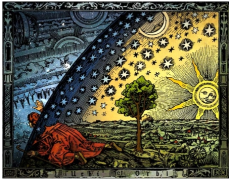
Математические модели теоретической физики

(математика и компьютерные науки)

Математические основы физики

(математика и информатика)

профессор Игнатьев Юрий Геннадиевич



Казанский федеральный университет
Институт математики и механики
им. Н.И. Лобачевского
Кафедра высшей математики и математического моделирования

Казань, VI-VII семестр, 2015 г.

Содержание лекции

- Разложение тензора Римана по слабости гравитационного поля
- Разложение тензора энергии - импульса
- Уравнения линейной теории гравитации и их решения
- Гравитационные волны

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Дж. Синг. Общая теория относительности. М: Наука – любое издание, начиная с 1963 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве: учебное пособие. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. — *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf*>
4. Игнатьев Ю.Г. Математические модели теоретической физики. Лекция XV. Принципы релятивистской теории гравитации (Lection14.pdf) -— *http://kpfu.ru/main?p_id=28384*
5. Игнатьев Ю.Г. Теория возмущений гравитационного поля // Гравитация и теория относительности. – Вып. 10-11, Казань:КГУ. – 1976. – с. 195 – 201.

Содержание лекции

- Разложение тензора Римана по слабости гравитационного поля
- Разложение тензора энергии - импульса
- Уравнения линейной теории гравитации и их решения
- Гравитационные волны

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Дж. Синг. Общая теория относительности. М: Наука – любое издание, начиная с 1963 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве: учебное пособие. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. — *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf*>
4. Игнатьев Ю.Г. Математические модели теоретической физики. Лекция XV. Принципы релятивистской теории гравитации (Lection14.pdf) -— *http://kpfu.ru/main?p_id=28384*
5. Игнатьев Ю.Г. Теория возмущений гравитационного поля // Гравитация и теория относительности. – Вып. 10-11, Казань:КГУ. – 1976. – с. 195 – 201.

Содержание лекции

- Разложение тензора Римана по слабости гравитационного поля
- Разложение тензора энергии - импульса
- Уравнения линейной теории гравитации и их решения
- Гравитационные волны

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Дж. Синг. Общая теория относительности. М: Наука – любое издание, начиная с 1963 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве: учебное пособие. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. — *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf>*
4. Игнатьев Ю.Г. Математические модели теоретической физики. Лекция XV. Принципы релятивистской теории гравитации (Lection14.pdf) -— *http://kpfu.ru/main?p_id=28384*
5. Игнатьев Ю.Г. Теория возмущений гравитационного поля // Гравитация и теория относительности. – Вып. 10-11, Казань:КГУ. – 1976. – с. 195 – 201.

Лекция XVI: Линейное приближение общей теории относительности

Содержание лекции

- Разложение тензора Римана по слабости гравитационного поля
- Разложение тензора энергии - импульса
- Уравнения линейной теории гравитации и их решения
- Гравитационные волны

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Дж. Синг. Общая теория относительности. М: Наука – любое издание, начиная с 1963 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве: учебное пособие. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. — *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf*>
4. Игнатьев Ю.Г. Математические модели теоретической физики. Лекция XV. Принципы релятивистской теории гравитации (Lection14.pdf) -— *http://kpfu.ru/main?p_id=28384*
5. Игнатьев Ю.Г. Теория возмущений гравитационного поля // Гравитация и теория относительности. – Вып. 10-11, Казань:КГУ. – 1976. – с. 195 – 201.

Лекция XVI: Линейное приближение общей теории относительности

Содержание лекции

- Разложение тензора Римана по слабости гравитационного поля
- Разложение тензора энергии - импульса
- Уравнения линейной теории гравитации и их решения
- Гравитационные волны

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Дж. Синг. Общая теория относительности. М: Наука – любое издание, начиная с 1963 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве: учебное пособие. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. — *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf*>
4. Игнатьев Ю.Г. Математические модели теоретической физики. Лекция XV. Принципы релятивистской теории гравитации (Lection14.pdf) -— *http://kpfu.ru/main?p_id=28384*
5. Игнатьев Ю.Г. Теория возмущений гравитационного поля // Гравитация и теория относительности. – Вып. 10-11, Казань:КГУ. – 1976. – с. 195 – 201.

Лекция XVI: Линейное приближение общей теории относительности

Содержание лекции

- Разложение тензора Римана по слабости гравитационного поля
- Разложение тензора энергии - импульса
- Уравнения линейной теории гравитации и их решения
- Гравитационные волны

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Дж. Синг. Общая теория относительности. М: Наука – любое издание, начиная с 1963 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве: учебное пособие. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. — *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf>*
4. Игнатьев Ю.Г. Математические модели теоретической физики. Лекция XV. Принципы релятивистской теории гравитации (Lection14.pdf) -— *http://kpfu.ru/main?p_id=28384*
5. Игнатьев Ю.Г. Теория возмущений гравитационного поля // Гравитация и теория относительности. – Вып. 10-11, Казань:КГУ. – 1976. – с. 195 – 201.

Содержание лекции

- Разложение тензора Римана по слабости гравитационного поля
- Разложение тензора энергии - импульса
- Уравнения линейной теории гравитации и их решения
- Гравитационные волны

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Дж. Синг. Общая теория относительности. М: Наука – любое издание, начиная с 1963 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве: учебное пособие. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. — *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf>*
4. Игнатьев Ю.Г. Математические модели теоретической физики. Лекция XV. Принципы релятивистской теории гравитации (Lection14.pdf) -— *http://kpfu.ru/main?p_id=28384*
5. Игнатьев Ю.Г. Теория возмущений гравитационного поля // Гравитация и теория относительности. – Вып. 10-11, Казань:КГУ. – 1976. – с. 195 – 201.

Содержание лекции

- Разложение тензора Римана по слабости гравитационного поля
- Разложение тензора энергии - импульса
- Уравнения линейной теории гравитации и их решения
- Гравитационные волны

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Дж. Синг. Общая теория относительности. М: Наука – любое издание, начиная с 1963 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве: учебное пособие. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. — *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf*>
4. Игнатьев Ю.Г. Математические модели теоретической физики. Лекция XV. Принципы релятивистской теории гравитации (Lection14.pdf) -— *http://kpfu.ru/main?p_id=28384*
5. Игнатьев Ю.Г. Теория возмущений гравитационного поля // Гравитация и теория относительности. – Вып. 10-11, Казань:КГУ. – 1976. – с. 195 – 201.

Содержание лекции

- Разложение тензора Римана по слабости гравитационного поля
- Разложение тензора энергии - импульса
- Уравнения линейной теории гравитации и их решения
- Гравитационные волны

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Дж. Синг. Общая теория относительности. М: Наука – любое издание, начиная с 1963 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве: учебное пособие. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. — *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf>*
4. Игнатьев Ю.Г. Математические модели теоретической физики. Лекция XV. Принципы релятивистской теории гравитации (Lection14.pdf) -— *http://kpfu.ru/main?p_id=28384*
5. Игнатьев Ю.Г. Теория возмущений гравитационного поля // Гравитация и теория относительности. – Вып. 10-11, Казань:КГУ. – 1976. – с. 195 – 201.

Содержание лекции

- Разложение тензора Римана по слабости гравитационного поля
- Разложение тензора энергии - импульса
- Уравнения линейной теории гравитации и их решения
- Гравитационные волны

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том II. Теория поля. М: Наука – любое издание, начиная с 1973 г.
2. Дж. Синг. Общая теория относительности. М: Наука – любое издание, начиная с 1963 г.
3. Игнатьев Ю.Г. Дифференциальная геометрия кривых поверхностей в евклидовом пространстве: учебное пособие. IV семестр: курс лекций для студентов математического факультета. — *http://libweb.ksu.ru/ebooks/05_120_000327.pdf*>
4. Игнатьев Ю.Г. Математические модели теоретической физики. Лекция XV. Принципы релятивистской теории гравитации (Lection14.pdf) -— *http://kpfu.ru/main?p_id=28384*
5. Игнатьев Ю.Г. Теория возмущений гравитационного поля // Гравитация и теория относительности. – Вып. 10-11, Казань:КГУ. – 1976. – с. 195 – 201.

На прошлой лекции мы сформулировали принцип соответствия и рассмотрели нерелятивистский предел общей теории относительности. Теперь мы не будем налагать условие малости скоростей частиц, а лишь условие малости гравитационных полей.

- Пусть нам заданы два пространства в общей координации $\{x^i\}$ – псевдоевклидово пространство E_4^* и локально псевдоевклидово риманово пространство V_4 с сигнатурой метрик ds^2 и $d\bar{s}^2$ $(-,-,-,+)$ (V_4 в дальнейшем для краткости будем называть псевдоримановым):

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k; \quad d\bar{s}^2 = \bar{g}_{ik}dx^i dx^k. \Rightarrow h_{ik} \equiv \bar{g}_{ik} - g_{ik}; \tag{1}$$

$$\gamma^{ik} = \bar{g}^{ik} - g^{ik}; \quad h_{ij}g^{ik} = -g_{ij}\gamma^{ik} - h_{ij}\gamma^{ik}. \tag{2}$$

  Последнее соотношение связывает алгебраически контрвариантные возмущения метрики с ковариантными.

- На прошлой лекции мы показали, что разности символов Кристоффеля

  являются компонентами тензоров.

- Переписывая уравнения геодезических в V_4

  в терминах пространства E_4^*, получим эквивалентное уравнение мировой линии, впервые полученному в 1968 г. А.З. Петровым в задаче моделирования гравитационного поля (см. также Ю.Г. Игнатьев, 1976):

  Правую часть (5) можно интерпретировать как силу, ортогональную вектору скорости u^i (доказать самостоятельно).

На прошлой лекции мы сформулировали принцип соответствия и рассмотрели нерелятивистский предел общей теории относительности. Теперь мы не будем налагать условие малости скоростей частиц, а лишь условие малости гравитационных полей.

- Пусть нам заданы два пространства в общей координации $\{x^i\}$ – псевдоевклидово пространство E_4^* и локально псевдоевклидово риманово пространство V_4 с сигнатурой метрик ds^2 и $d\bar{s}^2$ $(-,-,-,+)$ (V_4 в дальнейшем для краткости будем называть псевдоримановым):

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k; \quad d\bar{s}^2 = \bar{g}_{ik}dx^i dx^k. \Rightarrow h_{ik} \equiv \bar{g}_{ik} - g_{ik}; \tag{1}$$

$$\gamma^{ik} = \bar{g}^{ik} - g^{ik}; \quad h_{ij}g^{ik} = -g_{ij}\gamma^{ik} - h_{ij}\gamma^{ik}. \tag{2}$$

  Последнее соотношение связывает алгебраически контрвариантные возмущения метрики с ковариантными.

- На прошлой лекции мы показали, что разности символов Кристоффеля

$$\Omega^i_{jk} = \bar{\Gamma}^i_{jk} - \Gamma^i_{jk} \tag{3}$$

  являются компонентами тензоров.

- Переписывая уравнения геодезических в V_4

  в терминах пространства E_4^*, получим эквивалентное уравнение мировой линии, впервые полученному в 1968 г. А.З. Петровым в задаче моделирования гравитационного поля (см. также Ю.Г. Игнатьев, 1976):

  Правую часть (5) можно интерпретировать как силу, ортогональную вектору скорости u^i (доказать самостоятельно).

Сравнение метрик и уравнений геодезических двух пространств

На прошлой лекции мы сформулировали принцип соответствия и рассмотрели нерелятивистский предел общей теории относительности. Теперь мы не будем налагать условие малости скоростей частиц, а лишь условие малости гравитационных полей.

- Пусть нам заданы два пространства в общей координации $\{x^i\}$ – псевдоевклидово пространство E_4^* и локально псевдоевклидово риманово пространство V_4 с сигнатурой метрик ds^2 и $d\bar{s}^2$ $(-,-,-,+)$ (V_4 в дальнейшем для краткости будем называть псевдоримановым):

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k; \quad d\bar{s}^2 = \bar{g}_{ik}dx^i dx^k. \Rightarrow h_{ik} \equiv \bar{g}_{ik} - g_{ik}; \tag{1}$$

$$\gamma^{ik} = \bar{g}^{ik} - g^{ik}; \quad h_{ij}g^{ik} = -g_{ij}\gamma^{ik} - h_{ij}\gamma^{ik}. \tag{2}$$

  Последнее соотношение связывает алгебраически контрвариантные возмущения метрики с ковариантными.

- На прошлой лекции мы показали, что разности символов Кристоффеля

$$\Omega^i_{jk} \equiv \bar{\Gamma}^i_{jk} - \Gamma^i_{jk} \tag{3}$$

  являются компонентами тензоров.

- Переписывая уравнения геодезических в V_4

  в терминах пространства E_4^*, получим эквивалентное уравнение мировой линии, впервые полученному в 1968 г. А.З. Петровым в задаче моделирования гравитационного поля (см. также Ю.Г. Игнатьев, 1976):

  Правую часть (5) можно интерпретировать как силу, ортогональную вектору скорости u^i (доказать самостоятельно).

Сравнение метрик и уравнений геодезических двух пространств

На прошлой лекции мы сформулировали принцип соответствия и рассмотрели нерелятивистский предел общей теории относительности. Теперь мы не будем налагать условие малости скоростей частиц, а лишь условие малости гравитационных полей.

- Пусть нам заданы два пространства в общей координации $\{x^i\}$ – псевдоевклидово пространство E_4^* и локально псевдоевклидово риманово пространство V_4 с сигнатурой метрик ds^2 и $d\bar{s}^2$ $(-,-,-,+)$ (V_4 в дальнейшем для краткости будем называть псевдоримановым):

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k; \quad d\bar{s}^2 = \bar{g}_{ik}dx^i dx^k. \Rightarrow h_{ik} \equiv \bar{g}_{ik} - g_{ik}; \qquad (1)$$

$$\gamma^{ik} = \bar{g}^{ik} - g^{ik}; \quad h_{ij}g^{ik} = -g_{ij}\gamma^{ik} - h_{ij}\gamma^{ik}. \qquad (2)$$

  Последнее соотношение связывает алгебраически контрвариантные возмущения метрики с ковариантными.

- На прошлой лекции мы показали, что разности символов Кристоффеля

$$\Omega^i_{jk} \equiv \bar{\Gamma}^i_{jk} - \Gamma^i_{jk} \qquad (3)$$

  являются компонентами тензоров.

- Переписывая уравнения геодезических в V_4

$$\frac{\delta \bar{u}^i}{\delta \bar{s}} \equiv \bar{u}^k \bar{\nabla}_k \bar{u}^i = 0 \qquad (4)$$

  в терминах пространства E_4^*, получим эквивалентное уравнение мировой линии, впервые полученному в 1968 г. А.З. Петровым в задаче моделирования гравитационного поля (см. также Ю.Г. Игнатьев, 1976):

  Правую часть (5) можно интерпретировать как силу, ортогональную вектору скорости u^i (доказать самостоятельно).

Сравнение метрик и уравнений геодезических двух пространств

На прошлой лекции мы сформулировали принцип соответствия и рассмотрели нерелятивистский предел общей теории относительности. Теперь мы не будем налагать условие малости скоростей частиц, а лишь условие малости гравитационных полей.

