

Алгоритм коррекции данных трехосевого магнетометра

Гайнутдинова Т.Ю., канд. техн. наук (КФУ, Казань),

Емалетдинова Л.Ю., доктор техн. наук (КНИТУ-КАИ)

tgainut@mail.ru

Предлагается трехшаговая вычислительная схема калибровки магнетометров на основе минимизации функционала с использованием дискретной схемы Ньютона. На основе сравнительного анализа существующих и предложенной вычислительных схем показывается, что предложенный подход позволяет произвести полную коррекцию данных, необходимых для определения азимута по магнитному полю Земли.

Ключевые слова. Алгоритм калибровки трехосевых сенсоров, дискретная схема Ньютона

ВВЕДЕНИЕ

Современные миниатюрные трехосевые магнетометры и акселерометры входят в состав различных устройств, предназначенных для навигации и входят в состав инерциальных навигационных систем (ИНС). Стандартный набор инерционных систем (ИС), содержащие кроме датчиков угловых скоростей трехосевые акселерометры и магнетометры, применяются в системах автоматического управления беспилотными аппаратами в комплексе со спутниковыми навигационными системами (СНС) [1].

Исходной частью всех навигационных расчетов является задача получения достоверных данных, получаемых с сенсоров, измеряющих параметры векторных полей: гравитационного или магнитного в нашем случае. Степень достоверности получаемых данных может определяться некоторыми необходимыми геометрическими условиями [4]. Так, например, три достоверные величины x, y, z , получаемые от идеального трехосевого магнетометра, должны удовлетворять уравнению сферы

$$\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} + \frac{z^2}{r^2} = 1, \quad (1)$$

где r – радиус сферы.

Если совершить последовательно три полных оборота относительно трех осей идеального трехосевого магнетометра, как показано на рис. 1,

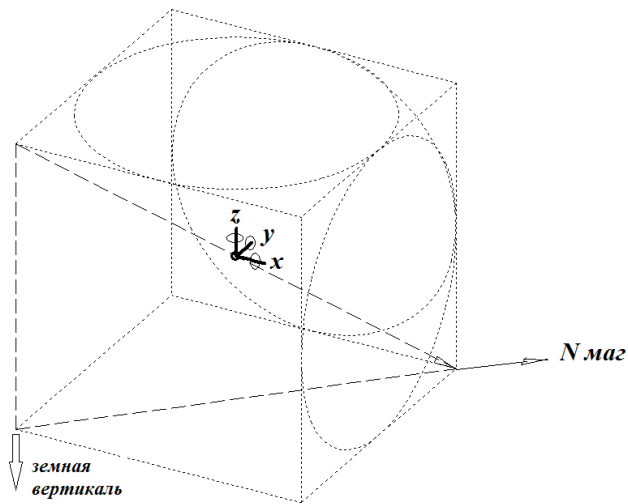


Рис.1. Идеальный трехосевой магнетометр

то полученные данные будут иметь вид, представленный на рисунке 2. На рисунке 3 показаны аналогичные данные, полученные с ИНС ADIS16480, прошедшую предварительную заводскую калибровку магнетометров, акселерометров, датчиков угловых скоростей и т.д. Можно видеть, что заводская калибровка магнетометров не обязательно будет сохраняет все свои свойства в условиях эксплуатации, отличных от заводских.

