ВАРИАНТЫ МНОЖЕСТВЕННОСТИ В ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ИСТОРИКО-МЕТОДИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

Гильмуллин Мансур Файзрахманович
кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики и прикладной информатики,
Елабужский институт Казанского федерального университета,
Россия, г. Елабуга, gilt_edged@mail.ru

Аннотация. *В статье приводятся результаты исследования методической системы обучения истории математики. Актуальной проблемой является подготовка будущих учителей математики к формированию культурно-исторической среды обучения математике в школе в соответствии с новыми стандартами образования. Одним из основных средств является решение учебных историко-методических задач в условиях множественности.*
Ключевые слова: *подготовка учителей математики, метапредметные результаты обучения, учебные историко-методические задачи, множественный выбор.*

THE OPTIONS OF MULTIPLICITY IN HISTORICAL-MATHEMATICAL AND HISTORICAL-METHODOLOGICAL PROBLEMS

Annotation. *The article presents the research results of methodical system of learning mathematics history. The actual problem is the training of future mathematics teachers to the formation of the cultural-historical environment of learning mathematics in school in accordance with the new education standards. One of the main tools is the solution of training historical-methodological problems in the conditions of multiplicity.*
Keywords: *mathematics teacher training, metasubject results of training, training historical-methodological problems, multiple choice.*

В процессе перехода на новые стандарты математического образования в школе и вузе возникла проблема разработки новой методической системы обучения математике в «культурно-исторической среде». Потенциал истории математики может быть с успехом использован для формирования трудовых действий учителя математики.

«Культурно-историческая среда обучения математике» определяется нами как среда, в которой обучающиеся усваивают «постоянные величины» математической культуры с учётом их изменений и применений в жизненных ситуациях и науке. Обучение в этой среде будет решать многие вопросы достижения обучающимися результатов освоения основной образовательной программы, причем не только предметных, но и метапредметных, а также личностных.

Требования к метапредметным результатам включают, в частности, «освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике, самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, построение индивидуальной образовательной траектории» [6, с.7]. В результате, возникают вопросы о формах и средствах формирования метапредметных результатов обучения, таких, как:

– умение ставить и формулировать для себя новые задачи в учёбе и познавательной деятельности;

– умение планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

– умение соотносить свои действия с планируемыми результатами;

– владение основами самоконтроля, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности и др.

Основной процедурой оценки достижения метапредметных результатов стандарты общего образования предлагают защиту итогового индивидуального проекта. В проектных работах предполагается решение определённых проблемных ситуаций.

Обучение решению таких ситуаций можно осуществлять на учебных задачах с множественным выбором. Чаще всего на практике используются задачи с множественным выбором ответов и решений. Но существуют и другие формы, например, задачи с множественным выбором вопросов. В них возможные постановки вопроса образуют спектр правильных и неправильных умозаключений, вытекающих из заданных условий [4, с.4].

В качестве примера классической историко-математической задачи с множественным выбором решения можно назвать поиск и анализ различных способов доказательства теоремы Пифагора, а также решение проблемных ситуаций и задач, возникающих вокруг неё.

Доказательства теоремы Птолемея и её применение при решении задач геометрии окружности является примером множественности решений историко-математических задач. На разных этапах развития математики учёные получали всё новые и новые способы, основываясь на открывшиеся знания о предмете. Соответствующие задания могут быть сформулированы и перед новыми поколениями обучающихся. Более того, теперь требуется, чтобы они сами формулировали эти и другие проблемы и совместно решали их в процессе учебной деятельности.

В.А. Тестов утверждает, что овладение учащимися математическими схемами мышления эффективно формируются в процессе решения соответствующих типов нестандартных задач [5]. Он предлагает новые типы задач в обучении: обратные и некорректные, поисковые, с недостающими (недоопределёнными) или избыточными (переопределенными) данными. Они требуют принятия решений в условиях неопределённости, даже противоречивости.