- Пусть нам заданы два пространства в общей координации $\{x^i\}$ – псевдоевклидово пространство E_4^* и локально псевдоевклидово риманово пространство V_4 с сигнатурой метрик ds^2 и $d\bar{s}^2$ $(-,-,-,+)$ (V_4 в дальнейшем для краткости будем называть псевдоримановым):

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k; \quad d\bar{s}^2 = \bar{g}_{ik}dx^i dx^k. \Rightarrow h_{ik} \equiv \bar{g}_{ik} - g_{ik}; \tag{1}$$

$$\gamma^{ik} = \bar{g}^{ik} - g^{ik}; \quad h_{ij}g^{ik} = -g_{ij}\gamma^{ik} - h_{ij}\gamma^{ik}. \tag{2}$$

  Последнее соотношение связывает алгебраически контрвариантные возмущения метрики с ковариантными.

- На прошлой лекции мы показали, что разности символов Кристоффеля

$$\Omega^i_{jk} \equiv \bar{\Gamma}^i_{jk} - \Gamma^i_{jk} \tag{3}$$

  являются компонентами тензоров.

- Переписывая уравнения геодезических в V_4

$$\frac{\delta \bar{u}^i}{\delta \bar{s}} \equiv \bar{u}^k \bar{\nabla}_k \bar{u}^i = 0 \tag{4}$$

  в терминах пространства E_4^*, получим эквивалентное уравнение мировой линии, впервые полученному в 1968 г. А.З. Петровым в задаче моделирования гравитационного поля (см. также Ю.Г. Игнатьев, 1976):

$$\frac{\delta u^i}{\delta s} \equiv u^k \nabla_k u^i = \Omega^i_{jk}u^j u^k - u^i \Omega_{jk,l} u^j u^k u^l \equiv (\delta^i_l - u^i u_l)\Omega^l_{jk}u^j u^k. \tag{5}$$

  Правую часть (5) можно интерпретировать как силу, ортогональную вектору скорости u^i (доказать самостоятельно).

Сравнение метрик и уравнений геодезических двух пространств

На прошлой лекции мы сформулировали принцип соответствия и рассмотрели нерелятивистский предел общей теории относительности. Теперь мы не будем налагать условие малости скоростей частиц, а лишь условие малости гравитационных полей.

- Пусть нам заданы два пространства в общей координации $\{x^i\}$ – псевдоевклидово пространство E_4^* и локально псевдоевклидово риманово пространство V_4 с сигнатурой метрик ds^2 и $d\bar{s}^2$ $(-,-,-,+)$ (V_4 в дальнейшем для краткости будем называть псевдоримановым):

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k; \quad d\bar{s}^2 = \bar{g}_{ik}dx^i dx^k. \Rightarrow h_{ik} \equiv \bar{g}_{ik} - g_{ik}; \tag{1}$$

$$\gamma^{ik} = \bar{g}^{ik} - g^{ik}; \quad h_{ij}g^{ik} = -g_{ij}\gamma^{ik} - h_{ij}\gamma^{ik}. \tag{2}$$

  Последнее соотношение связывает алгебраически контрвариантные возмущения метрики с ковариантными.

- На прошлой лекции мы показали, что разности символов Кристоффеля

$$\Omega^i_{jk} \equiv \bar{\Gamma}^i_{jk} - \Gamma^i_{jk} \tag{3}$$

  являются компонентами тензоров.

- Переписывая уравнения геодезических в V_4

$$\frac{\delta \bar{u}^i}{\delta \bar{s}} \equiv \bar{u}^k \bar{\nabla}_k \bar{u}^i = 0 \tag{4}$$

  в терминах пространства E_4^*, получим эквивалентное уравнение мировой линии, впервые полученному в 1968 г. А.З. Петровым в задаче моделирования гравитационного поля (см. также Ю.Г. Игнатьев, 1976):

$$\frac{\delta u^i}{\delta s} \equiv u^k \nabla_k u^i = \Omega^i_{jk}u^j u^k - u^i \Omega_{jk,l} u^j u^k u^l \equiv (\delta^i_l - u^i u_l)\Omega^l_{jk}u^j u^k. \tag{5}$$

  Правую часть (5) можно интерпретировать как силу, ортогональную вектору скорости u^i (доказать самостоятельно).

Сравнение метрик и уравнений геодезических двух пространств

На прошлой лекции мы сформулировали принцип соответствия и рассмотрели нерелятивистский предел общей теории относительности. Теперь мы не будем налагать условие малости скоростей частиц, а лишь условие малости гравитационных полей.

- Пусть нам заданы два пространства в общей координации $\{x^i\}$ – псевдоевклидово пространство E_4^* и локально псевдоевклидово риманово пространство V_4 с сигнатурой метрик ds^2 и $d\bar{s}^2$ $(-,-,-,+)$ (V_4 в дальнейшем для краткости будем называть псевдоримановым):

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k; \quad d\bar{s}^2 = \bar{g}_{ik}dx^i dx^k. \Rightarrow h_{ik} \equiv \bar{g}_{ik} - g_{ik}; \tag{1}$$

$$\gamma^{ik} = \bar{g}^{ik} - g^{ik}; \quad h_{ij}g^{ik} = -g_{ij}\gamma^{ik} - h_{ij}\gamma^{ik}. \tag{2}$$

  Последнее соотношение связывает алгебраически контрвариантные возмущения метрики с ковариантными.

- На прошлой лекции мы показали, что разности символов Кристоффеля

$$\Omega^i_{jk} \equiv \bar{\Gamma}^i_{jk} - \Gamma^i_{jk} \tag{3}$$

  являются компонентами тензоров.

- Переписывая уравнения геодезических в V_4

$$\frac{\delta \bar{u}^i}{\delta \bar{s}} \equiv \bar{u}^k \bar{\nabla}_k \bar{u}^i = 0 \tag{4}$$

  в терминах пространства E_4^*, получим эквивалентное уравнение мировой линии, впервые полученному в 1968 г. А.З. Петровым в задаче моделирования гравитационного поля (см. также Ю.Г. Игнатьев, 1976):

$$\frac{\delta u^i}{\delta s} \equiv u^k \nabla_k u^i = \Omega^i_{jk}u^j u^k - u^i \Omega_{jk,l}u^j u^k u^l \equiv (\delta^i_l - u^i u_l)\Omega^l_{jk}u^j u^k. \tag{5}$$

  Правую часть (5) можно интерпретировать как силу, ортогональную вектору скорости u^i (доказать самостоятельно).

- Будем рассматривать слабые гравитационные поля. Выберем систему отсчета, в которой метрика псевдоевклидова пространства E_4^* совпадает с метрикой Минковского, а возмущения метрики h_{ik} являются малыми:

$$g_{ik} \stackrel{*}{=} \eta_{ik} \equiv \mathrm{Diag}(-1,-1,-1,+1); \quad h_{ik} \ll 1. \tag{6}$$

- Тогда в произвольных координатах получим соотношения:

$$\gamma_{ik} \approx -h_{ik}; \quad \Omega^i_{jk} \approx \frac{1}{2}\eta^{il}(h_{lk,j} + h_{lj,k} - h_{jk,l}), \tag{7}$$

где индексы поднимаются и опускаются с помощью метрики g_{ik}, относительно которой определены и ковариантные производные $h_{ik,j} \equiv \nabla_j h_{ik}$.

- Нетрудно показать, что разность тензоров Римана и Риччи двух соответствующих пространств также полностью выражается с помощью Ω^i_{jk} и их первых ковариантных производных (см. Ю.Г. Игнатьев, 1976). Так, например,

$$\bar{R}_{ik} - R_{ik} = \Omega^l_{ik;l} - \frac{1}{2}(\Omega^l_{il;k} + \Omega^l_{kl;i}) - \Omega^l_{mk}\Omega^m_{il} + \Omega^l_{ik}\Omega^m_{lm}. \tag{8}$$

- В случае, когда одно из пространств является пространством Минковского, $R_{ik} = 0$. В частности, в псевдодекартовой системе координат $\Omega^i_{jk} \stackrel{*}{=} \Gamma^i_{jk}$:

$$\bar{R}_{ik} \equiv R_{ik} = \partial_l \Gamma^l_{ik} - \frac{1}{2}(\partial_k \Gamma^l_{il} + \partial_i \Gamma^l_{kl}) - \Gamma^l_{mk}\Gamma^m_{il} + \Gamma^l_{ik}\Gamma^m_{lm}; \tag{9}$$

$$\Gamma^l_{ik} \approx \frac{1}{2}\eta^{lj}(\partial_i h_{kj} + \partial_k h_{ij} - \partial_j h_{ik}). \tag{10}$$

- Будем рассматривать слабые гравитационные поля. Выберем систему отсчета, в которой метрика псевдоевклидова пространства E^*_4 совпадает с метрикой Минковского, а возмущения метрики h_{ik} являются малыми:

$$g_{ik} \stackrel{*}{=} \eta_{ik} \equiv \mathrm{Diag}(-1,-1,-1,+1); \quad h_{ik} \ll 1. \qquad (6)$$

- Тогда в произвольных координатах получим соотношения:

$$\gamma_{ik} \approx -h_{ik}; \quad \Omega^i_{jk} \approx \frac{1}{2}\eta^{il}(h_{kl,j} + h_{jl,k} - h_{jk,l}), \qquad (7)$$

где индексы поднимаются и опускаются с помощью метрики g_{ik}, относительно которой определены и ковариантные производные $h_{ik,j} \equiv \nabla_j h_{ik}$.

- Нетрудно показать, что разность тензоров Римана и Риччи двух соответствующих пространств также полностью выражается с помощью Ω^i_{jk} и их первых ковариантных производных (см. Ю.Г. Игнатьев, 1976). Так, например,

$$\bar{R}_{ik} - R_{ik} = \Omega^l_{ik,l} - \frac{1}{2}(\Omega^l_{il,k} + \Omega^l_{kl,i}) - \Omega^l_{mk}\Omega^m_{il} + \Omega^l_{ik}\Omega^m_{lm}. \qquad (8)$$

- В случае, когда одно из пространств является пространством Минковского, $R_{ik} = 0$. В частности, в псевдодекартовой системе координат $\Omega^i_{jk} \stackrel{*}{=} \Gamma^i_{jk}$:

$$\bar{R}_{ik} \equiv R_{ik} = \partial_l \Gamma^l_{ik} - \frac{1}{2}(\partial_k \Gamma^l_{il} + \partial_i \Gamma^l_{kl}) - \Gamma^l_{mk}\Gamma^m_{il} + \Gamma^l_{ik}\Gamma^m_{lm}; \qquad (9)$$

$$\Gamma^l_{ik} \approx \frac{1}{2}\eta^{lj}(\partial_i h_{kj} + \partial_k h_{ij} - \partial_j h_{ik}). \qquad (10)$$

- Будем рассматривать слабые гравитационные поля. Выберем систему отсчета, в которой метрика псевдоевклидова пространства E_4^* совпадает с метрикой Минковского, а возмущения метрики h_{ik} являются малыми:

$$g_{ik} \stackrel{*}{=} \eta_{ik} \equiv \mathrm{Diag}(-1,-1,-1,+1); \quad h_{ik} \ll 1. \tag{6}$$

- Тогда в произвольных координатах получим соотношения:

$$\gamma_{ik} \approx -h_{ik}; \quad \Omega^i_{jk} \approx \frac{1}{2} g^{il}(h_{kl,j} + h_{jl,k} - h_{jk,l}); \tag{7}$$

где индексы поднимаются и опускаются с помощью метрики g_{ik}, относительно которой определены и ковариантные производные $h_{ik,j} \equiv \nabla_j h_{ik}$.

- Нетрудно показать, что разность тензоров Римана и Риччи двух соответствующих пространств также полностью выражается с помощью Ω^i_{jk} и их первых ковариантных производных (см. Ю.Г. Игнатьев, 1976). Так, например,

- В случае, когда одно из пространств является пространством Минковского, $R_{ik} = 0$. В частности, в псевдодекартовой системе координат $\Omega^i_{jk} \stackrel{*}{=} \Gamma^i_{jk}$:

$$\bar{R}_{ik} \equiv R_{ik} = \partial_l \Gamma^l_{ik} - \frac{1}{2}(\partial_k \Gamma^l_{il} + \partial_i \Gamma^l_{kl}) - \Gamma^l_{mk}\Gamma^m_{il} + \Gamma^l_{ik}\Gamma^m_{lm}; \tag{9}$$

$$\Gamma^l_{ik} \approx \frac{1}{2}\eta^{lj}(\partial_i h_{kj} + \partial_k h_{ij} - \partial_j h_{ik}). \tag{10}$$

- Будем рассматривать слабые гравитационные поля. Выберем систему отсчета, в которой метрика псевдоевклидова пространства E_4^* совпадает с метрикой Минковского, а возмущения метрики h_{ik} являются малыми:

$$g_{ik} \stackrel{*}{=} \eta_{ik} \equiv \mathrm{Diag}(-1,-1,-1,+1); \quad h_{ik} \ll 1. \qquad (6)$$

- Тогда в произвольных координатах получим соотношения:

$$\gamma_{ik} \approx -h_{ik}; \quad \Omega^i_{jk} \approx \frac{1}{2} g^{il}(h_{kl,j} + h_{jl,k} - h_{jk,l}), \qquad (7)$$

где индексы поднимаются и опускаются с помощью метрики g_{ik}, относительно которой определены и ковариантные производные $h_{ik,j} \equiv \nabla_j h_{ik}$.

- Нетрудно показать, что разность тензоров Римана и Риччи двух соответствующих пространств также полностью выражается с помощью Ω^i_{jk} и их первых ковариантных производных (см. Ю.Г. Игнатьев, 1976). Так, например,

$$\bar{R}_{ik} - R_{ik} = \Omega^l_{ik,l} - \frac{1}{2}(\Omega^l_{il,k} + \Omega^l_{kl,i}) - \Omega^l_{mk}\Omega^m_{il} + \Omega^l_{ik}\Omega^m_{lm}. \qquad (8)$$

- В случае, когда одно из пространств является пространством Минковского, $R_{ik} = 0$. В частности, в псевдодекартовой системе координат $\Omega^i_{jk} \stackrel{*}{=} \Gamma^i_{jk}$:

$$\bar{R}_{ik} \equiv R_{ik} = \partial_l \Gamma^l_{ik} - \frac{1}{2}(\partial_k \Gamma^l_{il} + \partial_i \Gamma^l_{kl}) - \Gamma^l_{mk}\Gamma^m_{il} + \Gamma^l_{ik}\Gamma^m_{lm}; \qquad (9)$$

$$\Gamma^l_{ik} \approx \frac{1}{2}\eta^{lj}(\partial_i h_{kj} + \partial_k h_{ij} - \partial_j h_{ik}). \qquad (10)$$

- Будем рассматривать слабые гравитационные поля. Выберем систему отсчета, в которой метрика псевдоевклидова пространства E_4^* совпадает с метрикой Минковского, а возмущения метрики h_{ik} являются малыми:

$$g_{ik} \stackrel{*}{=} \eta_{ik} \equiv \mathrm{Diag}(-1,-1,-1,+1); \quad h_{ik} \ll 1. \tag{6}$$

- Тогда в произвольных координатах получим соотношения:

$$\gamma_{ik} \approx -h_{ik}; \quad \Omega^i_{jk} \approx \frac{1}{2} g^{il}(h_{kl,j} + h_{jl,k} - h_{jk,l}), \tag{7}$$

где индексы поднимаются и опускаются с помощью метрики g_{ik}, относительно которой определены и ковариантные производные $h_{ik,j} \equiv \nabla_j h_{ik}$.

