С. Н. Тронин, Л. Д. Гареева

ОБ ОПЕРАДНЫХ АНАЛОГАХ НЕКОТОРЫХ КЛЕТОЧНЫХ КОЛЕЦ

Рассмотрим матричную линейную операду $M = M(X, K)$ над полем K [1], и правое действие группы G на множестве X. По тому действию можно построить гомоморфизм операд $A : KG \to M$, такой, что $A(g_1, \dots, g_m)(x_1 \dots x_m, y) = \delta_{x_1 g_1, y} \dots \delta_{x_m g_m, y}$. ($KG(m) = K[G^m]$; эта операда изучена в [1]). Обозначим через $H_{X,G}(m)$ множество всех $C \in M(m)$ таких, что $A(g) \dots A(g) C = CA(g)$ для любого $g \in G$. $H_{X,G} = \{H_{G,X}(m) | m = 1, 2, \dots\}$ есть подоперада операды M. Эта конструкция является операдным обобщением алгебр смежности (клеточных колец) схем отношений, рассмотренных в [2], с.63. Допустим, что X есть полугруппа с единицей, а G действует так, что

$$(x_1 \cdot x_2) g = (x_1 g) \cdot (x_2 g), \quad 1g = 1.$$

Тогда в операде KX определена подоперада

$(KX)_G = \{(KX)_G(m) \subseteq KX(m) = K[X^m] | m = 1, 2, \dots\}$, где

$(KX)_G(m) = \{w \in K[X^m] | w^g = w$ для всех $g \in G\}$.

В частности, пусть $G = \Sigma_n$ (группа подстановок n-й степени), X — свободная коммутативная полугруппа с базисом $x_1, \dots, x_n$, и действие G на X таково, что $x_i \sigma = x_{\sigma(i)}$. Тогда $KX(m) \cong K[x_{1,1}, \dots, x_{1,n}, \dots, x_{m,1}, \dots, x_{m,n}]$, и $(KX)_{\Sigma_n} = \Lambda_{n,m}$ — кольцо мультисимметрических функций [3]. Рассмотрим в кольце $KX(m)$ идеал $I(m)$, порожденный всеми разностями $\prod_{i,j} x_{i,j}^{k_{i,j}} - \prod_{i,j} x_{i,j}^{s_{i,j}}$, где либо $k_{i,j} = s_{i,j}$, либо $k_{i,j} \equiv s_{i,j} \pmod 2$. Тогда $I = \{I(m) | m = 1, 2, \dots\}$ есть идеал операды KX, а группа Σ_n действует на $(KX/I)(m)$. Обозначим через $\Lambda_{n,m}^{(2)}$ подкольцо кольца $(KX/I)(m)$, состоящее из элементов, неподвижных относительно действия Σ_n. Тогда $\Lambda_n^{(2)} = \{\Lambda_{n,m}^{(2)} | m = 1, 2, \dots\}$ является операдой. Пусть $Y = \{\pm 1\}^n$, Σ_n действует на Y перестановкой компонент, P — полупрямое произведение Y и Σ_n. Группа P естественным образом действует на Y справа.

Теорема. $H_{Y,P} \cong \Lambda_n^{(2)} \cong (KY)_{\Sigma_n}$.

Работа выполнена при поддержке НИОКР АН РТ (проект №05.-5.1-284).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Тронин С.Н., Копп О.А. *Матричные линейные операды* // Изв. вузов. Математика. — 2000. — № 6. — С. 53–62.

2. Баннаи Э., Ито Т. *Алгебраическая комбинаторика. Схемы отношений.* — М.: Мир, 1987. — 375 с.

3. Dalbec J. *Multisymmetric Functions* // Beitrage zur Algebra und Geometrie. — 1999. — V. 40. — № 1. — P. 27–51.