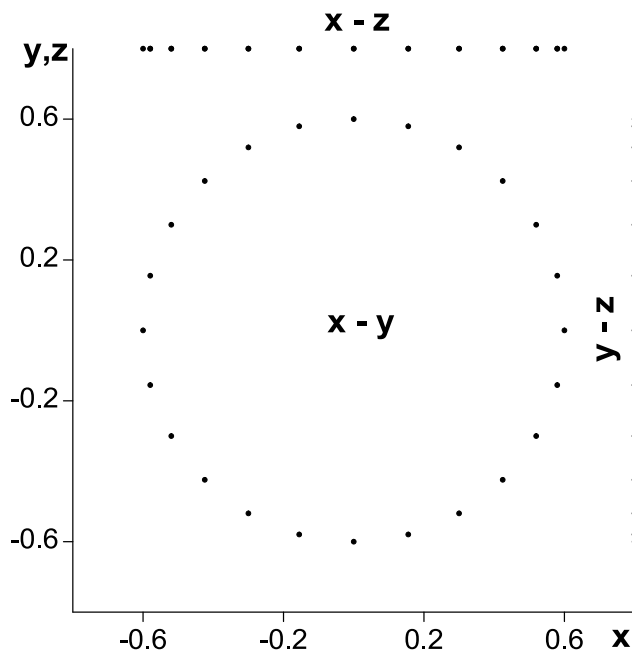


Рис. 2. Данные идеального трехосевого магнетометра

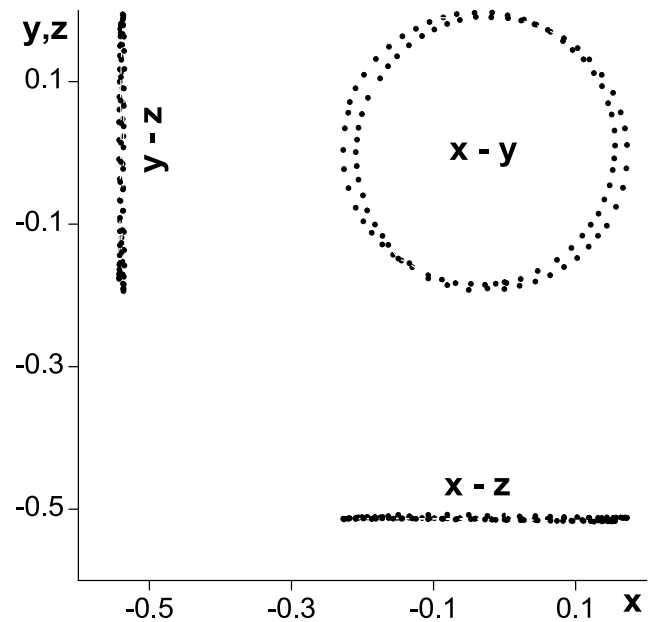


Рис.3. Данные магнетометра с предварительной заводской калибровкой

Для ИС ADIS16480, имеющей встроенный регистровый процессор, предусмотрена процедура коррекции данных магнетометра пользователем путем записи в соответствующие регистры значений S_{ij} по предложенной в инструкции схеме:

$$\begin{bmatrix} 1 + s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & 1 + s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & 1 + s_{33} \end{bmatrix}$$

На практике, для ненастроенных магнетометров или в случае искажения магнитного поля вблизи магнитных сенсоров, вызванного наличием магнитных или магнитопроводящих материалов, а также различием свойств магниторезисторных пленок, наблюдается довольно значительное отклонение данных от идеальных значений. В любом случае для подтверждения надежности получаемых данных требуется произвести калибровку в условиях эксплуатации. Задачей калибровки является выявление упомянутых выше отклонений и внесение соответствующих корректировок в получаемые с сенсоров данные. С различными подходами по решению данной проблемы и способами решения этой, нелинейной в общем случае, задачи можно ознакомиться в работах [2 - 9].

Постановка задачи. Рассмотрим общие положения, лежащие в основе решения поставленной задачи, и предлагаемые алгоритмы их реализации.

Обобщенная математическая модель зависимости "сырых" сенсорных данных (без учета шума) и "идеальных" принимается в виде следующего уравнения, например, [4]

$$x = [C]x_c + x_0, \quad (2)$$

где $x_c = (x_c, y_c, z_c)^T$ и $x = (x, y, z)^T$ - калиброванные и сенсорные данные, $x_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ - вектор смещения, $[C]$ - некоторая матрица – результат, определяющая изменение масштаба вдоль осей r_x, r_y, r_z , поворот и неортогональность направления сенсоров.

$$[C] = \begin{bmatrix} r_x & 0 & 0 \\ 0 & r_y & 0 \\ 0 & 0 & r_z \end{bmatrix} [R][Q],$$

где $[R]$ - матрица вращения (определяется углами $\theta_1, \theta_2, \theta_3$), $[Q]$ - учитывает неортогональность направления сенсоров.