- Нетрудно показать, что разность тензоров Римана и Риччи двух соответствующих пространств также полностью выражается с помощью Ω^i_{jk} и их первых ковариантных производных (см. Ю.Г. Игнатьев, 1976). Так, например,

$$\bar{R}_{ik} - R_{ik} \equiv \Omega^l_{ik,l} - \frac{1}{2}(\Omega^l_{il,k} + \Omega^l_{kl,i}) - \Omega^l_{mk}\Omega^m_{il} + \Omega^l_{ik}\Omega^m_{lm}. \tag{8}$$

- В случае, когда одно из пространств является пространством Минковского, $R_{ik} = 0$. В частности, в псевдодекартовой системе координат $\Omega^i_{jk} \stackrel{*}{=} \Gamma^i_{jk}$:

$$\bar{R}_{ik} \equiv R_{ik} = \partial_l \Gamma^l_{ik} - \frac{1}{2}(\partial_k \Gamma^l_{il} + \partial_i \Gamma^l_{kl}) - \Gamma^l_{mk}\Gamma^m_{il} + \Gamma^l_{ik}\Gamma^m_{lm}; \tag{9}$$

$$\Gamma^l_{ik} \approx \frac{1}{2}\eta^{lj}(\partial_i h_{kj} + \partial_k h_{ij} - \partial_j h_{ik}). \tag{10}$$

Разложение тензора Римана по возмущениям гравитационного поля

- Будем рассматривать слабые гравитационные поля. Выберем систему отсчета, в которой метрика псевдоевклидова пространства E_4^* совпадает с метрикой Минковского, а возмущения метрики h_{ik} являются малыми:

$$g_{ik} \stackrel{*}{=} \eta_{ik} \equiv \mathrm{Diag}(-1,-1,-1,+1); \quad h_{ik} \ll 1. \tag{6}$$

- Тогда в произвольных координатах получим соотношения:

$$\gamma_{ik} \approx -h_{ik}; \quad \Omega^i_{jk} \approx \frac{1}{2} g^{il}(h_{kl,j} + h_{jl,k} - h_{jk,l}), \tag{7}$$

где индексы поднимаются и опускаются с помощью метрики g_{ik}, относительно которой определены и ковариантные производные $h_{ik,j} \equiv \nabla_j h_{ik}$.

- Нетрудно показать, что разность тензоров Римана и Риччи двух соответствующих пространств также полностью выражается с помощью Ω^i_{jk} и их первых ковариантных производных (см. Ю.Г. Игнатьев, 1976). Так, например,

$$\bar{R}_{ik} - R_{ik} \equiv \Omega^l_{ik,l} - \frac{1}{2}(\Omega^l_{il,k} + \Omega^l_{kl,i}) - \Omega^l_{mk}\Omega^m_{il} + \Omega^l_{ik}\Omega^m_{lm}. \tag{8}$$

- В случае, когда одно из пространств является пространством Минковского, $R_{ik} = 0$. В частности, в псевдодекартовой системе координат $\Omega^i_{jk} \stackrel{*}{=} \Gamma^i_{jk}$:

$$\bar{R}_{ik} \equiv R_{ik} = \partial_l \Gamma^l_{ik} - \frac{1}{2}(\partial_k \Gamma^l_{il} + \partial_i \Gamma^l_{kl}) - \Gamma^l_{mk}\Gamma^m_{il} + \Gamma^l_{ik}\Gamma^m_{lm}; \tag{9}$$

$$\Gamma^l_{ik} \approx \frac{1}{2}\eta^{lj}(\partial_i h_{kj} + \partial_k h_{ij} - \partial_j h_{ik}). \tag{10}$$

Разложение тензора Римана по возмущениям гравитационного поля

- Будем рассматривать слабые гравитационные поля. Выберем систему отсчета, в которой метрика псевдоевклидова пространства E_4^* совпадает с метрикой Минковского, а возмущения метрики h_{ik} являются малыми:

$$g_{ik} \stackrel{*}{=} \eta_{ik} \equiv \mathrm{Diag}(-1,-1,-1,+1); \quad h_{ik} \ll 1. \tag{6}$$

- Тогда в произвольных координатах получим соотношения:

$$\gamma_{ik} \approx -h_{ik}; \quad \Omega^i_{jk} \approx \frac{1}{2} g^{il}(h_{kl,j} + h_{jl,k} - h_{jk,l}), \tag{7}$$

где индексы поднимаются и опускаются с помощью метрики g_{ik}, относительно которой определены и ковариантные производные $h_{ik,j} \equiv \nabla_j h_{ik}$.

- Нетрудно показать, что разность тензоров Римана и Риччи двух соответствующих пространств также полностью выражается с помощью Ω^i_{jk} и их первых ковариантных производных (см. Ю.Г. Игнатьев, 1976). Так, например,

$$\bar{R}_{ik} - R_{ik} \equiv \Omega^l_{ik,l} - \frac{1}{2}(\Omega^l_{il,k} + \Omega^l_{kl,i}) - \Omega^l_{mk}\Omega^m_{il} + \Omega^l_{ik}\Omega^m_{lm}. \tag{8}$$

- В случае, когда одно из пространств является пространством Минковского, $R_{ik} = 0$. В частности, в псевдодекартовой системе координат $\Omega^i_{jk} \stackrel{*}{=} \Gamma^i_{jk}$:

$$\bar{R}_{ik} \equiv R_{ik} = \partial_l \Gamma^l_{ik} - \frac{1}{2}(\partial_k \Gamma^l_{il} + \partial_i \Gamma^l_{kl}) - \Gamma^l_{mk}\Gamma^m_{il} + \Gamma^l_{ik}\Gamma^m_{lm}; \tag{9}$$

$$\Gamma^l_{ik} \approx \frac{1}{2}\eta^{lj}(\partial_i h_{kj} + \partial_k h_{ij} - \partial_j h_{ik}). \tag{10}$$

- Будем рассматривать слабые гравитационные поля. Выберем систему отсчета, в которой метрика псевдоевклидова пространства E_4^* совпадает с метрикой Минковского, а возмущения метрики h_{ik} являются малыми:

$$g_{ik} \stackrel{*}{=} \eta_{ik} \equiv \mathrm{Diag}(-1,-1,-1,+1); \quad h_{ik} \ll 1. \tag{6}$$

- Тогда в произвольных координатах получим соотношения:

$$\gamma_{ik} \approx -h_{ik}; \quad \Omega^i_{jk} \approx \frac{1}{2} g^{il}(h_{kl,j} + h_{jl,k} - h_{jk,l}), \tag{7}$$

где индексы поднимаются и опускаются с помощью метрики g_{ik}, относительно которой определены и ковариантные производные $h_{ik,j} \equiv \nabla_j h_{ik}$.

- Нетрудно показать, что разность тензоров Римана и Риччи двух соответствующих пространств также полностью выражается с помощью Ω^i_{jk} и их первых ковариантных производных (см. Ю.Г. Игнатьев, 1976). Так, например,

$$\bar{R}_{ik} - R_{ik} \equiv \Omega^l_{ik,l} - \frac{1}{2}(\Omega^l_{il,k} + \Omega^l_{kl,i}) - \Omega^l_{mk}\Omega^m_{il} + \Omega^l_{ik}\Omega^m_{lm}. \tag{8}$$

- В случае, когда одно из пространств является пространством Минковского, $R_{ik} = 0$. В частности, в псевдодекартовой системе координат $\Omega^i_{jk} \stackrel{*}{=} \Gamma^i_{jk}$:

$$\bar{R}_{ik} \equiv R_{ik} = \partial_l \Gamma^l_{ik} - \frac{1}{2}(\partial_k \Gamma^l_{il} + \partial_i \Gamma^l_{kl}) - \Gamma^l_{mk}\Gamma^m_{il} + \Gamma^l_{ik}\Gamma^m_{lm}; \tag{9}$$

$$\Gamma^l_{ik} \approx \frac{1}{2}\eta^{lj}(\partial_i h_{kj} + \partial_k h_{ij} - \partial_j h_{ik}). \tag{10}$$

Разложение тензора Римана по возмущениям гравитационного поля

- Вычисляя, найдем:

$$\nabla_l \Omega^l_{ik} = \frac{1}{2}(\nabla_{il} h^l_k + \nabla_{kl} h^l_i - \Box h_{ik}); \quad \Box \equiv g^{lm}\nabla_{lm}; \tag{11}$$

$$\Omega^l_{il} = \frac{1}{2}\nabla_i h \Rightarrow \frac{1}{2}(\Omega^l_{il,k} + \Omega^l_{kl,i}) = \frac{1}{2}\nabla_{ik} h, \qquad h \equiv g^{jl} h_{jl}. \tag{12}$$

- Таким образом, в линейном по h_{ik} приближении получим для тензора Риччи (9) выражение (вычислить самостоятельно):

$$R_{ik} \approx \frac{1}{2}(\nabla_{il} h^l_k + \nabla_{kl} h^l_i - \nabla_{ik} h - \Box h_{ik})$$

$$\equiv \frac{1}{2}(\nabla_{il}\psi^l_k + \nabla_{kl}\psi^l_i - \Box(\psi_{ik} - \frac{1}{2}\psi g_{ik})), \tag{13}$$

где введены новые тензорные переменные

$$\psi_{ik} = h_{ik} - \frac{1}{2} h g_{ik} \Leftrightarrow h_{ik} = \psi_{ik} - \frac{1}{2}\psi g_{ik}. \tag{14}$$

- Таким образом, найдем, сворачивая:

$$R \approx \nabla^{jl}\psi_{jl} + \frac{1}{2}\Box\psi; \tag{15}$$

$$G_{ik} \approx \frac{1}{2}(\nabla_{il}\psi^l_k + \nabla_{kl}\psi^l_i - g_{ik}\nabla^{jl}\psi_{jl} - \Box\psi_{ik}) \tag{16}$$

- Вычисляя, найдем:

$$\nabla_l \Omega^l_{ik} = \frac{1}{2}(\nabla_{il}h^l_k + \nabla_{kl}h^l_i - \Box h_{ik}); \quad \Box \equiv g^{lm}\nabla_{lm}; \tag{11}$$

$$\Omega^l_{il} = \frac{1}{2}\nabla_i h \Rightarrow \frac{1}{2}(\Omega^l_{il,k} + \Omega^l_{kl,i}) = \frac{1}{2}\nabla_{ik}h, \qquad h \equiv g^{jl}h_{jl}. \tag{12}$$

- Таким образом, в линейном по h_{ik} приближении получим для тензора Риччи (9) выражение (вычислить самостоятельно):

$$R_{ik} \approx \frac{1}{2}(\nabla_{il}h^l_k + \nabla_{kl}h^l_i - \nabla_{ik}h - \Box h_{ik})$$

$$\equiv \frac{1}{2}(\nabla_{il}\psi^l_k + \nabla_{kl}\psi^l_i - \Box(\psi_{ik} - \frac{1}{2}\psi g_{ik})), \tag{13}$$

где введены новые тензорные переменные

$$\psi_{ik} \equiv h_{ik} - \frac{1}{2}hg_{ik} \Leftrightarrow h_{ik} \equiv \psi_{ik} - \frac{1}{2}\psi g_{ik}. \tag{14}$$

- Таким образом, найдем, сворачивая:

$$R \approx \nabla^{jl}\psi_{jl} + \frac{1}{2}\Box\psi; \tag{15}$$

$$G_{ik} \approx \frac{1}{2}(\nabla_{il}\psi^l_k + \nabla_{kl}\psi^l_i - g_{ik}\nabla^{jl}\psi_{jl} - \Box\psi_{ik}) \tag{16}$$

Разложение тензора Римана по возмущениям гравитационного поля

- Вычисляя, найдем:

$$\nabla_l \Omega^l_{ik} = \frac{1}{2}(\nabla_{il} h^l_k + \nabla_{kl} h^l_i - \Box h_{ik}); \quad \Box \equiv g^{lm}\nabla_{lm}; \tag{11}$$

$$\Omega^l_{il} = \frac{1}{2}\nabla_i h \Rightarrow \frac{1}{2}(\Omega^l_{il,k} + \Omega^l_{kl,i}) = \frac{1}{2}\nabla_{ik} h, \qquad h \equiv g^{jl} h_{jl}. \tag{12}$$

- Таким образом, в линейном по h_{ik} приближении получим для тензора Риччи (9) выражение (вычислить самостоятельно):

$$R_{ik} \approx \frac{1}{2}(\nabla_{il} h^l_k + \nabla_{kl} h^l_i - \nabla_{ik} h - \Box h_{ik})$$

$$\equiv \frac{1}{2}(\nabla_{il}\psi^l_k + \nabla_{kl}\psi^l_i - \Box(\psi_{ik} - \frac{1}{2}\psi g_{ik})), \tag{13}$$

где введены новые тензорные переменные

$$\psi_{ik} \equiv h_{ik} - \frac{1}{2} h g_{ik} \Leftrightarrow h_{ik} \equiv \psi_{ik} - \frac{1}{2}\psi g_{ik}. \tag{14}$$

- Таким образом, найдем, сворачивая:

$$R \approx \nabla^{jl}\psi_{jl} + \frac{1}{2}\Box\psi; \tag{15}$$

$$G_{ik} \approx \frac{1}{2}(\nabla_{il}\psi^l_k + \nabla_{kl}\psi^l_i - g_{ik}\nabla^{jl}\psi_{jl} - \Box\psi_{ik}) \tag{16}$$

- Вычисляя, найдем:

$$\nabla_l \Omega^l_{ik} = \frac{1}{2}(\nabla_{il}h^l_k + \nabla_{kl}h^l_i - \Box h_{ik}); \quad \Box \equiv g^{lm}\nabla_{lm}; \tag{11}$$

$$\Omega^l_{il} = \frac{1}{2}\nabla_i h \Rightarrow \frac{1}{2}(\Omega^l_{il,k} + \Omega^l_{kl,i}) = \frac{1}{2}\nabla_{ik}h, \qquad h \equiv g^{jl}h_{jl}. \tag{12}$$

- Таким образом, в линейном по h_{ik} приближении получим для тензора Риччи (9) выражение (вычислить самостоятельно):

$$R_{ik} \approx \frac{1}{2}(\nabla_{il}h^l_k + \nabla_{kl}h^l_i - \nabla_{ik}h - \Box h_{ik})$$

$$\equiv \frac{1}{2}(\nabla_{il}\psi^l_k + \nabla_{kl}\psi^l_i - \Box(\psi_{ik} - \frac{1}{2}\psi g_{ik})), \tag{13}$$

где введены новые тензорные переменные

$$\psi_{ik} \equiv h_{ik} - \frac{1}{2}hg_{ik} \Leftrightarrow h_{ik} \equiv \psi_{ik} - \frac{1}{2}\psi g_{ik}. \tag{14}$$

- Таким образом, найдем, сворачивая:

$$R \approx \nabla^{jl}\psi_{jl} + \frac{1}{2}\Box\psi; \tag{15}$$

$$G_{ik} \approx \frac{1}{2}(\nabla_{il}\psi^l_k + \nabla_{kl}\psi^l_i - g_{ik}\nabla^{jl}\psi_{jl} - \Box\psi_{ik}) \tag{16}$$

- Вычисляя, найдем:

$$\nabla_l \Omega^l_{ik} = \frac{1}{2}(\nabla_{il}h^l_k + \nabla_{kl}h^l_i - \Box h_{ik}); \quad \Box \equiv g^{lm}\nabla_{lm}; \tag{11}$$

$$\Omega^l_{il} = \frac{1}{2}\nabla_i h \Rightarrow \frac{1}{2}(\Omega^l_{il,k} + \Omega^l_{kl,i}) = \frac{1}{2}\nabla_{ik}h, \qquad h \equiv g^{jl}h_{jl}. \tag{12}$$

