной нулю скорости мы получим из (27) знаменитую формулу Эйнштейна:

$$E_0 = mc^2. \tag{29}$$

Величина E_0 называется энергией покоя тела.

- Умножив вектор 4-х мерной скорости на mc, мы получим вектор 4-импульса:

$$p^i = mcu^i = \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad \frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow p^\alpha \approx mv^\alpha. \tag{26}$$

- Возникает вопрос, а какой смысл имеет 4-я компонента этого импульса? Если мы умножим ее на скорость света, то получим величину размерности энергии:

$$E = cp^4 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{27}$$

- Посмотрим, во что переходит величина (27) при малых скоростях $v/c \to 0$. Разлагая правую часть (27) в ряд Тэйлора по малости этой величины, получим:

$$E \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2} + O(v/c)^4. \tag{28}$$

- Таким образом, в первом приближении мы получим классическую формулу для кинетической энергии с постоянным слагаемым. Как мы знаем, в классической механике к энергии можно добавлять любую величину, поэтому для классической механики эта добавка не играет никакой роли, – она не обнаруживается никакими средствами классической механики.
- При равной нулю скорости мы получим из (27) знаменитую формулу Эйнштейна:

$$E_0 = mc^2. \tag{29}$$

Величина E_0 называется энергией покоя тела.

- Умножив вектор 4-х мерной скорости на mc, мы получим вектор 4-импульса:

$$p^i = mcu^i = \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad \frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow p^\alpha \approx mv^\alpha. \tag{26}$$

- Возникает вопрос, а какой смысл имеет 4-я компонента этого импульса? Если мы умножим ее на скорость света, то получим величину размерности энергии:

$$E = cp^4 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{27}$$

- Посмотрим, во что переходит величина (27) при малых скоростях $v/c \to 0$. Разлагая правую часть (27) в ряд Тэйлора по малости этой величины, получим:

$$E \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2} + O(v/c)^4. \tag{28}$$

- Таким образом, в первом приближении мы получим классическую формулу для кинетической энергии с постоянным слагаемым. Как мы знаем, в классической механике к энергии можно добавлять любую величину, поэтому для классической механики эта добавка не играет никакой роли, – она не обнаруживается никакими средствами классической механики.
- При
равной нулю скорости мы получим из (27) знаменитую формулу Эйнштейна:

$$E_0 = mc^2. \tag{29}$$

Величина E_0 называется энергией покоя тела.

- Умножив вектор 4-х мерной скорости на mc, мы получим вектор 4-импульса:

$$p^i = mcu^i = \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad \frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow p^\alpha \approx mv^\alpha. \tag{26}$$

- Возникает вопрос, а какой смысл имеет 4-я компонента этого импульса? Если мы умножим ее на скорость света, то получим величину размерности энергии:

$$E = cp^4 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{27}$$

- Посмотрим, во что переходит величина (27) при малых скоростях $v/c \to 0$. Разлагая правую часть (27) в ряд Тэйлора по малости этой величины, получим:

$$E \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2} + O(v/c)^4. \tag{28}$$

- Таким образом, в первом приближении мы получим классическую формулу для кинетической энергии с постоянным слагаемым. Как мы знаем, в классической механике к энергии можно добавлять любую величину, поэтому для классической механики эта добавка не играет никакой роли, – она не обнаруживается никакими средствами классической механики.
- При
равной нулю скорости мы получим из (27) знаменитую формулу Эйнштейна:

$$E_0 = mc^2.$$

Величина E_0 называется энергией покоя тела.

Импульс-энергия и формула Эйнштейна

- Умножив вектор 4-х мерной скорости на mc, мы получим вектор 4-импульса:

$$p^i = mcu^i = \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad \frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow p^\alpha \approx mv^\alpha. \tag{26}$$

- Возникает вопрос, а какой смысл имеет 4-я компонента этого импульса? Если мы умножим ее на скорость света, то получим величину размерности энергии:

$$E = cp^4 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{27}$$

- Посмотрим, во что переходит величина (27) при малых скоростях $v/c \to 0$. Разлагая правую часть (27) в ряд Тэйлора по малости этой величины, получим:

$$E \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2} + O(v/c)^4. \tag{28}$$

- Таким образом, в первом приближении мы получим классическую формулу для кинетической энергии с постоянным слагаемым. Как мы знаем, в классической механике к энергии можно добавлять любую величину, поэтому для классической механики эта добавка не играет никакой роли, – она не обнаруживается никакими средствами классической механики.
- При равной нулю скорости мы получим из (27) знаменитую формулу Эйнштейна:

$$E_0 = mc^2. \tag{29}$$

Величина E_0 называется энергией покоя тела.