В данном случае преобразование (2) будет определено пятнадцатью параметрами $s = [x_0, y_0, z_0, r_x, r_y, r_z, \theta_1, \theta_2, \theta_3, q_{12}, q_{13}, q_{21}, q_{23}, q_{31}, q_{32}]^T$.

Если уравнение (2) переписать в следующем виде:

$$x_c = [A](x - x_0), \quad (3)$$

где $[A] = [C]^{-1}$, и подставить его в (1), то получим уравнение:

$$(x - x_0)^T [A]^T [A] (x - x_0) = 1, \quad (4)$$

которое запишем так:

$$\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \right) = 1. \quad (5)$$

Коэффициенты уравнения a_{ij} могут быть определены методом наименьших квадратов (МНК). Наиболее удобным для вычислений коэффициентов a_{ij} нам показался подход, изложенный в [4] и немного измененный нами.

В соответствии с этим подходом уравнение (5) представляется в развернутом виде:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}(x^2 + y^2 - 2z^2)(\hat{a}_{11} - \hat{a}_{33}) + \frac{1}{3}(x^2 - 2y^2 + z^2)(\hat{a}_{11} - \hat{a}_{22}) + 2\hat{a}_{12}xy + 2\hat{a}_{13}xz + 2\hat{a}_{23}yz - \\ & - (2\hat{a}_{11}x_0 + 2\hat{a}_{12}y_0 + 2\hat{a}_{13}z_0)x - (2\hat{a}_{12}x_0 + 2\hat{a}_{22}y_0 + 2\hat{a}_{23}z_0)y - \\ & - (2\hat{a}_{13}x_0 + 2\hat{a}_{23}y_0 + 2\hat{a}_{33}z_0)z - \\ & - 1 \cdot \left(\frac{1}{u} - \hat{a}_{11}x_0^2 - 2\hat{a}_{12}x_0y_0 - 2\hat{a}_{13}x_0z_0 - \hat{a}_{22}y_0^2 - 2\hat{a}_{23}y_0z_0 - \hat{a}_{33}z_0^2 \right) = -\frac{1}{3}(x^2 + y^2 + z^2), \quad (6) \end{aligned}$$

где $u = a_{11} + a_{22} + a_{33}$, $\hat{a}_{ij} = a_{ij} / u$.

Далее при наличии пакета данных с трехосевого магнетометра $x_i, y_i, z_i, i = 1, m$, используемого для решения задачи, необходимо будет сформировать матричное уравнение в соответствии с МНК:

$$[\Lambda]s_{МНК} = e \quad (7)$$

где i – тая строка разрешающей матрицы МНК $[\Lambda]_{m \times 9}$ определяется так:

$$\left[\frac{1}{3}(x_i^2 + y_i^2 - 2z_i^2), \frac{1}{3}(x_i^2 - 2y_i^2 + z_i^2), 2x_i y_i, 2x_i z_i, 2y_i z_i, x_i y_i, y_i - 1 \right],$$

$$i = 1, m$$

i – тый элемент столбца e представлен суммой $\frac{1}{3}(x_i^2 + y_i^2 + z_i^2)$, столбец неизвестных $S_{МНК}$ представлен линейной комбинацией коэффициентов \hat{a}_{ij} .

Необходимое количество данных x_i, y_i, z_i с магнетометра получим, совершив не менее трех последовательных полных оборотов относительно трех независимых осей. Для этих целей аппаратная часть в наших исследованиях включала в себя плату с ИС ADIS16480, радиомодемы для передачи телеметрической информации с платы на наземную станцию.