- Таким образом, в линейном по h_{ik} приближении получим для тензора Риччи (9) выражение (вычислить самостоятельно):

$$R_{ik} \approx \frac{1}{2}(\nabla_{il}h^l_k + \nabla_{kl}h^l_i - \nabla_{ik}h - \Box h_{ik})$$

$$\equiv \frac{1}{2}(\nabla_{il}\psi^l_k + \nabla_{kl}\psi^l_i - \Box(\psi_{ik} - \frac{1}{2}\psi g_{ik})), \tag{13}$$

где введены новые тензорные переменные

$$\psi_{ik} \equiv h_{ik} - \frac{1}{2}h g_{ik} \Leftrightarrow h_{ik} \equiv \psi_{ik} - \frac{1}{2}\psi g_{ik}. \tag{14}$$

- Таким образом, найдем, сворачивая:

$$R \approx \nabla^{jl}\psi_{jl} + \frac{1}{2}\Box\psi; \tag{15}$$

$$G_{ik} \approx \frac{1}{2}(\nabla_{il}\psi^l_k + \nabla_{kl}\psi^l_i - g_{ik}\nabla^{jl}\psi_{jl} - \Box\psi_{ik}) \tag{16}$$

- Уравнения Эйнштейна вследствие дифференциальных тождеств Бианки позволяют наложить 4 дополнительные достаточно произвольные калибровочные условия. Выберем их в следующем удобном виде, аналогичном калибровке Лоренца для электромагнитного поля:

$$\psi^{k}_{i,k} = 0 \Leftrightarrow h^{k}_{i,k} - \frac{1}{2}h_{,i} = 0. \qquad (17)$$

- Таким образом, в калибровке (17) выражение для тензора Эйнштейна (16) существенно упрощается:

$$G_{ik} \approx -\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa T_{ik}. \qquad (18)$$

- Рассмотрим теперь выражение в правой части уравнений Эйнштейна, в качестве которого будем использовать тензор энергии - импульса (ТЭИ) идеальной жидкости:

$$T_{ik} = (\varepsilon + P)u_i u_k - P g_{ik}; \quad (u, u) = 1, \qquad (19)$$

где скаляры $\varepsilon(x)$ и $P(x)$ — плотность энергии и давление изотропной идеальной жидкости. Свертка этого тензора дает $T = \varepsilon - 3P$. Таким образом, уравнения Эйнштейна для идеальной жидкости принимают вид:

$$-\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa[(\varepsilon + P)u_i u_k - P g_{ik}]. \qquad (20)$$

- Уравнения Эйнштейна вследствие дифференциальных тождеств Бианки позволяют наложить 4 дополнительные достаточно произвольные калибровочные условия. Выберем их в следующем удобном виде, аналогичном калибровке Лоренца для электромагнитного поля:

$$\psi^k_{i,k} = 0 \Leftrightarrow h^k_{i,k} - \frac{1}{2}h_{,i} = 0. \tag{17}$$

- Таким образом, в калибровке (17) выражение для тензора Эйнштейна (16) существенно упрощается:

$$G_{ik} = -\frac{1}{2}\Box h_{ik} = \varkappa T_{ik}. \tag{18}$$

- Рассмотрим теперь выражение в правой части уравнений Эйнштейна, в качестве которого будем использовать тензор энергии - импульса (ТЭИ) идеальной жидкости:

$$T_{ik} = (\varepsilon + P)u_i u_k - P g_{ik}, \quad (u, u) = 1. \tag{19}$$

где скаляры $\varepsilon(x)$ и $P(x)$ — плотность энергии и давление изотропной идеальной жидкости. Свертка этого тензора дает $T = \varepsilon - 3P$. Таким образом, уравнения Эйнштейна для идеальной жидкости принимают вид:

$$-\frac{1}{2}\Box h_{ik} = \varkappa[(\varepsilon + P)u_i u_k - P g_{ik}]. \tag{20}$$

Выражение для тензора Эйнштейна и ТЭИ идеальной жидкости

- Уравнения Эйнштейна вследствие дифференциальных тождеств Бианки позволяют наложить 4 дополнительные достаточно произвольные калибровочные условия. Выберем их в следующем удобном виде, аналогичном калибровке Лоренца для электромагнитного поля:

$$\psi^{k}_{i,k} = 0 \Leftrightarrow h^{k}_{i,k} - \frac{1}{2}h_{,i} = 0. \tag{17}$$

- Таким образом, в калибровке (17) выражение для тензора Эйнштейна (16) существенно упрощается:

$$G_{ik} \approx -\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa T_{ik}. \tag{18}$$

- Рассмотрим теперь выражение в правой части уравнений Эйнштейна, в качестве которого будем использовать тензор энергии - импульса (ТЭИ) идеальной жидкости:

$$T_{ik} = (\varepsilon + P)u_i u_k - P g_{ik}, \quad (u,u) = 1. \tag{19}$$

где скаляры $\varepsilon(x)$ и $P(x)$ — плотность энергии и давление изотропной идеальной жидкости. Свертка этого тензора дает $T = \varepsilon - 3P$. Таким образом, уравнения Эйнштейна для идеальной жидкости принимают вид:

$$-\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa[(\varepsilon + P)u_i u_k - P g_{ik}]. \tag{20}$$

Выражение для тензора Эйнштейна и ТЭИ идеальной жидкости

- Уравнения Эйнштейна вследствие дифференциальных тождеств Бианки позволяют наложить 4 дополнительные достаточно произвольные калибровочные условия. Выберем их в следующем удобном виде, аналогичном калибровке Лоренца для электромагнитного поля:

$$\psi^k_{i,k} = 0 \Leftrightarrow h^k_{i,k} - \frac{1}{2}h_{,i} = 0. \tag{17}$$

- Таким образом, в калибровке (17) выражение для тензора Эйнштейна (16) существенно упрощается:

$$G_{ik} \approx -\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa T_{ik}. \tag{18}$$

- Рассмотрим теперь выражение в правой части уравнений Эйнштейна, в качестве которого будем использовать тензор энергии - импульса (ТЭИ) идеальной жидкости:

где скаляры $\varepsilon(x)$ и $P(x)$ — плотность энергии и давление изотропной идеальной жидкости. Свертка этого тензора дает $T = \varepsilon - 3P$. Таким образом, уравнения Эйнштейна для идеальной жидкости принимают вид:

- Уравнения Эйнштейна вследствие дифференциальных тождеств Бианки позволяют наложить 4 дополнительные достаточно произвольные калибровочные условия. Выберем их в следующем удобном виде, аналогичном калибровке Лоренца для электромагнитного поля:

$$\psi^{k}_{i,k} = 0 \Leftrightarrow h^{k}_{i,k} - \frac{1}{2}h_{,i} = 0. \qquad (17)$$

- Таким образом, в калибровке (17) выражение для тензора Эйнштейна (16) существенно упрощается:

$$G_{ik} \approx -\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa T_{ik}. \qquad (18)$$

- Рассмотрим теперь выражение в правой части уравнений Эйнштейна, в качестве которого будем использовать тензор энергии - импульса (ТЭИ) идеальной жидкости:

$$T_{ik} = (\varepsilon + P)u_i u_k - P g_{ik}; \quad (u, u) = 1, \qquad (19)$$

где скаляры $\varepsilon(x)$ и $P(x)$ — плотность энергии и давление изотропной идеальной жидкости. Свертка этого тензора дает $T = \varepsilon - 3P$. Таким образом, уравнения Эйнштейна для идеальной жидкости принимают вид:

Выражение для тензора Эйнштейна и ТЭИ идеальной жидкости

- Уравнения Эйнштейна вследствие дифференциальных тождеств Бианки позволяют наложить 4 дополнительные достаточно произвольные калибровочные условия. Выберем их в следующем удобном виде, аналогичном калибровке Лоренца для электромагнитного поля:

$$\psi^k_{i,k} = 0 \Leftrightarrow h^k_{i,k} - \frac{1}{2}h_{,i} = 0. \tag{17}$$

- Таким образом, в калибровке (17) выражение для тензора Эйнштейна (16) существенно упрощается:

$$G_{ik} \approx -\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa T_{ik}. \tag{18}$$

- Рассмотрим теперь выражение в правой части уравнений Эйнштейна, в качестве которого будем использовать тензор энергии - импульса (ТЭИ) идеальной жидкости:

$$T_{ik} = (\varepsilon + P)u_i u_k - P g_{ik}, \quad (u,u) = 1, \tag{19}$$

где скаляры $\varepsilon(x)$ и $P(x)$ — плотность энергии и давление изотропной идеальной жидкости. Свертка этого тензора дает $T = \varepsilon - 3P$. Таким образом, уравнения Эйнштейна для идеальной жидкости принимают вид:

$$-\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa[(\varepsilon + P)u_i u_k - P g_{ik}]. \tag{20}$$

- Уравнения Эйнштейна вследствие дифференциальных тождеств Бианки позволяют наложить 4 дополнительные достаточно произвольные калибровочные условия. Выберем их в следующем удобном виде, аналогичном калибровке Лоренца для электромагнитного поля:

$$\psi^k_{i,k} = 0 \Leftrightarrow h^k_{i,k} - \frac{1}{2}h_{,i} = 0. \qquad (17)$$

- Таким образом, в калибровке (17) выражение для тензора Эйнштейна (16) существенно упрощается:

$$G_{ik} \approx -\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa T_{ik}. \qquad (18)$$

- Рассмотрим теперь выражение в правой части уравнений Эйнштейна, в качестве которого будем использовать тензор энергии - импульса (ТЭИ) идеальной жидкости:

$$T_{ik} = (\varepsilon + P)u_i u_k - P g_{ik}, \quad (u,u) = 1, \qquad (19)$$

где скаляры $\varepsilon(x)$ и $P(x)$ — плотность энергии и давление изотропной идеальной жидкости. Свертка этого тензора дает $T = \varepsilon - 3P$. Таким образом, уравнения Эйнштейна для идеальной жидкости принимают вид:

$$-\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa[(\varepsilon + P)u_i u_k - P g_{ik}]. \qquad (20)$$

Выражение для тензора Эйнштейна и ТЭИ идеальной жидкости

- Уравнения Эйнштейна вследствие дифференциальных тождеств Бианки позволяют наложить 4 дополнительные достаточно произвольные калибровочные условия. Выберем их в следующем удобном виде, аналогичном калибровке Лоренца для электромагнитного поля:

$$\psi^k_{i,k} = 0 \Leftrightarrow h^k_{i,k} - \frac{1}{2}h_{,i} = 0. \tag{17}$$

- Таким образом, в калибровке (17) выражение для тензора Эйнштейна (16) существенно упрощается:

$$G_{ik} \approx -\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa T_{ik}. \tag{18}$$

- Рассмотрим теперь выражение в правой части уравнений Эйнштейна, в качестве которого будем использовать тензор энергии - импульса (ТЭИ) идеальной жидкости:

$$T_{ik} = (\varepsilon + P)u_i u_k - P g_{ik}, \quad (u,u) = 1, \tag{19}$$

где скаляры $\varepsilon(x)$ и $P(x)$ — плотность энергии и давление изотропной идеальной жидкости. Свертка этого тензора дает $T = \varepsilon - 3P$. Таким образом, уравнения Эйнштейна для идеальной жидкости принимают вид:

$$-\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa[(\varepsilon + P)u_i u_k - P g_{ik}]. \tag{20}$$

- Как отмечалось ранее, следствием уравнений Эйнштейна являются законы сохранения ТЭИ:

$$\nabla_k T_i^k = 0. \qquad (21)$$

Эти же соотношения с учетом (17) легко получить и из приближенных уравнений Эйнштейна (33).

- Таким образом, получим из (21) с учетом (19):

- Из условия единичиности вектора скорости материи, u^i, — $(u,u) = 1$ получим:

Таким образом, сворачивая (22) с u^i, получим «закон сохранения энергии»:

- Учитывая полученное соотношение (24) в (22) и поднимая индекс i, приведем последнее к виду Лагранжева уравнения движения с плотностью силы, ортогональной скорости:

- Как отмечалось ранее, следствием уравнений Эйнштейна являются законы сохранения ТЭИ:

$$\nabla_k T_i^k = 0. \qquad (21)$$

Эти же соотношения с учетом (17) легко получить и из приближенных уравнений Эйнштейна (33).

- Таким образом, получим из (21) с учетом (19):

- Из условия единичиности вектора скорости материи, u^i, — $(u,u) = 1$ получим:

Таким образом, сворачивая (22) с u^i, получим «закон сохранения энергии»:

- Учитывая полученное соотношение (24) в (22) и поднимая индекс i, приведем последнее к виду Лагранжева уравнения движения с плотностью силы, ортогональной скорости:

- Как отмечалось ранее, следствием уравнений Эйнштейна являются законы сохранения ТЭИ:

$$\nabla_k T^k_i = 0. \tag{21}$$

Эти же соотношения с учетом (17) легко получить и из приближенных уравнений Эйнштейна (33).

- Таким образом, получим из (21) с учетом (19):

$$(\varepsilon + P)_{,k} u^k u_i + (\varepsilon + P)(u_{i,k}u^k + u_i u^k_{,k}) - P_{,i} = 0. \tag{22}$$

- Из условия единичиности вектора скорости материи, u^i, — $(u, u) = 1$ получим:

Таким образом, сворачивая (22) с u^i, получим «закон сохранения энергии»:

- Учитывая полученное соотношение (24) в (22) и поднимая индекс i, приведем последнее к виду Лагранжева уравнения движения с плотностью силы, ортогональной скорости:

- Как отмечалось ранее, следствием уравнений Эйнштейна являются законы сохранения ТЭИ:
$$\nabla_k T^k_i = 0. \tag{21}$$
Эти же соотношения с учетом (17) легко получить и из приближенных уравнений Эйнштейна (33).
- Таким образом, получим из (21) с учетом (19):
$$(\varepsilon + P)_{,k} u^k u_i + (\varepsilon + P)(u_{i,k} u^k + u_i u^k_{,k}) - P_{,i} = 0. \tag{22}$$
- Из условия единичности вектора скорости материи, u^i, — $(u,u) = 1$ получим:
$$\nabla_i (u,u) = 0 \Rightarrow u_{k,i} u^k = 0. \tag{23}$$
Таким образом, сворачивая (22) с u^i, получим «закон сохранения энергии»:
$$\boxed{\varepsilon_{,k} u^k + (\varepsilon + P) u^k_{,k} = 0 \leftrightarrow u^k \partial_k \varepsilon + \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_k (\sqrt{-g} u^k)(\varepsilon + P) = 0} \tag{24}$$
- Учитывая полученное соотношение (24) в (22) и поднимая индекс i, приведем последнее к виду Лагранжева уравнения движения с плотностью силы, ортогональной скорости:
$$\boxed{(\varepsilon + P) u^i_{,k} u^k - P_{,k}(g^{ik} - u^i u^k) = 0 \leftrightarrow (\varepsilon + P)\frac{du^i}{ds} = P_{,k}(g^{ik} - u^i u^k)} \tag{25}$$

- Как отмечалось ранее, следствием уравнений Эйнштейна являются законы сохранения ТЭИ:

$$\nabla_k T^k_i = 0. \qquad (21)$$

Эти же соотношения с учетом (17) легко получить и из приближенных уравнений Эйнштейна (33).

- Таким образом, получим из (21) с учетом (19):

$$(\varepsilon + P)_{,k} u^k u_i + (\varepsilon + P)(u_{i,k} u^k + u_i u^k_{,k}) - P_{,i} = 0. \qquad (22)$$

- Из условия единичиности вектора скорости материи, u^i, — $(u,u)=1$ получим:

$$\nabla_i(u,u) = 0 \Rightarrow u_{k,i} u^k = 0. \qquad (23)$$

Таким образом, сворачивая (22) с u^i, получим «закон сохранения энергии»:

- Учитывая полученное соотношение (24) в (22) и поднимая индекс i, приведем последнее к виду Лагранжева уравнения движения с плотностью силы, ортогональной скорости:

- Как отмечалось ранее, следствием уравнений Эйнштейна являются законы сохранения ТЭИ:

$$\nabla_k T^k_i = 0. \tag{21}$$

Эти же соотношения с учетом (17) легко получить и из приближенных уравнений Эйнштейна (33).