- Умножив вектор 4-х мерной скорости на mc, мы получим вектор 4-импульса:

$$p^i = mcu^i = \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad \frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow p^\alpha \approx mv^\alpha. \tag{26}$$

- Возникает вопрос, а какой смысл имеет 4-я компонента этого импульса? Если мы умножим ее на скорость света, то получим величину размерности энергии:

$$E = cp^4 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{27}$$

- Посмотрим, во что переходит величина (27) при малых скоростях $v/c \to 0$. Разлагая правую часть (27) в ряд Тэйлора по малости этой величины, получим:

$$E \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2} + O(v/c)^4. \tag{28}$$

- Таким образом, в первом приближении мы получим классическую формулу для кинетической энергии с постоянным слагаемым. Как мы знаем, в классической механике к энергии можно добавлять любую величину, поэтому для классической механики эта добавка не играет никакой роли, – она не обнаруживается никакими средствами классической механики.
- При равной нулю скорости мы получим из (27) знаменитую формулу Эйнштейна:

$$E_0 = mc^2. \tag{29}$$

Величина E_0 называется энергией покоя тела.

- Умножив вектор 4-х мерной скорости на mc, мы получим вектор 4-импульса:
$$p^i = mcu^i = \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad \frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow p^\alpha \approx mv^\alpha. \tag{26}$$
- Возникает вопрос, а какой смысл имеет 4-я компонента этого импульса? Если мы умножим ее на скорость света, то получим величину размерности энергии:
$$E = cp^4 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{27}$$
- Посмотрим, во что переходит величина (27) при малых скоростях $v/c \to 0$. Разлагая правую часть (27) в ряд Тэйлора по малости этой величины, получим:
$$E \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2} + O(v/c)^4. \tag{28}$$
- Таким образом, в первом приближении мы получим классическую формулу для кинетической энергии с постоянным слагаемым. Как мы знаем, в классической механике к энергии можно добавлять любую величину, поэтому для классической механики эта добавка не играет никакой роли, – она не обнаруживается никакими средствами классической механики.
- При
равной нулю скорости мы получим из (27) знаменитую формулу Эйнштейна:

$$E_0 = mc^2. \tag{29}$$

Величина E_0 называется энергией покоя тела.

- Умножив вектор 4-х мерной скорости на mc, мы получим вектор 4-импульса:

$$p^i = mcu^i = \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1-v^2/c^2}}; \quad \frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow p^\alpha \approx mv^\alpha. \tag{26}$$

- Возникает вопрос, а какой смысл имеет 4-я компонента этого импульса? Если мы умножим ее на скорость света, то получим величину размерности энергии:

$$E = cp^4 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{27}$$

- Посмотрим, во что переходит величина (27) при малых скоростях $v/c \to 0$. Разлагая правую часть (27) в ряд Тэйлора по малости этой величины, получим:

$$E \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2} + O(v/c)^4. \tag{28}$$

- Таким образом, в первом приближении мы получим классическую формулу для кинетической энергии с постоянным слагаемым. Как мы знаем, в классической механике к энергии можно добавлять любую величину, поэтому для классической механики эта добавка не играет никакой роли, – она не обнаруживается никакими средствами классической механики.
- При
равной нулю скорости мы получим из (27) знаменитую формулу Эйнштейна:

$$E_0 = mc^2. \tag{29}$$

Величина E_0 называется энергией покоя тела.

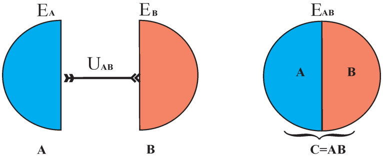
- 

Figure 4. Любое целое тело, C, составленное из отдельных частей A и B связывается ими некоторыми силами притяжения, соответствующими отрицательной потенциальной энергии взаимодействия. Чем больше значение энергии связи по абсолютной величине, тем прочнее составное тело.

- Поэтому полная энергия этого тела равна сумме полных энергий его частей и энергии взаимодействия:

$$E_{AB} = E_A + E_B + U_{AB}, \quad (U_{AB} < 0) \Rightarrow$$

$$M_{AB} = M_A + M_B - \Delta M_{AB}, \quad \Delta M_{AB} = -\frac{U_{AB}}{c^2}, \tag{30}$$

– величина ΔM_{AB} называется дефектом массы.

- Для обычных молекулярных и атомных связей, связывающих в единое целое твердое тело, энергия связи составляет порядка 1эв – (электроновольт) – энергия, приобретаемая электроном в электрическом поле 1 вольт. В системе CGSE (г/см/сек) эта величина составляет $1.6 \cdot 10^{-12}$эрг. Таким образом, дефект массы для связи твердого тела составляет порядка 10^{-33} г. Если учесть, что ядра атомов самых легких веществ (водорода) имеют массу порядка 10^{-24}г, то мы получим относительный дефект массы $\Delta M/M$ для твердых тел порядка 10^{-9}!!! Такого же порядка дефект массы и для химических связей.