После вычисления $e_{МНК}$ по схеме МНК

$$[\Lambda]^T [\Lambda] e_{МНК} = [\Lambda]^T e, \quad (8)$$

определим коэффициенты \hat{a}_{ij} , и, затем компоненты матрицы a_{ij} , а также вектор смещения, используя зависимости $e_{МНК}(1) = \hat{a}_{11} - \hat{a}_{33}$; $e_{МНК}(2) = \hat{a}_{11} - \hat{a}_{22}$;
 $\hat{a}_{11} + \hat{a}_{22} + \hat{a}_{33} = 1$; $e_{МНК}(3) = \hat{a}_{12}$; $e_{МНК}(4) = \hat{a}_{13}$; $e_{МНК}(5) = \hat{a}_{23}$;
 $e_{МНК}(6) = 2\hat{a}_{11}x_0 + 2\hat{a}_{12}y_0 + 2\hat{a}_{13}z_0$; $e_{МНК}(7) = 2\hat{a}_{12}x_0 + 2\hat{a}_{22}y_0 + 2\hat{a}_{23}z_0$;
 $e_{МНК}(8) = 2\hat{a}_{13}x_0 + 2\hat{a}_{23}y_0 + 2\hat{a}_{33}z_0$;
 $e_{МНК}(9) = \left(\frac{1}{u} - \hat{a}_{11}x_0^2 - 2\hat{a}_{12}x_0y_0 - \hat{a}_{13}x_0z_0 - \hat{a}_{22}y_0^2 - 2\hat{a}_{23}y_0z_0 - \hat{a}_{33}z_0^2 \right)$;

Далее матрицу $[A]$ в виде верхней треугольной можно получить разложением симметричной матрицы $[A]^T[A]$ с использованием схемы Холецкого. Нужно

только иметь в виду, что симметричная матрица имеет множества вариантов такого разложения. Действительно, если мы имеем матрицу вращения $[D]$ такую, что $[D]^T[D]=[E]$, и зададим $[\hat{A}]=[D][A]$, то получим:

$$[\hat{A}]^T[\hat{A}]=[A]^T[D]^T[D][A]=[A]^T[E][A]=[A]^T[A]. \quad (9)$$

Для преобразований данных магнетометра на первом шаге будем использовать только диагональные значения треугольной матрицы, определяющие преобразование эллипсоида в сферу.

В некоторых работах по данной теме предлагаются схемы разложения симметричной матрицы уравнения по собственным векторам. При этом собственные значения матрицы $[A]^T[A]$ определяют величины r_x^2, r_y^2, r_z^2 , а собственные векторы - матрицу вращений. В результате матрица преобразования $[A]$ может быть представлена следующим выражением:

$$A = \begin{bmatrix} \sqrt{r_x^2} & & & \\ & \sqrt{r_y^2} & & \\ & & \sqrt{r_z^2} & \\ & & & \begin{bmatrix} |s_{11}| & |s_{21}| & |s_{31}| \\ |s_{12}| & |s_{22}| & |s_{32}| \\ |s_{13}| & |s_{23}| & |s_{33}| \end{bmatrix}^T \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где s_i - собственные числа, (s_{i1}, s_{i2}, s_{i3}) - соответствующие собственные векторы матрицы $[A]^T[A]$.

Все эти подходы обладают определенными недостатками, но во всех случаях довольно точно вычисляется смещение x_0, y_0, z_0 и масштабные коэффициенты r_x, r_y, r_z , а повороты $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ можно вычислить только в случае отличающихся по величине значений $r_x \neq r_y \neq r_z$. Например, в случае заводской калибровки ИС ADIS16480 при $r_x \approx r_y \approx r_z$ собственные векторы матрицы $[A]^T[A]$ не позволяют определить матрицу поворота с приемлемой точностью. В связи с этим для получения всех калибровочных значений вектора s предлагается следующий алгоритм вычислений.

Применим дискретную схему Ньютона для вычисления поворотов $\theta_1, \theta_2, \theta_3$. Проведем численный эксперимент. Возьмем данные "идеального" магнетометра с рисунка 2, искадим их введением масштабных коэффициентов r_x, r_y, r_z , поворотами $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, смещением x_0, y_0, z_0 (показаны на рисунке 4а), а затем восстановим по приведенной выше схеме (показаны на рисунке 4б,в).