- Таким образом, получим из (21) с учетом (19):

$$(\varepsilon + P)_{,k} u^k u_i + (\varepsilon + P)(u_{i,k} u^k + u_i u^k_{,k}) - P_{,i} = 0. \tag{22}$$

- Из условия единичиности вектора скорости материи, u^i, — $(u,u) = 1$ получим:

$$\nabla_i (u,u) = 0 \Rightarrow u_{k,i} u^k = 0. \tag{23}$$

Таким образом, сворачивая (22) с u^i, получим «закон сохранения энергии»:

$$\boxed{\varepsilon_{,k} u^k + (\varepsilon + P) u^k_{,k} = 0 \Leftrightarrow u^k \partial_k \varepsilon + \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_k (\sqrt{-g} u^k)(\varepsilon + P) = 0. \quad (24)}$$

- Учитывая полученное соотношение (24) в (22) и поднимая индекс i, приведем последнее к виду Лагранжева уравнения движения с плотностью силы, ортогональной скорости:

$$\boxed{(\varepsilon + P) u^i_{,k} u^k - P_{,k}(g^{ik} - u^i u^k) = 0 \Leftrightarrow (\varepsilon + P) \frac{Du^i}{ds} = P_{,k}(g^{ik} - u^i u^k). \quad (25)}$$

- Как отмечалось ранее, следствием уравнений Эйнштейна являются законы сохранения ТЭИ:
$$\nabla_k T^k_i = 0. \tag{21}$$
Эти же соотношения с учетом (17) легко получить и из приближенных уравнений Эйнштейна (33).
- Таким образом, получим из (21) с учетом (19):
$$(\varepsilon + P)_{,k} u^k u_i + (\varepsilon + P)(u_{i,k} u^k + u_i u^k_{,k}) - P_{,i} = 0. \tag{22}$$
- Из условия единичиности вектора скорости материи, u^i, — $(u, u) = 1$ получим:
$$\nabla_i (u, u) = 0 \Rightarrow u_{k,i} u^k = 0. \tag{23}$$
Таким образом, сворачивая (22) с u^i, получим «закон сохранения энергии»:
$$\varepsilon_{,k} u^k + (\varepsilon + P) u^k_{,k} = 0 \Leftrightarrow u^k \partial_k \varepsilon + \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_k (\sqrt{-g} u^k)(\varepsilon + P) = 0. \tag{24}$$
- Учитывая полученное соотношение (24) в (22) и поднимая индекс i, приведем последнее к виду Лагранжева уравнения движения с плотностью силы, ортогональной скорости:
$$(\varepsilon + P) u^i_{,k} u^k - P_{,k}(g^{ik} - u^i u^k) = 0 \Leftrightarrow (\varepsilon + P)\frac{du^i}{ds} = P_{,k}(g^{ik} - u^i u^k). \tag{25}$$

- Как отмечалось ранее, следствием уравнений Эйнштейна являются законы сохранения ТЭИ:

$$\nabla_k T^k_i = 0. \tag{21}$$

Эти же соотношения с учетом (17) легко получить и из приближенных уравнений Эйнштейна (33).

- Таким образом, получим из (21) с учетом (19):

$$(\varepsilon + P)_{,k} u^k u_i + (\varepsilon + P)(u_{i,k} u^k + u_i u^k_{,k}) - P_{,i} = 0. \tag{22}$$

- Из условия единичиности вектора скорости материи, u^i, — $(u,u) = 1$ получим:

$$\nabla_i (u,u) = 0 \Rightarrow u_{k,i} u^k = 0. \tag{23}$$

Таким образом, сворачивая (22) с u^i, получим «закон сохранения энергии»:

$$\varepsilon_{,k} u^k + (\varepsilon + P) u^k_{,k} = 0 \Leftrightarrow u^k \partial_k \varepsilon + \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_k (\sqrt{-g} u^k)(\varepsilon + P) = 0. \tag{24}$$

- Учитывая полученное соотношение (24) в (22) и поднимая индекс i, приведем последнее к виду Лагранжева уравнения движения с плотностью силы, ортогональной скорости:

$$(\varepsilon + P) u^i_{,k} u^k - P_{,k}(g^{ik} - u^i u^k) = 0 \Leftrightarrow (\varepsilon + P)\frac{Du^i}{\delta s} = P_{,k}(g^{ik} - u^i u^k). \tag{25}$$

- Как отмечалось ранее, следствием уравнений Эйнштейна являются законы сохранения ТЭИ:
$$\nabla_k T_i^k = 0. \tag{21}$$
Эти же соотношения с учетом (17) легко получить и из приближенных уравнений Эйнштейна (33).
- Таким образом, получим из (21) с учетом (19):
$$(\varepsilon + P)_{,k} u^k u_i + (\varepsilon + P)(u_{i,k} u^k + u_i u^k_{,k}) - P_{,i} = 0. \tag{22}$$
- Из условия единичиности вектора скорости материи, u^i, — $(u, u) = 1$ получим:
$$\nabla_i (u, u) = 0 \Rightarrow u_{k,i} u^k = 0. \tag{23}$$
Таким образом, сворачивая (22) с u^i, получим «закон сохранения энергии»:
$$\boxed{\varepsilon_{,k} u^k + (\varepsilon + P) u^k_{,k} = 0 \Leftrightarrow u^k \partial_k \varepsilon + \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_k (\sqrt{-g} u^k)(\varepsilon + P) = 0. \quad (24)}$$
- Учитывая полученное соотношение (24) в (22) и поднимая индекс i, приведем последнее к виду Лагранжева уравнения движения с плотностью силы, ортогональной скорости:
$$\boxed{(\varepsilon + P) u^i_{,k} u^k - P_{,k}(g^{ik} - u^i u^k) = 0 \Leftrightarrow (\varepsilon + P)\frac{Du^i}{\delta s} = P_{,k}(g^{ik} - u^i u^k). (25)}$$

- Как отмечалось ранее, следствием уравнений Эйнштейна являются законы сохранения ТЭИ:
$$\nabla_k T_i^k = 0. \tag{21}$$
Эти же соотношения с учетом (17) легко получить и из приближенных уравнений Эйнштейна (33).
- Таким образом, получим из (21) с учетом (19):
$$(\varepsilon + P)_{,k} u^k u_i + (\varepsilon + P)(u_{i,k} u^k + u_i u^k_{,k}) - P_{,i} = 0. \tag{22}$$
- Из условия единичиности вектора скорости материи, u^i, — $(u, u) = 1$ получим:
$$\nabla_i (u, u) = 0 \Rightarrow u_{k,i} u^k = 0. \tag{23}$$
Таким образом, сворачивая (22) с u^i, получим «закон сохранения энергии»:
$$\boxed{\varepsilon_{,k} u^k + (\varepsilon + P) u^k_{,k} = 0 \Leftrightarrow u^k \partial_k \varepsilon + \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_k (\sqrt{-g} u^k)(\varepsilon + P) = 0.} \tag{24}$$
- Учитывая полученное соотношение (24) в (22) и поднимая индекс i, приведем последнее к виду Лагранжева уравнения движения с плотностью силы, ортогональной скорости:
$$\boxed{(\varepsilon + P) u^i_{,k} u^k - P_{,k}(g^{ik} - u^i u^k) = 0 \Leftrightarrow (\varepsilon + P) \frac{D u^i}{\delta s} = P_{,k}(g^{ik} - u^i u^k).} \tag{25}$$

Потенциалы Лиенара - Вихерта для гравитационного поля

- Рассмотрим в качестве источника гравитационного поля систему частиц с массой m_a, движущихся по времениподобным мировым линиям $x^i = x^i_a(s)$. На Лекции XIV мы вводили ТЭИ системы частицы:

$$T^{(p)\ ik} = \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u^i_a(s_a) u^k_a(s_a) \delta^4(x, x_a(s)) ds_a. \qquad (26)$$

- Рассмотрим линеаризированные уравнения Эйнштейна (18) с этим ТЭИ:

$$-\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u^i_a(s_a) u^k_a(s_a) \delta^4(x, x_a(s)) ds_a. \qquad (27)$$

- Как следует из результатов лекции XIII (формула (26)), ковариантная дивергенция этого тензора равна

$$\nabla_k T^{(p)\ ik} = \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \delta^4(x, x_a(s)) \frac{Du^i_a}{ds_a} ds_a \qquad (28)$$

и равна тождественно нулю, если все частицы движутся по геодезическим, т.е., если на них не действую другие поля, кроме гравитационного, поэтому дифференциальные следствия уравнений Эйнштейна тождественно выполняются в этом случае. Аналогично можно убедиться и в том, что для системы заряженных частиц законы сохранения энергии - импульса тождественно выполняются при выполнении уравнений Максвелла и соответствующих уравнений движения заряженных частиц.

Потенциалы Лиенара - Вихерта для гравитационного поля

- Рассмотрим в качестве источника гравитационного поля систему частиц с массой m_a, движущихся по времениподобным мировым линиям $x^i = x^i_a(s)$. На Лекции XIV мы вводили ТЭИ системы частицы:

$$T^{(p)\ ik} = \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u^i_a(s_a) u^k_a(s_a) \delta^4(x, x_a(s)) ds_a. \qquad (26)$$

- Рассмотрим линеаризированные уравнения Эйнштейна (18) с этим ТЭИ:

- Как следует из результатов лекции XIII (формула (26)), ковариантная дивергенция этого тензора равна

и равна тождественно нулю, если все частицы движутся по геодезическим, т.е., если на них не действую другие поля, кроме гравитационного, поэтому дифференциальные следствия уравнений Эйнштейна тождественно выполняются в этом случае. Аналогично можно убедиться и в том, что для системы заряженных частиц законы сохранения энергии - импульса тождественно выполняются при выполнении уравнений Максвелла и соответствующих уравнений движения заряженных частиц.

Потенциалы Лиенара - Вихерта для гравитационного поля

- Рассмотрим в качестве источника гравитационного поля систему частиц с массой m_a, движущихся по времениподобным мировым линиям $x^i = x^i_a(s)$. На Лекции XIV мы вводили ТЭИ системы частицы:

$$T^{(p)\ ik} = \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u^i_a(s_a) u^k_a(s_a) \delta^4(x, x_a(s)) ds_a. \tag{26}$$

- Рассмотрим линеаризированные уравнения Эйнштейна (18) с этим ТЭИ:

$$-\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u^i_a(s_a) u^k_a(s_a) \delta^4(x, x_a(s)) ds_a. \tag{27}$$

- Как следует из результатов лекции XIII (формула (26)), ковариантная дивергенция этого тензора равна

$$\nabla_k T^{(p)\ ik} = \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \delta^4(x, x_a(s)) \frac{Du^i_a}{ds_a} ds_a \tag{28}$$

и равна тождественно нулю, если все частицы движутся по геодезическим, т.е., если на них не действую другие поля, кроме гравитационного, поэтому дифференциальные следствия уравнений Эйнштейна тождественно выполняются в этом случае. Аналогично можно убедиться и в том, что для системы заряженных частиц законы сохранения энергии - импульса тождественно выполняются при выполнении уравнений Максвелла и соответствующих уравнений движения заряженных частиц.

Потенциалы Лиенара - Вихерта для гравитационного поля

- Рассмотрим в качестве источника гравитационного поля систему частиц с массой m_a, движущихся по временитоподобным мировым линиям $x^i = x^i_a(s)$. На Лекции XIV мы вводили ТЭИ системы частицы:

$$T^{(p)\ ik} = \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u^i_a(s_a) u^k_a(s_a) \delta^4(x, x_a(s)) ds_a. \qquad (26)$$

- Рассмотрим линеаризированные уравнения Эйнштейна (18) с этим ТЭИ:

$$-\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u^i_a(s_a) u^k_a(s_a) \delta^4(x, x_a(s)) ds_a. \qquad (27)$$

- Как следует из результатов лекции XIII (формула (26)), ковариантная дивергенция этого тензора равна

$$\nabla_k T^{(p)\ ik} = \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \delta^4(x, x_a(s)) \frac{Du^i_a}{ds_a} ds_a \qquad (28)$$

и равна тождественно нулю, если все частицы движутся по геодезическим, т.е., если на них не действую другие поля, кроме гравитационного, поэтому дифференциальные следствия уравнений Эйнштейна тождественно выполняются в этом случае. Аналогично можно убедиться и в том, что для системы заряженных частиц законы сохранения энергии - импульса тождественно выполняются при выполнении уравнений Максвелла и соответствующих уравнений движения заряженных частиц.

- Рассмотрим в качестве источника гравитационного поля систему частиц с массой m_a, движущихся по времениподобным мировым линиям $x^i = x^i_a(s)$. На Лекции XIV мы вводили ТЭИ системы частицы:

$$T^{(p)\ ik} = \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u^i_a(s_a) u^k_a(s_a) \delta^4(x, x_a(s)) ds_a. \qquad (26)$$

- Рассмотрим линеаризированные уравнения Эйнштейна (18) с этим ТЭИ:

$$-\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u^i_a(s_a) u^k_a(s_a) \delta^4(x, x_a(s)) ds_a. \qquad (27)$$

- Как следует из результатов лекции XIII (формула (26)), ковариантная дивергенция этого тензора равна

$$\nabla_k T^{(p)\ ik} = \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \delta^4(x, x_a(s)) \frac{Du^i_a}{\delta s_a} ds_a \qquad (28)$$

и равна тождественно нулю, если все частицы движутся по геодезическим, т.е., если на них не действую другие поля, кроме гравитационного, поэтому дифференциальные следствия уравнений Эйнштейна тождественно выполняются в этом случае. Аналогично можно убедиться и в том, что для системы заряженных частиц законы сохранения энергии - импульса тождественно выполняются при выполнении уравнений Максвелла и соответствующих уравнений движения заряженных частиц.

Потенциалы Лиенара - Вихерта для гравитационного поля

- Рассмотрим в качестве источника гравитационного поля систему частиц с массой m_a, движущихся по времениподобным мировым линиям $x^i = x^i_a(s)$. На Лекции XIV мы вводили ТЭИ системы частицы:

$$T^{(p)\ ik} = \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u^i_a(s_a) u^k_a(s_a) \delta^4(x, x_a(s)) ds_a. \qquad (26)$$

- Рассмотрим линеаризированные уравнения Эйнштейна (18) с этим ТЭИ:

$$-\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u^i_a(s_a) u^k_a(s_a) \delta^4(x, x_a(s)) ds_a. \qquad (27)$$

- Как следует из результатов лекции XIII (формула (26)), ковариантная дивергенция этого тензора равна

$$\nabla_k T^{(p)\ ik} = \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \delta^4(x, x_a(s)) \frac{Du^i_a}{\delta s_a} ds_a \qquad (28)$$

и равна тождественно нулю, если все частицы движутся по геодезическим, т.е., если на них не действую другие поля, кроме гравитационного, поэтому дифференциальные следствия уравнений Эйнштейна тождественно выполняются в этом случае. Аналогично можно убедиться и в том, что для системы заряженных частиц законы сохранения энергии - импульса тождественно выполняются при выполнении уравнений Максвелла и соответствующих уравнений движения заряженных частиц.