Аналогом решения взаимно обратных задач в истории математики можно считать первое крупное математическое достижение Эпохи Возрождения, превзошедшее открытия предыдущих поколений математиков – общее решение кубических уравнений в радикалах (С. Ферро, Н. Фонтана, И. Кардано, Л. Феррари, Р. Бомбелли). Они рассматривали и отрицательные числа, называя их «вымышленными», но были не в состоянии что-либо сделать в так называемом «неприводимом» случае кубического уравнения $x^3 + q = px$, когда налицо три корня, но они получаются в виде суммы чисел, называемых теперь мнимыми. Эта трудность была преодолена последним из больших болонских математиков XVI в. Р. Бомбелли. Он ввел последовательную теорию мнимых и комплексных чисел. Отныне комплексные числа потеряли сверхъестественность, хотя их полное признание произошло только в XIX в. Таким образом, комплексные числа были введены при решении кубических уравнений, а не квадратных, о чем часто утверждают в учебниках.

Потребность в использовании таких задач и исследований в обучении математике ощущается всё более явственно. Это связано с потребностями современной науки, технологий и высшего образования. Хотя дидактическая целесообразность таких форм работы с задачами отмечаются уже у классиков методики обучения математике. Известная таблица Д. Пойа «Как решать задачу» [3, с.202-204] превосходно описывает технологию «разложения задания в спектр разнообразных задач». Подобную технологию можно применить и в других методических системах. Мы же применяем её в историко-методической подготовке будущих учителей.

Инструментом обучения способам деятельности в новых методиках обучения являются учебные задачи. Цель и результат выполнения любой учебной задачи – изменение субъекта деятельности, а не ее предмета (учебного материала), т.е. «выращивание» каких-то необходимых субъекту личностных качеств. Тогда учебный материал – это средство деятельности субъекта, средство его личностного изменения. В традиционной постановке цель обучения иная: обучающийся должен усвоить учебный материал на некотором уровне. Проблема как раз и видится в том, чтобы средством, хотя традиционно и считающимся полезным «для всех» («программный материал»), не подменять цель.

В предлагаемой нами методической системе обучения истории математики в качестве важного средства формирования элементов математико-методической культуры будущего учителя используется система учебных ситуаций. Они порождают аналоги описанных выше задач с множественным выбором вопросов и ответов, нестандартных методико-математических, исследовательских задач.

Учебная ситуация – это определенное сочетание условий, которые могут сложиться в учебном процессе или могут быть созданы преподавателем для достижения намеченных образовательных результатов с использованием соответствующих средств [2]. Это обычно совокупность противоречий, требующих разрешения. Мы используем учебные ситуации, представляющие интерес с точки зрения формирования исторического компонента математико-методической культуры. Нами они названы учебными ситуациями профессионального развития (УСПР).

Базой и инструментом создания УСПР является некоторое произведение культуры – элемент математической культуры, представленный в любом из его возможных воплощений, например, математические и культурно-исторические тексты. Организующим ядром УСПР является учебная историко-методическая задача (УИМЗ). УИМЗ является материализацией УСПР в форме конкретной задачи с историко-математическим содержанием и содержащая систему заданий, раскрывающих совокупность противоречий данной УСПР, а их успешное выполнение реализует в определенной степени достижение намеченных образовательных результатов. УИМЗ составляется из двух компонентов: некоторого массива содержательных данных и совокупности формирующих или развивающих заданий для обучающихся, согласованных с предметными данными. Для описания массива данных обычно используются слова: «Дано», «Известно».

Конкретизированные задания подобных типов УСПР и УИМЗ составляются по следующей схеме: (1) определяется система взаимосвязанных качеств, формирование которых запланировано на серию занятий или на весь курс обучения (тип УСПР); (2) эти качества переводятся в форму общих вопросов: что нужно сделать для формирования нужных качеств? (3) используя намеченный к изучению программный материал, подбирается необходимый массив содержательных исторических данных и на него налагается серия сформулированных ранее или других вопросов.