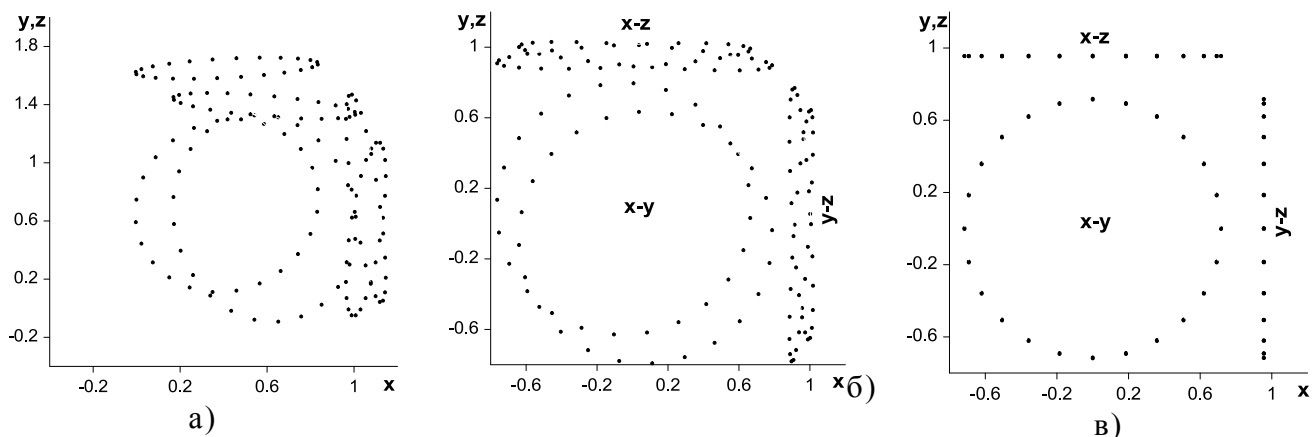


Рис.4 Процесс восстановления данных магнетометра

Из рисунке 4б,в видно, что для полного восстановления "идеальных" данных достаточно на втором шаге калибровки определить параметры $\theta_1, \theta_2, \theta_3$.

Если сравнить рисунок 4в и рисунок 4б, то можно предложить следующую схему таких вычислений. Прежде всего, данные, обозначенные на рисунках $x-y$, должны быть получены с соответствующих сенсоров при вращении трехосевого магнетометра относительно оси z , направленной вертикально вниз, данные $x-z$ и $y-z$ соответствуют вертикальной оси вращения y и x соответственно. Тогда в качестве необходимого условия для определения $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ можно предложить следующий функционал:

$$J_{(\theta_1, \theta_2, \theta_3)} = (z_{\max} - z_{\min})_{\text{вращ}_z}^2 + (y_{\max} - y_{\min})_{\text{вращ}_y}^2 + (x_{\max} - x_{\min})_{\text{вращ}_x}^2, \quad (11)$$

минимум которого и должен определить решение $\theta_1, \theta_2, \theta_3$.

Дискретная схема подразумевает использование конечно-разностных формул для вычисления производных и численное (не аналитическое) определение элементов следующего матричного уравнения итерационного процесса уточнения нелинейного решения методом Ньютона

$$(\theta_1, \theta_2, \theta_3)^T_{(n+1)} = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)^T_{(n)} - \left[\frac{d^2 J_{(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}}{d[(\theta_1, \theta_2, \theta_3)^T]^2} \right]^{-1} \frac{dJ_{(\theta_1, \theta_2, \theta_3)}}{d(\theta_1, \theta_2, \theta_3)^T}. \quad (12)$$

При надлежащей организации вычислений решение может быть получено за несколько итераций. Окончательный итог восстановленных данных приведен на рисунке 4в. Заметим, что при разложении матрицы $[A]^T[A]$ по схеме Холецкого нами дополнительно производилось приведение одного из масштабных коэффициентов r_x, r_y, r_z (минимального или максимального) к единице, поскольку существенным является отношение этих коэффициентов, а не их абсолютные значения.