- Рассмотрим в качестве источника гравитационного поля систему частиц с массой m_a, движущихся по времениподобным мировым линиям $x^i = x^i_a(s)$. На Лекции XIV мы вводили ТЭИ системы частицы:

$$T^{(p)\ ik} = \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u^i_a(s_a) u^k_a(s_a) \delta^4(x, x_a(s)) ds_a. \qquad (26)$$

- Рассмотрим линеаризированные уравнения Эйнштейна (18) с этим ТЭИ:

$$-\frac{1}{2}\Box\psi_{ik} = \varkappa \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u^i_a(s_a) u^k_a(s_a) \delta^4(x, x_a(s)) ds_a. \qquad (27)$$

- Как следует из результатов лекции XIII (формула (26)), ковариантная дивергенция этого тензора равна

$$\nabla_k T^{(p)\ ik} = \sum_a m_a c^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \delta^4(x, x_a(s)) \frac{Du^i_a}{\delta s_a} ds_a \qquad (28)$$

и равна тождественно нулю, если все частицы движутся по геодезическим, т.е., если на них не действую другие поля, кроме гравитационного, поэтому дифференциальные следствия уравнений Эйнштейна тождественно выполняются в этом случае. Аналогично можно убедиться и в том, что для системы заряженных частиц законы сохранения энергии - импульса тождественно выполняются при выполнении уравнений Максвелла и соответствующих уравнений движения заряженных частиц.

Потенциалы Лиенара - Вихерта для гравитационного поля

- Производя четырехмерное Фурье - преобразование уравнений (27) для одиночной массы и обратное к нему, найдем аналогично Лекции XIII потенциалы «Лиенара - Вихерта» для гравитационного поля (мы учли соотношение $\varkappa = 8\pi G/c^4$):

$$\psi_{ik} = -\frac{2\varkappa c^2}{4\pi}\,\frac{m u^i u^k}{(u,R)}\bigg|_{Z=0} = -\frac{4mG}{c^2}\,\frac{u^i u^k}{(u,R)}\bigg|_{Z=0}, \qquad (29)$$

где функция Z определяется дифференциальным уравнением:

$$\frac{dZ}{ds} = 2(u,R); \quad R^i = x'^i(s) - x^i,$$

точки $M(x^i)$ и $M'(x'^{\,i})$ — точки наблюдателя и частицы, соответственно.

- В частности, для одиночной покоящейся в начале координат частиц ($u^i = \delta^i_4$, $s = x^4$; $Z = r$) найдем из (29):

$$\psi_{ik} = -\delta^4_i \delta^4_k \frac{4mG}{c^2 r}$$

- Таким образом, получим $h_{44} = -2mG/c^2r$; $h_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta}2mG/c^2r$:

$$ds^2 \approx c^2 dt^2\left(1 - \frac{2mG}{c^2 r}\right) - (dx^2 + dy^2 + dz^2)\left(1 + \frac{2mG}{c^2 r}\right)$$

- Производя четырехмерное Фурье - преобразование уравнений (27) для одиночной массы и обратное к нему, найдем аналогично Лекции XIII потенциалы «Лиенара - Вихерта» для гравитационного поля (мы учли соотношение $\varkappa = 8\pi G/c^4$):

$$\boxed{\psi_{ik} = -\frac{2\varkappa c^2}{4\pi}\left.\frac{mu^i u^k}{(u,R)}\right|_{Z=0} = -\frac{4mG}{c^2}\left.\frac{u^i u^k}{(u,R)}\right|_{Z=0},} \qquad (29)$$

где функция Z определяется дифференциальным уравнением:

$$\frac{dZ}{ds} = 2(u,R); \quad R^i = x'^{\,i}(s) - x^i; \qquad (30)$$

точки $M(x^i)$ и $M'(x'^{\,i})$ — точки наблюдателя и частицы, соответственно.

- В частности, для одиночной покоящейся в начале координат частиц ($u^i = \delta^i_4$, $s = x^4$; $Z = r$) найдем из (29):

- Таким образом, получим $h_{44} = -2mG/c^2 r$; $h_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta} 2mG/c^2 r$:

- Производя четырехмерное Фурье - преобразование уравнений (27) для одиночной массы и обратное к нему, найдем аналогично Лекции XIII потенциалы «Лиенара - Вихерта» для гравитационного поля (мы учли соотношение $\varkappa = 8\pi G/c^4$):

$$\psi_{ik} = -\frac{2\varkappa c^2}{4\pi}\frac{mu^i u^k}{(u,R)}\Big|_{Z=0} \equiv -\frac{4mG}{c^2}\frac{u^i u^k}{(u,R)}\Big|_{Z=0}, \tag{29}$$

где функция Z определяется дифференциальным уравнением:

$$\frac{dZ}{ds} = 2(u,R); \quad R^i = x'^{\,i}(s) - x^i; \tag{30}$$

точки $M(x^i)$ и $M'(x'^{\,i})$ — точки наблюдателя и частицы, соответственно.

- В частности, для одиночной покоящейся в начале координат частиц $(u^i = \delta^i_4,\ s = x^4;\ Z = r)$ найдем из (29):

- Таким образом, получим $h_{44} = -2mG/c^2r$; $h_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta}2mG/c^2r$:

Потенциалы Лиенара - Вихерта для гравитационного поля

- Производя четырехмерное Фурье - преобразование уравнений (27) для одиночной массы и обратное к нему, найдем аналогично Лекции XIII потенциалы «Лиенара - Вихерта» для гравитационного поля (мы учли соотношение $\varkappa = 8\pi G/c^4$):

$$\boxed{\psi_{ik} = -\frac{2\varkappa c^2}{4\pi}\frac{mu^i u^k}{(u,R)}\bigg|_{Z=0} \equiv -\frac{4mG}{c^2}\frac{u^i u^k}{(u,R)}\bigg|_{Z=0}, \qquad (29)}$$

где функция Z определяется дифференциальным уравнением:

$$\frac{dZ}{ds} = 2(u,R); \quad R^i = x'^{\,i}(s) - x^i; \qquad (30)$$

точки $M(x^i)$ и $M'(x'^{\,i})$ — точки наблюдателя и частицы, соответственно.

- В частности, для одиночной покоящейся в начале координат частиц ($u^i = \delta^i_4$, $s = x^4$; $Z = r$) найдем из (29):

$$\psi_{ik} = -\delta^4_i\delta^4_k\frac{4mG}{c^2 r} \Rightarrow \psi = \psi_{44}. \qquad (31)$$

- Таким образом, получим $h_{44} = -2mG/c^2r$; $h_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta}2mG/c^2r$:

Потенциалы Лиенара - Вихерта для гравитационного поля

- Производя четырехмерное Фурье - преобразование уравнений (27) для одиночной массы и обратное к нему, найдем аналогично Лекции XIII потенциалы «Лиенара - Вихерта» для гравитационного поля (мы учли соотношение $\varkappa = 8\pi G/c^4$):

$$\boxed{\psi_{ik} = -\frac{2\varkappa c^2}{4\pi}\left.\frac{mu^i u^k}{(u,R)}\right|_{Z=0} \equiv -\frac{4mG}{c^2}\left.\frac{u^i u^k}{(u,R)}\right|_{Z=0}, \qquad (29)}$$

где функция Z определяется дифференциальным уравнением:

$$\frac{dZ}{ds} = 2(u,R); \quad R^i = x'^{\,i}(s) - x^i; \qquad (30)$$

точки $M(x^i)$ и $M'(x'^{\,i})$ — точки наблюдателя и частицы, соответственно.

- В частности, для одиночной покоящейся в начале координат частиц $(u^i = \delta^i_4,\ s = x^4;\ Z = r)$ найдем из (29):

$$\psi_{ik} = -\delta^4_i\delta^4_k\frac{4mG}{c^2 r} \Rightarrow \psi = \psi_{44}. \qquad (31)$$

- Таким образом, получим $h_{44} = -2mG/c^2r$; $h_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta}2mG/c^2r$:

$$\boxed{g_{ik} \approx c^2dt^2\left(1 - \frac{2mG}{c^2r}\right) - (dx^2 + dy^2 + dz^2)\left(1 + \frac{2mG}{c^2r}\right). \qquad (32)}$$

- Производя четырехмерное Фурье - преобразование уравнений (27) для одиночной массы и обратное к нему, найдем аналогично Лекции XIII потенциалы «Лиенара - Вихерта» для гравитационного поля (мы учли соотношение $\varkappa = 8\pi G/c^4$):

$$\boxed{\psi_{ik} = -\frac{2\varkappa c^2}{4\pi}\left.\frac{m u^i u^k}{(u,R)}\right|_{Z=0} \equiv -\frac{4mG}{c^2}\left.\frac{u^i u^k}{(u,R)}\right|_{Z=0}, \qquad (29)}$$

где функция Z определяется дифференциальным уравнением:

$$\frac{dZ}{ds} = 2(u,R); \quad R^i = x'^{\,i}(s) - x^i; \qquad (30)$$

точки $M(x^i)$ и $M'(x'^{\,i})$ — точки наблюдателя и частицы, соответственно.

- В частности, для одиночной покоящейся в начале координат частиц ($u^i = \delta^i_4$, $s = x^4$; $Z = r$) найдем из (29):

$$\psi_{ik} = -\delta^4_i \delta^4_k \frac{4mG}{c^2 r} \Rightarrow \psi = \psi_{44}. \qquad (31)$$

- Таким образом, получим $h_{44} = -2mG/c^2r$; $h_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta}2mG/c^2r$:

$$\boxed{g_{ik} \approx c^2dt^2\left(1 - \frac{2mG}{c^2r}\right) - (dx^2+dy^2+dz^2)\left(1+\frac{2mG}{c^2r}\right). \qquad (32)}$$

Потенциалы Лиенара - Вихерта для гравитационного поля

- Производя четырехмерное Фурье - преобразование уравнений (27) для одиночной массы и обратное к нему, найдем аналогично Лекции XIII потенциалы «Лиенара - Вихерта» для гравитационного поля (мы учли соотношение $\varkappa = 8\pi G/c^4$):

$$\boxed{\psi_{ik} = -\frac{2\varkappa c^2}{4\pi}\left.\frac{mu^iu^k}{(u,R)}\right|_{Z=0} \equiv -\frac{4mG}{c^2}\left.\frac{u^iu^k}{(u,R)}\right|_{Z=0}, \qquad (29)}$$

где функция Z определяется дифференциальным уравнением:

$$\frac{dZ}{ds} = 2(u,R); \quad R^i = x'^{\,i}(s) - x^i; \qquad (30)$$

точки $M(x^i)$ и $M'(x'^{\,i})$ — точки наблюдателя и частицы, соответственно.

- В частности, для одиночной покоящейся в начале координат частиц $(u^i = \delta^i_4,\ s = x^4;\ Z = r)$ найдем из (29):

$$\psi_{ik} = -\delta^4_i\delta^4_k\frac{4mG}{c^2r} \Rightarrow \psi = \psi_{44}. \qquad (31)$$

- Таким образом, получим $h_{44} = -2mG/c^2r$; $h_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta}2mG/c^2r$:

$$\boxed{g_{ik} \approx c^2dt^2\left(1 - \frac{2mG}{c^2r}\right) - (dx^2 + dy^2 + dz^2)\left(1 + \frac{2mG}{c^2r}\right). \qquad (32)}$$

- Производя четырехмерное Фурье - преобразование уравнений (27) для одиночной массы и обратное к нему, найдем аналогично Лекции XIII потенциалы «Лиенара - Вихерта» для гравитационного поля (мы учли соотношение $\varkappa = 8\pi G/c^4$):

$$\psi_{ik} = -\frac{2\varkappa c^2}{4\pi}\left.\frac{mu^i u^k}{(u,R)}\right|_{Z=0} \equiv -\frac{4mG}{c^2}\left.\frac{u^i u^k}{(u,R)}\right|_{Z=0}, \qquad (29)$$

где функция Z определяется дифференциальным уравнением:

$$\frac{dZ}{ds} = 2(u,R); \quad R^i = x'^{\,i}(s) - x^i; \qquad (30)$$

точки $M(x^i)$ и $M'(x'^{\,i})$ — точки наблюдателя и частицы, соответственно.

- В частности, для одиночной покоящейся в начале координат частиц ($u^i = \delta^i_4$, $s = x^4$; $Z = r$) найдем из (29):

$$\psi_{ik} = -\delta^4_i\delta^4_k\frac{4mG}{c^2 r} \Rightarrow \psi = \psi_{44}. \qquad (31)$$

- Таким образом, получим $h_{44} = -2mG/c^2 r$; $h_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta}2mG/c^2 r$:

$$g_{ik} \approx c^2dt^2\left(1 - \frac{2mG}{c^2 r}\right) - (dx^2 + dy^2 + dz^2)\left(1 + \frac{2mG}{c^2 r}\right). \qquad (32)$$

- Рассмотрим решение линеаризированных уравнений Эйнштейна (18) в пустоте:

$$\Box\psi_{ik} = 0. \qquad (33)$$

- В декартовой системе координат эти уравнения совпадают с уравнением Д'Аламбера относительно тензорных компонент ψ_{ik}:

[illegible]

- Частные решения этого однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будем искать в виде $\psi_{ik} = \psi^0_{ik} e^{i\omega t + i\mathbf{kr}}$. Подставляя эти решения в уравнения (34), получим условие их нетривиальной разрешимости:

[illegible]

- Таким образом, общее решение линеаризированных уравнений Эйнштейна в пустоте в декартовых координатах можно записать в виде:

[illegible]

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

Гравитационные волны

- Рассмотрим решение линеаризированных уравнений Эйнштейна (18) в пустоте:

$$\Box\psi_{ik} = 0. \tag{33}$$

- В декартовой системе координат эти уравнения совпадают с уравнением Д'Аламбера относительно тензорных компонент ψ_{ik}:

[illegible]

- Частные решения этого однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будем искать в виде $\psi_{ik} = \psi^0_{ik}\mathrm{e}^{i\omega t + i\mathbf{kr}}$. Подставляя эти решения в уравнения (34), получим условие их нетривиальной разрешимости:

[illegible]

- Таким образом, общее решение линеаризированных уравнений Эйнштейна в пустоте в декартовых координатах можно записать в виде:

[illegible]

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

- Рассмотрим решение линеаризированных уравнений Эйнштейна (18) в пустоте:

$$\Box\psi_{ik} = 0. \tag{33}$$

- В декартовой системе координат эти уравнения совпадают с уравнением Д'Аламбера относительно тензорных компонент ψ_{ik}:

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi_{ik} = 0. \tag{34}$$

- Частные решения этого однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будем искать в виде $\psi_{ik} = \psi^0_{ik}\mathrm{e}^{i\omega t + i\mathbf{kr}}$. Подставляя эти решения в уравнения (34), получим условие их нетривиальной разрешимости:

[illegible] (35)

- Таким образом, общее решение линеаризированных уравнений Эйнштейна в пустоте в декартовых координатах можно записать в виде:

[illegible] (36)

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

- Рассмотрим решение линеаризированных уравнений Эйнштейна (18) в пустоте:

$$\Box\psi_{ik} = 0. \tag{33}$$

- В декартовой системе координат эти уравнения совпадают с уравнением Д'Аламбера относительно тензорных компонент ψ_{ik}:

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi_{ik} = 0. \tag{34}$$

- Частные решения этого однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будем искать в виде $\psi_{ik} = \psi^0_{ik} e^{i\omega t + i\mathbf{kr}}$. Подставляя эти решения в уравнения (34), получим условие их нетривиальной разрешимости:

- Таким образом, общее решение линеаризированных уравнений Эйнштейна в пустоте в декартовых координатах можно записать в виде:

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

Гравитационные волны

- Рассмотрим решение линеаризированных уравнений Эйнштейна (18) в пустоте:

$$\Box\psi_{ik} = 0. \tag{33}$$

- В декартовой системе координат эти уравнения совпадают с уравнением Д'Аламбера относительно тензорных компонент ψ_{ik}:

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi_{ik} = 0. \tag{34}$$

- Частные решения этого однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будем искать в виде $\psi_{ik} = \psi^0_{ik}e^{i\omega t + i\mathbf{kr}}$. Подставляя эти решения в уравнения (34), получим условие их нетривиальной разрешимости:

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)\psi^0_{ik} = 0 \Rightarrow \omega = \pm kc. \tag{35}$$

- Таким образом, общее решение линеаризированных уравнений Эйнштейна в пустоте в декартовых координатах можно записать в виде:

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

- Рассмотрим решение линеаризированных уравнений Эйнштейна (18) в пустоте:

$$\Box\psi_{ik} = 0. \tag{33}$$

- В декартовой системе координат эти уравнения совпадают с уравнением Д'Аламбера относительно тензорных компонент ψ_{ik}:

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi_{ik} = 0. \tag{34}$$

- Частные решения этого однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будем искать в виде $\psi_{ik} = \psi^0_{ik}\mathrm{e}^{i\omega t + i\mathbf{kr}}$. Подставляя эти решения в уравнения (34), получим условие их нетривиальной разрешимости:

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)\psi^0_{ik} = 0 \Rightarrow \omega = \pm kc. \tag{35}$$

- Таким образом, общее решение линеаризированных уравнений Эйнштейна в пустоте в декартовых координатах можно записать в виде:

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

- Рассмотрим решение линеаризированных уравнений Эйнштейна (18) в пустоте:

$$\Box\psi_{ik} = 0. \tag{33}$$

- В декартовой системе координат эти уравнения совпадают с уравнением Д'Аламбера относительно тензорных компонент ψ_{ik}:

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi_{ik} = 0. \tag{34}$$

- Частные решения этого однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будем искать в виде $\psi_{ik} = \psi^0_{ik}\mathrm{e}^{i\omega t + i\mathbf{kr}}$. Подставляя эти решения в уравнения (34), получим условие их нетривиальной разрешимости:

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)\psi^0_{ik} = 0 \Rightarrow \omega = \pm kc. \tag{35}$$

- Таким образом, общее решение линеаризированных уравнений Эйнштейна в пустоте в декартовых координатах можно записать в виде:

$$\psi_{ik} = \frac{1}{(2\pi)^3}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(\psi^+_{ik}(\mathbf{k})e^{i(kct+\mathbf{kr})} + \psi^-_{ik}(\mathbf{k})e^{i(-kct+\mathbf{kr})}\right)d^3\mathbf{k}, \tag{36}$$

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

- Рассмотрим решение линеаризированных уравнений Эйнштейна (18) в пустоте:

$$\Box\psi_{ik} = 0. \tag{33}$$

- В декартовой системе координат эти уравнения совпадают с уравнением Д'Аламбера относительно тензорных компонент ψ_{ik}:

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi_{ik} = 0. \tag{34}$$

- Частные решения этого однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будем искать в виде $\psi_{ik} = \psi^0_{ik}\mathrm{e}^{i\omega t + i\mathbf{kr}}$. Подставляя эти решения в уравнения (34), получим условие их нетривиальной разрешимости:

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)\psi^0_{ik} = 0 \Rightarrow \omega = \pm kc. \tag{35}$$

- Таким образом, общее решение линеаризированных уравнений Эйнштейна в пустоте в декартовых координатах можно записать в виде:

$$\psi_{ik} = \frac{1}{(2\pi)^3}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(\psi^+_{ik}(\mathbf{k})e^{i(kct+\mathbf{kr})} + \psi^-_{ik}(\mathbf{k})e^{i(-kct+\mathbf{kr})}\right)d^3\mathbf{k}, \tag{36}$$

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

- Рассмотрим решение линеаризированных уравнений Эйнштейна (18) в пустоте:

$$\Box\psi_{ik} = 0. \tag{33}$$

- В декартовой системе координат эти уравнения совпадают с уравнением Д'Аламбера относительно тензорных компонент ψ_{ik}:

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi_{ik} = 0. \tag{34}$$

- Частные решения этого однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами будем искать в виде $\psi_{ik} = \psi^0_{ik}\mathrm{e}^{i\omega t + i\mathbf{kr}}$. Подставляя эти решения в уравнения (34), получим условие их нетривиальной разрешимости:

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)\psi^0_{ik} = 0 \Rightarrow \omega = \pm kc. \tag{35}$$

- Таким образом, общее решение линеаризированных уравнений Эйнштейна в пустоте в декартовых координатах можно записать в виде:

$$\boxed{\psi_{ik} = \frac{1}{(2\pi)^3}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(\psi^+_{ik}(\mathbf{k})e^{i(kct+\mathbf{kr})} + \psi^-_{ik}(\mathbf{k})e^{i(-kct+\mathbf{kr})}\right)d^3\mathbf{k}, \quad (36)}$$

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

- Рассмотрим алгебраическую структуру постоянных тензоров $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$, учитывая, что вследствие калибровочных условий (17) эти тензоры должны удовлетворять алгебраическим условиям:

$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})k^k = 0. \qquad (37)$$

- Пусть v^i – времениподобный единичный вектор скорости наблюдателя ($(v,v)=1$). Таким образом, в псевдоевклидовом пространстве заданы следующие тензорные объекты: времениподобный вектор v^i, изотропный волновой вектор k_i, тензор Минковского η_{ik}. Так как тензоры $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ симметричны, они могут иметь лишь следующую алгебраическую структуру:

$$\psi_{ik}(\mathbf{k}) = \alpha v_i v_k + \beta k_i k_k + \gamma(v_i k_k + k_i v_k) + \delta\eta_{ik}, \qquad (38)$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – некоторые константы.

- Сворачивая (38) с вектором k_k с учетом калибровочного соотношения (37) и изотропности волнового вектора, получим векторное равенство:

$$\alpha v_i(k,v) + [\gamma(k,v)+\delta]k_i = 0,$$

- Вследствие линейной независимости векторов v_i и k_i их линейная комбинация может обращаться в нуль тогда и только тогда, когда коэффициенты этой комбинации равны нулю. Таким образом:

$$\alpha = 0; \quad \delta = -\gamma(k,v). \qquad (39)$$

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

- В итоге амплитуды $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ можно представить через две скалярные функции, β и γ:

$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k}) = \beta^{\pm}k_i k_k + \gamma^{\pm}(v_i k_k + k_i v_k - \eta_{ik}(k,v)). \qquad (40)$$

- Рассмотрим алгебраическую структуру постоянных тензоров $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$, учитывая, что вследствие калибровочных условий (17) эти тензоры должны удовлетворять алгебраическим условиям:

$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})k^k = 0. \tag{37}$$

- Пусть v^i – времениподобный единичный вектор скорости наблюдателя ($(v, v) = 1$). Таким образом, в псевдоевклидовом пространстве заданы следующие тензорные объекты: времениподобный вектор v^i, изотропный волновой вектор k_i, тензор Минковского η_{ik}. Так как тензоры $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ симметричны, они могут иметь лишь следующую алгебраическую структуру:

где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – некоторые константы.

- Сворачивая (38) с вектором k_k с учетом калибровочного соотношения (37) и изотропности волнового вектора, получим векторное равенство:

$$\alpha v_i(k, v) + [\gamma(k, v) + \delta]k_i = 0,$$

- Вследствие линейной независимости векторов v_i и k_i их линейная комбинация может обращаться в нуль тогда и только тогда, когда коэффициенты этой комбинации равны нулю. Таким образом:

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

- В итоге амплитуды $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ можно представить через две скалярные функции, β и γ:

- Рассмотрим алгебраическую структуру постоянных тензоров $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$, учитывая, что вследствие калибровочных условий (17) эти тензоры должны удовлетворять алгебраическим условиям:
$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})k^k = 0. \tag{37}$$
- Пусть v^i – времениподобный единичный вектор скорости наблюдателя ($(v,v)=1$). Таким образом, в псевдоевклидовом пространстве заданы следующие тензорные объекты: времениподобный вектор v^i, изотропный волновой вектор k_i, тензор Минковского η_{ik}. Так как тензоры $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ симметричны, они могут иметь лишь следующую алгебраическую структуру:
$$\psi_{ik}(\mathbf{k}) = \alpha v_i v_k + \beta k_i k_k + \gamma(v_i k_k + k_i v_k) + \delta\eta_{ik}, \tag{38}$$
где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – некоторые константы.
- Сворачивая (38) с вектором k_k с учетом калибровочного соотношения (37) и изотропности волнового вектора, получим векторное равенство:
$$\alpha v_i(k,v) + [\gamma(k,v) + \delta]k_i = 0,$$
- Вследствие линейной независимости векторов v_i и k_i их линейная комбинация может обращаться в нуль тогда и только тогда, когда коэффициенты этой комбинации равны нулю. Таким образом:
$$\alpha = 0; \quad \delta = -\gamma(k,v). \tag{39}$$
где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.
- В итоге амплитуды $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ можно представить через две скалярные функции, β и γ:
$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k}) = \beta^{\pm}k_i k_k + \gamma^{\pm}(v_i k_k + k_i v_k - \eta_{ik}(k,v)). \tag{40}$$

- Рассмотрим алгебраическую структуру постоянных тензоров $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$, учитывая, что вследствие калибровочных условий (17) эти тензоры должны удовлетворять алгебраическим условиям:

$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})k^k = 0. \qquad (37)$$

- Пусть v^i – времениподобный единичный вектор скорости наблюдателя ($(v, v) = 1$). Таким образом, в псевдоевклидовом пространстве заданы следующие тензорные объекты: времениподобный вектор v^i, изотропный волновой вектор k_i, тензор Минковского η_{ik}. Так как тензоры $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ симметричны, они могут иметь лишь следующую алгебраическую структуру:

$$\psi_{ik}(\mathbf{k}) = \alpha v_i v_k + \beta k_i k_k + \gamma(v_i k_k + k_i v_k) + \delta\eta_{ik}, \qquad (38)$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – некоторые константы.

- Сворачивая (38) с вектором k_k с учетом калибровочного соотношения (37) и изотропности волнового вектора, получим векторное равенство:

$$\alpha v_i(k, v) + [\gamma(k, v) + \delta]k_i = 0,$$

- Вследствие линейной независимости векторов v_i и k_i их линейная комбинация может обращаться в нуль тогда и только тогда, когда коэффициенты этой комбинации равны нулю. Таким образом:

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

- В итоге амплитуды $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ можно представить через две скалярные функции, β и γ:

- Рассмотрим алгебраическую структуру постоянных тензоров $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$, учитывая, что вследствие калибровочных условий (17) эти тензоры должны удовлетворять алгебраическим условиям:
$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})k^k = 0. \qquad (37)$$
- Пусть v^i – времениподобный единичный вектор скорости наблюдателя ($(v,v)=1$). Таким образом, в псевдоевклидовом пространстве заданы следующие тензорные объекты: времениподобный вектор v^i, изотропный волновой вектор k_i, тензор Минковского η_{ik}. Так как тензоры $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ симметричны, они могут иметь лишь следующую алгебраическую структуру:
$$\psi_{ik}(\mathbf{k}) = \alpha v_i v_k + \beta k_i k_k + \gamma(v_i k_k + k_i v_k) + \delta\eta_{ik}, \qquad (38)$$
где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – некоторые константы.
- Сворачивая (38) с вектором k_k с учетом калибровочного соотношения (37) и изотропности волнового вектора, получим векторное равенство:
$$\alpha v_i(k,v) + [\gamma(k,v)+\delta]k_i = 0,$$
- Вследствие линейной независимости векторов v_i и k_i их линейная комбинация может обращаться в нуль тогда и только тогда, когда коэффициенты этой комбинации равны нулю. Таким образом:

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.
- В итоге амплитуды $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ можно представить через две скалярные функции, β и γ:

- Рассмотрим алгебраическую структуру постоянных тензоров $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$, учитывая, что вследствие калибровочных условий (17) эти тензоры должны удовлетворять алгебраическим условиям:
$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})k^k = 0. \qquad (37)$$
- Пусть v^i – времениподобный единичный вектор скорости наблюдателя ($(v, v) = 1$). Таким образом, в псевдоевклидовом пространстве заданы следующие тензорные объекты: времениподобный вектор v^i, изотропный волновой вектор k_i, тензор Минковского η_{ik}. Так как тензоры $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ симметричны, они могут иметь лишь следующую алгебраическую структуру:
$$\psi_{ik}(\mathbf{k}) = \alpha v_i v_k + \beta k_i k_k + \gamma(v_i k_k + k_i v_k) + \delta\eta_{ik}, \qquad (38)$$
где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – некоторые константы.
- Сворачивая (38) с вектором k_k с учетом калибровочного соотношения (37) и изотропности волнового вектора, получим векторное равенство:
$$\alpha v_i(k, v) + [\gamma(k, v) + \delta]k_i = 0,$$
- Вследствие линейной независимости векторов v_i и k_i их линейная комбинация может обращаться в нуль тогда и только тогда, когда коэффициенты этой комбинации равны нулю. Таким образом:
$$\alpha = 0; \quad \delta = -\gamma(k, v). \qquad (39)$$
где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.
- В итоге амплитуды $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ можно представить через две скалярные функции, β и γ:

- Рассмотрим алгебраическую структуру постоянных тензоров $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$, учитывая, что вследствие калибровочных условий (17) эти тензоры должны удовлетворять алгебраическим условиям:

$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})k^k = 0. \tag{37}$$

- Пусть v^i – времениподобный единичный вектор скорости наблюдателя ($(v,v) = 1$). Таким образом, в псевдоевклидовом пространстве заданы следующие тензорные объекты: времениподобный вектор v^i, изотропный волновой вектор k_i, тензор Минковского η_{ik}. Так как тензоры $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ симметричны, они могут иметь лишь следующую алгебраическую структуру:

$$\psi_{ik}(\mathbf{k}) = \alpha v_i v_k + \beta k_i k_k + \gamma(v_i k_k + k_i v_k) + \delta\eta_{ik}, \tag{38}$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – некоторые константы.

- Сворачивая (38) с вектором k_k с учетом калибровочного соотношения (37) и изотропности волнового вектора, получим векторное равенство:

$$\alpha v_i(k,v) + [\gamma(k,v) + \delta]k_i = 0,$$

- Вследствие линейной независимости векторов v_i и k_i их линейная комбинация может обращаться в нуль тогда и только тогда, когда коэффициенты этой комбинации равны нулю. Таким образом:

$$\alpha = 0; \quad \delta = -\gamma(k,u). \tag{39}$$

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

- В итоге амплитуды $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ можно представить через две скалярные функции, β и γ:

- Рассмотрим алгебраическую структуру постоянных тензоров $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$, учитывая, что вследствие калибровочных условий (17) эти тензоры должны удовлетворять алгебраическим условиям:

$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})k^k = 0. \qquad (37)$$

- Пусть v^i – времениподобный единичный вектор скорости наблюдателя $((v,v) = 1)$. Таким образом, в псевдоевклидовом пространстве заданы следующие тензорные объекты: времениподобный вектор v^i, изотропный волновой вектор k_i, тензор Минковского η_{ik}. Так как тензоры $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ симметричны, они могут иметь лишь следующую алгебраическую структуру:

$$\psi_{ik}(\mathbf{k}) = \alpha v_i v_k + \beta k_i k_k + \gamma(v_i k_k + k_i v_k) + \delta\eta_{ik}, \qquad (38)$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – некоторые константы.