Решение УИМЗ включает следующие этапы: 1) осмысление и вхождение в ситуацию; 2) актуализация математических, историко-математических, специальных знаний, необходимых для ответа на вопросы заданий; 3) выбор, выполнение или конструирование соответствующих действий; 4) выбор средств и методов; 5) составление ответов на вопросы заданий; 6) рефлексивный анализ проделанных действий; 7) оценка адекватности полученных результатов данной ситуации; 8) выбор позиции по данной ситуации; 9) оценка результатов своей деятельности, перенос в новые условия.

Нами исследованы 10 типов УСПР, направленных на формирование определённых типов качеств. Рассмотрим следующую ситуацию, относящуюся к типу УСПР: понимание персоналистского потенциала математики; проникновение в «лабораторию творчества».

Дано: математик, имя которого встречается при изучении истории математики (особенно тех математиков, которые внесли существенный вклад в развитие классических разделов математики). Как кратко и ёмко охарактеризовать его личность и творчество в предлагаемой ситуации?

Задания. 1. Определите историческую эпоху жизни математика. Как идентифицировать эту эпоху? 2. Кратко охарактеризуйте путь жизни ученого. Обратите внимание на обстоятельства, которые привели его в математику. 3. Характеристика научного творчества. Основные труды и достижения. Именные теоремы и задачи. 4. Вклад в культуру. Характеристика личности. Какие качества личности этого ученого можете отметить как воспитательные качества? 5. Определите, какое отношение имеет его научная деятельность к разделам школьной математики. 6. Напишите эссе об этом математике.

Ситуация этого типа УСПР используется для формирования понимания роли личности в развитии математики и математического образования. Задания УИМЗ формулируются для конкретного математика.

В качестве примера рассмотрим следующую «юбилейную» ситуацию.

Дано: 2017 год – год двойного юбилея математики: 240-летие со дня рождения К.Ф. Гаусса и 225-летие Н.И. Лобачевского. Они творили в начале периода современной математики. Пересекались ли их научные пути?

Задания:

1. Проанализируйте ситуацию по заданиям УСПР.

2. Можете ли вы назвать общего учителя Гаусса и Лобачевского?

3. В каких областях математики и других наук были общие научные интересы Гаусса и Лобачевского?

4. Какие проблемы древнегреческой математики решены Гауссом и Лобачевским?

5. Можете ли вы назвать неофициальные титулы Гаусса и Лобачевского, оценивающие их математические заслуги?

6. Назовите причины упущения Гауссом многих научных приоритетов: неевклидова геометрия, эллиптические функции, теория кватернионов, закон распределения простых чисел и др.

7. Какова была оценка и реакция Гаусса на исследования Лобачевского?

8. Стойкость Лобачевского в борьбе за свои идеи приводится как яркий пример научной смелости. В чём выражается эта стойкость?

9. Мы знаем Н.И. Лобачевского больше как гениального геометра, ученого-математика. Известный историк математики Б.В. Болгарский считает Н.И. Лобачевского основоположником Казанской методико-математической школы [1]. Можете ли вы назвать признаки этой школы?

Учебные историко-методические задачи имеют признаки, как множественных задач математики, так и нестандартных, переопределённых задач с неоднозначным решением. Фактически, полное решение этих задач в данной ситуации является выполнением исследовательского проекта.

СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Болгарский Б.В.* Казанская школа математического образования (в характеристиках ее главнейших деятелей). Часть I. – Казань: Тип. «Татполиграф», 1967.

2. *Гильмуллин М.Ф.* Учебные ситуации и задачи профессионального развития будущего учителя математики при обучении истории математики // Ярославский педагогический вестник. Гуманитарные науки: научный журнал. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2010. №1. С. 62-68.

3. *Пойа Д.* Как решать задачу. Пособие для учителей. – М.: Госуд. учебно-пед. изд-во, 1959.

4. *Седова Е.А.* Задачи с множественным выбором решения // Математика в школе. – 2016. №9-10. С. 4-9.

5. *Тестов В.А.* Новые типы задач в обучении математике // Задачи в обучении математике, физике и информатике: теория, опыт, инновации: материалы II Международной научно-практической конференция, посвященной 125-летию П.А. Ларичева. – Вологда, 2017. С. 83-86.

6. *Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования.* – М.: Просвещение, 2011.