Данные магнитометра, приведенные на рисунке 3, свидетельствуют о проведенной хорошей заводской калибровке для первого шага по определению $x_0, y_0, z_0, r_x, r_y, r_z$ и недостаточной для второго шага по расчету $\theta_1, \theta_2, \theta_3$. На рисунке 5 приведены результаты поэтапной повторной калибровки магнетометра в составе ИС ADIS16480: на рисунке 5а приведены полученные сенсорные данные; на рисунке 5б - данные после первого шага калибровки; на рисунке 5в - после второго шага калибровки. Видно, что именно на втором шаге отмечается заметная коррекция данных, рисунок 5в.

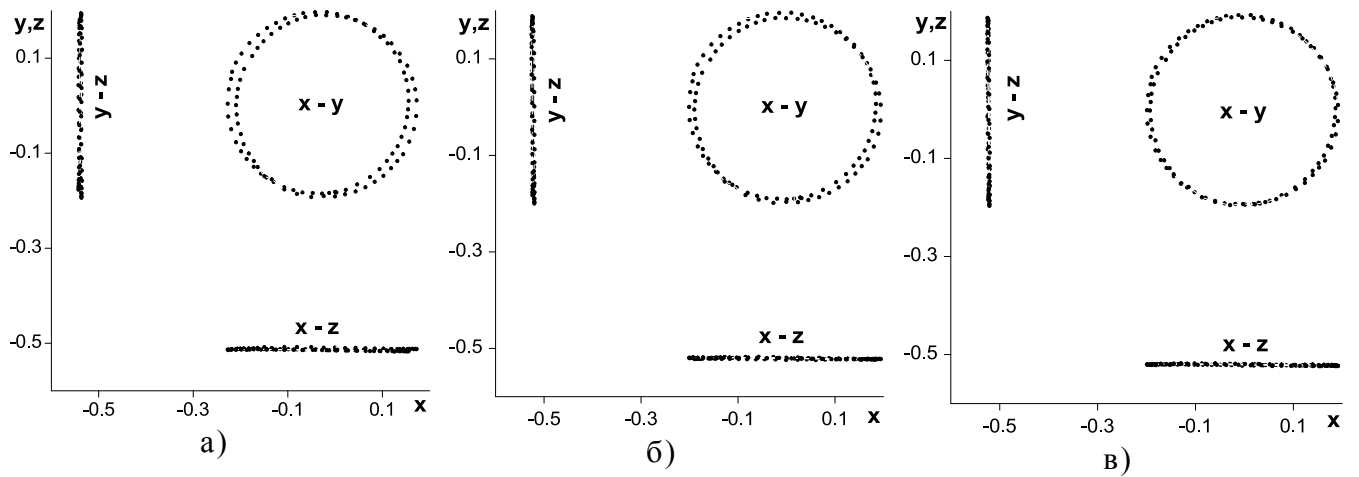


Рис.5. Процесс калибровки магнетометра ИНС ADIS16480

Необходимо отметить, что если для первого шага калибровки данные с магнетометра могут быть получены при совершении трех последовательных полных оборотов относительно трех несовпадающих осей, то для второго шага калибровки необходимо, чтобы эти оси вращения были поочередно направлены строго по вертикали. Полученные значения элементов корректирующей матрицы, которые должны быть записаны в соответствующие регистры встроенного процессора, в данном случае определяются следующими величинами

$$\begin{bmatrix} 1 + s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & 1 + s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & 1 + s_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0068 & 0.003901 & -0.019 \\ -0.0057445 & 1.01227 & 0.006681 \\ 0.003604 & -0.006337 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Третий шаг калибровки заключается в определении возможной неортогональности сенсоров трехосевого магнетометра. С учетом вероятной малости этих углов (даже самые недорогие магнетометры имеют отклонение от ортогональности осей магниторезисторных пленок) не более 1,5 градусов) диагональные элементы матрицы можно положить равными единице и вычислить только 6 внедиагональных элементов матрицы $[Q]q_{ij}, (i \neq j)$. Для этой цели также будем использовать условие (11)

$$J_{(q_{ij})} = (z_{\max} - z_{\min})_{\text{вращ}_z}^2 + (y_{\max} - y_{\min})_{\text{вращ}_y}^2 + (x_{\max} - x_{\min})_{\text{вращ}_x}^2$$

и схему Ньютона:

$$(q_{ij})^T_{(n+1)} = (q_{ij})^T_{(n)} - \left[\frac{d^2 J_{(q_{ij})}}{d[(q_{ij})^T]^2} \right]^{-1} \frac{dJ_{(q_{ij})}}{d(q_{ij})^T} \quad (14)$$

При надлежащей организации вычислений по схеме Ньютона (14) обеспечивается сходимость процесса уточнения решения за несколько итераций.