- Сворачивая (38) с вектором k_k с учетом калибровочного соотношения (37) и изотропности волнового вектора, получим векторное равенство:

$$\alpha v_i(k,v) + [\gamma(k,v) + \delta]k_i = 0,$$

- Вследствие линейной независимости векторов v_i и k_i их линейная комбинация может обращаться в нуль тогда и только тогда, когда коэффициенты этой комбинации равны нулю. Таким образом:

$$\alpha = 0; \quad \delta = -\gamma(k,u). \qquad (39)$$

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

- В итоге амплитуды $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ можно представить через две скалярные функции, β и γ:

$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k}) = \beta^{\pm} k_i k_k + \gamma^{\pm}(v_i k_k + k_i v_k - \eta_{ik}(k,u)). \qquad (40)$$

- Рассмотрим алгебраическую структуру постоянных тензоров $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$, учитывая, что вследствие калибровочных условий (17) эти тензоры должны удовлетворять алгебраическим условиям:

$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})k^k = 0. \tag{37}$$

- Пусть v^i – времениподобный единичный вектор скорости наблюдателя ($(v, v) = 1$). Таким образом, в псевдоевклидовом пространстве заданы следующие тензорные объекты: времениподобный вектор v^i, изотропный волновой вектор k_i, тензор Минковского η_{ik}. Так как тензоры $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ симметричны, они могут иметь лишь следующую алгебраическую структуру:

$$\psi_{ik}(\mathbf{k}) = \alpha v_i v_k + \beta k_i k_k + \gamma(v_i k_k + k_i v_k) + \delta\eta_{ik}, \tag{38}$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – некоторые константы.

- Сворачивая (38) с вектором k_k с учетом калибровочного соотношения (37) и изотропности волнового вектора, получим векторное равенство:

$$\alpha v_i(k, v) + [\gamma(k, v) + \delta]k_i = 0,$$

- Вследствие линейной независимости векторов v_i и k_i их линейная комбинация может обращаться в нуль тогда и только тогда, когда коэффициенты этой комбинации равны нулю. Таким образом:

$$\alpha = 0; \quad \delta = -\gamma(k, u). \tag{39}$$

где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.

- В итоге амплитуды $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ можно представить через две скалярные функции, β и γ:

$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k}) = \beta^{\pm} k_i k_k + \gamma^{\pm}(v_i k_k + k_i v_k - \eta_{ik}(k, u)). \tag{40}$$

- Рассмотрим алгебраическую структуру постоянных тензоров $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$, учитывая, что вследствие калибровочных условий (17) эти тензоры должны удовлетворять алгебраическим условиям:
$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})k^k = 0. \tag{37}$$
- Пусть v^i – времениподобный единичный вектор скорости наблюдателя ($(v, v) = 1$). Таким образом, в псевдоевклидовом пространстве заданы следующие тензорные объекты: времениподобный вектор v^i, изотропный волновой вектор k_i, тензор Минковского η_{ik}. Так как тензоры $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ симметричны, они могут иметь лишь следующую алгебраическую структуру:
$$\psi_{ik}(\mathbf{k}) = \alpha v_i v_k + \beta k_i k_k + \gamma(v_i k_k + k_i v_k) + \delta\eta_{ik}, \tag{38}$$
где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – некоторые константы.
- Сворачивая (38) с вектором k_k с учетом калибровочного соотношения (37) и изотропности волнового вектора, получим векторное равенство:
$$\alpha v_i(k, v) + [\gamma(k, v) + \delta]k_i = 0,$$
- Вследствие линейной независимости векторов v_i и k_i их линейная комбинация может обращаться в нуль тогда и только тогда, когда коэффициенты этой комбинации равны нулю. Таким образом:
$$\alpha = 0; \quad \delta = -\gamma(k, u). \tag{39}$$
где $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ – амплитуды опережающих и запаздывающих «потенциалов» гравитационного поля.
- В итоге амплитуды $\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k})$ можно представить через две скалярные функции, β и γ:
$$\psi^{\pm}_{ik}(\mathbf{k}) = \beta^{\pm}k_i k_k + \gamma^{\pm}(v_i k_k + k_i v_k - \eta_{ik}(k, u)). \tag{40}$$

- Соотношения (40) имеют место быть в произвольной системе отсчета. Если же выбрать падающую в гравитационном поле, т.е., синхронную систему отсчета, в которой:

$$ds^2 = c^2dt^2 + g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx\beta \Rightarrow h_{4k} = 0 \Leftrightarrow \psi_{4k} = 0, \qquad (41)$$

  то пространственный тензор $\psi_{\alpha\beta}$ можно разложить уже по пространственному волновому вектору $\mathbf{k}$ и метрическому тензору трехмерного евклидова пространства, $\delta_{\alpha\beta}$, а также некоторому трехмерному вектору $\mathbf{S}$, ортогональному $\mathbf{k}$ $((\mathbf{k}, \mathbf{S}) = 0)$:

- $$\psi_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \beta k_\alpha k_\beta + \gamma S_\alpha S_\beta + \delta(k_\alpha S_\beta + S_\alpha k_\beta) + \sigma\delta_{\alpha\beta}, \qquad (42)$$

  причем вследствие калибровочного условия (37)

$$\psi_{\alpha\beta}(\mathbf{k})k^\beta = 0 \Rightarrow \sigma = -\beta\mathbf{k}^2 - \delta\mathbf{S}^2 \Rightarrow$$

$$\psi^{\pm}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \beta_\pm(\mathbf{k})(k_\alpha k_\beta - \mathbf{k}^2\delta_{\alpha\beta}) +$$

$$\gamma_\pm S_\alpha S_\beta + \delta_\pm(k_\alpha S_\beta + S_\alpha k_\beta - \mathbf{S}^2\delta_{\alpha\beta}). \qquad (43)$$

- Соответственно этому разложению гравитационные поля условно делятся на 3 типа: продольные (скалярные), векторные и поперечные, описываемые вектором поляризации $\mathbf{S}$. Последний тип гравитационных полей называется гравитационными волнами. Эти волны вполне аналогичны электромагнитным волнам. Продольные же гравитационные поля аналогичны электрическим (кулоновским) полям.

- Соотношения (40) имеют место быть в произвольной системе отсчета. Если же выбрать падающую в гравитационном поле, т.е., синхронную систему отсчета, в которой:

$$ds^2 = c^2dt^2 + g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx\beta \Rightarrow h_{4k} = 0 \Leftrightarrow \psi_{4k} = 0, \qquad (41)$$

то пространственный тензор $\psi_{\alpha\beta}$ можно разложить уже по пространственному волновому вектору $\mathbf{k}$ и метрическому тензору трехмерного евклидова пространства, $\delta_{\alpha\beta}$, а также некоторому трехмерному вектору $\mathbf{S}$, ортогональному $\mathbf{k}$ $((\mathbf{k},\mathbf{S}) = 0)$:

- [illegible]

причем вследствие калибровочного условия (37)

$$\psi_{\alpha\beta}(\mathbf{k})k^\beta = 0 \Rightarrow \sigma = -\beta\mathbf{k}^2 - \delta\mathbf{S}^2 \Rightarrow$$

$$\psi^{\pm}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \beta_\pm(\mathbf{k})(k_\alpha k_\beta - \mathbf{k}^2\delta_{\alpha\beta}) +$$

$$\gamma_\pm S_\alpha S_\beta + \delta_\pm(k_\alpha S_\beta + S_\alpha k_\beta - \mathbf{S}^2\delta_{\alpha\beta}). \qquad (43)$$

- Соответственно этому разложению гравитационные поля условно делятся на 3 типа: продольные (скалярные), векторные и поперечные, описываемые вектором поляризации $\mathbf{S}$. Последний тип гравитационных полей называется гравитационными волнами. Эти волны вполне аналогичны электромагнитным волнам. Продольные же гравитационные поля аналогичны электрическим (кулоновским) полям.

Гравитационные волны

- Соотношения (40) имеют место быть в произвольной системе отсчета. Если же выбрать падающую в гравитационном поле, т.е., синхронную систему отсчета, в которой:
$$ds^2 = c^2dt^2 + g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx\beta \Rightarrow h_{4k} = 0 \Leftrightarrow \psi_{4k} = 0, \tag{41}$$
то пространственный тензор $\psi_{\alpha\beta}$ можно разложить уже по пространственному волновому вектору $\mathbf{k}$ и метрическому тензору трехмерного евклидова пространства, $\delta_{\alpha\beta}$, а также некоторому трехмерному вектору $\mathbf{S}$, ортогональному $\mathbf{k}$ ($(\mathbf{k}, \mathbf{S}) = 0$):
- $$\psi_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \beta k_\alpha k_\beta + \gamma S_\alpha S_\beta + \delta(k_\alpha S_\beta + S_\alpha k_\beta) + \sigma\delta_{\alpha\beta}, \tag{42}$$
причем вследствие калибровочного условия (37)
$$\psi_{\alpha\beta}(\mathbf{k})k^\beta = 0 \Rightarrow \sigma = -\beta\mathbf{k}^2 - \delta\mathbf{S}^2 \Rightarrow$$
$$\psi^{\pm}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \beta_\pm(\mathbf{k})(k_\alpha k_\beta - \mathbf{k}^2\delta_{\alpha\beta}) +$$
$$\gamma_\pm S_\alpha S_\beta + \delta_\pm(k_\alpha S_\beta + S_\alpha k_\beta - \mathbf{S}^2\delta_{\alpha\beta}). \tag{43}$$
- Соответственно этому разложению гравитационные поля условно делятся на 3 типа: продольные (скалярные), векторные и поперечные, описываемые вектором поляризации $\mathbf{S}$. Последний тип гравитационных полей называется гравитационными волнами. Эти волны вполне аналогичны электромагнитным волнам. Продольные же гравитационные поля аналогичны электрическим (кулоновским) полям.

- Соотношения (40) имеют место быть в произвольной системе отсчета. Если же выбрать падающую в гравитационном поле, т.е., синхронную систему отсчета, в которой:

$$ds^2 = c^2dt^2 + g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx\beta \Rightarrow h_{4k} = 0 \Leftrightarrow \psi_{4k} = 0, \tag{41}$$

то пространственный тензор $\psi_{\alpha\beta}$ можно разложить уже по пространственному волновому вектору $\mathbf{k}$ и метрическому тензору трехмерного евклидова пространства, $\delta_{\alpha\beta}$, а также некоторому трехмерному вектору $\mathbf{S}$, ортогональному $\mathbf{k}$ ($(\mathbf{k}, \mathbf{S}) = 0$):

- $$\psi_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \beta k_\alpha k_\beta + \gamma S_\alpha S_\beta + \delta(k_\alpha S_\beta + S_\alpha k_\beta) + \sigma\delta_{\alpha\beta}, \tag{42}$$

причем вследствие калибровочного условия (37)

$$\psi_{\alpha\beta}(\mathbf{k})k^\beta = 0 \Rightarrow \sigma = -\beta\mathbf{k}^2 - \delta\mathbf{S}^2 \Rightarrow$$
$$\psi^{\pm}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \beta_\pm(\mathbf{k})(k_\alpha k_\beta - \mathbf{k}^2\delta_{\alpha\beta}) +$$
$$\gamma_\pm S_\alpha S_\beta + \delta_\pm(k_\alpha S_\beta + S_\alpha k_\beta - \mathbf{S}^2\delta_{\alpha\beta}). \tag{43}$$

- Соответственно этому разложению гравитационные поля условно делятся на 3 типа: продольные (скалярные), векторные и поперечные, описываемые вектором поляризации $\mathbf{S}$. Последний тип гравитационных полей называется гравитационными волнами. Эти волны вполне аналогичны электромагнитным волнам. Продольные же гравитационные поля аналогичны электрическим (кулоновским) полям.

- Соотношения (40) имеют место быть в произвольной системе отсчета. Если же выбрать падающую в гравитационном поле, т.е., синхронную систему отсчета, в которой:

$$ds^2 = c^2dt^2 + g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx\beta \Rightarrow h_{4k} = 0 \Leftrightarrow \psi_{4k} = 0, \qquad (41)$$

то пространственный тензор $\psi_{\alpha\beta}$ можно разложить уже по пространственному волновому вектору $\mathbf{k}$ и метрическому тензору трехмерного евклидова пространства, $\delta_{\alpha\beta}$, а также некоторому трехмерному вектору $\mathbf{S}$, ортогональному $\mathbf{k}$ ($(\mathbf{k},\mathbf{S}) = 0$):

- $$\psi_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \beta k_\alpha k_\beta + \gamma S_\alpha S_\beta + \delta(k_\alpha S_\beta + S_\alpha k_\beta) + \sigma\delta_{\alpha\beta}, \qquad (42)$$

причем вследствие калибровочного условия (37)

$$\psi_{\alpha\beta}(\mathbf{k})k^\beta = 0 \Rightarrow \sigma = -\beta\mathbf{k}^2 - \delta\mathbf{S}^2 \Rightarrow$$
$$\psi^{\pm}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \beta_\pm(\mathbf{k})(k_\alpha k_\beta - \mathbf{k}^2\delta_{\alpha\beta}) +$$
$$\gamma_\pm S_\alpha S_\beta + \delta_\pm(k_\alpha S_\beta + S_\alpha k_\beta - \mathbf{S}^2\delta_{\alpha\beta}). \qquad (43)$$

- Соответственно этому разложению гравитационные поля условно делятся на 3 типа: продольные (скалярные), векторные и поперечные, описываемые вектором поляризации $\mathbf{S}$. Последний тип гравитационных полей называется гравитационными волнами. Эти волны вполне аналогичны электромагнитным волнам. Продольные же гравитационные поля аналогичны электрическим (кулоновским) полям.

- Соотношения (40) имеют место быть в произвольной системе отсчета. Если же выбрать падающую в гравитационном поле, т.е., синхронную систему отсчета, в которой:
$$ds^2 = c^2dt^2 + g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx\beta \Rightarrow h_{4k} = 0 \Leftrightarrow \psi_{4k} = 0, \qquad (41)$$
то пространственный тензор $\psi_{\alpha\beta}$ можно разложить уже по пространственному волновому вектору $\mathbf{k}$ и метрическому тензору трехмерного евклидова пространства, $\delta_{\alpha\beta}$, а также некоторому трехмерному вектору $\mathbf{S}$, ортогональному $\mathbf{k}$ $((\mathbf{k}, \mathbf{S}) = 0)$:
- $$\psi_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \beta k_\alpha k_\beta + \gamma S_\alpha S_\beta + \delta(k_\alpha S_\beta + S_\alpha k_\beta) + \sigma\delta_{\alpha\beta}, \qquad (42)$$
причем вследствие калибровочного условия (37)
$$\psi_{\alpha\beta}(\mathbf{k})k^\beta = 0 \Rightarrow \sigma = -\beta\mathbf{k}^2 - \delta\mathbf{S}^2 \Rightarrow$$
$$\psi^{\pm}_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \beta_\pm(\mathbf{k})(k_\alpha k_\beta - \mathbf{k}^2\delta_{\alpha\beta}) +$$
$$\gamma_\pm S_\alpha S_\beta + \delta_\pm(k_\alpha S_\beta + S_\alpha k_\beta - \mathbf{S}^2\delta_{\alpha\beta}). \qquad (43)$$
- Соответственно этому разложению гравитационные поля условно делятся на 3 типа: продольные (скалярные), векторные и поперечные, описываемые вектором поляризации $\mathbf{S}$. Последний тип гравитационных полей называется гравитационными волнами. Эти волны вполне аналогичны электромагнитным волнам. Продольные же гравитационные поля аналогичны электрическим (кулоновским) полям.