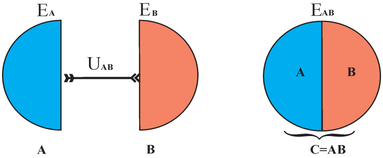
- 

Figure 4. Любое целое тело, C, составленное из отдельных частей A и B связывается ими некоторыми силами притяжения, соответствующими отрицательной потенциальной энергии взаимодействия. Чем больше значение энергии связи по абсолютной величине, тем прочнее составное тело.

- Поэтому полная энергия этого тела равна сумме полных энергий его частей и энергии взаимодействия:

$$E_{AB} = E_A + E_B + U_{AB}, \quad (U_{AB} < 0) \Rightarrow$$

$$M_{AB} = M_A + M_B - \Delta M_{AB}, \quad \Delta M_{AB} = -\frac{U_{AB}}{c^2}, \qquad (30)$$

– величина ΔM_{AB} называется дефектом массы.

- Для обычных молекулярных и атомных связей, связывающих в единое целое твердое тело, энергия связи составляет порядка 1эв – (электроновольт) – энергия, приобретаемая электроном в электрическом поле 1 вольт. В системе CGSE (г/см/сек) эта величина составляет $1.6 \cdot 10^{-12}$эрг. Таким образом, дефект массы для связи твердого тела составляет порядка 10^{-33} г. Если учесть, что ядра атомов самых легких веществ (водорода) имеют массу порядка 10^{-24}г, то мы получим относительный дефект массы $\Delta M/M$ для твердых тел порядка 10^{-9}!!! Такого же порядка дефект массы и для химических связей.

Дефект массы и распад частиц

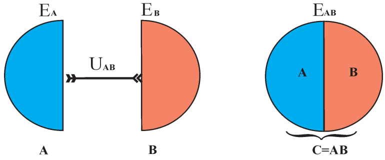


Figure 4. Любое целое тело, C, составленное из отдельных частей A и B связывается ими некоторыми силами притяжения, соответствующими отрицательной потенциальной энергии взаимодействия. Чем больше значение энергии связи по абсолютной величине, тем прочнее составное тело.

- Поэтому полная энергия этого тела равна сумме полных энергий его частей и энергии взаимодействия:

$$E_{AB} = E_A + E_B + U_{AB}, \quad (U_{AB} < 0) \Rightarrow$$

$$M_{AB} = M_A + M_B - \Delta M_{AB}, \quad \Delta M_{AB} = -\frac{U_{AB}}{c^2}, \tag{30}$$

– величина ΔM_{AB} называется дефектом массы.

- Для обычных молекулярных и атомных связей, связывающих в единое целое твердое тело, энергия связи составляет порядка 1эв – (электроновольт) – энергия, приобретаемая электроном в электрическом поле 1 вольт. В системе CGSE (г/см/сек) эта величина составляет $1.6 \cdot 10^{-12}$эрг. Таким образом, дефект массы для связи твердого тела составляет порядка 10^{-33} г. Если учесть, что ядра атомов самых легких веществ (водорода) имеют массу порядка 10^{-24}г, то мы получим относительный дефект массы $\Delta M/M$ для твердых тел порядка 10^{-9}!!! Такого же порядка дефект массы и для химических связей.

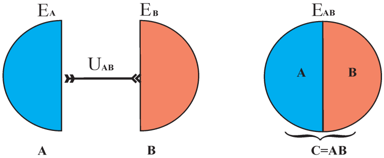
- 

Figure 4. Любое целое тело, C, составленное из отдельных частей A и B связывается ими некоторыми силами притяжения, соответствующими отрицательной потенциальной энергии взаимодействия. Чем больше значение энергии связи по абсолютной величине, тем прочнее составное тело.

- Поэтому полная энергия этого тела равна сумме полных энергий его частей и энергии взаимодействия:

$$E_{AB} = E_A + E_B + U_{AB}, \quad (U_{AB} < 0) \Rightarrow$$

$$M_{AB} = M_A + M_B - \Delta M_{AB}, \quad \Delta M_{AB} = -\frac{U_{AB}}{c^2}, \tag{30}$$

  – величина ΔM_{AB} называется дефектом массы.

- Для обычных молекулярных и атомных связей, связывающих в единое целое твердое тело, энергия связи составляет порядка 1эв – (электроновольт) – энергия, приобретаемая электроном в электрическом поле 1 вольт. В системе CGSE (г/см/сек) эта величина составляет $1.6 \cdot 10^{-12}$эрг. Таким образом, дефект массы для связи твердого тела составляет порядка 10^{-33} г. Если учесть, что ядра атомов самых легких веществ (водорода) имеют массу порядка 10^{-24}г, то мы получим относительный дефект массы $\Delta M/M$ для твердых тел порядка 10^{-9}!!! Такого же порядка дефект массы и для химических связей.