В качестве иллюстрации на рисунке ба,б показаны результаты калибровки после второго и третьего шага.

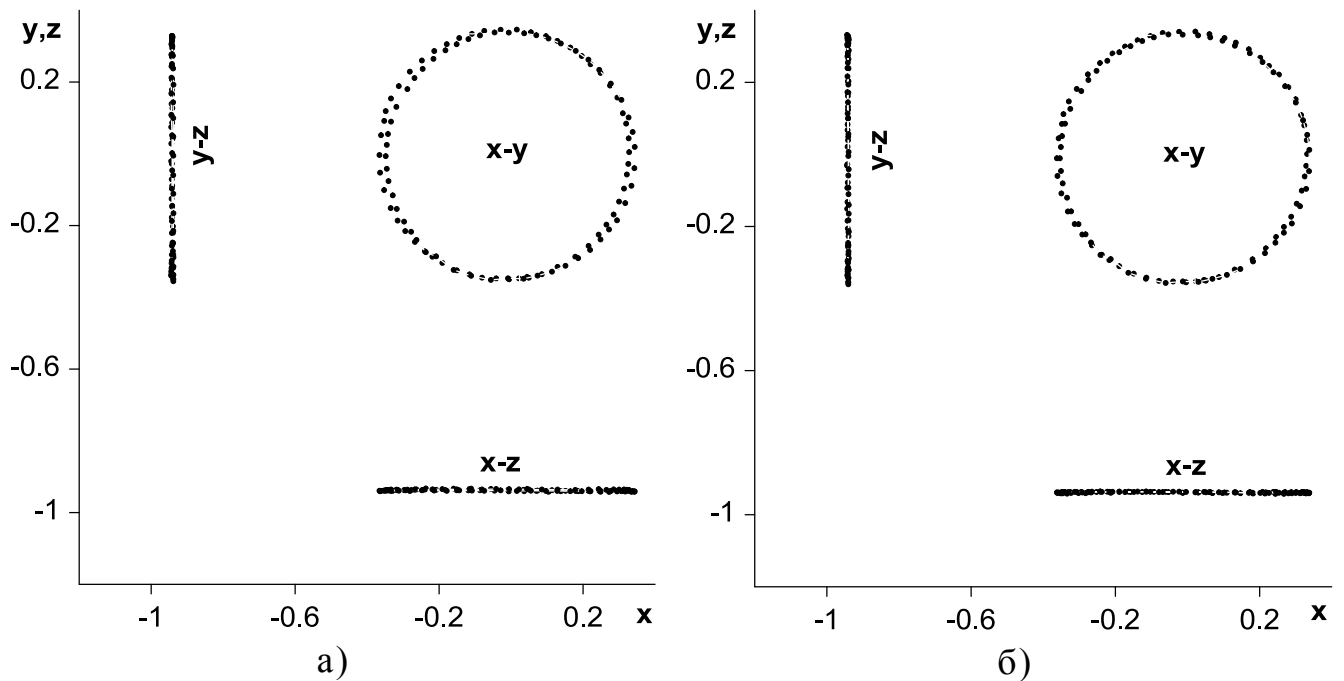


Рис.6 Второй и третий шаг процесса калибровки

Полученные в результате третьего шага калибровки значения q_{ij} определяют матрицу, учитывающую неортогональность сенсоров магнетометра

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 0.0061 & -0.0039 \\ 0.0054 & 1.0 & 0.0055 \\ -0.0032 & 0.0057 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Столь незначительные отклонения от ортогональности объясняются тем, что ИНС ADIS16480 относится к высококачественным изделиям и проходит заводскую калибровку. Для магнетометров бытового назначения эти отклонения бывают довольно значительные.

ВЫВОДЫ

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. вычислительная схема калибровки трехстепенного магнетометра с использованием разложения симметричной матрицы уравнения (5) по алгоритму Холецкого не обеспечивает полной коррекции данных магнетометра;

2. вычислительные схемы и использованием разложения симметричной матрицы уравнения (5) по собственным векторам не позволяют осуществить полную коррекцию данных в случаях близких значений масштабных коэффициентов r_x , r_y , r_z ;

3. вычислительная схема второго шага калибровки трехосевого магнетометра на основе минимизации предложенного функционала (11) с использованием дискретного метода Ньютона позволяет произвести удовлетворительную коррекцию данных, необходимых для определения азимута по магнитному полю Земли;

4. вычислительная схема третьего (заключительного) шага калибровки обеспечивает дополнительную коррекцию данных, связанную с возможной неортогональностью сенсоров трехосевого магнетометра.

Список литературы

1. Красильщикова, М.Н. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов /Под ред. Красильщикова М.Н., Себрякова Г.Г. — М.: Физматлит, 2009, 556 с.

2. John, L. Crassidis, Kok-Lam Lai, Richard R. Harman Real-time attitude-independent three-axis magnetometer calibration J. Guidance Control Dynam., 28 (1) (2005), pp. 115–120.

3. Roberto Alonso, Malcolm D. Shuster Attitude-independent magnetometer-bias determination: a survey J. Astronaut. Sci., 50 (4) (2002), pp. 453–457.

4. Turner D.A., Anderson I.J., Mason J.C., An algorithm for fitting an ellipsoid to data, Technical Report. RR9803, School of Computing and Mathematics, University of Huddersfield, 1999.

5. Elkaim G.H. & Foster C. "Extension of a Non-Linear, Two-Step Calibration Methodology to Include Non-Orthogonal Sensor Axes." *Journal of Aerospace Electronic Systems*, Vol. 44, No. 3: pp. 1070-1078, 2008.

6. Gebre-Egziabher D, Elkaim G.H, Powell J.D & Parkinson B.W. "Calibration of Strapdown Magnetometers in Magnetic Field Domain." *ASCE Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 19, No. 2: pp. 87-102, 2006.

7. Vasconcelos, J.F, Elkaim G, Silvestre C, Oliveira P & Cardeira B. "A Geometric Approach to Strapdown Magnetometer Calibration in Sensor Frame". 2nd IFAC Workshop on Navigation, Guidance and Control of Underwater Vehicles, Killaloe, Ireland, April 2008.

9. Elkaim, G.H. & Foster C. "Extension of a Non-Linear, Two-Step Calibration Methodology to Include Non-Orthogonal Sensor Axes." *Journal of Aerospace Electronic Systems*, Vol. 44, No. 3: pp. 1070-1078, 2008.

Статья представлена в редакцию 25.12.2015

Сведения об авторах.

Гайнутдинова Татьяна Юрьевна - к.т.н., доцент Казанского федерального университета.

Гайнутдинова Анна Владимировна - программист ICL

One Nonlinear Tri-step Magnetometer Calibration algorithm

T. Ju. Gainutdinova, PhD (PFU, Kazan),

A.V. Gainutdinova., engineer-programmer (ICL, Kazan)

tgainut@mail.ru

Abstract. This paper describes one numerical procedure for calibrating three-axis magnetometers (accelerometers). Three-step techniques of magnetometer calibration is developed. The first calibration step is solved by using the standard least squares linear estimation techniques and calculate the deviation and the combined scale factors values of the sensor. Second step is based on Newton discrete scheme and is solved algebraically. Error parameters of rotation circle to become an ellipse are derived. Third step is based on the functional minimization by numerical discrete Newton scheme. Sensors misalignment error is defined as an angles between the magnetic sensor sensing axes and the device body axes.

Key words. Three-step techniques of 3 - axis sensors calibration, Newton discrete scheme